



**CEM**  
Centro de  
Estudios  
Mineduc



Fondo de Investigación y Desarrollo en Educación  
Centro de Estudios  
Ministerio de Educación

## INFORME FINAL

# Oportunidades de aprendizaje en matemáticas para estudiantes con discapacidad intelectual en escuelas especiales

Institución principal: Universidad Diego Portales  
En alianza con: Pontificia Universidad Católica de Valparaíso,  
Universidad de Viña del Mar  
Investigadora principal: Constanza San Martín  
Equipo de investigación: Vanessa Vega, Francisco Rojas,  
Chenda Ramírez, María Victoria Martínez, Ximena Paniagua  
Proyecto 1700001, Undécimo Concurso FONIDE

Monto adjudicado: \$ 44.950.000  
Número de decreto exento: 1405  
Fecha del decreto exento: 14/12/2017  
Incorporación de enfoque de género: sí  
Tipo de metodología empleada: mixta  
Contraparte técnica: Francisca Navas, Antonino Opazo (CEM)

Las opiniones que se presentan en esta publicación, así como los análisis e interpretaciones, son de exclusiva responsabilidad de los autores y no reflejan necesariamente los puntos de vista del MINEDUC.

Esta publicación está disponible en [www.fonide.cl](http://www.fonide.cl)

Se autoriza su reproducción siempre y cuando se haga referencia explícita a la fuente.

# ÍNDICE

|   |    |
|---|----|
| Resumen.....  | 5  |
| 1. Introducción.....  | 6  |
| 2. Antecedentes contextuales y teóricos.....  | 7  |
| 3. Preguntas de investigación.....  | 17 |
| 4. Objetivos.....   | 17 |
| 5. Metodología.....   | 18 |
| 5.1.    FASE 1. Selección de casos.....   | 18 |
| 5.2.    FASE 2. Recolección de información.....   | 19 |
| 5.2.1.    Técnicas y procedimientos de recolección de información.....  | 19 |
| 5.2.2.    Descripción del procedimiento de recogida de información.....   | 20 |
| 5.3.    FASE 3. Análisis de la información.....   | 22 |
| 5.3.1.    Análisis de documentos.....   | 22 |
| 5.3.2.    Análisis de material de aula.....   | 22 |
| 5.3.3.    Análisis de observación de aula/videografías.....   | 32 |
| 5.3.4.    Análisis de entrevistas semi-estructuradas.....   | 32 |
| 5.3.5.    Análisis integrado de la información.....   | 33 |
| 5.3.6.    Análisis de contraste sobre medias.....   | 35 |
| 6. Resultados de la investigación.....  | 35 |
| 6.1.    Resultados respecto al objetivo específico 1: Caracterizar las oportunidades de aprendizaje de matemáticas de estudiantes con discapacidad intelectual, en cursos de primer ciclo básico de escuelas especiales que han implementado y que no han implementado el Programa de Matemática Funcional..... | 36 |
| 6.1.1.    Descripción general de cada caso de estudio.....  | 36 |
| 6.1.2.    Caracterización de las oportunidades de aprendizaje en función de las variables de análisis.....  | 74 |
| 6.1.2.1.    Variable curso: Oportunidades de aprendizaje según el curso al que corresponde el material y actividades desarrolladas.....   | 76 |
| 6.1.2.2.    Variable Eje: Oportunidades de aprendizaje según el Eje Curricular.....   | 78 |
| 6.1.2.3.    Variable Objetivo de Aprendizaje: Oportunidades de aprendizaje promovidas según los objetivos de aprendizaje de las bases curriculares.....   | 79 |
| 6.1.2.4.    Variable Habilidad: Oportunidades de aprendizaje según la habilidad promovida por las tareas propuestas a los estudiantes.....  | 84 |
| 6.1.2.5.    Variable Demanda Cognitiva: Oportunidades de aprendizaje según el nivel de demanda cognitiva de las tareas propuestas a los estudiantes.....  | 85 |

|          |   |     |
|----------|---|-----|
| 6.1.2.6. | Variable Tipo de Tarea: Oportunidades de aprendizaje según tipo de tareas propuestas a los estudiantes.....   | 88  |
| 6.1.2.7. | Oportunidades de aprendizaje y proceso de evaluación del aprendizaje.....   | 91  |
| 6.1.2.8. | Oportunidades de Aprendizaje y planificación de la enseñanza.....   | 94  |
| 6.2.     | Resultados respecto al objetivo específico 2: Comparar las características de las oportunidades de aprendizaje de matemática entre aquellos cursos que han implementado y cursos que no han implementado los lineamientos del Programa de Matemática Funcional, contrastando las posibles diferencias en función de la región y nivel socioeconómico donde se ubican los casos de estudio.....  | 103 |
| 6.3.     | Resultados respecto al objetivo específico 3: Comparar las características de las oportunidades de aprendizaje de matemática entre aquellos cursos que han implementado y cursos que no han implementado los lineamientos del Programa de Matemática Funcional, contrastando las posibles diferencias en función de las creencias de los profesores respecto de las matemáticas, del aprendizaje de ellas y de su enseñanza a estudiantes con DI..... | 108 |
| 6.3.1    | Creencias de docentes de escuelas de educación especial respecto de la matemática, su enseñanza y su aprendizaje: Síntesis de resultados descriptivos del cuestionario de creencias.....  | 107 |
| 6.3.2    | Creencias de docentes de escuelas de educación especial respecto a las razones para aprender matemáticas: Síntesis de resultados.....   | 114 |
| 6.4.     | Resultados respecto al objetivo específico 4: Determinar orientaciones para el profesorado para la enseñanza de las matemáticas a estudiantes con discapacidad intelectual.....   | 119 |
| 6.4.1    | Orientaciones genéricas.....  | 119 |
| 6.4.2    | Orientaciones específicas.....  | 124 |
| 7.       | Conclusiones.....   | 132 |
| 8.       | Recomendaciones para la formulación de políticas públicas .....   | 135 |
| 8.1      | Formación Docente Continua.....   | 134 |
| 8.2      | Formación inicial docente para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.....  | 135 |
| 8.3      | Programa de Matemática Funcional.....   | 136 |
| 8.4      | Evaluación Docente De Educadores Diferenciales.....   | 136 |
| 8.5      | Currículum de Matemáticas.....  | 136 |
| 9.       | Acciones y productos comprometidos.....   | 138 |
|          | Referencias.....  | 140 |

## Resumen

Con el propósito de favorecer las oportunidades de aprendizaje (ODA) para estudiantes con discapacidad intelectual (DI), el Ministerio de Educación de Chile ha impulsado desde el año 2013 un Programa de Matemática Funcional (PMF) que se ha desarrollado en 207 escuelas del país. Hasta el año 2017 se carecía de antecedentes respecto de cómo se hacen efectivas éstas ODA para dichos estudiantes y si estas pudiesen variar y/o mejorar con la implementación del PMF. Esta investigación da un primer paso en esta dirección, a través del análisis de las ODA en matemática con estudiantes con DI en escuelas especiales que han implementado y no han implementado este programa. Dicha exploración se realizó desde un método cualitativo, a través de un estudio de casos múltiples. Los resultados indican que las ODA que se generan en estos contextos se focalizan en el desarrollo de aprendizajes de primero y segundo básico, casi exclusivamente en el eje de números y operaciones y, que las tareas promueven el desarrollo de habilidades de bajos niveles de demanda cognitiva. Sin embargo, las características de las ODA que se generan por medio de tareas en soporte gráfico implican un mayor nivel de habilidad y demanda cognitiva en los casos de estudio que han implementado los lineamientos del PMF. No se observan diferencias significativas en función de la región y del nivel socioeconómico de los casos de estudio. Las recomendaciones para la política pública se centran en la formación inicial y permanente de los docentes de educación diferencial.

**Palabras clave:** oportunidades de aprendizaje, discapacidad intelectual, matemática funcional, escuelas especiales.

## 1. INTRODUCCIÓN

---

Una cuestión clave para la comunidad educativa mundial es reconocer el potencial de todos los estudiantes, garantizando el acceso igualitario a oportunidades de aprendizaje que les permita alcanzar su potencial por medio de una educación de calidad. De un modo coherente con estos planteamientos y con la Convención de Derechos de las Personas con Discapacidad (ONU, 2006), el estado de Chile ha realizado importantes esfuerzos por promover un sistema educativo inclusivo mediante leyes (Ley General de Educación N°20.370; Ley de Inclusión Escolar N°20.845), programas de apoyo (PIE, Programa de Matemática Funcional y Lectura Accesible) e incremento de recursos financieros que han favorecido el acceso y permanencia de estudiantes con discapacidad intelectual (DI) en el sistema educativo.

Los datos de la Unidad de Educación Especial del MINEDUC señalan que en el año 2016 en Chile había un total de 1.817 escuelas especiales y 5.514 escuelas regulares con Programa de Integración Escolar (PIE), a diferencia del año 2009 en que había un total de 3.840 establecimientos con PIE. Esto evidencia el incremento de la presencia de estudiantes con Necesidades Educativas Especiales (NEE) asociadas a DI en el sistema escolar (Varela, San Martín y Villalobos, 2015).

Pese a lo anterior, hasta el año 2017 se carecía de antecedentes respecto a las oportunidades de aprendizaje (ODA) que se brindan a estos estudiantes y, si esas ODA varían en función de las características de los profesores que las generan, así como del nivel socioeconómico y del género de los estudiantes, ambos factores que marcan inequidades de aprendizaje (del Río, Strasser, y Susperreguy, 2016) o si esas ODA son mayores en aquellos establecimientos que han sido beneficiarios de algunos programas específicos impulsados por la Unidad de Educación Especial del MINEDUC.

Uno de estos dispositivos de apoyo a escuelas con estudiantes con DI es el Programa de Matemática Funcional. Este fue iniciado en el año 2013 en escuelas especiales de las Regiones Metropolitana, de Valparaíso y Libertador Bernardo O'Higgins y ha ido aumentando progresivamente su cobertura en otras regiones del país con una inversión total de \$153 millones. Dicho programa tiene el propósito de dotar a las escuelas, sus docentes y directivos de herramientas que les permitan acercar el conocimiento matemático a sus estudiantes, de manera que dichos conocimientos se transformen en herramientas útiles para la vida (Badani y Paniagua, 2013). Con este propósito se ha dotado de recursos materiales a las escuelas que han participado en el Programa, junto con talleres, procesos de acompañamiento y asesoría para sus profesores. Sin embargo, hasta la fecha no existen evidencias que permitan dar cuenta del impacto de esta implementación en las prácticas de los docentes, en las ODA que se generan y, en consecuencia, en el aprendizaje de los estudiantes de estas escuelas.

En este contexto, este estudio busca responder a la necesidad de conocer las ODA que se proporcionan a estos estudiantes, por medio de su análisis en escuelas especiales de distintos

niveles socioeconómicos de dos regiones del país, en cursos que han implementado y que no han implementado el Programa de Matemática Funcional.

El avance en este conocimiento contribuirá de manera importante a la comprensión de los procesos de enseñanza y aprendizaje de estudiantes con DI en el ámbito de las matemáticas. Así, el desarrollo de este estudio, como se verá a lo largo de este informe, permitirá contar con evidencia nacional para: i) describir cuáles son las ODA que se proporcionan a estos estudiantes en esos contextos educativos; ii) reconocer y analizar las posibles implicancias de los esfuerzos del MINEDUC en la promoción de una matemática funcional para estudiantes con DI; iii) generar un diagnóstico que promueva el desarrollo de futuros estudios y acciones en este ámbito. De este modo, este estudio impactará la política educativa, al aportar antecedentes respecto a la aplicación del Programa de Matemática Funcional, así como lineamientos hacia la didáctica de las matemáticas a través de una guía con orientaciones pedagógicas para la enseñanza de las matemáticas a estudiantes con DI. Con todo ello se espera avanzar hacia un verdadero acceso igualitario a las ODA en matemáticas para todos los estudiantes.

A continuación, se da a conocer los antecedentes del proyecto de investigación desarrollado.

## **2. ANTECEDENTES CONTEXTUALES Y TEÓRICOS**

---

### **Concepto de discapacidad y personas con discapacidad intelectual**

La Organización Mundial de la Salud (OMS) (1997) define la discapacidad de una persona como resultante de la interacción entre su discapacidad y las variables ambientales que incluyen el ambiente físico, las situaciones sociales y los recursos. Por su parte, desde el año 2001 la Clasificación Internacional del Funcionamiento y la Discapacidad (CIF, 2001), señala que la discapacidad engloba las deficiencias, las limitaciones en la actividad y las restricciones en la participación. De este modo, la CIF brinda un lenguaje unificado y estandarizado, para la descripción de la salud y los estados relacionados con la misma. El modelo de acción de la CIF describe el funcionamiento humano, bajo tres dimensiones: a) función corporal y estructuras: el organismo humano como un todo, incluye aspectos psicológicos y fisiológicos; b) actividades: rango completo de acciones, conductas, rutinas realizadas por la persona, y c) participación: áreas vitales en las que la persona está implicada y a las que tiene acceso (Luckasson et al., 2002). La aplicación universal de la CIF (OMS, 2001) pretende describir y enfatizar los factores ambientales y personales, es decir, la situación de cada persona dentro de un conjunto de dominios de salud o relacionados con ésta.

