



Ministerio de
Educación

Gobierno de Chile



Guía de Aprendizaje N° 6

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Educación Matemática

Primer nivel o ciclo de Educación Media

Educación para Personas Jóvenes y Adultas





Guía de Aprendizaje N° 6

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Educación Matemática

Primer nivel o ciclo de Educación Media

Educación para Personas Jóvenes y Adultas

© Ministerio de Educación
Avda. Bernardo O'Higgins 1371, Santiago de Chile

Guía de Aprendizaje N°6
Estadísticas y Probabilidad
Primera edición, año 2012
Inscripción N°

Autores:
Mauricio Huircan Cabrera
Katherina Carmona Valdés

Colaboradores:
Nicolás de Rosas Cisterna, Rosita Garrido Labbé,
María Angélica Contreras Fernando, Pablo Canales Arenas y Carolina Marambio Cárcamo.
Walter Roberto Valdivieso Sepúlveda, Manuel Ernesto Urzúa Bouffanais.

Edición:
Jose Luis Moncada Campos
Pilar Saavedra Fernández

Revisión pedagógica:
Carla Falcón Simonelli

Coordinación Nacional de Normalización de Estudios
División de Educación General

Impreso por:
RR Donnelley

Año 2013

Iconografía



Información



Atención



Tips



Página Web



Actividad



Actividad en el cuaderno



Evaluación



Presentación

En esta guía de aprendizaje estudiaremos la estadística y las probabilidades.

La estadística es la rama de la matemática que estudia los datos cuantitativos de una población; se ocupa de los métodos para recolectar, organizar, analizar, interpretar y presentar estos datos numéricos con el fin tomar decisiones acertadas.

En un país la información estadística es muy importante porque permite planificar mejoras, políticas públicas y privadas, sobre la base de la realidad social expresada en datos numéricos, por ejemplo, establecer programas en materia de educación, alfabetización, empleo, vivienda, salud, urbanización y desarrollo considerando el número de habitantes, la cantidad de hombres, mujeres, niños y ancianos, número de personas que profesa cada religión o que sabe leer y/o escribir, cantidad de recursos naturales o industriales, tráfico, etc.

En la primera parte de esta guía podrá profundizar en aspectos estadísticos, relacionados con la lectura e interpretación de información en contextos reales a partir de tablas y gráficos estadísticos, y utilizar medidas de tendencia central para el análisis de datos. Además aprenderá a construir gráficos de barras y circulares.

Una de las herramientas fundamentales de la estadística son las probabilidades, que en sus inicios buscaba explicar las regularidades en los juegos de azar. En la actualidad, son muy importantes para la interpretación y el análisis de situaciones del mundo real. Las probabilidades, fenómenos aleatorios y modelamiento del azar serán tratados en la segunda parte de esta guía.

Lo más importante es que usted esté dispuesto a aprender, ejercitando, y participando activamente de su aprendizaje.

Guía de trabajo N° 1

Estadística



Contenidos

- **Conceptos básicos de estadística.**
- **Gráficos de barras y circulares.**
- **Medidas de tendencia central, su uso para analizar y comparar información contenida en conjuntos de datos no agrupados.**

DATOS ESTADÍSTICOS

Un dato estadístico es cada uno de los valores que se ha obtenido al realizar un estudio estadístico.

La ciencia que se preocupa de realizar este estudio es la Estadística.

Una de las herramientas más utilizada es la encuesta, que busca recolectar datos sobre las características de un grupo de individuos acerca de los temas puntuales, para luego compararlos, analizarlos e interpretarlos. El conjunto de datos obtenidos se denomina **datos estadísticos**.



El **Censo** Nacional es la enumeración de los habitantes de un país por sexo, edad, distribución geográfica y características socio-económicas que se lleva a cabo a través de la aplicación de una encuesta.

El Instituto Nacional de Estadísticas (INE), es el encargado de las estadísticas y Censos Oficiales, los que se realizan cada 10 años, pues se considera un tiempo suficiente para registrar cambios en la población. El último fue realizado el año 2012.



Ejemplo:

Al encuestar a 20 personas sobre su color primario favorito, se obtuvieron los siguientes datos estadísticos.

Rojo, amarillo, azul, amarillo, amarillo, azul, rojo, amarillo, rojo, amarillo, amarillo, azul, amarillo, rojo, azul, amarillo, azul, azul, amarillo, rojo.

¿Cuál es el tuyo? ¿Qué puedes concluir de los datos estadísticos, de esta mini encuesta?



Averigüe y escriba el nombre de 3 encuestas e investigue qué tipo de información recogen.

VARIABLES ESTADÍSTICAS

Una variable estadística es cada una de las características o cualidades que poseen los individuos de una población. Las variables estadísticas se clasifican en dos tipos: Cualitativas y Cuantitativas.



VARIABLES ESTADÍSTICAS CUALITATIVAS

Las variables estadísticas cualitativas son aquellas expresadas en forma de palabras o textos, sirven para registrar la información descriptiva acerca de lugares, objetos, personas, conversaciones, conductas, etc.



Ejemplos:

Son variables estadísticas cualitativas:

- Nacionalidad
- El color del pelo
- La religión

VARIABLES ESTADÍSTICAS CUANTITATIVAS

Las variables estadísticas cuantitativas son aquellas que sirven para registrar información numérica, como número de hijos, estatura, peso, etc.



Ejemplos:

Son variables estadísticas cuantitativas:

- La nota de una prueba
- El número de hijos
- La estatura



Actividad en el cuaderno

Las siguientes preguntas son parte de una encuesta, indique en cada una de ellas si las respuestas son datos estadísticos cuantitativos o cualitativos:

IDENTIFICACIÓN DEL ENTREVISTADO

Nombre del entrevistado

Apellido Paterno

Edad (Calcule edad según fecha de nacimiento)

Sexo

1. Hombre
2. Mujer

Indique su primer idioma:

¿Hace cuánto tiempo vive en Chile?

Nº de personas que componen su hogar

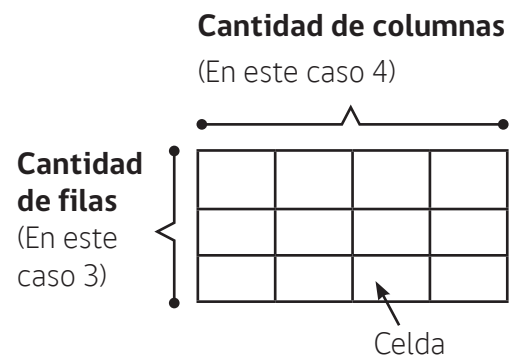
Años

TABLA ESTADÍSTICAS

Una vez que los datos estadísticos se han recolectado es útil presentarlos en tablas, para ordenar la información y facilitar su comprensión, análisis y utilización.



En una tabla podemos distinguir filas, columnas y celdas:



En las tablas estadísticas se incluye la frecuencia absoluta, relativa y porcentual. Analizaremos cada uno de estos conceptos.

NOTA	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA ABSOLUTA ACUMULADA	FRECUENCIA RELATIVA	FRECUENCIA RELATIVA ACUMULADA
1 - 3	6	6	0,2	0,2
3 - 5	14	20	0,5



Una tabla de frecuencia es donde se agrupan los datos en categorías, grupos de datos que describen una característica. La información que se puede extraer desde estas distribuciones de frecuencia, es de vital importancia en el estudio estadístico.

FRECUENCIA ABSOLUTA

La **frecuencia absoluta** se refiere al número de veces que se repite cada dato. La suma de todas las frecuencias absolutas corresponde al número total de datos.

Ejemplo:

1) La siguiente es la hoja del libro de asistencia del mes de junio para un curso de 20 estudiantes. Se marca con una x el día que el estudiante falta a clases. Construya una tabla de frecuencia absoluta de los días de inasistencia a clases durante el mes de junio.

ASISTENCIA MENSUAL		Curso: 1° ciclo																							
		junio																							
Nº	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22		
1	Patricia	x																							→ 1
2	Julio			x				x			x														→ 3
3	Marcela				x	x	x					x	x	x											→ 6
4	Luis		x	x											x	x									→ 4
5	Camila		x			x								x											→ 2
6	Nicolás																								→ 0
7	Dafne													x			x				x				→ 3
8	Gabriela						x	x	x	x													x		→ 5
9	Beatriz																x								→ 1
10	Loreto			x	x	x					x	x									x				→ 6
11	Daniela																								→ 0
12	Karen				x														x				x		→ 3
13	Sonia																								→ 0
14	Alejandro					x						x									x				→ 3
15	Soledad								x	x					x								x		→ 4
16	Rodrigo										x														→ 1
17	Cristián	x						x							x								x		→ 4
18	Sebastián		x				x							x											→ 3
19	Carolina																					x			→ 1
20	Mauricio								x															x	→ 2

El procedimiento para elaborar una tabla de frecuencias, que indique el número de inasistencias por día y el número de personas que registran esa inasistencia. Lo primero es contabilizar los días de inasistencia de cada estudiante, que se muestra en una columna anexa a la planilla de registros de asistencia. Luego organizar esta información en una tabla de frecuencias, de dos columnas, en la primera la variable número de días y en la segunda la cantidad de alumnos que tuvo dicho número de inasistencias correspondiente a la frecuencia absoluta.

Número de días de inasistencia	Nº de personas (Frecuencia absoluta)
0	3
1	4
2	2
3	5
4	3
5	1
6	2
	20

El cero se repite 3 veces en los datos recolectados, es decir hay 3 alumnos que no se han ausentado durante el mes de junio. Se realiza el mismo procedimiento con el resto de los datos.

El total de datos es 20, lo que se verifica sumando los valores de la columna de frecuencia absoluta.



ACTIVIDAD

Organice la información que se entrega en las siguientes situaciones en tablas de frecuencia absoluta.

1) En un curso de 24 estudiantes jóvenes y adultos, se realizó una encuesta sobre el principal motivo de deserción escolar, estas fueron las respuestas:

- | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| Trabajo | Maternidad o paternidad | Embarazo |
| Dificultad económica | No me interesa | Ayuda en el hogar |
| No me interesa | Trabajo | Embarazo |
| Dificultad económica | Trabajo | Maternidad o paternidad |
| Bajo rendimiento | No me interesa | Ayuda en el hogar |
| Embarazo | Dificultad económica | Bajo rendimiento |
| Trabajo | Maternidad o paternidad | Embarazo |
| Maternidad o paternidad | Trabajo | Dificultad económica |

a) Complete la siguiente tabla de frecuencia absoluta con los datos:

Motivo	N° de personas (Frecuencia absoluta)
Ayuda en el hogar	
Bajo rendimiento	
Dificultad económica	
Embarazo	
Maternidad o paternidad	
No me interesa	
Trabajo	

b) ¿Cuántas personas del curso desertaron por bajo rendimiento?

c) ¿Cuál fue el principal motivo de deserción escolar en este curso?

d) ¿Qué Tipo de variable se manifiesta?

2) Se realizó una encuesta a los 30 trabajadores de una empresa, acerca de la frecuencia con la que toman desayuno, respondieron lo siguiente:

A veces	Nunca	Todos los días	Todos los días	A veces
A veces	Todos los días	Todos los días	Todos los días	Todos los días
Todos los días	A veces	Todos los días	Todos los días	Todos los días
Todos los días	Todos los días	Todos los días	Todos los días	A veces
Todos los días	Todos los días	Nunca	A veces	Todos los días
Todos los días	A veces	Todos los días	Todos los días	Todos los días

a) Complete la siguiente tabla de frecuencias absolutas con los datos:

Periodicidad	Nº de personas (Frecuencia absoluta)

b) ¿Cuántos trabajadores de la empresa toman desayuno todos los días?

c) ¿Qué significa la frecuencia absoluta del dato "a veces"?

3) Se realizó una encuesta a los 30 trabajadores de una empresa, acerca de la cantidad de hijos que tienen:

3	2	1	4	2	1	3	3	2	1
1	2	2	3	4	1	2	2	2	4
4	3	2	2	2	1	1	1	4	3

a) Complete la siguiente tabla de frecuencias absolutas con los datos:

Nº de hijos	Cantidad de trabajadores (Frecuencia absoluta)
.....
.....
.....
.....

b) ¿Cuántos trabajadores de la empresa tienen solo un hijo?

c) ¿Qué significa para esta encuesta la frecuencia absoluta 11?

d) ¿Qué tipo de variable estadística se registra en la encuesta?



Observe que la suma de la columna correspondiente a la frecuencia absoluta, corresponde al total de trabajadores encuestados

FRECUENCIA ABSOLUTA ACUMULADA

Es el número de veces que ha aparecido en la muestra un **valor menor o igual** que el de la variable. Notese que para variables cualitativas este valor no tiene sentido. Para determinar la frecuencia absoluta acumulada en datos dados en una tabla se suman las frecuencias absolutas observadas hasta la variable con la segunda, así hasta la última frecuencia absoluta, la última frecuencia absoluta acumulada debe ser igual a la cantidad de datos observados.

Ejemplo:

1) La siguiente tabla muestra el número de ejercicios completos que realizaron los estudiantes de 1º nivel de Enseñanza Media de jóvenes y adultos, de una guía de 6 preguntas el día antes de una prueba de matemática:

Nº ejercicios realizados	Frecuencia absoluta
0	2
1	5
2	2
3	4
4	5
5	11
6	9

a) Agregue a la tabla una columna con la frecuencia absoluta acumulada de cada dato.

Nº ejercicios realizados	Nº estudiantes (Frecuencia absoluta)	Frecuencia absoluta acumulada
0	2	2
1	5	7
2	2	9
3	4	13
4	5	18
5	11	29
6	9	38

Estos valores siempre serán iguales



TIPS

Para calcular la **frecuencia absoluta acumulada**:

Forma 1:

Sumamos todas las frecuencias absolutas hasta el dato, en este caso hasta el dato 3:

$$2+5+2+4=13$$

Forma 2:

Sumamos la frecuencia acumulada anterior con la frecuencia absoluta del dato:

$$9+4=13$$

Esta forma la puede utilizar como una regla de verificación.

b) ¿Qué significa que la frecuencia absoluta acumulada hasta 4 sea 18?

Significa que hay 18 datos menores o iguales a 4; es decir hay 18 jóvenes o adultos que hicieron 4 o menos ejercicios completos de la guía.

c) ¿Cuántos estudiantes realizaron menos de la mitad de la guía?

La guía tenía 6 ejercicios, la mitad de 6 es 3.

Nos preguntan cuántos estudiantes hicieron menos de la mitad de los ejercicios, por lo tanto en la tabla debemos observar la frecuencia absoluta acumulada de 2. Hay 9 estudiantes que hicieron menos de la mitad de la guía.



Actividad en el cuaderno

Escriba otras preguntas que pueda responder utilizando la frecuencia absoluta y la frecuencia absoluta acumulada.



ACTIVIDAD

Resuelva según lo indicado

1) Los siguientes datos corresponden al número de pedidos de tortas que la señora Soledad recibió a diario durante el mes de junio:



2- 5- 3- 4- 3- 5- 5- 2- 1- 5
 3- 4- 2- 2- 1- 0- 1- 5- 2- 3
 5- 3- 1- 4- 5- 5- 4- 3- 4- 5

a) Complete la siguiente tabla con la frecuencia absoluta y la frecuencia absoluta acumulada:

Nº pedidos realizados	Días (Frecuencia absoluta)	Frecuencia absoluta acumulada
0		
1		
2		
3		
4		
5		

b) ¿Qué significa la frecuencia absoluta acumulada hasta 4?

c) ¿Cuántas veces la señora Soledad recibió menos de 3 pedidos diarios en el mes de junio?

d) Si cada torta tiene un valor de \$7.000, ¿cuántos fueron los ingresos de la señora Soledad por la venta de tortas? ¿Qué dato de la tabla utilizó para calcularlo?



Actividad en el cuaderno

Escriba y conteste otras preguntas que pueda responder utilizando la frecuencia absoluta y la frecuencia absoluta acumulada.

2) Los siguientes datos corresponden a la cantidad de artículos defectuosos, de un total de 100 artículos, en 40 turnos, de una fábrica de baldosas:

18 - 18 - 20 - 21 - 20 - 19 - 19 - 21 - 18 - 18
 20 - 19 - 17 - 21 - 20 - 18 - 19 - 20 - 20 - 18
 17 - 18 - 19 - 20 - 19 - 19 - 17 - 18 - 18 - 19
 18 - 19 - 18 - 20 - 21 - 18 - 17 - 20 - 17 - 18



a) Complete la siguiente tabla con la frecuencia absoluta y la frecuencia absoluta acumulada:

Cantidad de artículos defectuosos	Nº de turnos (Frecuencia absoluta)	Frecuencia absoluta acumulada

b) ¿Qué significa la frecuencia absoluta acumulada hasta 21?

c) ¿En cuántos turnos hubo menos de 20 artículos defectuosos?

d) La empresa otorga bonos a los trabajadores si cada cuarenta turnos consecutivos hay 5 o menos turnos con 18 o menos artículos defectuosos. **¿Qué valor de la tabla indica si se recibirá o no el bono? ¿Por qué este valor indica si se recibirá o no el bono?**



Escriba y conteste otras preguntas que pueda responder utilizando la frecuencia absoluta y la frecuencia absoluta acumulada.

FRECUENCIA RELATIVA

La frecuencia relativa de un dato estadístico es el cociente entre la frecuencia absoluta de ese dato y la cantidad total de datos. Esta se puede expresar de forma simple o de forma porcentual.

$$\text{Frecuencia relativa simple} = \frac{\text{frecuencia absoluta}}{\text{Total de datos}}$$

$$\text{Frecuencia relativa porcentual} = \text{frecuencia relativa simple} \cdot 100\%$$



Ejemplo:

Una encuesta referida al día que elige una persona para ir al cine arrojó los siguientes resultados:



Día	Frecuencia absoluta
Lunes	4
Martes	5
Miércoles	12
Jueves	3
Viernes	8
Sábado	11
Domingo	7

a) Determine la frecuencia relativa simple.

Día	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa simple
Lunes	4	0,08
Martes	5	0,1
Miércoles	12	0,24
Jueves	3	0,06
Viernes	8	0,16
Sábado	11	0,22
Domingo	7	0,14
	50	1

50 personas contestaron la encuesta.

La suma de las frecuencias relativas simples siempre es 1.

$4 / 50 = 0,08$

b) Determine la frecuencia relativa porcentual.

Día	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa simple	Frecuencia relativa
Lunes	4	0,08	8%
Martes	5	0,1	10%
Miércoles	12	0,24	24%
Jueves	3	0,06	6%
Viernes	8	0,16	16%
Sábado	11	0,22	22%
Domingo	7	0,14	14%
	50	1	100%

La suma de las frecuencias relativas porcentuales es 100%.

c) ¿Qué significa que la frecuencia relativa porcentual del dato “viernes” sea 16%?

Significa que el 16% de las 50 personas encuestadas prefiere ir al cine los días viernes.

d) ¿Qué porcentaje de las personas encuestadas prefieren ir al cine los días sábado?

Un 22% de las personas encuestadas prefieren ir al cine los días sábado. Verificar esta información observando la frecuencia relativa porcentual del dato “sábado”.

$$\frac{1}{2} \% \cdot 5 = \frac{9}{6} \$ 4$$



ACTIVIDAD

Realice las actividades propuestas.

1) Complete la siguiente tabla que muestra la cantidad de llegadas de turistas según nacionalidad durante el año 2010 a los alojamientos turísticos de Isla de Pascua. (Fuente: T U R I S M O, informe anual 2010.):

Nacionalidad	N° de turistas (Frecuencia absoluta)	Frecuencia relativa simple	Frecuencia relativa porcentual
Italia	809		
Brasil	814		
Argentina	816		
Inglaterra	1.025		
España	1.065		
Alemania	1.763		
Japón	1.970		
Estados Unidos	2.630		
Francia	3.328		
Chile	13.425		

a) ¿Qué porcentaje de los turistas que llegaron a los alojamientos turísticos de Isla de Pascua durante el año 2010? son chilenos

b) ¿Qué porcentaje de turistas que alojaron en establecimientos turísticos de la isla proviene de Europa?

c) ¿De qué continente provienen más turistas: de América o de Asia?



2) Complete la siguiente tabla que muestra la cantidad de personas que asistieron a actividades culturales en Chile durante el año 2010 (Fuente: Encuesta de espectáculos públicos, INE).

Espectáculo	Nº de espectadores (Frecuencia absoluta)	Frecuencia relativa simple	Frecuencia relativa porcentual
Teatro infantil	392.343		
Teatro público general	1.189.949		
Ballet	180.495		
Danza moderna o contemporánea	262.415		
Danza regional y/o folclórica	561.405		
Concierto música docta	371.220		
Ópera	78.028		
Concierto música popular	2.396.585		
Circo	166.950		
Recital de poesía	15.224		

a) ¿Qué espectáculo presentó mayor porcentaje de personas y cuál fue el porcentaje?

b) ¿Qué porcentaje del total de personas asistieron a un espectáculo de ballet?

c) ¿Cuál es la diferencia entre el porcentaje de personas que asistieron al circo y el porcentaje que asistió a un recital de poesía?

d) ¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de personas que asistieron a un concierto de música docta y los que asistieron a un espectáculo de ópera?

FRECUENCIA RELATIVA ACUMULADA

La **frecuencia relativa acumulada** se puede expresar de forma simple o de forma porcentual. Para determinar la frecuencia relativa acumulada en datos dados en una tabla se suman las frecuencias relativas observadas hasta la variable con la segunda, así hasta la última frecuencia relativa. La última frecuencia acumulada deberá ser igual a 1 o 100% según sea simple o porcentual.

Ejemplo:

Un gimnasio registró la cantidad de horas semanales que acuden 50 personas. La tabla muestra el número de horas semanales y la cantidad de personas que la registran. Determine la frecuencia relativa simple y porcentual.



Nº de horas	Nº de personas
1	8
2	12
3	10
4	3
5	4
6	5
7	6
8	3

a) En la tabla de la columna se incorpora la frecuencia relativa acumulada simple y porcentual.

frecuencia absoluta

Multiplicamos cada frecuencia relativa simple por 100

Cantidad de horas	Cantidad de personas	Frecuencia relativa simple	Frecuencia relativa acumulada simple		Frecuencia relativa porcentual	Frecuencia relativa acumulada porcentual
1	8	0,16	0,16	$8/50 = 0,16$	16%	16%
2	12	0,24	0,4	$12/50 = 0,24$	24%	40%
3	10	0,2	0,6	$10/50 = 0,2$	20%	60%
4	3	0,06	0,66	$3/50 = 0,06$	6%	66%
5	4	0,08	0,74	$4/50 = 0,08$	8%	74%
6	5	0,1	0,84	$5/50 = 0,1$	10%	84%
7	6	0,12	0,96	$6/50 = 0,12$	12%	96%
8	2	0,04	1	$2/50 = 0,04$	4%	100%
	50	1			100%	

Estos valores siempre serán iguales a 1

Estos valores siempre serán iguales a 100%

a) ¿Qué significa que la frecuencia relativa porcentual acumulada hasta "4 horas" sea 66%?

Significa que el 66% de las 50 personas que visitan el gimnasio habitualmente acuden 4 o menos horas semanales a ejercitar.

b) ¿Qué porcentaje de las personas que se ejercitan en el gimnasio, lo hacen 7 o menos horas a la semana?

La tabla muestra que la frecuencia relativa acumulada hasta "7 horas" es 96%.

c) ¿Qué porcentaje de las personas que se ejercitan en este gimnasio lo hacen menos de 6 horas a la semana?

Un 74% de las personas asisten 5 horas o menos a la semana al gimnasio.



ACTIVIDAD

Resuelva cada ejercicio según lo indicado .



- 1) Complete la siguiente tabla que muestra la cantidad de préstamos aproximados de material bibliográfico de bibliotecas públicas a domicilio, según mes durante el año 2010.

Mes	Nº préstamos (Frecuencia absoluta)	Frecuencia relativa simple	Frecuencia relativa simple acumulada	Frecuencia relativa porcentual	Frecuencia relativa porcentual acumulada
Enero	53.000				
Febrero	46.000				
Marzo	25.000				
Abril	74.000				
Mayo	68.000				
Junio	69.000				
Julio	75.000				
Agosto	80.000				
Septiembre	72.000				
Octubre	80.000				
Noviembre	67.000				
Diciembre	45.000				

Responda:

- a) ¿Qué porcentaje del total de préstamos de material bibliográfico de bibliotecas públicas a domicilio del año 2010 se realizó entre enero y marzo?

- b) ¿Qué porcentaje del total de préstamos de material bibliográfico de bibliotecas públicas a domicilio del año 2010 se realizó en el mes de septiembre?

- c) ¿Qué porcentaje del total de préstamos de material bibliográfico de bibliotecas públicas a domicilio del año 2010 se realizó antes del mes de septiembre?

- d) ¿En qué mes del año 2010 hubo menos préstamos de material bibliográfico de bibliotecas públicas a domicilio? ¿A qué cree que se atribuye que en ese mes haya menos cantidad de préstamos a domicilio?

2) Complete la siguiente tabla que muestra la frecuencia de consumo de frutas y verduras en un grupo de personas encuestadas.



Frecuencia con la que comen frutas	Nº de personas (Frecuencia absoluta)	Frecuencia relativa simple	Frecuencia relativa simple acumulada	Frecuencia relativa porcentual	Frecuencia relativa porcentual acumulada
Todos los días	3.000				
2 o 3 veces por semana	360				
1 vez a la semana	580				
1 o 2 veces al mes	200				
Rara vez o nunca	1.200				

b) ¿Qué porcentaje de las personas encuestadas consumen verduras una vez a la semana?

c) ¿Qué porcentaje de las personas encuestadas consumen verduras menos de una vez a la semana?

d) ¿Qué porcentaje de personas encuestadas consumen frutas y verduras 2 veces al mes o menos?

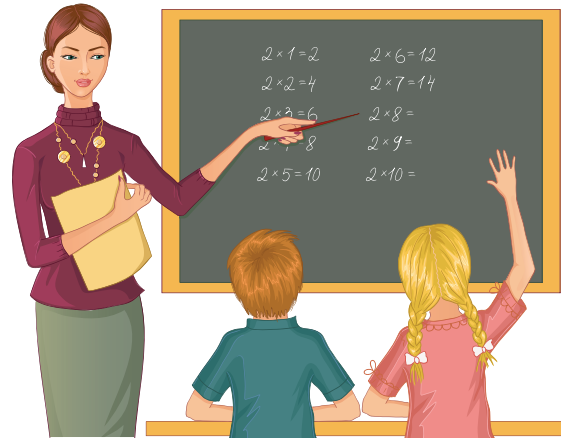


Ejemplo de tabla estadística completa:

En el siguiente ejemplo se mostrará una tabla completa, con todos los tipos de frecuencia.

Una profesora realiza una encuesta a los estudiantes de un curso de jóvenes y adultos, en la que se pregunta sobre la cantidad de hijos que tiene cada uno.

Para analizar la información en forma clara, se registran las respuestas en una tabla de frecuencias.