Este marco general de entender la discapacidad engloba a la discapacidad Intelectual, ya que ésta es considerada como fruto de la relación entre las patologías, las deficiencias y el propio ambiente (Luckasson et al., 2002). La importancia de este cambio en el constructo de la discapacidad radica

en que la discapacidad intelectual deja de considerarse como un rasgo absoluto invariable de la persona (Dekraai, 2002; Devlieger, Rusch y Pfeiffer, 2003; Schalock et al., 2007), ya que si se ofrecen los apoyos pertinentes las personas con discapacidad podrán desempeñarse exitosamente en diversos contextos. En esta línea, es importante mencionar el aporte de la Asociación Americana sobre Discapacidad Intelectual (AAIDD) la cual propone que: "[La discapacidad intelectual] está caracterizada por limitaciones significativas tanto en el funcionamiento intelectual como en la adaptación comportamiento expresado en habilidades adaptativas conceptuales, sociales y prácticas. Esta discapacidad se origina antes de los 18 años" (Luckasson et al., 2010, p. 145). Este constructo socio-ecológico de la discapacidad y específicamente de la discapacidad intelectual, ejemplifica la interacción entre la persona y su ambiente y se centra en el papel de los apoyos individualizados y en la mejora del funcionamiento de la persona. Sus principios incluyen la autonomía, el bienestar subjetivo, orgullo, causa común, las alternativas políticas y el compromiso con la acción política (Powers, Dienerstein y Holmes, 2005; Putman, 2005; Schalock, 2004; Schalock et al., 2007; Vehmas, 2004).

En nuestro contexto nacional, desde ya hace años se vienen haciendo cambios relevantes en la política, especialmente en el reconocimiento de esta población como sujetos de derechos. Un avance en esta línea es la promulgación en 2010 de la Ley 20.422/2010, sobre Igualdad de Oportunidades e Inclusión Social, por lo que Chile asume y se responsabiliza por realizar cambios importantes a nivel de políticas públicas para permitir el ejercicio en plenitud de los derechos de esta población. Todo lo anterior "desafía a los profesionales a pensar de un modo diferente acerca de la propia discapacidad y a aplicar un modelo multidimensional y un paradigma de apoyos que modifique fundamentalmente el proceso educativo" (AAIDD, 2010, p. 270).

### **Aprendizaje matemático para la vida y personas con discapacidad intelectual**

La naturaleza abstracta y conceptual de las matemáticas plantea retos particulares a los estudiantes con DI, principalmente en resolución de problemas (Cawley & Miller, 1989). Estos retos pueden estar asociados a dificultades en procesos de memoria, en el uso de estrategias metacognitivas (Gallico, Burns, & Grob, 1991; Kauffman, 2001). Los estudiantes con DI a menudo encuentran dificultades para desarrollar tareas cotidianas (decir/ver la hora, ir de compras, leer horarios, cocinar, medir, entre otras) que requieren habilidades aritméticas básicas (Cheong, 2014). De este modo, los estudiantes con DI necesitan más oportunidades para utilizar materiales concretos y para realizar tareas breves, variadas y concretas en lugar de trabajar constantemente en un libro de texto o con guías de trabajo, pues su menor desarrollo de habilidades del lenguaje agravaría las dificultades en el ámbito de la aritmética.

Históricamente, se ha pensado que las personas con DI tienen un bajo potencial de aprendizaje matemático (Gervasoni y Sullivan, 2007). Sin embargo, estudios han demostrado que las personas con Síndrome de Down, por ejemplo, tienen conocimiento matemático significativo que los procedimientos evaluativos estandarizados a menudo no logran demostrar (Faragher, Brady, Clarke



y Gervasoni, 2008). Del mismo modo, estudios internacionales recientes señalan que los estudiantes con discapacidad intelectual pueden desarrollar habilidades matemáticas que están alineadas con varios estándares del currículum nacional, incluso sin modificaciones curriculares significativas (Browder, et al, 2012; Jimenez y Staples, 2015).

Las matemáticas proporcionan a los estudiantes el lenguaje a través del cual pueden interpretar, describir, analizar, hacer predicciones y solucionar problemas en la vida cotidiana. Esto les permite participar en una amplia gama de experiencias y relaciones matemáticas en la escuela y en la vida diaria. Aun cuando los objetivos de aprendizaje del currículum de matemáticas en Enseñanza Básica están prescritos para todos los estudiantes, estudios a nivel internacional han demostrado que los estudiantes con DI no suelen tener acceso a programas de matemáticas de alta calidad educativa (Gervasoni y Lindenskov, 2011). La investigación ha sido clara en indicar que muchos de estos estudiantes son excluidos de las oportunidades para aprender matemática porque se considera un campo de estudio inadecuado para ellos (Faragher, Brady, Clarke, y Gervasoni, 2008). Más aún, para los estudiantes con DI que han sido parte de experiencias de enseñanza de las matemáticas, la calidad de la enseñanza y las oportunidades de aprendizaje proporcionadas no les ha permitido prosperar (Gervasoni y Sullivan, 2007). En síntesis, los estudiantes con DI han tenido históricamente un currículum menos riguroso con planes educativos individuales, así como una vinculación mínima con los resultados educativos a largo plazo establecidos en marcos curriculares (Nolet & McLaughlin, 2000; San Martín y Howard, 2016).

Desde una perspectiva inclusiva, el enfoque actual de la enseñanza de matemáticas para toda población está en el logro de los aprendizajes del currículum nacional de referencia (Jimenez y Staples, 2015; Mineduc, 2015a). Sin embargo, para muchos estudiantes con DI el acceso a los estándares curriculares generales puede estar limitado por la falta de habilidades numéricas que actúan como requisitos previos (Kearns et al, 2011; Sarama y Clements, 2009). Muchos estudiantes con DI pueden no tener desarrolladas estas habilidades debido a una lenta progresión del desarrollo o a la falta de experiencias y de oportunidades pertinentes y de calidad en su proceso educativo (Sarama & Clements, 2009).

### **La matemática como práctica social y funcional para la vida**

En Chile, la valoración de la Matemática como práctica social ha instalado la necesidad de reflexionar, profundizar y revisar los aportes que desde la Didáctica de las Matemáticas emergen para que todos los estudiantes desarrollen aprendizajes matemáticos útiles para la vida. A partir de esto, la Unidad de Educación Especial del MINEDUC ha impulsado un proceso de actualización de los énfasis y sentidos que orientan la enseñanza para estudiantes con NEE. En este marco es que fue planteado el Programa de Lectura Accesible y Matemática Funcional, que a partir del año 2013 ha aportado con el desarrollo de talleres para profesores, la elaboración de material y asesoría en terreno con la finalidad de otorgar mayores oportunidades de aprendizaje a los estudiantes en ambas áreas. El Programa de Matemática Funcional, ha sido concebido como un dispositivo de

apoyo a establecimientos con estudiantes que presentan NEE asociadas a DI, por ello que el universo cubierto lo constituye esencialmente la Escuela Especial.

El año 2013 comenzó la implementación del Programa de Matemática Funcional a partir de la entrega de materiales a las Escuelas Especiales de las Regiones Metropolitana, de Valparaíso y Libertador Bernardo O'Higgins. Posteriormente, en el año 2014 se continuó con la implementación de la propuesta metodológica ampliando el número de cursos y establecimientos participantes en las mismas regiones. Se realizaron encuentros regionales y para las Escuelas participantes se inició un acompañamiento virtual, responsabilidad de una asesora externa y coautora del material elaborado (manuales para estudiantes y profesores). Durante el año 2015 se replicó la experiencia, ampliándola a las regiones IV, VII y VIII. El año 2016 se dio continuidad a las acciones de apoyo a partir de la realización de un curso B-Learning dirigido a 100 escuelas del país (priorizando regiones extremas) y del acompañamiento en terreno de Escuelas Especiales que ya han participado en las acciones anteriores, en las regiones Metropolitana, VII y VIII. Estos esfuerzos en la expansión del Programa de Matemática Funcional, ha permitido contar hasta la fecha con 207 escuelas participantes y con un costo total del programa de \$153 millones de pesos<sup>1</sup> (MINEDUC, 2017). La primera experiencia de implementación arrojó resultados positivos en cuanto a la recepción de las escuelas frente a las propuestas presentadas por el MINEDUC y a la satisfacción de los profesores y directivos participantes del Programa. Sin embargo, hasta la fecha no se contaba con evidencias que permitan dar cuenta de posibles resultados de esta implementación en las prácticas de los docentes, en las ODA que se generan y, en consecuencia, en el aprendizaje de los estudiantes de estas escuelas.

La propuesta metodológica que está a la base del Programa de Matemática Funcional intenta responder al desafío de acercar el conocimiento matemático a estudiantes que presentan NEE (Badani y Paniagua, 2013), principalmente asociadas a DI, de manera que dichos conocimientos se transformen en herramientas útiles a lo largo de la vida (Badani y Paniagua, 2013; Brown, 2016). El enfoque en que se basa esta investigación privilegia la Resolución de Problemas como la actividad fundamental de niños, niñas y jóvenes, en la premisa inicial y fundamental de que los problemas planteados no se conciben como la confirmación o la excusa para ejercitar lo que ya se sabe, sino que constituyen la fuente, lugar y criterio de la elaboración del saber (Charnay, 1994). Los aportes teóricos que sustentan la propuesta de Matemática Funcional encuentran su origen en los trabajos de Guy Brousseau (1986), quien elaboró la Teoría de las Situaciones Didácticas, que modeliza las condiciones bajo las cuales los seres humanos producen y aprenden los conocimientos que reconocemos como Matemáticos y que, comprende el aprendizaje como una modificación del conocimiento que el alumno debe producir por sí mismo y que el profesor sólo debe provocar (Brousseau, 1986) por medio del desarrollo de acciones que generen oportunidades para aprender.

---

<sup>1</sup>Datos proporcionados por la Unidad de Educación Especial del MINEDUC.

## Oportunidades de aprendizaje y su medición

Una forma de estudiar el acceso que los estudiantes tienen a los aprendizajes que se le entregan es a través del concepto de Oportunidades de Aprendizaje (ODA). Las ODA se definieron originalmente como una medida respecto de la posibilidad de los estudiantes de estudiar un tema en particular o aprender a resolver un determinado tipo de problema presentado en una posterior prueba o evaluación (McDonnell, 1995). Posteriormente, las ODA se han ampliado hacia la provisión de oportunidades apropiadas para todos los grupos de estudiantes, incluyendo el análisis de los recursos, de las condiciones de la escuela, del currículo y de las experiencias de enseñanza (Banicky, 2000).

El concepto de oportunidades de aprendizaje constituye uno de los pocos indicadores que conecta la enseñanza y el aprendizaje (McDonnell, 1995; Hiebert y Grouws, 2007). Schmidt y McKnight (1995) han planteado que el análisis de las ODA puede informar la distancia entre el currículum prescrito y el efectivamente implementado y que las ODA dependen, entre otros factores, de variables asociadas a los profesores, de las características de los estudiantes -como el género (del Río, Strasser, y Susperreguy, 2016)- y de la escuela, como el nivel socioeconómico, ambiente organizacional y técnico de la escuela.

A nivel internacional los estudios que han buscado explorar las ODA se han llevado a cabo por medio de distintas técnicas, como cuestionarios dirigidos a los profesores (Cervini, 2011; Cogan y Schmidt, 2015; Schmidt y McKnight, 1995) y análisis de los cuadernos de los estudiantes, pues éstos últimos constituyen un instrumento que proporciona un registro parcial de las experiencias de aprendizaje que han tenido los alumnos durante el desarrollo de las asignaturas. El análisis de los cuadernos ha demostrado ser especialmente útil para indagar los contenidos efectivamente enseñados (Ruiz-Primo, Li y Shavelson, 2001). Este análisis ha permitido desarrollar una aproximación más completa a las ODA, ya que además de incluir los contenidos y habilidades, proporciona información respecto a los procesos por medio de los cuales el profesorado desarrolla objetivos determinados. De este modo, el estudio de los cuadernos de los estudiantes constituye una fuente de registro sistemático de las actividades de aula (Gvirts, 1997), que permite identificar el tipo de tarea matemática, así como el tipo de demanda cognitiva: memorización, procedimientos sin conexiones, procedimientos con conexiones y haciendo matemáticas (Cueto, Ramírez, León y Pain, 2003; Stein, Grover, Henningsen, 1996) o con las habilidades involucradas en las actividades propuestas.

Respecto a las habilidades, el currículum nacional propone que, en la formación Matemática el desarrollo de habilidades Matemáticas esté presente en las actividades de clases y por ende relacionadas a los Objetivos de Aprendizaje y metas de clases planteadas por los docentes. Estas habilidades corresponden a Resolver problemas, Modelar, Argumentar y comunicar y Representar (MINEDUC, 2013). Cuando se habla de Resolver problemas se espera que los estudiantes organicen la forma de resolver un problema, decidiendo la estrategia que utilizarán sin que esta esté definida previamente. Además, se espera que los estudiantes evalúen sus respuestas y comparen las

soluciones. En relación con la habilidad de Modelar, se espera que los estudiantes expresen con lenguaje matemático y de manera abstracta y simple algún fenómeno más complejo de manera de utilizarla en las resoluciones o incluso reconstruirlas. La habilidad de Argumentar y comunicar se desarrolla en la medida en que los estudiantes tienen espacio para discutir ideas a las que han llegado. La intención de esta habilidad es contrastar puntos de vista donde los estudiantes bajo su postura intenten convencer con argumentos matemáticos a otros. Finalmente, con la habilidad de Representar se espera que los estudiantes transiten por diferentes formas de expresar lo matemático, considerando lo concreto, pictórico y simbólico mostrando así su comprensión de los conceptos involucrados.