Cantidad de hijos	Frecuencia absoluta	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa simple	Frecuencia relativa acumulada simple	Frecuencia relativa porcentual	Frecuencia relativa acumulada porcentual
0	4	4	0,2	0,2	20%	20%
1	8	12	0,4	0,6	40%	60%
2	5	17	0,25	0,85	25%	85%
3	3	20	0,15	1	15%	100%
	20		1		100%	

Recuento de las respuestas de los estudiantes. (pointing to absolute frequency column)
 Frecuencia absoluta dividida el número total de datos. (pointing to simple relative frequency column)
 Frecuencia relativa simple multiplicada por 100. (pointing to percentage relative frequency column)

El tamaño de la muestra es 20, es decir 20 estudiantes respondieron la encuesta. (pointing to total absolute frequency)
 Estos valores deben ser iguales (pointing to cumulative absolute frequency column)
 La suma de las frecuencias relativas simples es 1 (pointing to total simple relative frequency)
 La suma de las frecuencias relativas es 100% (pointing to total percentage relative frequency)
 Estos valores deben ser iguales (pointing to cumulative percentage relative frequency column)



Actividad en el cuaderno

En base a la información entregada en la tabla responda:

- 1) **¿Cuántos estudiantes tienen dos o menos hijos?**
- 2) **¿Qué porcentaje del total de estudiantes del curso tiene menos de tres hijos?**
- 3) **¿Qué porcentaje de los estudiantes del curso tiene un hijo?**
- 4) **¿Cuántos estudiantes del curso tienen tres hijos?**
- 5) **Si existe una pareja en el curso que tiene dos hijos en común, ¿cómo se deberían contabilizar los datos?**
- 6) **¿Es lo mismo analizar la cantidad de hijos por familia que la cantidad de hijos por estudiante?**



Generalmente encontrará tablas que agrupan datos en distintas categorías, entregando gran cantidad de información.

La siguiente tabla entrega información sobre la cantidad de hombres y mujeres matriculados en los diferentes niveles de educación superior en el país, en el año 2007.

MATRÍCULA DE PRIMER AÑO POR TIPO DE INSTITUCIÓN Y GÉNERO								
Índices 2007								
Matrícula Primer Año	Universidades		Ins. Profesionales		C. Formación Técnica		Total	
Femenina	58.452	50%	23.921	44%	17.368	49%	99.741	48%
Masculina	57.449	50%	30.791	56%	18.386	51%	106.626	52%
Total	115.901		54.712		35.754		206.367	

Fuente: Consejo Superior de Educación

Matrícula de 1º año en CFT por género			Matrícula de 1º año total en educación superior por género		
Matrícula 1º año	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Matrícula 1º año	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Femenina	17.368	49%	Femenina	99.741	48%
Masculina	18.386	51%	Masculina	106.626	52%
	35.754	100%		206.367	100%

Matrícula femenina de 1º año por tipo de institución		Matrícula masculina de 1º año por tipo de institución	
Matrícula 1º año	Frecuencia absoluta	Matrícula 1º año	Frecuencia absoluta
Universidad	58.452	Universidad	57.449
Inst. Profes.	23.921	Inst. Profes.	30.791
CFT	17.368	CFT	18.386
	99.741		106.626

Matrícula de 1º año total por tipo de institución	
Matrícula 1º año	Frecuencia absoluta
Universidad	115.901
Inst. Profes.	54.712
CFT	35.754
	206.367



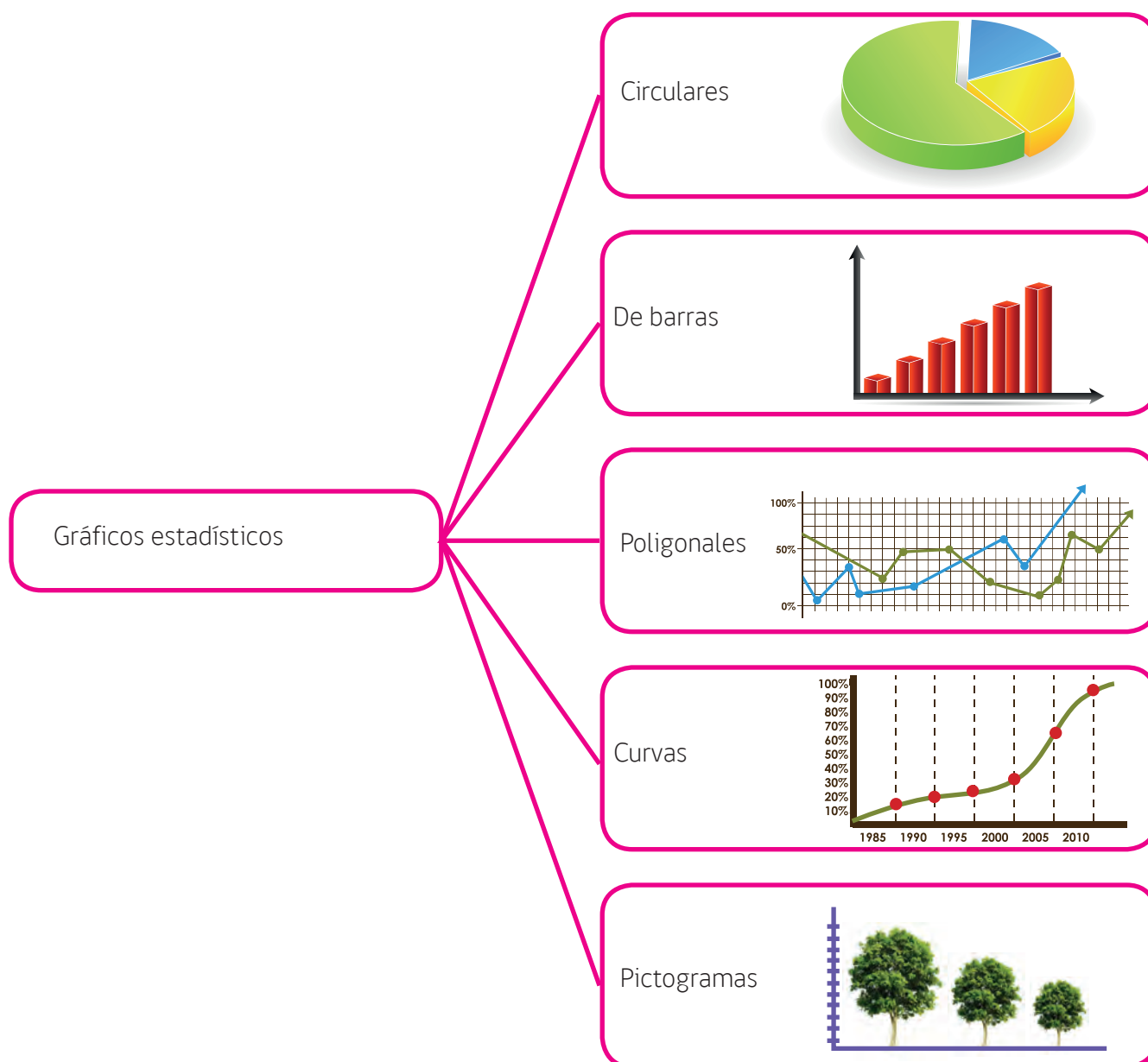
Actividad en el cuaderno

1) Escriba tres afirmaciones que pueda desprender de la información que entregan las tablas.

GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Más de alguna vez debe haber encontrado en diarios y revistas información en gráficos sobre salud, economía, comercio, ciencias, etc.

Los gráficos son una forma útil y simple de mostrar información que nos interesa. Hay distintos tipos de gráficos, algunos de ellos son:



El tipo de gráfico a utilizar dependerá de lo que se quiere comunicar y de la información con la que se cuenta. En esta guía estudiaremos dos tipos de gráficos: los gráficos de **barras** y los gráficos **circulares**.

GRÁFICOS DE BARRAS

Los gráficos de barra muestran datos de forma visual, utilizando barras horizontales y verticales cuyas longitudes son proporcionales a las cantidades que representan, ubicadas entre dos ejes perpendiculares.

¿Como construir un gráfico de barras?

Para construir un gráfico de barras se debe disponer de una tabla de valores y de papel cuadriculado, en el que se trazan dos ejes perpendiculares.

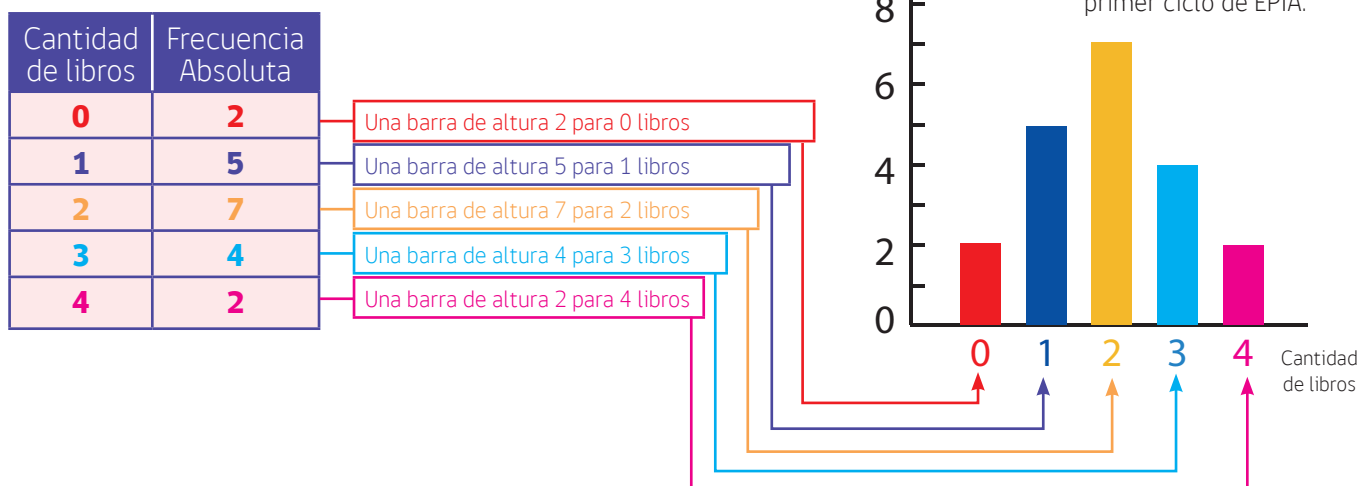
En el eje x ubicamos los valores de la variable independiente y en el eje "y" los valores de la variable dependiente.

Para finalizar se dibujan las barras cuya altura será indicada por la frecuencia absoluta de la tabla. No olvide escribir un título y los nombres de los ejes, que indicaran lo que representa el gráfico.

Ejemplos:

1) En la tabla se muestra la cantidad de libros leídos durante un año por los estudiantes de primer ciclo de educación para personas jóvenes y adultas (EPJA).

Construiremos un gráfico de barras a partir de los datos de la tabla.



2) Deseamos estudiar cómo ha variado la estatura de una niña a través de su vida. Para esto hemos medido su estatura año por año:

Esta tabla, contiene los datos de la estatura de la niña a través del tiempo.

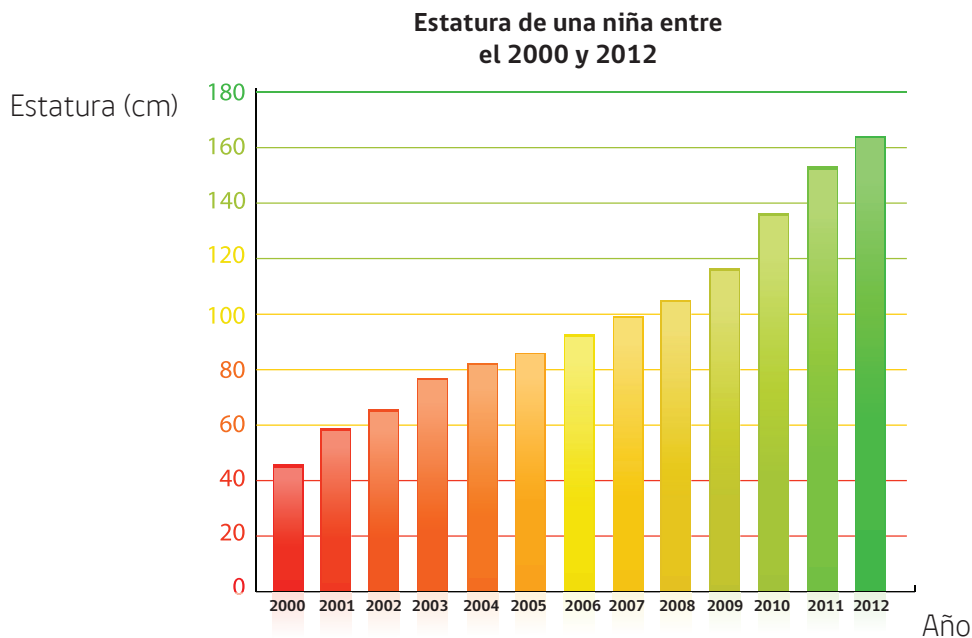


Año	Estatura (cm)
2000	45
2001	60
2002	70
2003	78
2004	84
2005	89
2006	95
2007	101
2008	110
2009	118
2010	135
2011	152
2012	164

En este caso un gráfico de barras permite expresar de forma visual la estatura a través del tiempo.

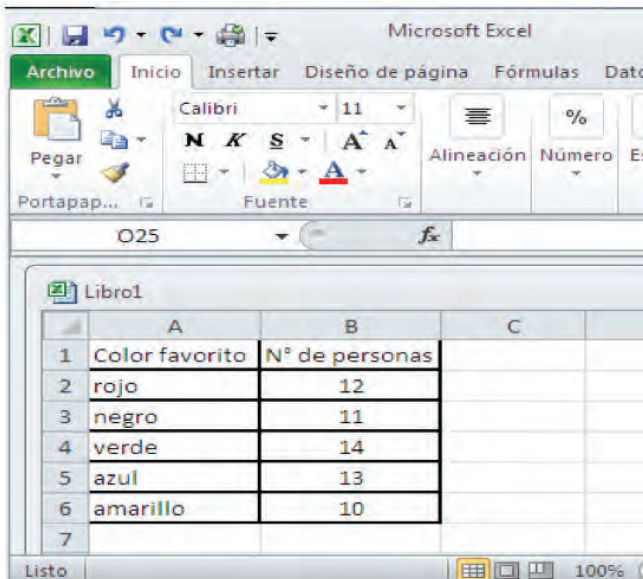
Para graficar dibujaremos ejes perpendiculares, en el eje horizontal marcaremos los años y en el vertical las estaturas.

Dibujaremos barritas que representen la estura de la niña cada año. Cada barrita tendrá una altura que "a escala" representa la estatura que el niño tenía ese año. Así la primera llega a 45 porque esa era su estatura al nacer, la segunda mide 60 porque en el año 2001 la estatura del niño era de 60 cm, etc.



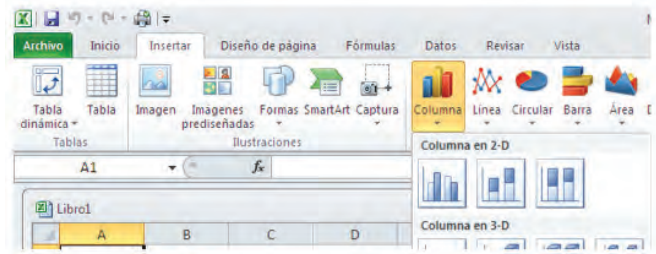
PASOS PARA CONSTRUIR UN GRÁFICO DE BARRAS UTILIZANDO EXCEL

1) Copiaremos la tabla de frecuencia en la planilla Excel

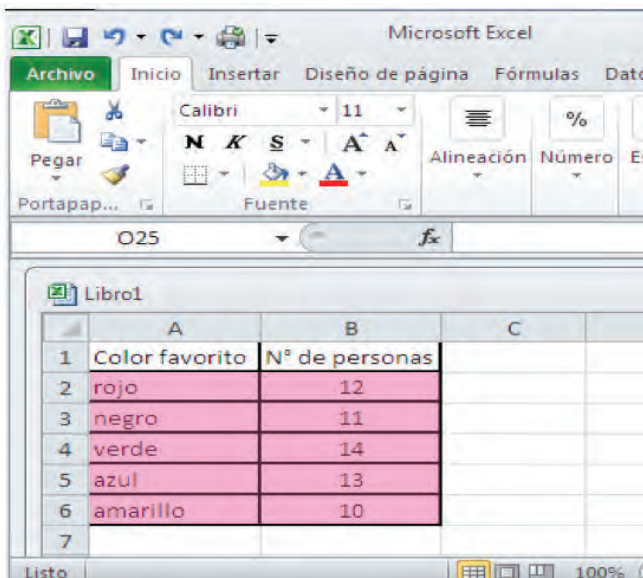


	A	B	C
1	Color favorito	Nº de personas	
2	rojo	12	
3	negro	11	
4	verde	14	
5	azul	13	
6	amarillo	10	
7			

3) En la pestaña insertar, presione el ícono del tipo de gráfico que desea incorporar. En este caso seleccionaremos columna y el primer gráfico de 2D.

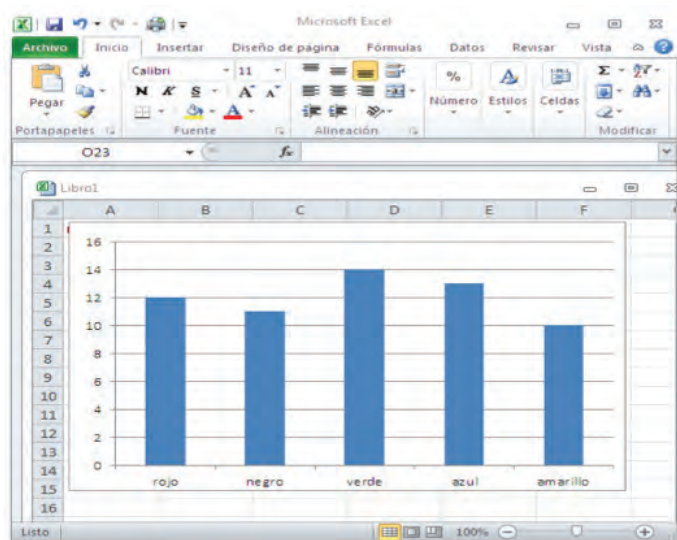


2) Grafique la situación anterior con el programa Excel y compárela con la gráfica realizada en el ejercicio 1.



	A	B	C
1	Color favorito	Nº de personas	
2	rojo	12	
3	negro	11	
4	verde	14	
5	azul	13	
6	amarillo	10	
7			

4) Podrá ver el gráfico que representa los datos contenidos en la tabla:





ACTIVIDAD

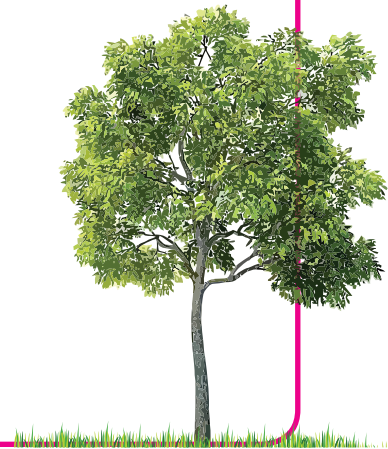
Realice un gráfico de barras que represente la información contenida en las tablas de las siguientes situaciones:

1) La siguiente tabla nos entrega información acerca de la altura de un árbol a través de los años:

Años	Altura (cm)
1	60
2	100
3	190
4	270
5	390
6	500
7	560
8	590
9	620

Grafique:

Altura de un árbol a través de los años



2) La siguiente tabla muestra las notas promedios de un niño en los últimos 5 cursos:

Curso	Nota
6° básico	6,2
7° básico	5,8
8° básico	5,0
1° medio	5,3
2° medio	4,5

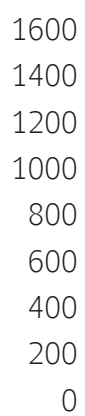
Grafique:

Promedios de notas durante los últimos cinco años

3) La siguiente tabla muestra las precipitaciones anuales en mm según estación meteorológica en el año 2010:

Estación	2010
Arica	0,0
Iquique	0,0
Antofagasta	1,4
Isla de Pascua	797,4
La Serena	67,8
Valparaíso (Jardín Botánico)	274,3
Santiago (Quinta Normal)	2595
Pudahuel	161,0
Juan Fernández	896,1
Curicó	375,7
Chillán	6593
Concepción	760,2
Temuco	860,6
Valdivia	1491,8
Osorno	1041,3
Puerto Montt	1293,2
Coyhaique	1018,1
Balmaceda	566,8
Punta Arenas	306,6
Base Antártica Eduardo Frei	450,4

Grafique:



LECTURA DE UN GRÁFICO DE BARRAS

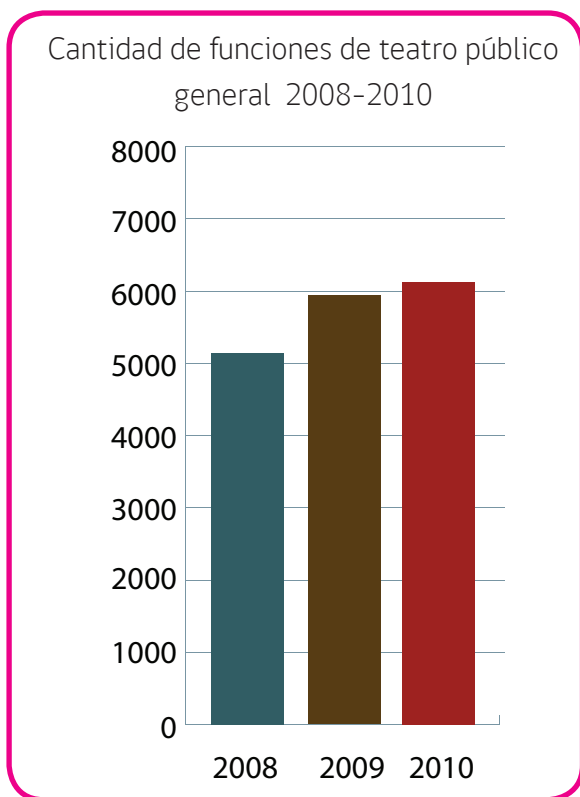
Además de saber construir gráficos, es importante saber interpretar la información que nos entregan para tomar decisiones.

Para hacerlo es importante prestar atención al título y todas las indicaciones que estén anotadas, especialmente las que se refieren a la escala del gráfico.

La escala del gráfico nos indica cuánto representa cada división, puede ser millones de personas, mil toneladas, millones de pesos o miles de hectáreas.



Ejemplo:



Fuente: INE

De este gráfico de barras podemos extraer mucha información, por ejemplo:

- Durante el año 2008 se realizaron más de 5.000 funciones de teatro para público general.
- Durante el año 2009 se realizaron cerca de 6.000 funciones de teatro para público general.
- Durante el periodo 2008-2010 ha aumentado anualmente la cantidad de funciones de teatro para público general.
- El aumento de la cantidad de funciones de teatro para público general fue mayor entre los años 2009 y 2010, que entre los años 2008 y 2009.
- Si se mantiene la tendencia, se podría inferir que en el año 2011 se realizaron más de 7.000 funciones de teatro para público general.

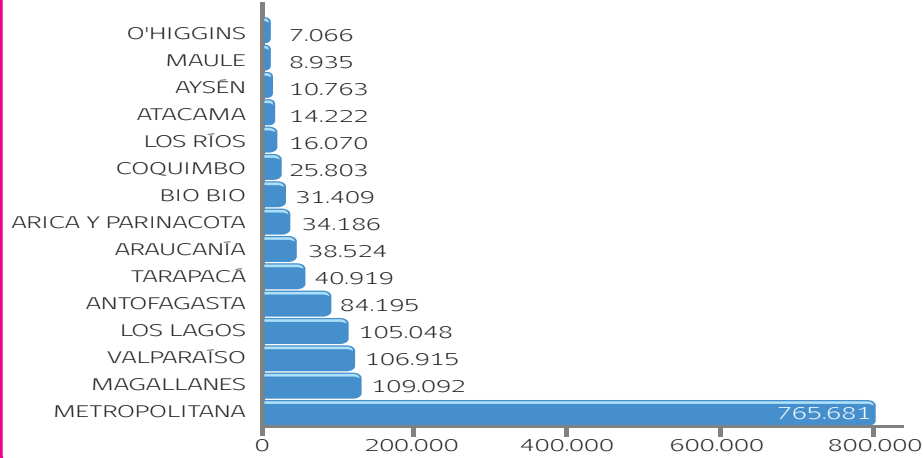


ACTIVIDAD

Los siguientes gráficos han sido extraídos de diversas fuentes. Indique si las afirmaciones son verdaderas o falsas escribiendo una V o F al costado de cada una de ellas:

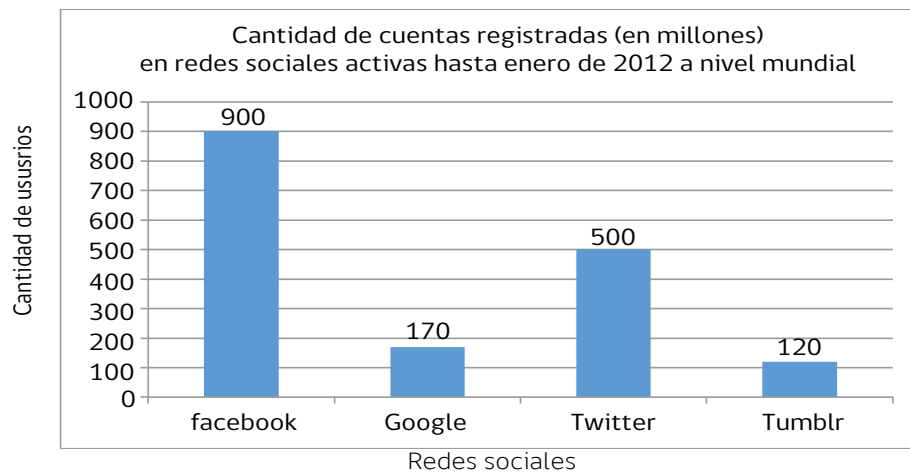
1)

Cantidad de alojamientos turísticos ocupados por extranjeros, durante el año 2010, según región:



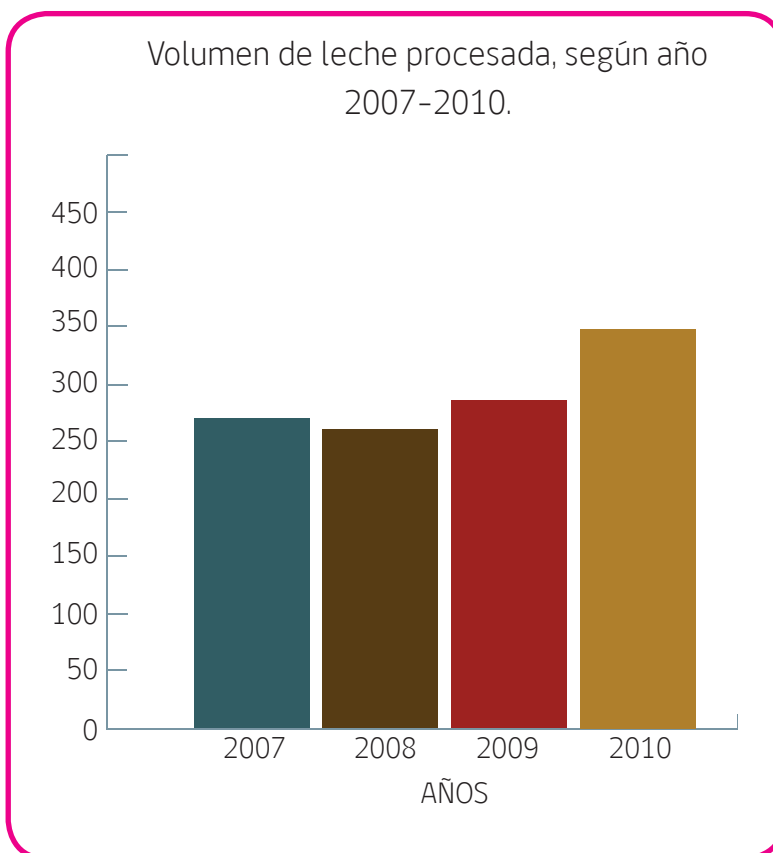
- ___ La región de Chile que recibió la mayor cantidad de extranjeros en establecimientos de alojamiento turístico en 2010 fue la región Metropolitana.
- ___ La región de OHiggins recibió 765.681 extranjeros en establecimientos de alojamiento turístico en 2010.
- ___ La región Araucanía recibió menos extranjeros en sus establecimientos de alojamiento turístico que Valparaíso.