Al revisar otros marcos de habilidades, se pueden realizar cruces que permiten una mayor especificidad o complemento de las cuatro habilidades presentadas en las bases curriculares nacionales. Es el caso de las habilidades Matemáticas de los marcos Pisa y Timss, como las habilidades de pensamiento presentadas por la taxonomía de Bloom.

A partir del marco PISA (2015) se puede desprender que una habilidad es la capacidad matemática que subyace a un proceso matemático y, por lo tanto, un estudiante puede poner en práctica un conjunto de ellas. Estas capacidades matemáticas fundamentales que los estudiantes ponen en práctica se organizaron en 7 de ellas:

Las siete capacidades matemáticas fundamentales utilizadas en este marco son las siguientes:

- **Comunicación:** la competencia matemática implica comunicación. El sujeto percibe la existencia de algún desafío y está estimulado para reconocer y comprender una situación-problema. La lectura, descodificación e interpretación de enunciados, preguntas, tareas u objetos le permite formar un modelo mental de la situación, que es un paso importante para la comprensión, clarificación y formulación de un problema. Durante el proceso de resolución puede ser necesario resumir y presentar los resultados intermedios. Posteriormente, una vez que se ha encontrado una solución, el individuo que resuelve el problema puede tener que presentarla a otros y exponer una explicación o justificación.
- **Matematización:** la competencia matemática puede suponer transformar un problema definido en el mundo real en una forma estrictamente matemática (esto puede suponer la estructuración, conceptualización, elaboración de suposiciones y/o formulación de un modelo) o la interpretación o valoración de un resultado o modelo matemático con relación al problema original. El término matematización se utiliza para describir las actividades matemáticas fundamentales implicadas.
- **Representación:** La competencia matemática implica con frecuencia representaciones de objetos y situaciones matemáticas. Esto puede implicar la selección, interpretación, traducción, y la utilización de una variedad de representaciones para obtener una situación, interactuar con un problema, o para presentar un trabajo propio. Las representaciones mencionadas incluyen gráficos, tablas, diagramas, imágenes, ecuaciones, fórmulas y materiales concretos.
- **Razonamiento y argumentación:** Esta capacidad implica procesos de pensamiento arraigados de forma lógica que exploran y conectan los elementos del problema para realizar inferencias a partir

de ellos, comprobar una justificación dada, o proporcionar una justificación de los enunciados o soluciones a los problemas.

- **Diseño de estrategias para resolver problemas:** la competencia matemática suele requerir el diseño de estrategias para resolver problemas matemáticos. Esto implica un conjunto de procesos de control fundamentales que guían a un individuo para que reconozca, formule y resuelva problemas eficazmente. Esta destreza se caracteriza por la selección o diseño de un plan o estrategia para utilizar las matemáticas para resolver los problemas derivados de una tarea o contexto, además de guiar su implementación. Esta capacidad matemática puede ser requerida en cualquier etapa del proceso de resolución de problemas.

- **Utilización de operaciones y un lenguaje simbólico, formal y técnico:** la competencia matemática requiere la utilización de operaciones y un lenguaje simbólico, formal y técnico. Esto implica la comprensión, interpretación, manipulación y utilización de expresiones simbólicas en un contexto matemático (incluidas las expresiones y operaciones aritméticas) regido por convenciones y reglas matemáticas. También supone la comprensión y utilización de constructos formales basados en definiciones, reglas y sistemas formales, así como el uso de algoritmos con estas entidades. Los símbolos, las reglas y los sistemas empleados varían en función de los conocimientos concretos de contenido matemático que se requieren en un ejercicio específico para formular, resolver o interpretar las matemáticas.

- **Utilización de herramientas matemáticas:** Las herramientas matemáticas incluyen herramientas físicas, como los instrumentos de medición, además de calculadoras y herramientas informáticas que cada vez son más accesibles. Además de saber cómo utilizar estas herramientas para ayudar a completar las tareas matemáticas, el alumnado necesita saber las limitaciones de este tipo de herramientas. Asimismo, las herramientas matemáticas pueden desempeñar un papel crucial en la comunicación de los resultados

Por otro lado, TIMSS (2015) considera que los estudiantes ponen en juego su conocimiento y habilidades cognitivas, agrupando estas últimas, en tres dominios: conocimiento, aplicación y razonamiento:

- **Conocimiento:** Este primer dominio se relaciona con los hechos, conceptos y procedimientos que un estudiante debe conocer para establecer relaciones matemáticas al enfrentarse a un problema.
- **Aplicación:** Este dominio en relación con el primero, es la forma en que el estudiante aplica el conocimiento o su comprensión conceptual al resolver problemas.
- **Razonamiento:** Por último, este dominio se enfoca en la capacidad del estudiante de resolver diversas situaciones más allá de lo cotidiano, considerando contextos complejos y problemas con varios pasos.

Por último, se consideran las habilidades cognitivas comprendidas en la Taxonomía de Bloom, en las que se describen: conocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación.

- **Conocimiento:** Se relaciona con la capacidad del estudiante de recordar sin realizar elaboraciones de ningún tipo. Lo que el estudiante recuerda son hechos específicos, procesos, métodos, donde debe ser capaz de repetir palabras, términos, fechas, fórmulas, entre otros.
- **Comprensión:** Se relaciona con la capacidad del estudiante de comprender, explicando lo que se le está comunicando y estableciendo relaciones entre elementos del objeto de estudio, sin necesidad de relacionarlos con objetos similares.
- **Aplicación:** Se relaciona con la capacidad del estudiante de poner en práctica lo que ha comprendido, utilizando abstracciones e incluso la utilización de fórmulas que se han aprendido de memoria pero que en su aplicación se observa comprensión.
- **Análisis:** Se relaciona con la capacidad del estudiante de fraccionar las ideas de un problema, estableciendo jerarquías y relaciones entre las partes. Por lo mismo, se espera que reconozcan relaciones entre los elementos y principios de organización
- **Síntesis:** Se relaciona con la capacidad del estudiante de trabajar con fragmentos o partes, organizarlos y hacerlos parte de un todo.
- **Evaluación:** Se relaciona con la capacidad del estudiante de evaluar o formular juicios sobre métodos utilizados, a partir de la evidencia.

A continuación, en la Tabla 1, se expone una síntesis de las habilidades de cada uno de estos tres marcos descritos. Para la codificación del material realizado por los estudiantes se consideraron los diferentes marcos de habilidades presentados en la tabla 1. De este modo, para este estudio se establecieron cinco niveles de habilidades que consideran lo siguiente:

- **Nivel 1:** Se relaciona con la capacidad del estudiante de realizar tareas de repetición, donde debe recordar sin estar implicadas elaboraciones o conexiones.
- **Nivel 2:** Se relaciona con la capacidad del estudiante de decodificar e interpretar la información, por lo tanto, reconocer, clasificar, recuperar y recordar información, permitiendo comprender la situación matemática a la que está expuesto.
- **Nivel 3:** Se relaciona con la capacidad del estudiante de representar por medio de lenguaje pictórico o concreto, situaciones matemáticas, matematizando o generando abstracciones. De esta forma, se espera que utilice representaciones concretas, y pictóricas asociadas, en algunos casos a un lenguaje formal y técnico.
- **Nivel 4:** Se relaciona con la capacidad del estudiante de representar por medio de lenguaje simbólico situaciones matemáticas, matematizando o generando abstracciones. De esta forma, se espera que utilice representaciones simbólicas asociadas a un lenguaje formal y técnico.

- **Nivel 5:** Se relaciona con la capacidad del estudiante de analizar, evaluar y justificar procedimientos o situaciones matemáticas específicas. En este caso, los estudiantes podrán argumentar y concluir respecto de sus puntos de vista, estableciendo relaciones entre conocimientos matemáticos adquiridos anteriormente.

**Tabla 1. Cruce de habilidades Pisa, Timss y Bloom**

| CATEGORÍA | PISA   | TIMSS  | BLOOM   |
|-----------|--|--|---|
| Nivel 1   |  |  | Conocimiento<br>Convencionalismos (se espera que recuerde sin elaboración) e deben presentar tarea de aja demanda cognitiva, de memorización o sin conexión. Podrían establecerse en esta misma clasificación, aquella tarea de “apresto” |
| Nivel 2   | Comunicación<br>Modelo mental Lectura, decodificación e interpretación.  | Conocimiento<br>Recordar, reconocer, clasificar / ordenar, calcular, recuperar             | Comprensión<br>Descripción  |
| Nivel 3   | Representación pictórica o concreta<br>Diseño de estrategias para resolver problemas<br>Utilización de herramientas matemáticas<br>Matematización  | Aplicación<br>Determinar, representar / Modelo, implementar                                | Aplicación  |
| Nivel 4   | Matematización<br>Representación simbólica<br>Diseño de estrategias para resolver problemas<br>Utilización de operaciones y un lenguaje simbólico, formal y técnico<br>Utilización de herramientas matemáticas | Aplicación<br>Determinar, representar / Modelo, implementar                                | Aplicación<br>Abstracción   |
| Nivel 5   | Razonamiento y argumentación   | Razonamiento<br>Analizar, integrar/ Sintetizar, evaluar, concluir, generalizar, justificar | Análisis<br>Síntesis<br>Evaluación  |

Fuente: Elaboración propia.

Continuando con el estudio de las oportunidades de aprendizaje, otras estrategias que han sido utilizadas para su investigación son el análisis de distintos tipos de materiales de aula, como los registros diarios de las actividades realizadas (leccionarios), las planificaciones de clase, las evaluaciones administradas por los profesores (Contreras, 2014) y los materiales didácticos (Boscardin, et al, 2005; McDonnell, 1995). Además, se han realizado estudios por medio del análisis de observaciones de aula, poniendo énfasis en el tipo de tareas matemáticas que los profesores seleccionan y proponen a sus estudiantes, así como el contexto en el que estas tareas se desarrollan (Carrillo, Contreras y Zakaryan, 2014). En estos estudios se ha destacado la relevancia de la actividad del docente en la generación de oportunidades de aprendizaje, por medio de la selección de tareas y actividades matemáticas (Sullivan, Clarke, Clarke y O'Shea, 2010).

Un aspecto importante que los estudios realizados hasta la fecha han reconocido es la importancia del profesor y la influencia de sus percepciones en las ODA de los estudiantes (Sullivan, et al, 2010), poniendo especial énfasis en los objetivos subyacentes a las acciones y toma de decisiones del profesor (Carrillo, Contreras, Zakaryan, 2013). Para el desarrollo de las prácticas educativas, los profesores toman decisiones basadas no solo en su conocimiento didáctico y disciplinar, sino también en sus convicciones personales respecto al aprendizaje y la enseñanza, así como sobre su rol profesional, entre otros aspectos. En este sentido, ha cobrado interés en el ámbito de la psicología de la educación y del estudio del aprendizaje el análisis de las características de los profesores, específicamente de sus creencias y actitudes, por su influencia en las prácticas pedagógicas (Rodrigo, Rodríguez y Marrero, 1993; San Martín, 2012), en la calidad de la enseñanza y, por lo tanto, en la calidad de las oportunidades de aprendizaje.

Tomando en cuenta lo anterior y, una vez conocidas y caracterizadas las ODA, surgen interrogantes respecto a cuáles son los factores que pueden explicar por qué se proporcionan esas ODA identificadas y no otras. Por este motivo, en la presente investigación se consideró relevante profundizar en las creencias del profesorado que orienta las decisiones pedagógicas y guían el proceso de aprendizaje (Ahsan, Sharma, y Deppeler, 2012; Edwardraj, Mumtaj, Prasad, Kuruvilla y Jacob, 2010). Abundante evidencia ha mostrado que las creencias sobre el aprendizaje y la enseñanza afectan las prácticas del profesorado (Beswick, 2006; Hill, Rowan, Ball, ,2005; Porter, 1991; Thompson, 1992). En el desarrollo teórico de las creencias referidas a las matemáticas, se han identificado tres dimensiones (Ernest, 1991; Schmidt y McKnight, 1995): creencias sobre las matemáticas cómo objeto de estudio, creencias sobre la naturaleza de la enseñanza de las matemáticas y, creencias respecto al aprendizaje de las matemáticas. En esta línea, la investigación se ha desarrollado desde metodologías cualitativas por medio de estudios de caso, así como con aproximaciones mixtas por medio del análisis de la cuantificación de observaciones de aula y de los materiales curriculares, junto con las prácticas declaradas por los docentes (Polly y Hannafin, 2011). No obstante, se carece de investigaciones similares con foco en estudiantes en situación de DI.



### 3. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

---

En el contexto previamente descrito, la investigación se ha guiado por las siguientes interrogantes: ¿Qué ODA de matemáticas se generan en escuelas especiales para estudiantes con DI?, ¿Qué elementos contextuales y del profesorado pueden estar influyendo en la calidad de esas ODA? ¿El Programa de Matemática funcional contribuye en la generación de mayores ODA? y ¿cuáles son las creencias y prácticas declaradas respecto a las matemáticas y su proceso de enseñanza y aprendizaje con estudiantes que presentan DI en escuelas especiales?

### 4. OBJETIVOS

---

#### Objetivo General

Analizar las oportunidades de aprendizaje de matemáticas que se proporcionan a estudiantes con discapacidad intelectual en escuelas de educación especial, en cursos que han implementado y cursos que no han implementado el Programa de Matemática Funcional explorando la relación entre esas oportunidades de aprendizaje con elementos contextuales de las escuelas y con características de los profesores que las generan, y a partir de lo anterior, determinar orientaciones a docentes para la enseñanza de las matemáticas a estudiantes con discapacidad intelectual.

#### Objetivos Específicos

1. Caracterizar las oportunidades de aprendizaje de matemáticas de estudiantes con discapacidad intelectual, en cursos de primer ciclo básico de escuelas especiales que han implementado y que no han implementado el Programa de Matemática Funcional.
2. Comparar las características de las oportunidades de aprendizaje de matemática entre aquellos cursos que han implementado y cursos que no han implementado los lineamientos del Programa de Matemática Funcional, contrastando las posibles diferencias en función de la región y nivel socioeconómico donde se ubican los casos de estudio.
3. Comparar las características de las oportunidades de aprendizaje de matemática entre aquellos cursos que han implementado y cursos que no han implementado los lineamientos del Programa de Matemática Funcional, contrastando las posibles diferencias en función de las creencias de los profesores respecto de las matemáticas, del aprendizaje de ellas y de su enseñanza a estudiantes con DI.
4. Determinar orientaciones para el profesorado para la enseñanza de las matemáticas a estudiantes con discapacidad intelectual.

## 5. METODOLOGÍA

---

La investigación se desarrolló desde un enfoque cualitativo, a través de un estudio de casos múltiples (Yin, 2000). Para efectos de esta investigación, se estudiaron ocho casos, siguiendo las pautas de estudios similares (Carrillo, Contreras, y Zakaryan, 2014; Howard, San Martín, Salas, Blanco y Díaz, 2017). Cada caso corresponde a un curso de matemáticas de primer ciclo básico de escuelas especiales. De este modo, la nomenclatura de estos cursos según el Decreto 87/90 son las siguientes: curso Básico 5, Básico 6 o Básico 7. Cabe destacar que en estos tres cursos se ubican a estudiantes entre los 8 y 11 años cronológica<sup>2</sup>. De ese modo, por ejemplo, un curso básico 5 podría homologarse a un primero básico al que asisten estudiantes de 8 años.

Las unidades de observación corresponden a los instrumentos curriculares implementados en las clases de matemática (a través de documentos asociados, prácticas docentes y la opinión de quienes lo implementan).

La muestra ha sido obtenida de los establecimientos educacionales que trabajan como Red de Prácticas de las instituciones adjudicatarias del proyecto que forman la alianza en el desarrollo de este FONIDE y por medio de convenios de colaboración.

### 5.1. FASE 1. Selección de casos

La selección de los casos se realizó en base a cuatro criterios:

- a) Cursos de primer ciclo básico de escuelas especiales para estudiantes con DI que reciben financiamiento público de la Región Metropolitana y Quinta Región<sup>3</sup>.
- b) Cuatro cursos de escuelas que al mes de diciembre de 2016 hayan implementado el Programa de Matemática Funcional y cuatro cursos de escuelas que nunca han implementado dicho programa.
- c) Cursos mixtos de al menos cuatro estudiantes con DI matriculados, (identificados por medio de informes psicológicos y pedagógicos disponibles en cada escuela) que no presenten necesidades de apoyo significativas asociados a discapacidad visual y/o auditiva.
- d) Cuatro cursos de escuelas especiales de comunas con alto índice de vulnerabilidad y cuatro cursos de escuelas especiales con bajo nivel de vulnerabilidad. Se trabajará con IVE comunal ya que no se cuenta con datos disponibles respecto al IVE de cada escuela especial del país<sup>4</sup>.

Para seleccionar a los casos del estudio se contactó por vía telefónica y correo electrónico a escuelas especiales que cumplieran los cuatro criterios antes descritos. Se contactó a un total de

---

<sup>2</sup> Para mayor información sobre los cursos de escuelas especiales se puede consultar en <http://especial.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/31/2016/08/201304231709370.DecretoN87.pdf>

<sup>3</sup> Se ha optado por estas regiones debido a que en ambas se inició el Programa de Matemática Funcional, así como a la cercanía de las instituciones que forman alianza en esta propuesta, lo que asegura su viabilidad.

<sup>4</sup> Se solicitó esta información a la Unidad de Educación Especial del MINEDUC, quienes después de realizar averiguaciones señalaron que no se cuenta con IVE por cada escuela especial. Lo que podría explicar esta situación, de acuerdo con la información proporcionada, es que las escuelas especiales no se acogen a ley SEP.

17 escuelas especiales. A continuación, en la Tabla 2 se presentan los ocho casos que aceptaron participar en la investigación. Un detalle de los antecedentes de cada caso de estudio se puede ver en el anexo 1.

**Tabla 2. Casos de estudio seleccionados**

| TIPO DE ESCUELA  | IMPLEMENTA PROGRAMA MATEMÁTICA FUNCIONAL                                    |   | NO IMPLEMENTA PROGRAMA MATEMÁTICA FUNCIONAL                              |   | TOTAL          |
|------------------|---|---|--|---|----------------|
|                  | RM  | V región  | RM   | V región  |                |
| IVE COMUNAL ALTO | Escuela Especial, comuna Cerro Navia (IVE-SINAE 82,6%)<br>Curso Básico 5    | Escuela Especial, comuna de Viña del Mar (IVE-SINAE 68,3%).<br>Curso básico 6 | Escuela Especial, comuna Puente Alto (IVE-SINAE 66,7%)<br>Curso Básico 7 | Escuela Especial, comuna de Valparaíso (IVE-SINAE 73,4%).<br>Curso básico 7   | <b>4 casos</b> |
| IVE COMUNAL BAJO | Escuela Especial, comuna de Puente Alto (IVE-SINAE 66,7%)<br>Curso Básico 5 | Escuela Especial, comuna de Viña del Mar (IVE-SINAE 68,3%).<br>Curso básico 7 | Escuela Especial, comuna de La Reina (IVE-SINAE 57,4%)<br>Curso Básico 6 | Escuela Especial, comuna de Viña del Mar (IVE-SINAE 68,3%).<br>Curso básico 7 | <b>4 casos</b> |
|                  |   |   |  | <b>Total</b>  | <b>8 casos</b> |

Fuente: Elaboración propia.

Es importante destacar que inicialmente una escuela especial municipal de la comuna de La Granja aceptó participar en el estudio. Sin embargo, a mediados del mes de noviembre del 2017 desistieron debido a la reticencia de la profesora a la grabación y observación de clases. A causa de esto, se contactó a nuevas escuelas. Sin embargo, debido a lo avanzado del semestre y la cercanía del cierre del año escolar no fue posible contar con la participación de un nuevo centro escolar. Ante esta situación, se optó por incorporar a otro curso de una de las escuelas participantes de la comuna de Puente Alto de la región Metropolitana, puesto que su profesora nunca había participado en procesos de formación en matemática funcional y declaró desconocer por completo el programa.

## 5.2. FASE 2. Recolección de información

Se contactó a los establecimientos educacionales seleccionados y se solicitó los consentimientos informados (ver anexo 2) por parte de todos los participantes. Posteriormente, se utilizaron cuatro técnicas de recolección de información.

### 5.2.1. Técnicas y procedimientos de recolección de información

- **Registro documental:** Se realizó un análisis de contenido de documentos institucionales disponibles (p.e: Proyecto Educativo Institucional, PME). Con esta información se establecieron perfiles e indicadores de los casos que permitirán un análisis y comparación de las ODA.

- **Registro de material de aula:** Se desarrolló un registro de material de aula de cada caso del segundo semestre académico. El material de aula se entiende como todo registro o evidencia escrita del currículum implementado: a) Registro en libro de clases de matemática; b) Evaluaciones (pruebas escritas); c) Planificaciones de clases de matemáticas; d) Cuadernos de matemáticas de cuatro estudiantes por curso (32 estudiantes) velando por la paridad de género (objetivos específicos 1 y 2). La selección de los cuatro estudiantes por curso -cuyo material de aula fue recolectado- se realizó de modo intencionado. De acuerdo con la información del docente de aula, se seleccionó a los estudiantes según su avance en términos curriculares. De este modo, en cada curso se seleccionó a un estudiante con desempeño avanzado, dos estudiantes que presenten un desempeño intermedio y un estudiante de menor desempeño con respecto a las matemáticas. Esta decisión metodológica se fundamenta ya que en la realidad de los cursos de escuelas especiales la diversidad de estudiantes en cuanto a habilidades y desarrollo cognitivo es amplia. Debido a esto, en ocasiones los profesores planifican dividiendo al curso en grupos de estudiantes o en algunos casos, con adecuaciones y planes curriculares individuales. Considerar esta diversidad permitió tener una visión más amplia de las oportunidades de aprendizaje que se proporcionan en cada caso de estudio (curso).
- **Observación de aula/videografías:** Se realizaron tres observaciones de clases de matemáticas (1 hora de clases) desarrolladas por un mismo docente en cada uno de los casos (24 grabaciones). El protocolo de las grabaciones de clases se puede ver en el anexo 3.
- **Entrevistas semiestructuradas:** En cada caso de estudio se realizaron entrevistas semiestructuradas (Taylor y Bogdam, 1986). Se entrevistó al coordinador/a de la Unidad Técnico-Pedagógica y al profesor/a de educación especial que imparte la asignatura de matemáticas en el nivel estudiado (objetivo específico 3). Se desarrollaron 13 entrevistas en las que se abordaron las siguientes temáticas: Creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje; Creencias sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en personas con discapacidad intelectual conocimiento y comprensión del enfoque de matemática funcional; Evaluación y planificación de la enseñanza. El protocolo de la entrevista se puede ver en el anexo 4.

### 5.2.2. Descripción del procedimiento de recogida de información

El procedimiento para la recogida de datos se llevó a cabo a través de un encargado de la coordinación en la Región Metropolitana y otro en Valparaíso, quienes coordinaron el levantamiento y sistematización de la información en los ocho casos de estudio. Para el logro de los propósitos de esta fase, se llevaron a cabo las siguientes acciones:

- a) Creación y mantención actualizada de una ficha con antecedentes de las cuatro escuelas de la región que participan en el estudio.
- b) Distribución y recopilación de los procedimientos éticos como consentimientos informados para directores/as, consentimientos informados para el profesorado y coordinadores de UTP y consentimientos informados pasivos para padres/apoderados, previamente aprobados por el comité de ética de la universidad ejecutora de este proyecto. Cabe destacar que debido a la edad de los estudiantes de los cursos estudiados (cuyos materiales serían registrados) no se contempló la realización de un asentimiento por parte de los mismos estudiantes. Sin embargo, para próximas investigaciones esto será realizado independientemente de la edad de los participantes.
- c) Coordinación de grabación de tres clases de matemáticas de cada caso de estudio en la que se determinaba la fecha y el horario a grabar.
- d) Coordinación de aplicación de entrevistas de cada caso de estudio: entrevista a profesor del curso y a UTP. Las cuales fueron realizadas por una de las investigadoras del equipo.
- e) Coordinación de recogida de información y su registro. Para esto, se contrató a ocho ayudantes quienes grabaron las clases y fotografiaron los siguientes datos (insumos):
  - Copia de cada proyecto educativo institucional y del PME en cada caso de estudio.
  - Copia de planificaciones de clases de matemáticas de todo el segundo semestre de 2017 (agosto a diciembre)
  - Copia de cuadernos (de agosto a diciembre) de cinco estudiantes de cada curso, los cuales fueron elegidos según su nivel de desempeño y velando por la paridad de género. Se tomó la decisión de fotografiar a un quinto alumno en caso de que ocurriese algún imprevisto con los cuatro estudiantes seleccionados, según las bases del proyecto.
  - Copia de guías de trabajo y evaluaciones escritas de cinco estudiantes de cada estudio de caso.
  - Copia del leccionario (libro de clases) de matemáticas del segundo semestre de 2017 (agosto a diciembre).

El registro de los insumos se realizó en, al menos, dos etapas, una al principio del proyecto y otra al final del año 2017, con el objetivo de recopilar toda la información de agosto a hasta diciembre.

- f) Mantención de carpetas ordenadas y actualizadas con todo el material por cada caso de estudio. Para esto, se pedía a los ayudantes informar a través de un documento en drive de cada material recogido hasta la fecha para luego, coordinar la entrega de los insumos.

Todo el proceso de recolección y levantamiento de información se desarrolló entre los meses de octubre y diciembre del año 2017. En el anexo 7 se puede ver el detalle de las fechas de esta fase.

### 5.3. FASE 3. Análisis de la información

El desarrollo de esta fase se realizó principalmente por medio de análisis de contenido, utilizando la Teoría Fundamentada (Andreu, García-Nieto y Pérez, 2007; Strauss y Corbin, 1998) como estrategia de análisis, en términos de la condensación de la información obtenida a partir de una codificación abierta y axial (Strauss y Corbin, 1990). A su vez, se considera la construcción de una descripción densa de cada caso a partir del contraste e interpretación de la información proveniente de cada una de las fuentes de información (Flyvbjerg, 2004).