2)



- ___ En enero de 2012 había más de 800 millones cuentas registradas en la red social Facebook.
- ___ En enero de 2012 había 500 millones de cuentas registradas en la red social Twitter.
- ___ La red social que registró mayor cantidad de cuentas en enero de 2012 fue Facebook.
- ___ Google registró mayor cantidad de cuentas que Twitter en enero de 2012
- ___ En enero de 2012 Facebook registró 730 millones de cuentas más que Google.

3)



- _____ Durante el año 2009 se procesaron menos de 300 litros de leche.
- _____ Durante el periodo 2007- 2010 el año en que hubo mayor cantidad de litros de leche procesada fue en 2010.
- _____ En el año 2008 se procesaron menos litros de leche que en el año 2009.
- _____ En el periodo 2007-2010 la cantidad de litros de leche procesada ha ido en aumento.
- _____ En año 2010 se procesaron más de 350 millones de litro de leche que en el año 2009.



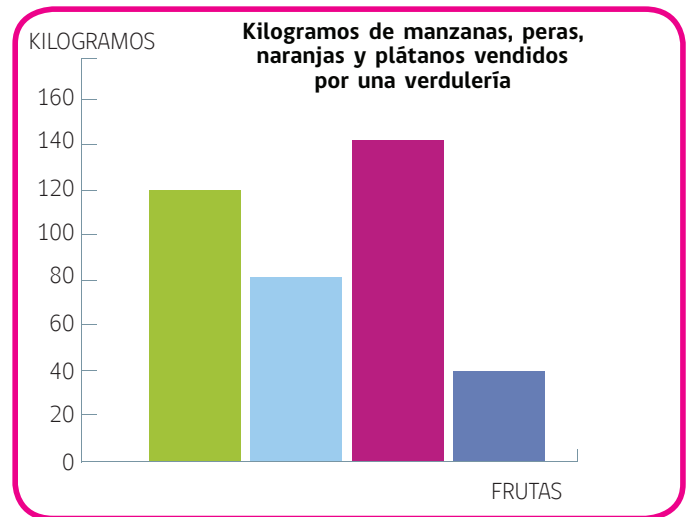
Actividad en el cuaderno

Busque en revistas, periódicos o Internet 6 gráficos de barras e interprételes formulando al menos 5 afirmaciones correctas con la información que entregan.



Marque la alternativa correcta

El gráfico muestra la cantidad de kilos de manzanas, peras, naranjas y plátanos vendidos por una verdulería en una semana:



Las etiquetas con los nombres de las frutas fueron borradas. Sin embargo, se sabe que las manzanas fueron las más vendidas, y los menos vendidos fueron los plátanos. Como dato se tiene que se vendieron más peras que naranjas.

Sobre la base de la información entregada responda:

1) ¿Cuál es el orden, desde la izquierda a la derecha, de las etiquetas de las barras en el gráfico?

- a) Naranjas, peras, plátanos, manzanas
- b) Peras, naranjas, manzanas, plátanos
- c) Manzanas, peras, naranjas, plátanos
- d) Plátanos, naranjas, peras, manzanas

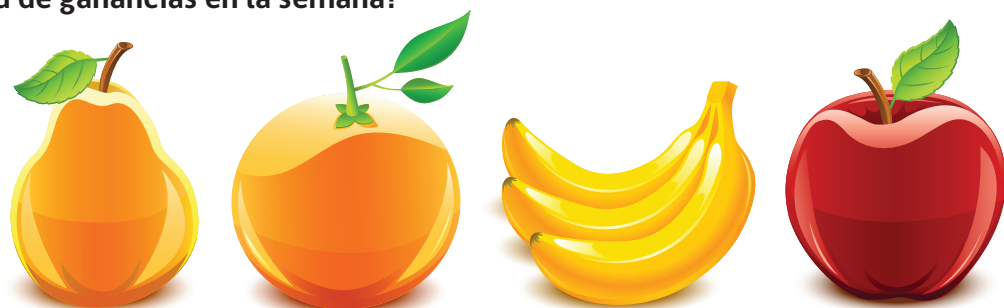
2) ¿Cuántos kilos de peras se vendieron?

- a) 40
- b) 80
- c) 120
- d) 140



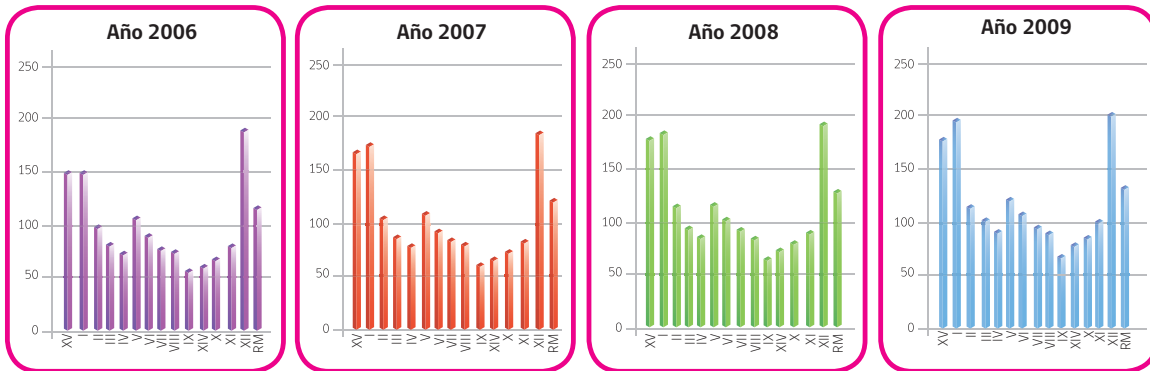
3) Si considera que las ganancias por la venta de cada kilo de manzanas es de \$ 150, por cada kilo de naranjas es de \$ 100, por cada kilo de peras es de \$ 90 y por cada kilo de plátanos es de \$ 190. ¿Qué fruta generó menor cantidad de ganancias en la semana?

- a) Peras
- b) Naranjas
- c) Plátanos
- d) Manzanas

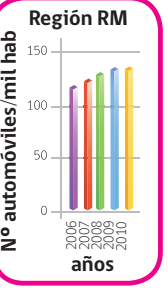
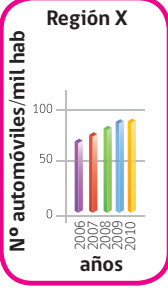
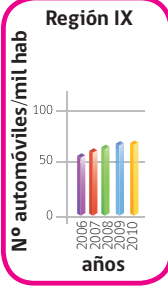
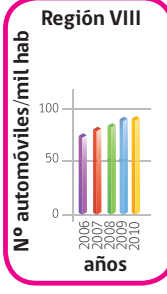
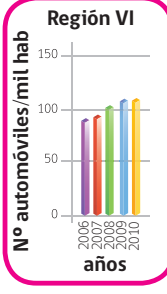
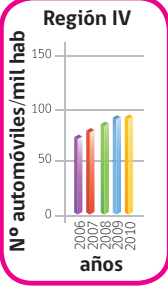
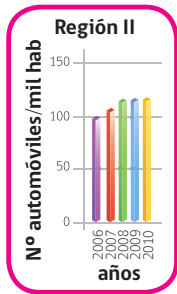
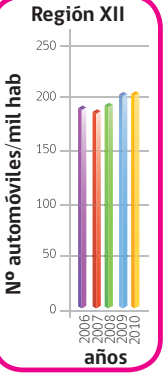
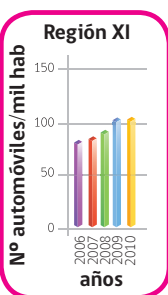
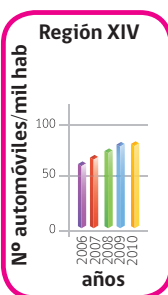
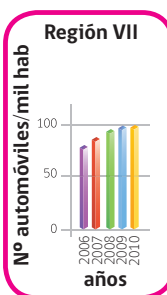
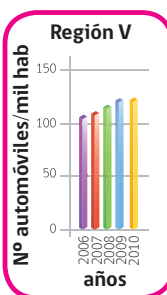
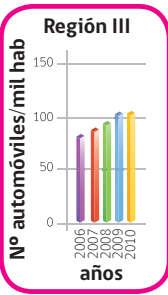
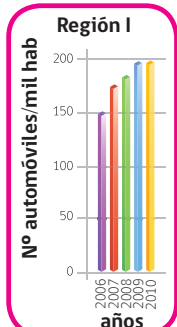
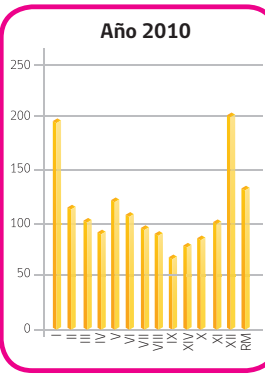
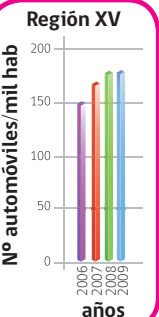
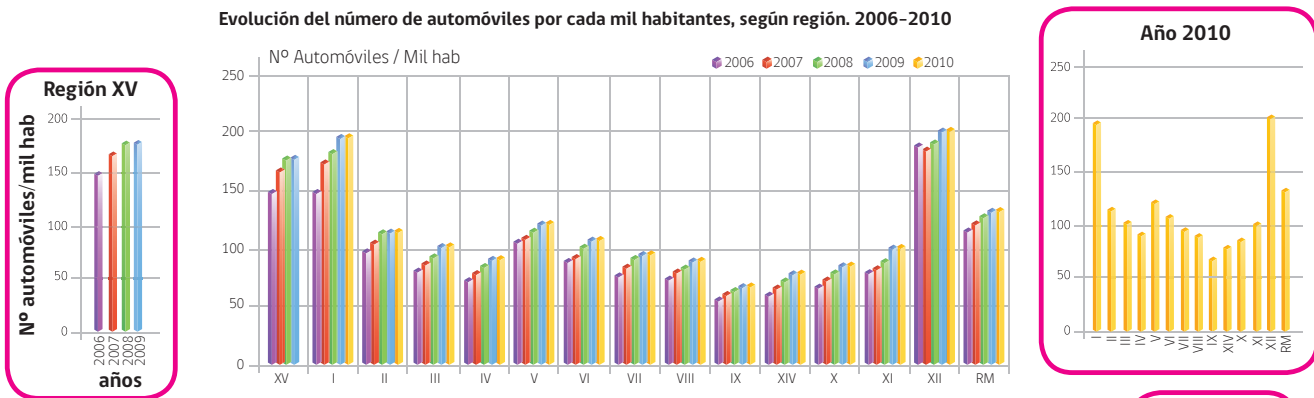




Frecuentemente encontrará gráficos que nos entregan gran cantidad de información como el que veremos a continuación. Para comprenderlo puede analizar cada parte del gráfico, en este caso separando por región o por año, de la siguiente forma:



Evolución del número de automóviles por cada mil habitantes, según región. 2006-2010



ACTIVIDAD

Sobre la base de la información que entrega el gráfico responda:

- ¿En qué región del país hubo más automóviles por cada mil habitantes en el año 2010?
- En la primera región ¿Hubo un aumento o disminución del número de automóviles por cada mil habitante en el periodo 2006 a 2010?

Escriba 5 afirmaciones que pueda hacer en base a la información que entrega el gráfico.

GRÁFICOS CIRCULARES

Los gráficos circulares presentan características de un conjunto de datos en un círculo. En este tipo de gráficos, cada sector del círculo indica la frecuencia relativa de los datos analizados.



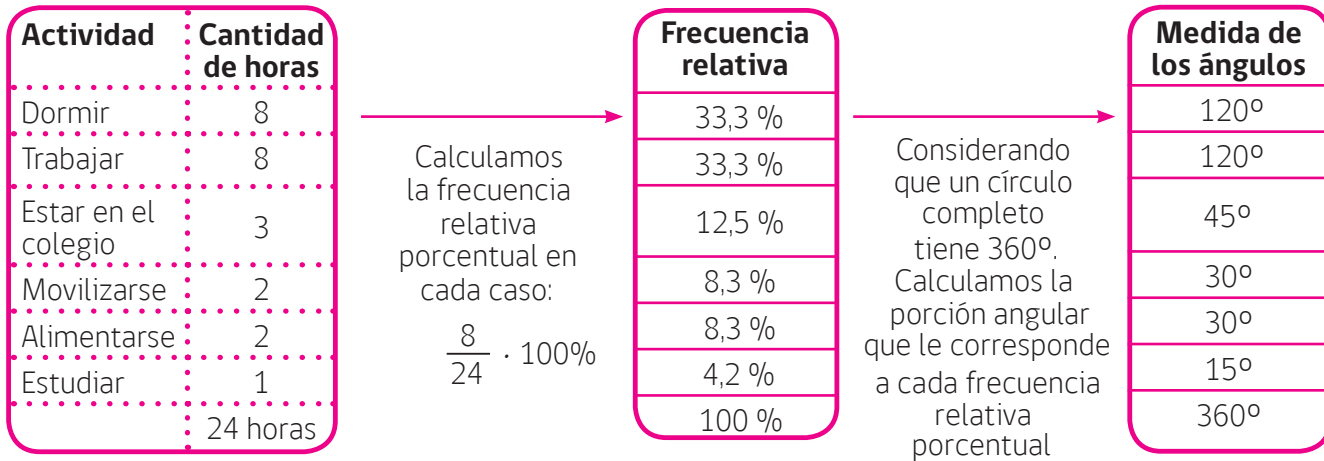
Previo a construir un gráfico circular es útil recordar que:

- Un ángulo completo mide 360°.
- Para dividir un círculo es útil un transportador.