#### 5.3.1. Análisis de documentos

Se realizó un análisis de contenido de antecedentes disponibles de los documentos institucionales (p.e: Proyecto Educativo Institucional). Con esta información se establecieron perfiles de los casos.

#### 5.3.2. Análisis de material de aula

Como se mencionó anteriormente, se desarrolló un registro de material de aula de cada caso del segundo semestre académico. El material de aula se entiende como todo registro o evidencia escrita del currículum implementado: a) Registro en libro de clases de matemática; b) Evaluaciones (pruebas escritas); c) Planificaciones de clases de matemáticas; d) Cuadernos de matemáticas de cuatro estudiantes por curso.

A continuación, se señala el proceso de análisis de cada uno de estos recursos.

- a) **Análisis del registro de libro de clases (leccionarios):** se realizó un análisis descriptivo que permitiera conocer el número de clases de matemáticas que se desarrollaron durante el segundo semestre de 2017 en cada caso de estudio. Además, en función del detalle de los registros, se identificó el eje y propósitos de estas clases, así como sus formas de evaluación.
- b) **Análisis de planificaciones de clases:** se realizó un análisis descriptivo de las clases de matemáticas que se planificaron durante el segundo semestre de 2017 en cada caso de estudio. Cabe destacar que los formatos, detalle y longitud de las planificaciones de clases varían entre cada caso de estudio. No obstante, se identificó el eje y los propósitos de estas clases, así como sus formas de evaluación.
- c) **Análisis de evaluaciones escritas, cuadernos, guías de trabajo y actividades de libro de matemáticas:** El proceso de análisis de este material de aula contempló las siguientes etapas:

#### **Etapas 1: Creación de base de datos:**

La creación de la base de datos de las imágenes de este tipo de material de aula se desarrolló de la siguiente manera:

### Etapa 1.1: Catalogación y edición de imágenes:

Las imágenes fueron catalogadas por caso de estudio y estudiantes.

Por medio del software XnViewMP, se realizó una edición de las fotografías para mejorar la calidad de las imágenes. Se utilizaron herramientas de este software que permitieron identificar categorías por medio del uso de etiquetas de color. Esto permitió diferenciar el tipo de material de aula: Cuadernos, Guías de trabajo, Evaluaciones, Libro de matemáticas (ver ejemplo en anexo 5).

Además, en esta fase de edición se realizaron procesos para que cada imagen sólo contenga una tarea o ejercicio matemático. De este modo, por ejemplo, si una guía de trabajo contaba con ejercicios de adición y luego, en la misma página de la guía se presentaban problemas para ser resueltos, estas se dividieron para que cada tarea fuera codificada de manera individual.

A continuación, se presenta un ejemplo:

Figura 1. Página/imagen original

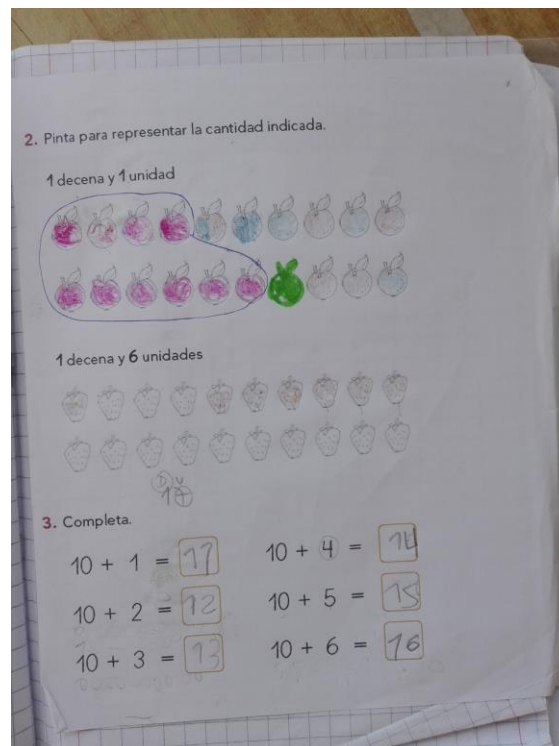


Figura 2. Imágenes para incluir en base de datos para proceso de codificación

Imagen 1:

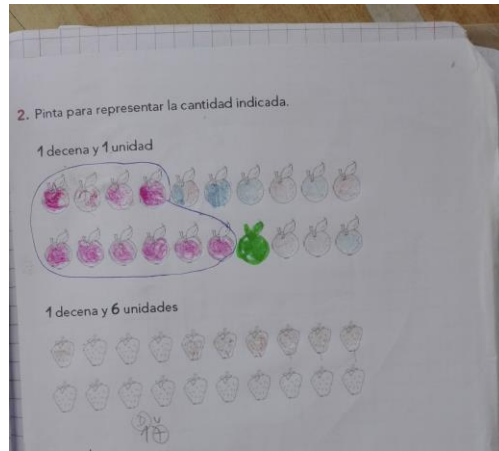
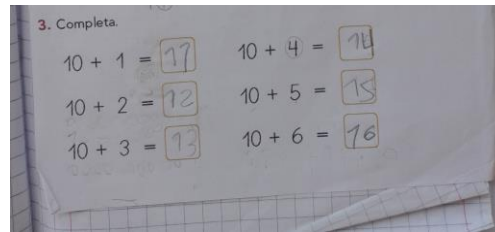


Imagen 2:



Con herramientas del software mencionado, posteriormente se procedió a marcar e identificar aquellas imágenes que contaban con duplicados. Es decir, imágenes de las mismas actividades presentes en los cuadernos, libros, o guías de distintos estudiantes.

Figura 3. Ejemplo “duplicados”







Como resultado de las acciones descritas se cuenta con la siguiente cantidad de datos:

**Tabla 3. Número de tareas para codificación**

| Total de tareas | Nº de tareas original | Nº de tareas duplicadas |
|-----------------|-----------------------|-------------------------|
| 1122            | 887                   | 235                     |

Como se observa en la Tabla 3 el total de tareas recogidas en los ocho casos de estudio son 1122. De esas 1122 tareas presentes en cuadernos, libros, pruebas y guías, hay 887 que no tienen duplicados y 235 tareas que se encuentran duplicadas. Finalmente, el total de duplicados es de 434 actividades.

Considerando las características de estos datos, se procedió a codificar sólo el total de 1122 tareas. De este modo, las 434 actividades duplicadas asumieron los valores de la codificación de la imagen marcada como original.

### **Etapa 1.2. Generación de base de datos relacional (SQL Server)**

Se realizó una importación de las imágenes y posteriormente una creación de las tablas requeridas para la codificación en la plataforma web.

### **Etapa 2: Codificación de imágenes de base de datos**

El objetivo de este análisis es caracterizar las oportunidades de aprendizaje en matemática de estudiantes con discapacidad intelectual, en cursos de primer ciclo básico de escuelas especiales.

Para la codificación de las imágenes se creó una plataforma web en la cual se encuentra la base de datos. El proceso de codificación se llevó a cabo por cuatro profesionales expertos en educación matemática y currículum de esta asignatura en enseñanza básica y una coordinadora de codificación.

## Metodología de análisis de acuerdo entre codificadores

Para llevar a cabo el proceso de codificación se realizó una primera sesión de inducción y capacitación a los codificadores respecto al uso de la plataforma y los criterios de codificación de cada una de las tareas/imágenes disponibles en la web. El total de imágenes se dividió y codificó en cuatro fases sucesivas que se detallarán más adelante.

Este material de aula fue analizado y codificado en función de 6 variables:

- *Curso*: identifica el curso dentro del currículum nacional al que pertenece el contenido evidenciado en el material de aula. Las categorías de codificación corresponden de 1º a 6º básico.
- *Eje*: identifica al eje de contenido al que pertenece el contenido del material del aula, en función de las categorías definidas por el currículum nacional: Números y operaciones; Patrones y álgebra; Geometría; Medición y, por último, Datos y probabilidades.
- *Objetivo de aprendizaje*: identifica el objetivo de aprendizaje al que refiere el contenido del material de aula. El listado de objetivos de aprendizaje corresponde a los definidos por el currículum nacional y se relacionan con el eje seleccionado previamente.
- *Tipo de tarea*: identifica el tipo de tarea que implica el material de aula analizado y sus categorías de codificación corresponden a cuatro tipos: Percepción/discriminación visual; Motriz; Tarea matemática de Mecanización; Tarea matemática de resolución.
- *Habilidad*: que identifica el nivel de habilidad requerido por el estudiante en función de los ejes definidos por el currículum nacional en cuatro niveles de tipo ordinal.
- *Demanda cognitiva*: que identifica el nivel de demanda cognitiva implicada en las actividades realizadas (Stein et al, 2000) y corresponde a una escala ordinal de cuatro niveles: Low level - memorización, Low level – procedimiento sin conexión, High level – procedimiento con conexión y High level – “doing math”.

En función de estas variables de análisis se procedió a codificar los distintos materiales de aula luego de una capacitación acerca de los objetivos del estudio y los criterios de clasificación. Este trabajo se realizó en fases sucesivas en las que se calcularon coeficientes y estadísticos descriptivos parciales de acuerdo entre codificadores, y se volvió iterativamente sobre las codificaciones para mejorar la comprensión del instrumento de análisis y sus categorías.

Para estos fines se seleccionó 562 imágenes, cada una de las cuales corresponde a una tarea, que fueron codificadas bajo un diseño cruzado completo, es decir, que todos los evaluadores (4) codificaron este material de aula individualmente.

Los coeficientes de acuerdo entre codificadores o jueces que se utilizaron en las fases 1, 2 y 3 fueron el coeficiente de Kappa de Fleiss, la adaptación de Kappa de Light y la prueba Inter Class Correlation. Todas estas técnicas estadísticas tienen por objetivo entregar una medida de acuerdo

entre evaluadores respecto a alguna observación, que en nuestro caso corresponde a los materiales de aula. En la fase 4 se utilizó la prueba Kappa de Cohen, ya que los evaluadores trabajaron en pares o duplas lo que permite la utilización de este coeficiente en su versión original.

Los coeficientes de Kappa son utilizados ampliamente en el análisis de acuerdo entre jueces o evaluadores cuando se utilizan variables categóricas y en nuestra investigación se utilizaron dos adaptaciones diseñadas para expandir el análisis de Kappa de Cohen a más de dos evaluadores: Kappa de Fleiss y Kappa de Light. El primero constituye una expansión del análisis de Kappa de Cohen para más de dos evaluadores, en cambio el Kappa de Light calcula los coeficientes usando la fórmula original de Cohen para cada par de evaluadores y resume la información como una media aritmética (Hallgren, 2012).

La prueba de Inter Class Correlation es sumamente utilizada para el análisis de acuerdo entre jueces para variables ordinales y de intervalo (Hallgren, 2012). Se calculó esta prueba asumiendo un modelo de 'dos-vías' (two-way), ya que los codificadores eran los mismos para cada material de aula. Se buscó conocer el grado de acuerdo entre los evaluadores, más que la consistencia del instrumento, por lo que se seleccionó un modelo de 'acuerdo absoluto' (absolute agreement). Por último, se calculó la prueba para medidas de promedio del grupo de codificadores y de manera individual.

Estas pruebas estadísticas tienen como resultado un valor que va desde -1 a 1, indicando como absoluto desacuerdo el -1 y el 1 como acuerdo absoluto. El valor 0 representa que los acuerdos o desacuerdos se deben al azar.

Para interpretar los valores obtenidos se utilizó la propuesta de Landis y Koch (1977) para las pruebas Kappa, en la que valores entre 0 y 0.2 representan acuerdos leves, entre 0.21 y 0.4 un grado de acuerdo (fair agreement), entre 0.41 y 0.6 acuerdos moderados, entre 0.61 y 0.8 acuerdos sustanciales y entre 0.81 y 1 acuerdos casi perfectos o perfectos.

Para el caso del Inter Class Correlation se utilizó la propuesta de Cicchetti (1994) en la que valores bajo 0.4 representan bajo acuerdo, entre 0.41 y 0.59 un grado de acuerdo, entre 0.60 y 0.74 como acuerdos de buen nivel y entre 0.75 y 1 como acuerdos de excelente nivel.

A continuación, se presenta un resumen de este proceso reportando los resultados de las pruebas estadísticas en cada fase e identificando los grados de acuerdo observados.

## **Fase 1 de la codificación de material de aula**

Esta primera fase constó del análisis de 60 imágenes del material de aula y corresponde al inicio del proceso de codificación. La codificación de este material se realizó en tres instancias de trabajo durante el mes de mayo de 2018.

Respecto a las variables de tipo categórico, es decir, el curso, el eje, objetivo de aprendizaje y el tipo de tarea, la evolución de los coeficientes de acuerdo entre jueces fue la siguiente.

**Tabla 4. Análisis acuerdo entre codificadores Fase 1**

| Curso         | Análisis de acuerdo entre codificadores |           |           |               |
|---------------|---|-----------|-----------|---------------|
|               | Estadístico                             | Entrega 1 | Entrega 2 | Entrega final |
|               | Kappa de Fleiss                         | 0.72      | 0.72      | 0.72          |
|               | Kappa de Light                          | 0.72      | 0.72      | 0.72          |
| Eje           | Kappa de Fleiss                         | 0.79      | 0.79      | 0.79          |
|               | Kappa de Light                          | 0.8       | 0.8       | 0.8           |
| OA            | Kappa de Fleiss                         | 0.71      | 0.71      | 0.71          |
|               | Kappa de Light                          | 0.71      | 0.71      | 0.71          |
| Tipo de tarea | Kappa de Fleiss                         | 0.53      | 0.53      | 0.53          |
|               | Kappa de Light                          | 0.54      | 0.54      | 0.54          |

En el caso de la variable Curso el nivel de acuerdo se mantuvo constante durante los tres momentos de codificación en 0.72, demostrando un nivel de acuerdo sustancial. Respecto al Eje, el nivel de acuerdo se mantuvo constante entre las tres etapas alcanzando un valor 0.79 según la prueba Kappa de Fleiss y un 0.8 en la prueba de Light. Ambas medidas corresponden a un nivel sustancial de acuerdo. En el Objetivo de Aprendizaje los valores de las pruebas Kappa fueron de 0.71, indicando un grado de acuerdo sustancial. En cambio, en la evaluación del Tipo de Tarea el nivel de acuerdo demuestra un nivel de acuerdo moderado, alcanzando valores arriba de 0.5. Cabe destacar que entre cada fase se realizaron reuniones de ajuste y codificación. Sin embargo, como se observa el nivel de acuerdo respecto a “tipo de tarea” no aumentó.

Las variables de Habilidad y Demanda Cognitiva fueron evaluadas con la prueba de Inter Class Correlation al ser del tipo ordinal.

**Tabla 5. Análisis acuerdo entre codificadores Fase 1 sobre habilidad y demanda cognitiva**

| Habilidad | Análisis de acuerdo entre codificadores |           |           |           |
|-----------|---|-----------|-----------|-----------|
|           | Estadístico                             | Entrega 1 | Entrega 2 | Entrega 3 |
|           | ICC Individual                          | 0.57      | 0.57      | 0.57      |
|           | ICC Promedio                            | 0.84      | 0.84      | 0.84      |
| Demanda   | ICC Individual                          | 0.71      | 0.71      | 0.71      |
|           | ICC Promedio                            | 0.9       | 0.9       | 0.9       |

Respecto a la variable de Habilidad el ICC Promedio alcanzó los 0.84 indicando un excelente nivel de acuerdo. En cambio, el ICC individual, usado para calcular la representatividad de un evaluador hacia el resto de la muestra, alcanza un nivel de acuerdo más bajo. La variable Demanda Cognitiva alcanza un nivel de acuerdo excelente con un ICC Promedio de 0.9 y un nivel de acuerdo sustancial evaluando el ICC Individual.

## Fase 2 de la codificación de material de aula

En la segunda fase se analizaron un total de 300 tareas matemáticas en durante mayo y junio de 2018. Los resultados de pruebas de acuerdo entre evaluadores fueron las siguientes.

**Tabla 6. Análisis acuerdo entre codificadores fase 2**

| Curso         | Análisis de acuerdo entre codificadores |           |           |               |
|---------------|---|-----------|-----------|---------------|
|               | Estadístico                             | Entrega 1 | Entrega 2 | Entrega final |
|               | Kappa de Fleiss                         | 0.74      | 0.74      | 0.75          |
|               | Kappa de Light                          | 0.74      | 0.74      | 0.75          |
| Eje           | Kappa de Fleiss                         | 0.74      | 0.79      | 0.78          |
|               | Kappa de Light                          | 0.74      | 0.79      | 0.79          |
| OA            | Kappa de Fleiss                         | 0.67      | 0.71      | 0.73          |
|               | Kappa de Light                          | 0.67      | 0.71      | 0.73          |
| Tipo de Tarea | Kappa de Fleiss                         | 0.4       | 0.44      | 0.49          |
|               | Kappa de Light                          | 0.41      | 0.44      | 0.49          |

Respecto a la variable Curso el nivel de acuerdo varió desde 0.74 a 0.75 hacia la entrega final representando un nivel de acuerdo sustancial. Mismo caso la variable Eje y Objetivo de aprendizaje que alcanzan un acuerdo sustancial con valores superiores a 0.7. La variable tipo de tarea posee un grado más bajo de acuerdo, alcanzando un Kappa de 0.49 en ambas medidas, lo que corresponde a un acuerdo moderado.

**Tabla 7. Análisis acuerdo entre codificadores fase 2 habilidad y demanda cognitiva**

| Habilidad | Análisis de acuerdo entre codificadores |           |           |               |
|-----------|---|-----------|-----------|---------------|
|           | Estadístico                             | Entrega 1 | Entrega 2 | Entrega final |
|           | ICC Individual                          | 0.45      | 0.55      | 0.64          |
|           | ICC Promedio                            | 0.76      | 0.83      | 0.87          |
| Demanda   | ICC Individual                          | 0.65      | 0.68      | 0.71          |
|           | ICC Promedio                            | 0.88      | 0.89      | 0.9           |

Respecto a las variables de Habilidad y Demanda Cognitiva, los niveles de acuerdo de ICC Promedio demuestran un grado de acuerdo nivel excelente. Asimismo, el ICC individual alcanza un nivel bueno de acuerdo.

## Fase 3 de la codificación de material de aula

En la tercera fase de codificación se analizaron 202 tareas matemáticas con dos fechas de entrega de codificaciones durante el mes de junio de 2018. Los resultados de las pruebas de acuerdo entre codificadores fueron las siguientes.

**Tabla 8. Análisis acuerdo entre codificadores fase 3**

| Curso         | Análisis de acuerdo entre codificadores |           |               |
|---------------|---|-----------|---------------|
|               | Estadístico                             | Entrega 1 | Entrega final |
|               | Kappa de Fleiss                         | 0.71      | 0.73          |
|               | Kappa de Light                          | 0.71      | 0.73          |
| Eje           | Kappa de Fleiss                         | 0.7       | 0.71          |
|               | Kappa de Light                          | 0.73      | 0.71          |
| OA            | Kappa de Fleiss                         | 0.63      | 0.67          |
|               | Kappa de Light                          | 0.66      | 0.68          |
| Tipo de tarea | Kappa de Fleiss                         | 0.46      | 0.54          |
|               | Kappa de Light                          | 0.45      | 0.54          |

En los casos de las variables Curso, Eje y Objetivo de aprendizaje se alcanzó un nivel de acuerdo sustanciales con valores de Kappa sobre 0.68. El caso de la variable Tipo de tarea alcanzó un nivel de acuerdo moderado con valores de prueba Kappa de 0.54.

**Tabla 9. Análisis acuerdo entre codificadores fase 3 habilidad y demanda cognitiva**

| Habilidad | Análisis de acuerdo entre codificadores |           |               |
|-----------|---|-----------|---------------|
|           | Estadístico                             | Entrega 1 | Entrega final |
|           | ICC Individual                          | 0.61      | 0.69          |
|           | ICC Promedio                            | 0.86      | 0.9           |
| Demanda   | ICC Individual                          | 0.56      | 0.68          |
|           | ICC Promedio                            | 0.83      | 0.89          |

Respecto a las variables de Habilidad y Demanda Cognitiva estas alcanzaron un nivel de acuerdo excelente, con valores de 0.9 y 0.89 respectivamente. A nivel individual el ICC alcanza niveles buenos con valores de 0.69 y 0.68.

#### **Fase 4 de la codificación de material de aula**

En esta fase, los codificadores trabajaron en pares o duplas, por lo que es posible aplicar la prueba Kappa de Cohen en su forma original. De este modo, los codificadores trabajaron en el análisis de 280 tareas matemáticas entre finales de junio y principios del mes de julio. Los resultados de la evaluación de acuerdo entre evaluadores son los siguientes.

**Tabla 10. Análisis acuerdo entre codificadores fase 4**

| Curso         | Análisis de acuerdo entre codificadores |          |          |
|---------------|---|----------|----------|
|               | Estadístico                             | Pareja 1 | Pareja 2 |
|               | Kappa de Cohen                          | 0.77     | 0.62     |
| Eje           | Kappa de Cohen                          | 0.67     | 0.72     |
| OA            | Kappa de Cohen                          | 0.63     | 0.52     |
| Tipo de tarea | Kappa de Cohen                          | 0.52     | 0.53     |

Para el caso de la primera pareja de evaluadores su grado de acuerdo se encuentra en un nivel alto, por sobre 0.61, en tres de los criterios. En cambio, la segunda pareja de evaluadores posee dos criterios con un grado de consenso moderado, a saber, los objetivos de aprendizaje y el tipo de tarea.

Respecto a las variables ordinales se calculó Kappa de Cohen ponderado (weighted Cohen's Kappa) que es frecuentemente utilizado en este tipo de variables. Asimismo, también se utilizó la prueba Inter-Class Correlation como referencia.

**Tabla 11. Análisis de acuerdo entre codificadores fase 4 habilidad y demanda cognitiva**

| Habilidad | Análisis de acuerdo entre codificadores |          |          |
|-----------|---|----------|----------|
|           | Estadístico                             | Pareja 1 | Pareja 2 |
|           | Kappa de Cohen                          | 0.6      | 0.56     |
|           | ICC Individual                          | 0.6      | 0.56     |
|           | ICC Promedio                            | 0.75     | 0.72     |
| Demanda   | Kappa de Cohen                          | 0.78     | 0.71     |
|           | ICC Individual                          | 0.78     | 0.71     |
|           | ICC Promedio                            | 0.87     | 0.83     |

Podemos observar que respecto a la habilidad requerida en la tarea matemática analizada existe un nivel de acuerdo moderado. En cambio, respecto a la demanda exigida por este material en ambas parejas se posee un acuerdo de nivel alto.

Para resguardar la fiabilidad del proceso de codificación se realizó todo el proceso de análisis descrito. Una vez interpretado el nivel de acuerdo entre codificadores se realizó un análisis en base a la moda en cada variable para identificar cuáles son los casos donde había disenso. En estos casos, la coordinadora de codificación como experta es quien emitió un juicio y definió la codificación final.

Los análisis permiten concluir que en las cuatro fases de codificación se observa un nivel de acuerdo que varía entre bueno y excelente, con la excepción de la variable Tipo de tarea que alcanza un nivel de acuerdo moderado. Esto se puede deber a que esta variable es de una complejidad mayor a las otras y requiere mayores criterios para su codificación, ya que fue una categoría emergente del estudio y probablemente es necesario ajustar las subcategorías en base a

teoría disponible. Asimismo, en la fase 4 cuando se trabaja en parejas de evaluadores en el criterio de habilidad se obtuvo un grado de acuerdo moderado.

Debido a que en relación con la variable “Tipo de tarea” se obtuvo un nivel de acuerdo moderado, se ha optado por realizar los análisis descriptivos asociados a esta variable, pero descartar estos datos de los procesos de comparación de los casos de estudio. En el futuro se espera volver a realizar un proceso de análisis y codificación del material en relación con esta variable, para lo cual es posible que surjan nuevas categorías de análisis.

Tanto los niveles de análisis de Kappa de Fleiss, Light y Cohen, como los de Inter Class Correlation, permiten concluir que existe un grado de acuerdo entre evaluadores suficientemente bueno para permitir análisis estadísticos posteriores con la información producida.

### **5.3.3. Análisis de observación de aula/videografías**

Se desarrolló un análisis cualitativo de los videos de las clases grabadas en dos niveles. Un nivel interpretativo y que busca generar los insumos necesarios para proponer y determinar orientaciones para el desarrollo de aprendizajes matemáticos en escuelas especiales y, de ese modo, lograr el objetivo específico 4 del proyecto. Este análisis lo desarrollaron dos especialistas en matemáticas y educación especial. Por otro lado, se realizó un análisis del contenido de las grabaciones de las clases por medio del uso de las mismas categorías empleadas en el análisis de material de aula presentados en el apartado anterior. Para este proceso de codificación se diseñó una rúbrica para cada variable, que fue piloteada con ambas profesionales de modo independiente y luego en tres sesiones de calibración (Ver instrumento en anexo 6).

### **5.3.4. Análisis de entrevistas semiestructuradas**

Se analizaron 14 entrevistas en total, 8 educadores diferenciales y 6 directivos de las escuelas especiales que participan en el estudio. Para este análisis se consideró una parte de la estructura general de la entrevista (guion de entrevista), específicamente la que aborda las Razones para aprender matemática y el Análisis de planificación de clases (ver anexo 4).

Las entrevistas se realizaron en diciembre de 2017, duraron entre 12 y 30 minutos, con una diferencia promedio de 8 minutos entre directivos y educadores (Directivos 20 minutos y Educadores 28 minutos, en promedio). El proceso se realizó mediante análisis de contenido de las entrevistas, a partir del cual se identificaron patrones comunes en los relatos, generando relaciones entre las categorizaciones y codificaciones realizadas, apoyado por el software de análisis cualitativo NVivo. Para el análisis se utilizaron como referencia de categorías de creencias las resultantes en reciente proyecto FONIDE FX11624 *“Diagnóstico de las creencias y conocimientos iniciales de estudiantes de Pedagogía Básica sobre la matemática escolar, su aprendizaje y enseñanza”* (Martínez et. al, 2017). Para analizar la información del “Cuestionario de creencias sobre la matemática su enseñanza y aprendizaje” se realizaron análisis descriptivos (medidas de tendencia central, mínimo y máximo) que permitan describir, comprender y comparar



posteriormente las oportunidades de aprendizaje que se generan en cada uno de los casos de estudio.