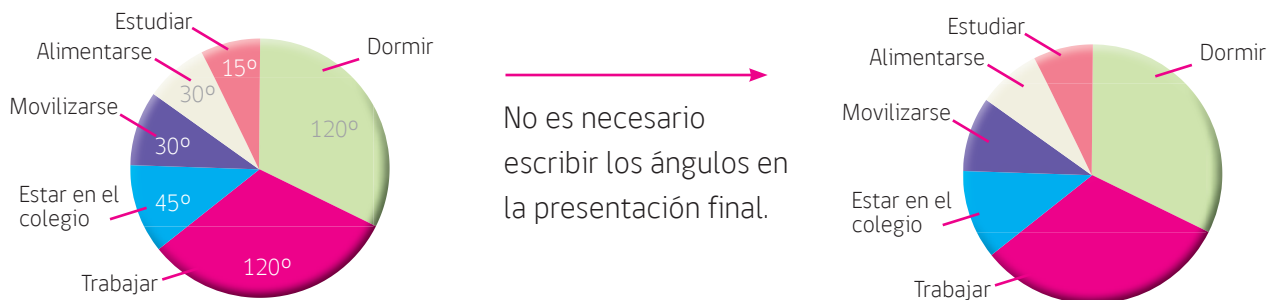


Ejemplos:

1) Valentina nos proporciona los siguientes datos, relacionados con la distribución de su tiempo durante un día miércoles:



Utilizando un transportador dividimos un círculo según las medidas de los ángulos obtenidos.



2) El presupuesto de la familia Fuentes Saldaña está distribuido de la siguiente forma:

ítem	%
Casa	30%
Alimentación	40%
Movilización	8%
Vestuario	10%
Varios	12%
	100

Considerando que nuestro 100% es 360° calculamos cada porcentaje de 360° .

Medida de los ángulos

$$30 : 100 \cdot 360 = 108^\circ$$

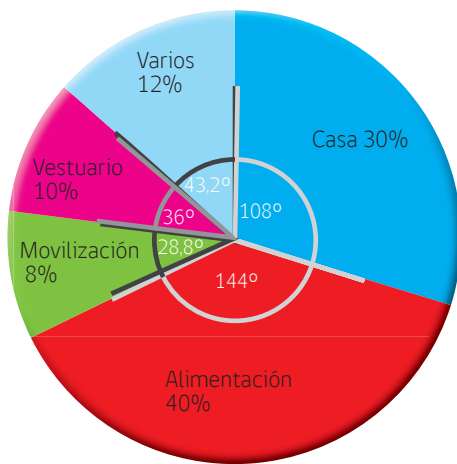
$$40 : 100 \cdot 360 = 144^\circ$$

$$8 : 100 \cdot 360 = 28,8^\circ$$

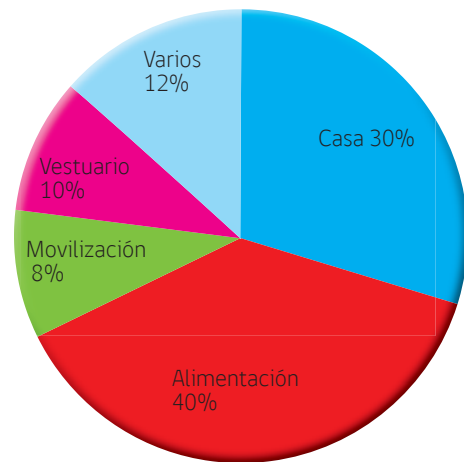
$$10 : 100 \cdot 360 = 36^\circ$$

$$12 : 100 \cdot 360 = 43,2^\circ$$

$$360^\circ$$



No es necesario escribir los ángulos en la presentación final



ACTIVIDAD Realice lo solicitado

1) Analice el presupuesto de su familia y realice un gráfico circular con los datos.

2) Anote **¿cuántas horas de clases tiene en la semana?** y **¿cuántas son de cada ramo?**. Trace un gráfico circular con los datos.

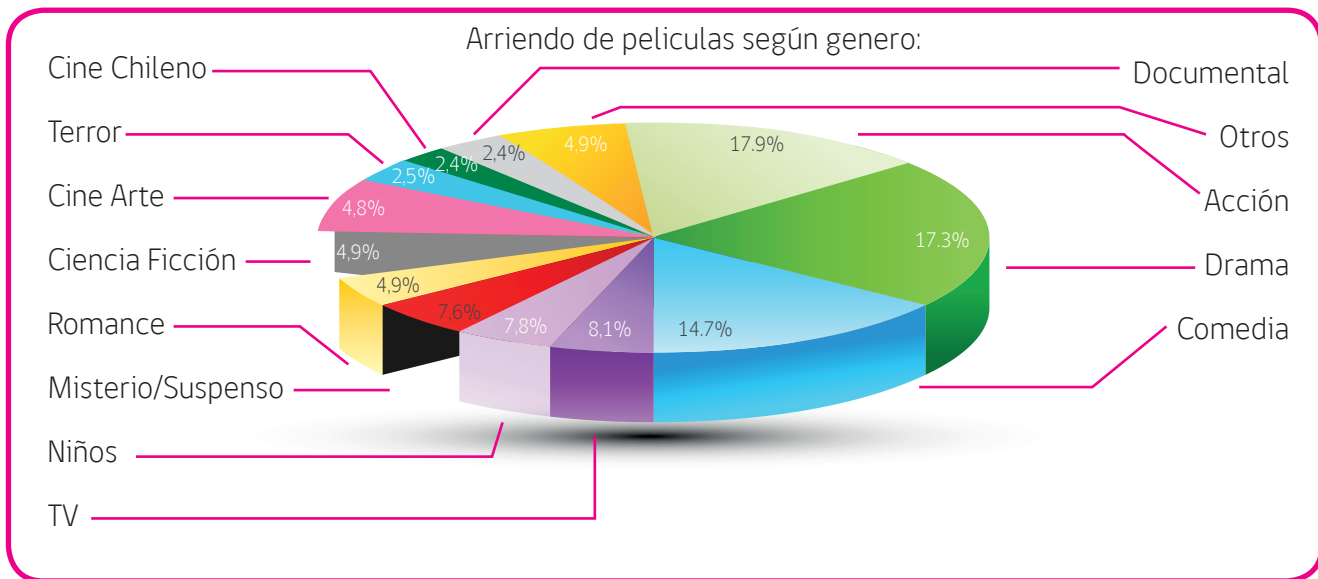
3) Construya un gráfico circular para la información entregada en la tabla sobre la cantidad de títulos de libros de literatura chilena registrados en I.S.B.N y distribución según género en 2010:

GÉNERO	2010	
	Títulos	Porcentaje
Total	998	100,0%
Poesía	303	30,4%
Narrativa	268	26,9%
Lit. Infantil	332	33,3%
Ensayos	95	9,5%



ACTIVIDAD Análisis de gráficos circulares

1) Observe el siguiente gráfico:



a) ¿Cuál o cuáles fueron el o los género(s) de película más arrendados en el año 2010?

b) ¿Cuál o cuáles fueron el o los género(s) menos arrendados durante el año 2010?

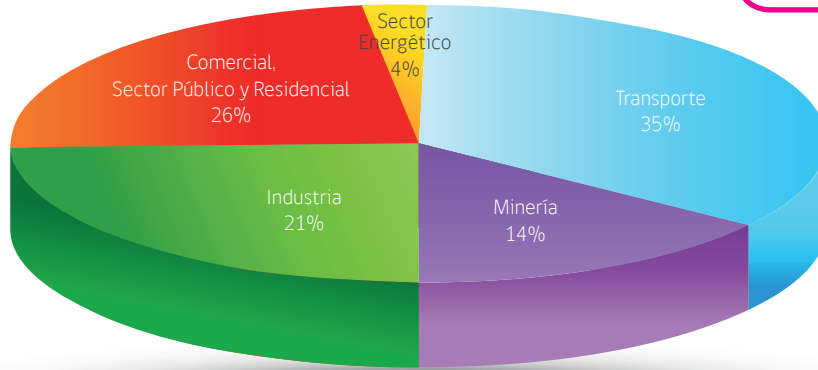


Observe el siguiente gráfico:



El consumo sectorial de energía es la demanda energética de los procesos que utilizan energía para obtener un servicio o un bien específico de uso final.

Consumo sectorial de energía en Chile



Fuente: Ministerio de Energía. Balance Nacional de Energía 2009

Según la información entregada en el gráfico marque la alternativa correcta:

1) ¿Qué sector es el que tuvo mayor cantidad de consumo de energía durante el año 2009 en Chile?

- a) Transporte b) Minería
c) Energético d) Industria

2) ¿Qué sector es el que tuvo menor cantidad de consumo de energía durante el año 2009 en Chile?

- a) Transporte b) minería
c) Energético d) Industria

3) Si el consumo total de energía en Chile el año 2009 es de 249.569 teracalorías, ¿qué cantidad de teracalorías fue consumida por el sector comercial, público y residencial en ese año?

- a) 34.940 b) 52.409
c) 64.888 d) 87.349



1 teracaloría es el equivalente a 1.000.000.000.000 calorías. En promedio, se estima que un automóvil que recorre 53 kilómetros consume 40.850.000 calorías.

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Muchas veces es necesario representar un conjunto de datos por un solo valor, que sirva de referencia para interpretar información y pueda representar de la mejor manera a todos los valores del conjunto.

A continuación, analizaremos tres de estos datos: **media aritmética**, la **mediana** y la **moda**, llamados medida de tendencia central.

MEDIA ARITMÉTICA

La media aritmética de un conjunto de datos es la suma de todos ellos divididos por el número total de datos. Se representa con el símbolo \bar{x} .

La media aritmética entre x_1, x_2, \dots, x_n está dada por

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$



La media aritmética se conoce como promedio, por ejemplo el promedio de notas.



Ejemplos:

1) Calcule la media aritmética de los números 7, 9, 10, 14

La media aritmética está dada por:

$$\bar{x} = \frac{7+9+10+14}{4} = \frac{40}{4} = 10$$

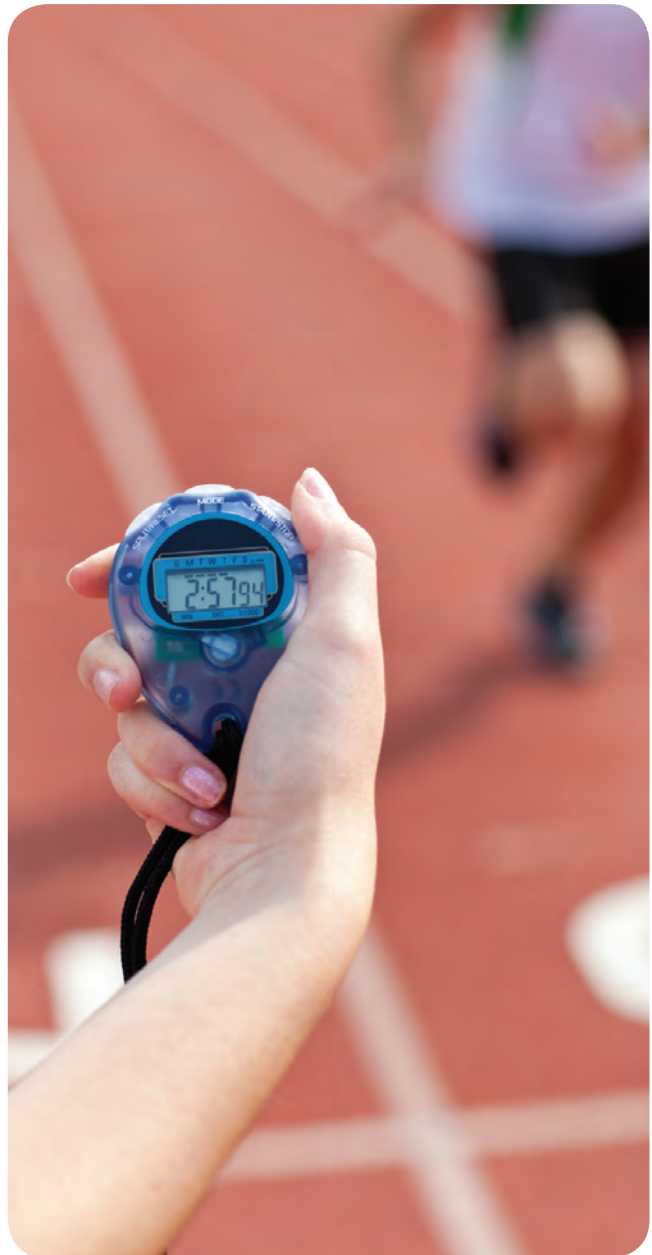
Respuesta: El promedio de los valores 7, 9, 10 y 14 es 10

2) En una carrera de juegos deportivos, el tiempo de cada participante es medido por cuatro jueces. Cuando llega el primer jugador los cuatro jueces tomaron un tiempo diferente. Por lo tanto, deciden que el tiempo oficial será la media aritmética entre los cuatro tiempos. Calcule el tiempo oficial.

El tiempo oficial está dado por la media aritmética entre 28, 32, 29 y 31, por lo tanto la calculamos de la siguiente forma:

$$\bar{x} = \frac{28+32+29+31}{4} = \frac{120}{4} = 30$$

Respuesta: El tiempo oficial es de 30 segundos.