### **5.3.5. Análisis integrado de la información**

El material de aula (cuadernos, guías, etc.) y las videografías de clases fueron analizadas en base a cuatro categorías centrales: i) habilidades; ii) ejes abordados según el referente curricular vigente; iii) tipo de tareas matemáticas por medio de las cuales se aborda el curriculum; iv) demanda cognitiva implicada en las actividades realizadas (Stein et al, 2000). Estos análisis permitieron caracterizar las ODA que se generan en cada caso de estudio para posteriormente compararlas en función de variables asociadas a las escuelas (IVE), ubicación geográfica (región), participación en Programa de Matemática Funcional y a características de los docentes.

Los análisis se llevaron a cabo desde una perspectiva interpretativa, cumpliendo los criterios de rigor y científicidad (credibilidad, aplicabilidad, consistencia y conformabilidad) que deben cumplir los estudios cualitativos (Guba, 1985). Particularmente, se trianguló la información a partir de diferentes fuentes de información e instrumentos empleados (Moran-Ellis et al, 2006).

- **Construcción de Índice de Oportunidades de Aprendizaje**

Con la finalidad de establecer criterios que permitieran comparar los casos en función de las variables descritas con anterioridad (objetivos específicos 2 y 3), se decidió crear un Índice de Oportunidades de Aprendizaje para cada caso de estudio. Este índice tiene por objetivo sintetizar en una medida cuantitativa las habilidades y demanda cognitiva observada en los distintos materiales y la variabilidad de contenidos (objetivos de aprendizaje) a los que los estudiantes tienen acceso.

Este índice se define como la suma ponderada de tres elementos: i) El puntaje de habilidad y demanda de los materiales de aula; ii) la proporción de materiales de aula de ejes distintos a Número y Operaciones y, iii) El puntaje de habilidad y demanda de las clases analizadas. A continuación, se detalla cada uno de ellos.

- a) **El puntaje de habilidad y demanda de los materiales de aula (HDM)**

Respecto de la habilidad promovida por el material de aula analizado puede tomar los siguientes niveles.

- Repetición
- Decodificación/interpretación
- Representación lenguaje pictórico/concreto
- Representación lenguaje simbólico
- Análisis, evaluación y justificación procedimientos matemáticos

Respecto de la demanda cognitiva de los materiales de aula fue evaluado según las siguientes categorías.

- Bajo Nivel - Memorización
- Bajo Nivel - Procedimiento sin conexión
- Alto Nivel - Procedimiento con conexión
- Alto Nivel - Haciendo matemáticas

Luego de esto, se estandarizaron las puntuaciones en estas dos variables y se generó el promedio de estas dos mediciones. Este corresponde al puntaje de HDM del índice.

**b) La proporción de materiales de aula de ejes distintos a Número y operaciones (VAR)**

En los antecedentes se identificó que en los casos analizados existe una alta proporción de materiales que refieren al eje Números y Operaciones, por lo que como medida de variabilidad se consideró la proporción de materiales que refieren a otros ejes de la asignatura de matemática. En este sentido, una mayor presencia de materiales de otros ejes expresa mayores Oportunidades de Aprendizaje al existir variabilidad de contenidos.

Para esto se calcula la proporción de la siguiente manera y se asigna un valor a cada caso de estudio.

$$VAR = \frac{\text{cantidad de materiales del eje distinto a número y operaciones del caso}}{\text{Total de materiales de aula del caso}}$$

**c) El puntaje de habilidad y demanda de las clases videograbadas analizadas**

Corresponde a la evaluación de la habilidad promovida por la clase y la demanda cognitiva de esta hacia los estudiantes. Se utilizaron los mismos niveles que en la HDM para evaluar esta dimensión del índice.

Considerando estos elementos, la construcción del índice es la siguiente:

$$ODA = HDM \cdot 0.5 + VAR \cdot 0.3 + HDV \cdot 0.2$$

En donde,

- ODA: índice de oportunidades de aprendizaje para cada caso.
- HDM: puntaje promedio de habilidad y demanda de materiales de aula.
- VAR: variabilidad de ejes de asignatura matemática, expresada como la proporción de materiales de aula de ejes distintos a Números y Operaciones.
- HDV: puntaje promedio de habilidad y demanda de clases videograbadas analizadas.

La ponderación de los tres indicadores se basa en otorgar la relevancia estimada de cada fuente de información que fue generada en la investigación. De estas bases de datos se considera más relevante la evaluación de los materiales de aula, tanto por la cantidad analizada (1122 materiales) como por la información detallada que aporta. En segundo lugar, se ubica la variabilidad de ejes de

matemática en los materiales de aula, y finalmente, la habilidad y demanda de los vídeos de clases analizadas. Esta última dimensión se utiliza para integrar otra base de datos distinta a la de materiales de aula y, así, validar la medición de habilidad y demanda de los materiales. En este sentido, cuando existen casos con puntaje HDM muy bajo pero con un alto HDV, o viceversa, podemos validar la estimación del índice ODA que podría estar sesgada si utilizáramos exclusivamente la base de datos de materiales de aula.

Definido así el Índice de Oportunidades de Aprendizaje, este obtiene puntuaciones entre los valores 0 y 1, en donde 0 representa la menor posibilidad de oportunidades de aprendizaje y 1 la mayor.

### **5.3.6. Análisis de contraste sobre medias**

Para analizar las diferencias de medias entre las Oportunidades de Aprendizaje que se brindan en los casos de estudio (variables dependientes), respecto a las variables asociadas a: Región, Índice de Vulnerabilidad Escolar y Programa de Matemática Funcional, se utilizó el método paramétrico t de Student de muestras independientes. Mediante esta técnica, fue posible contrastar la hipótesis de que dos poblaciones tienen la misma media en una determinada variable, por lo que se puso a prueba la hipótesis nula (las medias de las dos poblaciones son iguales), frente a la hipótesis alternativa de que estas medias serán diferentes (Garrido y Álvaro, 1995).

## **6. RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN**

---

A continuación, se presentan los resultados organizados en función de los objetivos específicos de la investigación. De este modo, se darán a conocer las características de las ODA de matemáticas que se generan en los ocho casos de estudio respecto a las distintas variables consideradas para la caracterización de estas ODA (objetivo específico 1). Posteriormente, se comparan y analizan estas ODA diferenciando entre aquellos que han implementado y no han implementado el Programa de Matemática Funcional, comparando además según la región y nivel socioeconómico de la zona donde se ubican los casos de estudio (objetivo específico 2). Luego, los casos de estudio se analizan en función de las creencias de los profesores respecto de las matemáticas, del aprendizaje de ellas y de su enseñanza a estudiantes con DI (objetivo específico 3). Finalmente, se determinan orientaciones para el profesorado para la enseñanza de las matemáticas a estudiantes con discapacidad intelectual (objetivo específico 4).

## **6.1. Resultados respecto al objetivo específico 1: Caracterizar las oportunidades de aprendizaje de matemáticas de estudiantes con discapacidad intelectual, en cursos de primer ciclo básico de escuelas especiales que han implementado y que no han implementado el Programa de Matemática Funcional**

A continuación, se darán a conocer las características de las oportunidades de aprendizaje que se generan en los casos de estudio. Esto en base al análisis de las videografías de tres clases de cada caso y del registro de material de aula, el cual contempló: (i) Registro en libro de clases de matemática (leccionario); ii) Evaluaciones (pruebas escritas); iii) Planificaciones de clases de matemáticas; iv) Cuadernos de matemáticas de cuatro estudiantes por curso.

Para la presentación de los resultados referidos al primer objetivo específico, la información se expone en primer lugar organizada por cada caso de estudio. Para esto se realiza una descripción de cada caso de manera particular considerando las dimensiones del “Índice de Oportunidades de Aprendizaje” que se ha creado en este estudio, junto a elementos cualitativos recogidos por distintas técnicas.

Posteriormente, se dan a conocer los resultados generales obtenidos en los casos de estudio, pero esta vez comparando y organizando la información por cada una de las variables de análisis, a saber: i) *Curso* del currículum nacional al que pertenece el contenido evidenciado en el material de aula; ii) *Eje* al que pertenece el contenido del material del aula, en función de las categorías definidas por el currículum nacional (Números y operaciones; Patrones y álgebra; Geometría; Medición y, por último, Datos y probabilidades.); iii) *Objetivo de aprendizaje* al que refiere el contenido del material de aula; iv) *Habilidad* requerida por el estudiante en la tarea; v) *Demanda cognitiva* implicada en las actividades realizadas (Stein et al, 2000); vi) *Tipo de tarea que* implica el material de aula analizado (Percepción/discriminación visual; Motriz; Tarea matemática de Mecanización; Tarea matemática de resolución):

Finalmente, para tener una visión completa de los casos de estudio se presentan resultados asociados a los procesos de evaluación del aprendizaje, planificación de la enseñanza y metodologías. Estos resultados han sido obtenidos por medio de la triangulación de la información recogida en la investigación.

### **6.1.1. Descripción general de cada caso de estudio**

En este apartado, se exponen las características de cada uno de los casos de estudio (8 casos). La estructura de la presentación de cada uno de los casos es la siguiente. En primer lugar, se presenta una tabla que sintetiza las características de cada caso. En segundo lugar, se dan a conocer los resultados obtenidos del caso de estudio en cada uno de los tres componentes que constituyen el

índice de oportunidades de aprendizaje (HDM, VAR, HDV<sup>5</sup>). En tercer lugar, se presentan los hallazgos identificados a partir del análisis de las videografías de tres clases. Para esto, primero se da a conocer una descripción general de las clases, identificando aciertos y desafíos para promover oportunidades de aprendizaje. Posteriormente, se realiza un análisis de las clases en cuanto a Matemática Funcional y en particular, al enfoque de Resolución de Problemas. Luego, se dan sugerencias de mejora para cada caso. Esto con el propósito de cumplir con lo estipulado en el objetivo específico 4, así como para contar con antecedentes útiles y pertinentes para los informes que se enviará a cada caso de estudio. Finalmente, en la descripción de cada caso de estudio se presenta una síntesis de las Oportunidades de aprendizaje a partir de la voz y las creencias de los docentes y directivos entrevistados.

Siguiendo esta estructura a continuación, se presenta cada uno de los 8 casos de estudio.

## CASO 1

**Tabla 12. Resumen características del Caso 1**

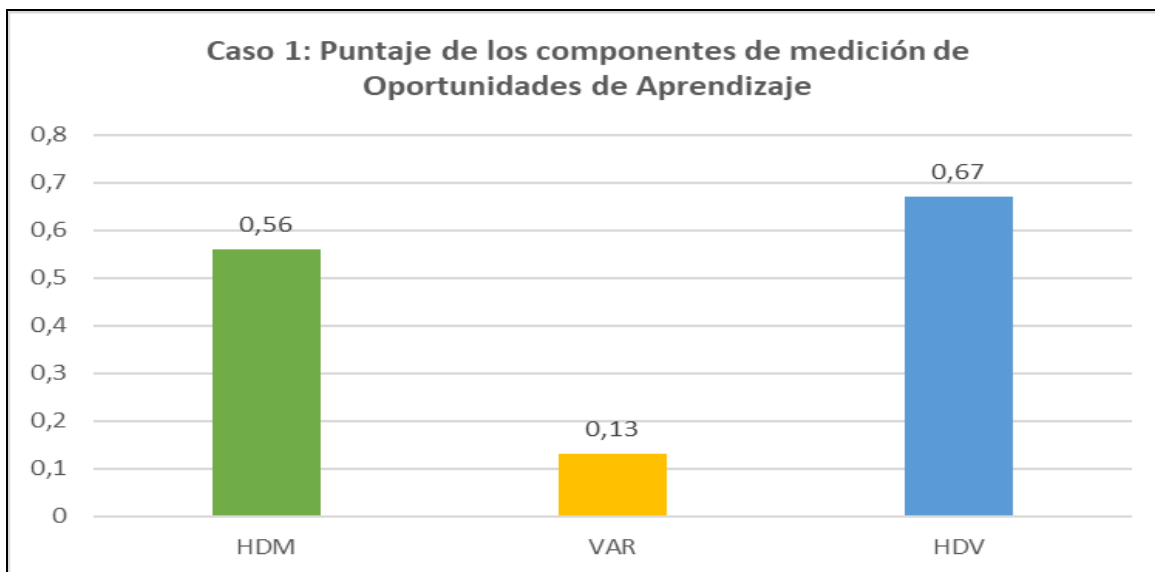
| criterio   | Descripción   |
|--|---|
| Región/comuna  | RM/Cerro Navia  |
| Índice de Vulnerabilidad Escolar   | 82,6%   |
| Curso  | Básico 5 (homologable a 1° básico)  |
| Programa de Matemática Funcional   | Sí  |
| Estudiantes del curso  | 15 estudiantes (7 hombres y 8 mujeres) Edades al 31 de marzo de 2017: entre 11 y 13 años.   |
| Proyecto Educativo Institucional "Misión"  | Propósito central de nuestra institución educacional es que nuestros estudiantes se desenvuelvan de la forma más autónoma posible, formando parte activa de la sociedad, utilizando competencias desarrolladas a lo largo de su formación educativa, consiguiendo su calidad de vida. |
| Cantidad de clases de matemáticas registradas en libro de clases del 2º semestre | 49 clases   |
| Cantidad de materiales de aula analizados  | 95  |
| Años de experiencia profesional de docente de aula                               | 07  |
| Años de experiencia profesional de UTP   | 21  |

---

<sup>5</sup> **HDM:** puntaje promedio de habilidad y demanda de materiales de aula; **VAR:** variabilidad de ejes de asignatura matemática, expresada como la proporción de materiales de aula de ejes distintos a Números y operaciones; **HDV:** puntaje promedio de habilidad y demanda de clases analizadas.