Podemos verificar este resultado calculando numéricamente el promedio:

$$\bar{x} = \frac{3+4+2+2+5+2}{6} = \frac{18}{6} = 3$$



ACTIVIDAD

Resuelva los siguientes ejercicios y situaciones.

1) Calcule la media aritmética de los siguientes conjuntos de datos:

a) 5, 8, 10, 12 y 20

b) 2, 9, 6, 3, 5 y 7

c) 3,1; 2,4; 5,1 y 4

2) Vicente cursó 1° nivel de Enseñanza Media de educación de adultos y obtuvo las siguientes notas:

Lenguaje y comunicación: 5,3

Inglés: 5,8

Matemática: 6,3

Historia, geografía y ciencias sociales: 5,0

Ciencias naturales: 6,0

Si se pregunta a Vicente por su promedio de notas 1° nivel de Enseñanza Media, **¿qué nota debe decir?**

3) En un banco se exhibe la siguiente información:

Crédito Hipotecario

Requisitos generales:

- Ser mayor de edad.
- Antigüedad laboral mínima de un año.
- Renta líquida mensual igual o superior a \$400.000 (fija o variable*)

*Se considerará para la renta variable el promedio de los ingresos de los 6 últimos meses.

Soledad tiene 26 años y lleva 3 años trabajando en una empresa. Durante los últimos seis meses sus rentas líquidas han sido las siguientes: \$ 317.000, \$ 420.000, \$ 340.000, \$ 453.000, \$ 362.000, \$ 406.000.

¿Puede acceder al crédito hipotecario? Fundamente su respuesta.

4) Un deportista logró en una ocasión la puntuación 4, tres veces la puntuación 5, dos veces la puntuación 6 y una vez la puntuación 7. Para clasificar a los Juegos Olímpicos necesita que la media aritmética de los puntajes obtenidos sea igual o superior a 5, **¿clasificará?** Justifique su respuesta.



5) Calcule visualmente el promedio de monedas por torre que hay en la siguiente imagen:



MEDIANA

La mediana de un conjunto de datos ocupa la posición central en el conjunto de **datos ordenados**.

Distinguiremos dos formas para calcular la mediana de un conjunto de datos no agrupados en intervalos: para un número par de datos y para un número impar de datos.

MEDIANA DE UN NÚMERO IMPAR DE DATOS

La mediana de un conjunto que contiene un número impar de datos ordenados según su magnitud es el valor que se encuentra exactamente en el centro, tal que el número de datos menores que él es igual al número de datos mayores que él.

Ejemplos:

1) Calcular la mediana entre los números 23, 8, 6, 15, 11.

Solución:

Lo primero será ordenar los datos: 6, 8, 11, 15, 23.

El valor que se encuentra en el centro es 11.

Por lo tanto la mediana de este conjunto de datos es 11.

2) Los datos corresponden a la altura de los nueve jugadores más altos de la NBA son:

Gheorghe Muresan	2,31 m
Manute Bol	2,31 m
Shawn Bradley	2,29 m
Yao Ming	2,29 m
Chuck nevitt	2,26 m
Slavko Vrane	2,26 m
Pavel Podkolzin	2,26 m
Mark Eaton	2,24 m
Rik Smits	2,24 m



Para calcular la mediana, lo primero es ordenar los datos de menor a mayor, luego ubicar el dato que se encuentra en la posición central.

Una vez ordenados los datos de menor a mayor, se ubica el dato que se encuentre en la posición media, en este caso 2,26 m.

En resumen la mediana entre los datos de altura para los nueve jugadores más altos de la NBA es 2,26 m; esto nos indica que la mitad de ellos mide igual o menos de 2,26 y la otra mitad igual o más de 2,66 m.



ACTIVIDAD Resuelva los siguientes ejercicios y situaciones.

1) Calcule la mediana de los siguientes conjuntos de datos:

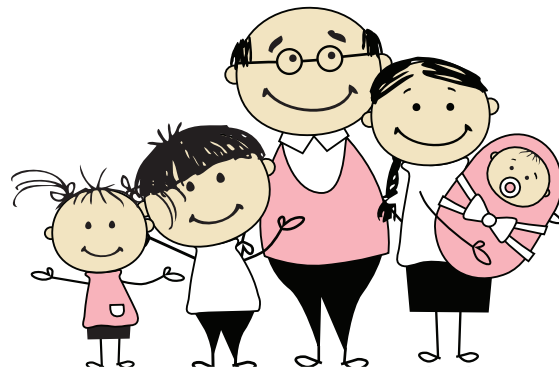
a) 2, 6, 1, 8, 6, 10 y 3

b) 3, 12, 4, 3, 8, 4, 7, 3 y 9

c) 6,2; 5,4; 5,2; 6 y 3,8

2) Una pequeña empresa contrata a 5 administrativos con un sueldo de \$260.000 cada uno y a 6 ingenieros con un sueldo de \$900.000 cada uno. **¿Cuál es la mediana de los sueldos?**

3) Observe con atención la siguiente imagen, **¿Cuál de los integrantes de la familia tiene como altura la mediana?**



MEDIANA DE UN NÚMERO PAR DE DATOS

Si el número de datos de un conjunto es par, la mediana es la media aritmética de los dos valores centrales.

Ejemplos:

1) Calcular la mediana de los datos 4, 6, 1, 3, 10, 7, 9 y 3

Solución:

Lo primero será ordenar los datos: 1, 3, 3, 4, 6, 7, 9, 10

En este caso encontramos dos valores en el centro que son 4 y 6.

Calculamos la media aritmética entre estos dos valores:

$$\bar{x} = \frac{4 + 6}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

Por lo tanto la mediana es 5

2) En la imagen, puede ver las edades de las personas que participarán como actores en una obra de teatro.

¿Cuál es la mediana de sus edades?

Solución:

Lo primero será ordenar las edades:

18, 18, 26, 31, 41, 62

En este caso encontramos dos valores en el centro que son 26 y 31.



Calculamos la media aritmética entre estos dos valores:

$$\bar{x} = \frac{26 + 31}{2} = \frac{57}{2} = 28,5$$

Por lo tanto la mediana de las edades es 28,5.

Esta medida nos indica igual número de actores tienen menos de 28,5 años o igual número de actores tiene más de esa edad.


ACTIVIDAD Resuelva los siguientes ejercicios

1) Calcule la mediana de los siguientes conjuntos de datos:

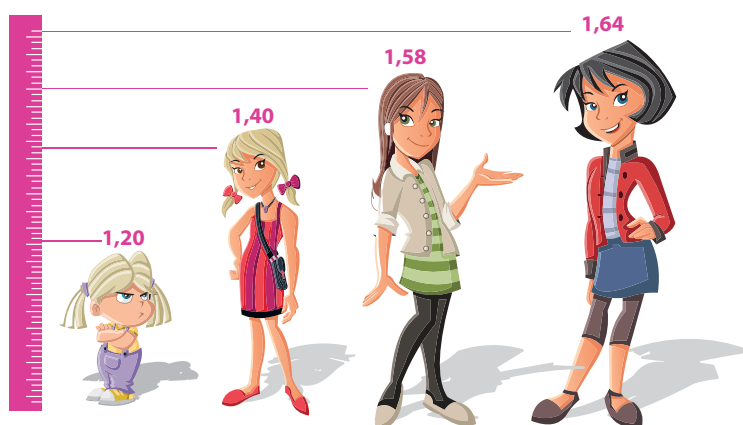
a) 1, 5, 8, 6, 5, 4, 2 y 8

b) 2, 8, 10, 3, 7, 9, 10, 3, 4 y 5

c) 1, 6; 1,4; 1,7; 1,1; 1,6 y 1,5

2) Una empresa cuenta con 6 administrativos con un sueldo de \$260.000 y 10 obreros con un sueldo de \$200.000. **¿Cuál es la mediana de los sueldos?**

3) En la siguiente imagen puedes observar las estaturas en metros de las mujeres de una familia.



Calcule la mediana de las estaturas.

MODA

Es el valor que más se repite en un conjunto de datos, es decir aquel que presenta mayor frecuencia absoluta.

Ejercicios resueltos:

1) ¿Cuál es la moda del siguiente conjunto de datos?

1, 2, 8, 7, 2, 9, 3, 1, 4, 6, 1

Solución:

Lo primero será ordenar los datos de menor a mayor: 1, 1, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9

En este caso encontramos que el valor que más se repite es 1.

La moda de este conjunto de datos es 1 porque es el dato que más veces se repite.

2) Un estudiante realiza una encuesta sobre la mascota favorita de sus vecinos, en la que obtiene las siguientes respuestas:



La mascota más frecuente de la encuesta es el perro. Por eso, decimos que el dato "perro" es la moda.



ACTIVIDAD Resuelva los siguientes ejercicios

1) Encuentre la moda de los siguientes conjuntos de datos:

a) 5, 8, 10, 12, 8, 10, 15, 5, 10, 8 y 20

b) 2, 9, 2, 6, 3, 4, 5, 9 y 7

c) 3,1; 2,4; 5,1; 3,1; y 4



EVALUACIÓN

Marque la alternativa correcta

En la siguiente fotografía aparecen cinco levantadores de pesas, con sus respectivas masas en sus poleras:

1) ¿Cuál es la media de sus respectivas masas en sus poleras?

- a) 57 Kg
- b) 65 kg
- c) 68 kg
- d) 85 kg

2) ¿Cuál es la moda de sus masas?

- a) 55 Kg
- b) 65 kg
- c) 75 kg
- d) 80 kg

3) ¿Cuál es la mediana de las masas de los levantadores de pesas de la imagen?

- a) 55 Kg
- b) 65 kg
- c) 75 kg
- d) 80 kg



Guía de trabajo N° 2

Probabilidades



Contenidos

- Descripción y análisis de juegos de azar sencillos.
- Espacio muestral
- Cálculo de probabilidades para eventos equiprobables mediante la razón entre casos favorables y posibles (regla de Laplace).
- Análisis de situaciones de diversos ámbitos donde interviene el azar.
- Diagrama del árbol

Experimento Aleatorio

Es aquel experimento en el cual bajo las mismas condiciones iniciales puede presentar diferentes resultados, ejemplos de ellos son los juegos de Azar.

Los juegos de azar son aquellos en los que las posibilidades de ganar o perder no dependen de la habilidad del jugador sino exclusivamente del azar. Las probabilidades buscan explicar las regularidades presentes en los juegos de azar.

Algunos ejemplos de juegos de azar son:



TIPOS DE EXPERIMENTOS

Podemos distinguir entre dos tipos de experimentos:

- **Experimento aleatorio:**

Experimento en el que no se puede predecir el resultado que se va a obtener, aunque se repita muchas veces. Ejemplo de ello es: Lanzar una moneda al aire, lanzar un dado, sacar una bolita de un saco entre muchas idénticas de distinto color

- **Experimento determinista:**

Experimento en el que sabemos de antemano lo que va a ocurrir, ejemplo de ello son: El tiempo en que demora una piedra en caer desde una misma altura, sacar una galleta de un paquete de criollitas, escoger un alumno entre los estudiantes de un colegio



ACTIVIDAD

Escriba si las siguientes imágenes corresponden a un experimento aleatorio o determinista:



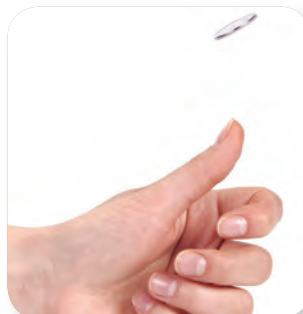
Sacar una carta de la mesa.



Anotar el color del semáforo cuando llegamos a una esquina.



Sacar una fruta de un canasto de naranjas y anotar qué fruta es.



Lanzar una moneda y anotar el resultado.



Calcular el perímetro de una pieza de 4 m de largo y 3 de ancho.



Ver en el calendario el día siguiente al 15 de cada mes.

ESPACIO MUESTRAL

El espacio muestral es el conjunto formado por todos los resultados posibles de un experimento aleatorio. Se representa con la letra griega Ω .

 Ejemplos:

1) Al hacer girar una ruleta los posibles resultados son: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 y 14.

A este conjunto de resultados se llama espacio muestral del experimento y se denota:
 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 \text{ y } 14\}$

2) Lanzar tres monedas al aire.

El espacio muestral o conjunto de posibles resultados es: $\Omega = \{CCC, CCS, CSS, CSC, SCC, SCS, SSC, SSS\}$ C=cara, S= sello



3) En el experimento aleatorio: "Sacar un número de la bolsa", el espacio muestral está formado por todos los números de las camisetas de los jugadores.

$\Omega = \{2, 5, 6, 8, 12, 13\}$.



DIAGRAMA DE ÁRBOL

El diagrama de árbol es una herramienta de apoyo para visualizar espacios muestrales y calcular probabilidades que consiste en dibujar una rama para cada una de las posibilidades de un experimento aleatorio.

Ejemplos:

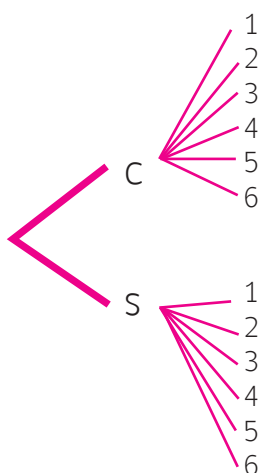
Dibujaremos un diagrama de árbol que nos facilite visualizar el espacio muestral del experimento: Lanzar una moneda y un dado simultáneamente.

Los elementos del espacio muestral serán parejas de la forma:
(resultado moneda, resultado dado)

Analizaremos primero que al lanzar una moneda tenemos la posibilidad de obtener cara (C) o sello (S), por eso dibujamos las dos primeras ramas del diagrama de árbol.



Si obtenemos cara, al lanzar el dado puede salir 1, 2, 3, 4, 5 o 6, por esto dibujamos las seis ramas que salen de cara (C), lo mismo ocurre si obtenemos sello (S) en la moneda, por lo tanto dibujamos 6 ramas desde S.



Este diagrama nos ayuda a determinar el espacio muestral:
 $\Omega = \{(C,1);(C,2);(C,3);(C,4);(C,5);(C,6);(S,1);(S,2);(S,3);(S,4);(S,5);(S,6)\}$



ACTIVIDAD

Realice un diagrama de árbol y escriba el espacio muestral de los siguientes experimentos aleatorios:

a) Lanzar un dado y luego una moneda

b) Lanzar dos dados

c) Lanzar dos monedas al aire

SUCESOS

Un suceso es un conjunto de resultados posibles de un experimento aleatorio y se representa por una letra del alfabeto en mayúscula (A, B, C,...)

 Ejemplos:

En la ruleta de la imagen, podemos obtener resultados de distintos tipos, por ejemplo:

1) Obtener un número par $\rightarrow A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

Suceso
representado por la
letra mayúscula A.

Conjunto de
todos los posibles
resultados pares.



2) Obtener un número mayor que 7 $\rightarrow B = \{8, 9, 10\}$

3) Obtener un múltiplo de 4 $\rightarrow C = \{4, 8, 12\}$



ACTIVIDAD

Se realiza el experimento aleatorio de "lanzar un dado".
Represente los siguientes sucesos:

a) Obtener un número par

b) Obtener un número primo.

c) Obtener un múltiplo de 2

d) Obtener un número menor que 5

e) Obtener un número impar mayor que 4

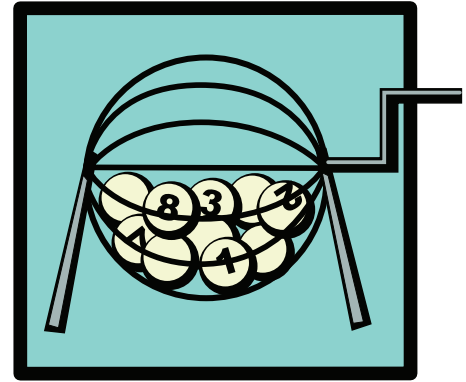
CASOS ESPECIALES

Suceso seguro: Es el que siempre se produce, es decir, ocurrirá con seguridad absoluta, coincide con el espacio muestral.

Suceso imposible: Es el que nunca se puede obtener, es un conjunto vacío y se designa por \emptyset .

 Ejemplos:

- 1) La siguiente tómbola tiene bolitas numeradas del 1 al 25
- a) A= "Sacar una bolita con un número menor que 26" es un suceso seguro.
- b) B= "Sacar una bolita con el número 30" es un suceso imposible.



ACTIVIDAD

Realice las siguientes actividades:

- a) Escriba 3 ejemplos de sucesos seguros.

1)

2)

3)

- b) Escriba 3 ejemplos de sucesos imposibles.

1)

2)

3)



Se realizará el siguiente experimento aleatorio: sacar una carta de las que se encuentran en la imagen.

Marque la alternativa correcta:



1) ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?

- a) $\Omega = \{ \text{cartas} \}$
- b) $\Omega = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \}$
- c) $\Omega = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \}$
- d) $\Omega = \{ \text{Pica, diamantes, corazones, tréboles} \}$

2) ¿Cuál de las siguientes alternativas describe un suceso seguro?

- a) Sacar una carta con número par
- b) Sacar una carta de pica
- c) Sacar un número mayor que 3
- d) Sacar un número menor que 15

3) ¿Cuál de los siguientes sucesos es imposible?

- a) Sacar una carta par
- b) Sacar una carta de diamante
- c) Sacar un número menor que 10
- d) Sacar un número mayor que 15

4) ¿Cuál es el espacio muestral del suceso “Sacar un número par mayor que dos y menor que 10”?

- a) $A = \{ 4, 6, 8 \}$
- b) $A = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \}$
- c) $A = \{ 3, 5, 7, \}$
- d) $A = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \}$

PROBABILIDADES

Es imposible conocer previamente el resultado de un experimento aleatorio y esto genera incertidumbre. Cuando se juega con un dado normal es indiferente apostar a cualquiera de sus seis posibles resultados, porque es razonable suponer que la ocurrencia de cualquier número es la misma, en cambio, si el dado tiene marcado un uno y cinco dos, no es indiferente apostar al uno o al dos, pues parece más seguro ganar el juego apostando al dos que al uno.

Para cuantificar la incertidumbre o certidumbre que se tiene sobre la ocurrencia de los sucesos utilizamos las probabilidades. Calcularemos probabilidades utilizando la **“regla de Laplace”**

REGLA DE LAPLACE

Durante la segunda mitad del siglo XVII se inician los primeros intentos de medir probabilidades de un suceso (Pascal, Fermat, Huygens, Bernoulli, Leibniz, etc.), pero es Laplace en 1812 con su definición de probabilidad, conocida como clásica, que comienza el cálculo de probabilidades.

Cuando en un experimento aleatorio todos los resultados tienen las mismas posibilidades de ocurrir (resultados equiprobables), la probabilidad de un suceso A puede calcularse como el cociente entre el número de casos favorables y el número de casos posibles.

Regla de Laplace

$$P(A) = \frac{\text{Nº de casos favorables}}{\text{Nº de casos posibles}}$$



Ejemplos

1) Para reunir fondos en un curso de educación de jóvenes y adultos deciden realizar una rifa de 20 números, cuyo premio es una canasta familiar con donaciones de los estudiantes. En una bolsa ingresan papeles numerados del 1 al 20, el o la ganadora será quien haya comprado el primer número que saquen de la bolsa. Florencia compró 3 números. Como todos los números tienen la misma probabilidad de salir primero, **¿qué probabilidad tiene de ganar?**

Probabilidad de que Florencia gane.

$$P(\text{ganar}) = \frac{\text{Nº de casos favorables}}{\text{Nº de casos posibles}} = \frac{3}{20}$$

Casos favorables: 3 números comprados por Florencia.

Casos totales: 20 números en total.

Podemos expresar la probabilidad de 3 formas:

- 1) Como fracción: $\frac{3}{20}$ 2) Como decimal: Dividiendo numerador por denominador $\frac{3}{20} = 3 : 20 = 0,15$ 3) Como porcentaje: Multiplicando el decimal por 100
 $0,15 \cdot 100 = 15\%$

2) Para decidir que programa de TV verá una familia, diseñan tres ruletas como muestra la figura, cada integrante juega con su ruleta el que obtiene rojo decidirá **¿Quién tiene más probabilidades de decidir qué programa de Tv verá la familia?**



Ruleta (madre)

$P(\text{rojo}) = \frac{1}{3}$

- Casos favorables: Un espacio rojo
- Casos totales: 8 espacios en total.

↓

Probabilidad de obtener rojo

Ruleta (padre)

$P(\text{rojo}) = \frac{1}{6}$

- Casos favorables: Un espacio rojo
- Casos totales: 6 espacios en total.

↓

Probabilidad de obtener rojo

Ruleta (hijo)

$P(\text{rojo}) = \frac{1}{8}$

- Casos favorables: Un espacio rojo
- Casos totales: 3 espacios en total.

↓

Probabilidad de obtener rojo

Probabilidad de que la madre decida es $\frac{1}{3} = 0,3 = 33,3 \%$

Probabilidad de que el padre decida es $\frac{1}{6} = 0,16 = 16,6 \%$

Probabilidad de que el hijo decida es $\frac{1}{8} = 0,125 = 12,5 \%$

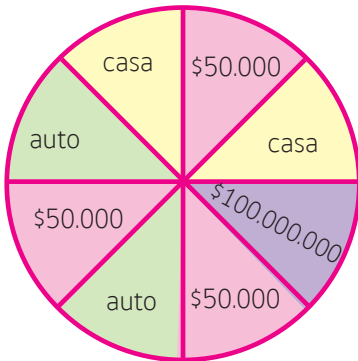
Respuesta:

La madre tiene más probabilidades de decidir que programa de Tv verá la familia.



ACTIVIDAD Realice los ejercicios propuestos.

1) En un programa de TV utilizan la siguiente ruleta para decidir el premio que se llevará un concursante, en ella todos los espacios miden lo mismo y la probabilidad de que caiga en una línea divisoria es cero. Calcule la probabilidad de que un concursante:



a) Gane un auto

b) Gane una casa

c) Gane \$ 50.000

d) Gane \$ 100.000.000

2) Francisca, Karen y Sebastián tienen bolsas con bolas de colores rojas y blancas, como se observa en las imágenes. Complete la tabla con la probabilidades solicitadas:









Responda:

Probabilidad de sacar una bolita roja			
Probabilidad de sacar una bolita blanca			

a) Si obtiene un premio quien saque una bolita blanca. **¿Quién tiene mayor probabilidades de ganar?, ¿y de perder?**

b) Si obtiene un premio quien saque una bolita roja. **¿Quién tiene mayor posibilidades de ganar?, ¿y de perder?**

3) Complete la siguiente tabla:

					
					¿A cuál apostarías?
Probabilidad de obtener un 5					
Probabilidad de obtener un 9					
Probabilidad de obtener un número par					
Probabilidad de obtener un número primo					



Marque la alternativa correcta:

1) Una tómbola contiene dos bolitas blancas y cinco rojas. La probabilidad de que al extraer al azar una de ellas, esta resulte ser blanca es:

a) $\frac{2}{5}$

b) $\frac{2}{7}$

c) $\frac{7}{2}$

d) $\frac{5}{7}$

2) La probabilidad de que al lanzar un dado se obtenga un número menor que 5 es:

a) $\frac{2}{3}$

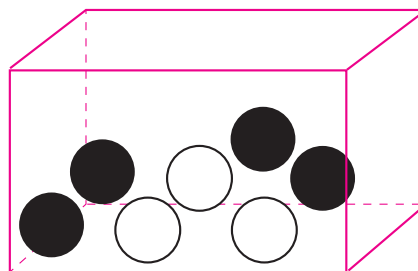
b) $\frac{5}{6}$

c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{4}{5}$

3) La caja de la figura contiene bolitas blancas y negras. Para que la probabilidad de sacar una bolita negra sea de $\frac{1}{2}$, *en la caja habría que:*

- a) Quitar una bolita negra
- b) Quitar 2 bolitas blancas
- c) Agregar una bolita negra
- d) Agregar 2 bolitas blancas



4) **¿Cuál de los siguientes sucesos tiene mayor probabilidad de ocurrencia?**

- a) Obtener un 6 al lanzar un dado
- b) Sacar un oro en un naipe español
- c) Obtener sello al lanzar una moneda
- d) Extraer un jocker de un naipe inglés

6) En un curso de jóvenes y adultos hay 30 alumnos. La probabilidad de seleccionar a un alumno del curso y que sea mayor a 30 años es de $\frac{1}{5}$ **¿cuántos alumnos en la clase son mayores de 30 años?**

- a) 1
- b) 25
- c) 5
- d) 6

PROBABILIDAD COMO FRECUENCIA RELATIVA

Mediante experimentos aleatorios veremos la relación que existe entre la probabilidad de un suceso y su frecuencia relativa.



ACTIVIDAD

En grupos experimenten lanzando una moneda al aire y cuenten la cantidad de caras que salen:

1) Lance la moneda 25 veces

a) ¿Cuántas caras obtuvo?

b) Calcule la frecuencia relativa

$$\frac{\text{Número de caras}}{\text{Número de lanzamientos}} = \frac{\text{ }}{25} = \text{ }$$

2) Lance la moneda 50 veces

a) ¿Cuántas caras obtuvo?

b) Calcule la frecuencia relativa

$$\frac{\text{Número de caras}}{\text{Número de lanzamientos}} = \frac{\text{ }}{50} = \text{ }$$



3) Lance la moneda 100 veces

a) ¿Cuántas caras obtuvo?

b) Calcule la frecuencia relativa

$$\frac{\text{Número de caras}}{\text{Número de lanzamientos}} = \frac{\text{ }}{100} = \text{ }$$

2) Lance el dado 50 veces

a) ¿Cuántos 3 obtuvo?

b) Calcule la frecuencia relativa

3) Lance el dado 100 veces

a) ¿Cuántas caras obtuvo?

b) Calcule la frecuencia relativa

4) ¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 al lanzar un dado? (Utilice la regla de Laplace)

5) ¿Cómo explicaría la ley de los grandes números con este experimento?



Ingrese a la siguiente página web:

<http://www.xtec.cat/~jlagares/matematiques/probabilitat/daus/DausCastellano.html>

En ella encontrará un simulador de lanzamiento de dados. Examine los resultados que se obtienen al lanzar 60, 600, 6.000, 60.000, 600.000 veces un dado, observe y analice el registro generado de estos resultados en tablas y gráficos.

Sobre la base de esto responda: **¿Qué ocurre con la altura de las barras a medida que el número de lanzamientos aumenta? ¿Por qué?**



BIBLIOGRAFÍA

1. Decreto Supremo de Educación N° 211/2009.
2. Decreto Supremo de Educación N° 257/2009.
3. Programa de estudios de educación de adultos del Ministerio de Educación.
4. Canavos, G. (1988). Probabilidad y Estadística: Aplicaciones y Métodos. Mc. Graw-Hill.
5. De Groot, M (1988). Probabilidad y Estadística, Addison-Wesley Iberoamericana, S.A,
6. Meyer, P. (1988). Probabilidad y Aplicaciones Estadísticas, México: Addison Wesley Longman de México S.A.,

Sitios web:

Estadísticas y probabilidades:

www.Profes.net

Simulación de lanzamiento de un dado:

<http://www.xtec.cat/~jlagares/matematiques/probabilitat/daus/DausCastellano.html>

Medidas de tendencia central:

<http://www.profesorenlinea.cl/matematica/EstadisticaMediaMedianaModa.htm>

<http://colposfesz.galeon.com/est501/distfrec/mtcent/media.htm>

<http://colposfesz.galeon.com/est501/distfrec/mtcent/moda.htm>

<http://colposfesz.galeon.com/est501/distfrec/mtcent/mediana.htm>