Con respecto a los componentes del Índice de Oportunidades de Aprendizaje este caso obtuvo las siguientes puntuaciones.

**Figura 4. Caso 1. Puntaje de los componentes de medición de Oportunidades de Aprendizaje**



Para el Caso 1 se observan buenos promedios de habilidad y demanda tanto en los materiales de aula y las clases analizadas (por sobre el promedio de la muestra). Sin embargo, se observa una baja variabilidad de ejes de la asignatura de matemática en los materiales de aula. Esto significa un alto predominio del Eje Número y Operaciones.

#### **Caso 1: Descripción general de las clases videograbadas**

Sin lugar a duda que un primer acierto de esta secuencia de clases es la capacidad de la docente para diseñar e implementar un grupo de clases donde todos los niños y niñas son desafiados. Su conocimiento de los y las estudiantes le permite graduar la tarea sin subestimar su potencial, ni dejar de involucrarlos de manera colectiva. Todos y todas son convocados y demandados cognitivamente. En dos de las tres clases se propone un trabajo en duplas, donde es posible visualizar heterogeneidad entre los desempeños de quienes componen la dupla. En este escenario de heterogeneidad se observa un ambiente de trabajo colaborativo y de cognición distribuida que aporta a la modificabilidad de las estructuras de razonamiento que están al centro de la resolución de cada desafío.

Otro acierto de esta propuesta es el aprovechamiento del tiempo que la docente promueve. Los y las estudiantes participan en clases con varias actividades y desafíos matemáticos. Hay una demanda que es permanente y continua y que se caracteriza por un importante nivel de expectativas sobre los desempeños de las y los estudiantes. Ello queda claramente reflejado en el

ámbito numérico de los desafíos abordados, poco frecuente en el escenario de la Escuela Especial (llegando a la decena de mil)

La familiarización evidente de los y las estudiantes con las actividades que se presentan da cuenta de que ellas son reflejo de un trabajo que no es episódico ni circunstancial, sino más bien dan cuenta de un diseño intencionado, planificado y continuo.

Los desafíos que se instalan dicen relación con la consideración del error, la promoción de oportunidades de diálogo y de un ambiente que promueva la autonomía de los y las estudiantes.

### **Caso 1: Análisis de las clases videograbadas en cuanto a Matemática Funcional, particularmente al enfoque de Resolución de Problemas**

Un primer elemento visible en la secuencia de clases observada es que la educadora propone desafíos en la línea de lo sugerido por la Matemática Funcional. La docente presenta problemas fuera de contexto, donde el dictado, lectura y formación de números constituyen el foco central del desafío que se planteado a los y las estudiantes.

Otro elemento presente en la secuencia de clases, son los portadores de información numérica en el aula, en concordancia con los lineamientos que se han compartido en las distintas instancias de capacitación asociadas a la propuesta de Matemática Funcional.

El cuadro numérico hasta el 100 como portador de información que permite encontrar regularidades y que funciona como un recurso de consulta, deja de ser una decoración de la sala para transformarse en un apoyo para la actividad que realizan los y las estudiantes.

### **Caso 1: Sugerencias de mejora en base a videografías de clases**

En el contexto de propuestas para la mejora, es posible precisar:

1. Un aspecto que se propone poner al centro de la reflexión es la consideración del error como una oportunidad para profundizar en las hipótesis de pensamiento de los y las estudiantes. Esta intención se expresa en la posibilidad de considerar los desempeños de los y las estudiantes, cuando estos difieren de las respuestas esperadas por la docente. Una primera acción es considerar todas las respuestas, poniéndolas en revisión colectiva. La posibilidad de retroalimentación entre pares es también una opción. Es importante considerar que la práctica de validación del error como oportunidad de aprendizaje debe ser permanente y persistente. Sólo así se transforma en un real escenario de construcción de conocimientos. Un buen momento para revisar las dificultades, analizarlas y llegar a conclusiones que sirvan como herramienta a posteriores situaciones, es el cierre de cada clase.
2. Otro aspecto sobre el que se sugiere reflexionar es que, si bien se observa que se avanza en el desarrollo de una propuesta que presenta desafíos a las y los estudiantes, es necesario avanzar con la misma firmeza en la implementación de un ambiente donde los y las estudiantes se sienten autorizados a pensar autónomamente.

Esto quiere decir que las oportunidades que se ofrecen a los y las estudiantes brinden espacio real a sus respuestas y desempeños, asumiendo que no siempre ellos estarán en la línea de lo esperado por la o el docente y que es en este escenario donde se hace realmente posible la construcción del conocimiento.

3. En la línea de las interacciones que se despliegan en la secuencia de clases, se sugiere por ejemplo, al abordar los errores y dificultades de los y las estudiantes, avanzar en promover un diálogo más fluido entre ellos y con la docente, que les permita discutir, justificar, comparar y sancionar sus respuestas.

### **CASO 1: Oportunidades de aprendizaje a partir de la voz y las creencias de los docentes**

En esta escuela fue posible entrevistar a la directora y a una profesora, cabe destacar que en este caso ambas entrevistadas cuentan con formación en matemática funcional, haciendo especial énfasis en que “las metodologías que utilizan están al servicio de las necesidades de los estudiantes”. Al trabajar en torno a las creencias de ambas respecto de por qué es relevante aprender matemática hay algunos de los elementos que son destacados tanto por la directora como por la profesora entrevistada, entre ellos se distingue: la autonomía, el que la matemática permite el desarrollo de habilidades, así como desarrollarse en la vida cotidiana, relevando elementos como que permite el saber utilizar el dinero.

En este sentido se destaca lo funcional de la matemática cuando se describe el tipo de actividades mediante las que trabajan contenidos y habilidades:

*Bueno nosotros siempre hacemos actividades en relación con salidas pedagógicas, o actividades dentro del establecimiento, como la preparación de alimentos, entonces en esas incluimos como la matemática. En cuanto a poner una mesa, cuántos somos, cuánto hay, qué falta, qué no nos falta.*

De todas las categorías emergentes en esta parte de la entrevista, en esta escuela no se destaca que la naturaleza de la matemática en sí misma hace relevante su estudio, ni tampoco se destaca su uso en términos de otros usos cotidianos más allá del uso del dinero, como el uso del transporte, es decir, el uso de los números como identificador en dichos contextos.

Respecto de elementos como planificación, metodologías para la enseñanza y evaluación, en esta escuela se destaca el hecho alinear los objetivos del marco curricular vigente con lo propuesto en su proyecto educativo, de manera de trabajar de manera coherente lo propuesto a nivel curricular con aquellos sellos distintivos de la escuela, su visión y su misión.

*Luego que nosotros seleccionamos los objetivos básicos imprescindibles en base a nuestros lineamientos del proyecto educativo, lo que hacemos es decidir según el curso si hay que hacer adecuaciones a los objetivos que se han escogido del curriculum de básica, que es el que utilizamos.*

*Pero lo que trato de hacer es que aunque sean dos objetivos, trabajar el mismo contenido, ponte tú, nosotros cuando vimos las fracciones, los chicos podían resolver adición y*



*sustracción de fracciones, pero los chicos con adecuación tenían que solo identificar el número. Pero con la misma actividad para que no hubiera como la diferencia.*

Además, se destaca el uso de diversos recursos y de los intereses de los estudiantes como elementos fundamentales para el diseño e implementación de clases:

*...los chicos cuando utilizamos el tema del sistema monetario se entusiasman bastante con el tema de que tengamos que ir a comprar a la feria.*

*Sí, mucho material concreto. Fichas, lápices, o sea uno lo que va teniendo en la sala dice vamos a trabajar con esto. Vamos buscando, pero hartó material concreto. Tenemos en la escuela, a veces se elabora, según como la actividad que se vaya a plantear.*

Finalmente, en términos de evaluación, destacan por el trabajo en torno a la evaluación de procesos, de manera permanente con el objetivo de determinar el nivel de logro de cada estudiante.

*...acá está el semáforo de aprendizaje, igual esto es más como la evaluación formativa porque dentro de la misma actividad los chicos iban preguntando como sus inquietudes, lo que necesitaban, lo que faltaba, qué no entendían, entonces ahí vamos evaluando dentro de la misma actividad.*

En cuanto al cuestionario de creencias de los profesores y directivos se observan puntajes altos, que implican una creencia menos tradicional de la matemática, pero por debajo del promedio de la muestra. Este aspecto será profundizado cuando se presenten los resultados asociados al objetivo específico 3.

## CASO 2

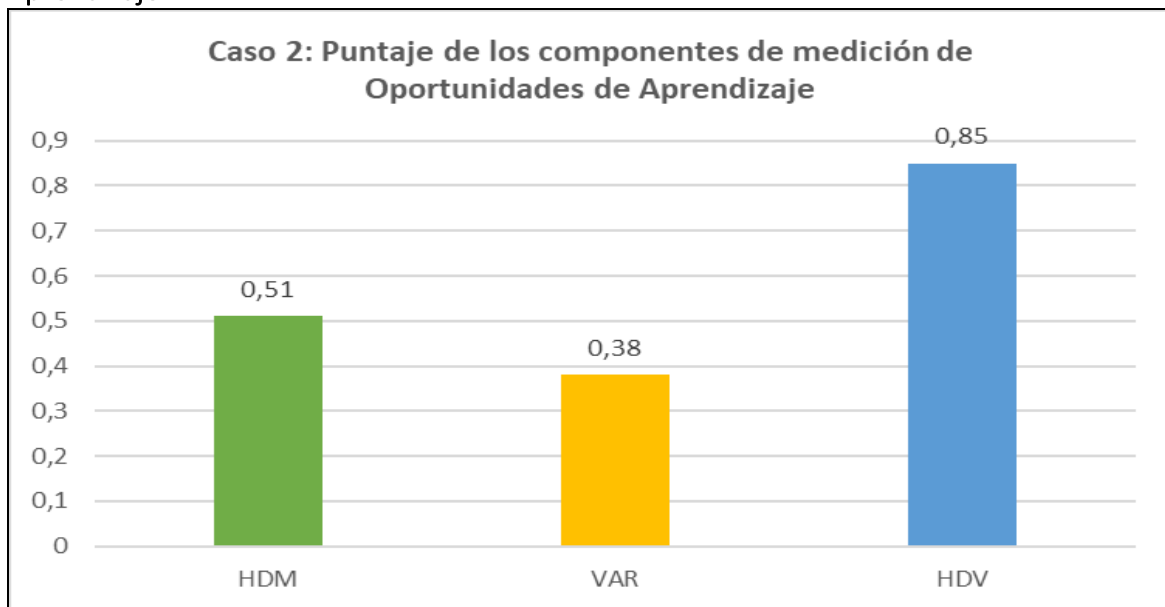
**Tabla 13. Resumen características del Caso 2**

| Criterio                                  | Descripción  |
|---|--|
| Región/comuna                             | V Región/Viña del Mar  |
| Índice de Vulnerabilidad Escolar          | 68,3%  |
| Curso                                     | Básico 6 (homologable a segundo básico)  |
| Programa de Matemática Funcional          | Sí   |
| Estudiantes del curso                     | 14 estudiantes. Edades al 31 de marzo de 2017: entre 9 y 12 años   |
| Proyecto Educativo Institucional "Misión" | Formación Integral de niños, niñas y jóvenes en situación de discapacidad intelectual, discapacidad psíquica derivadas de Trastorno de la relación y comunicación o discapacidad múltiple, centrandó su labor académica en el desarrollo personal, social y ético de los/las |

|  |  |
|--|--|
|  | estudiantes, con énfasis en la autodeterminación, a través de un modelo ecológico y funcional. |
| Cantidad de clases de matemáticas registradas en libro de clases del 2º semestre | 31 clases  |
| Cantidad de materiales de aula analizados  | 244  |
| Años de experiencia profesional de docente de aula                               | 11   |
| Años de experiencia profesional de UTP   | 11   |

Con respecto los componentes del Índice de Oportunidades de Aprendizaje este caso obtuvo las siguientes puntuaciones.

**Figura 5. Caso 2: Puntaje de los componentes de medición de Oportunidades de Aprendizaje**



Para este caso de estudio, se observan promedios de habilidad y demanda cognitiva en los materiales de aula y en las clases analizadas por sobre el promedio de la muestra. Así también, se observa una alta variabilidad de ejes de la asignatura de matemática en los materiales de aula, al alcanzar un 38% de presencia de otros ejes además del de Números y Operaciones.

#### **Caso 2: Descripción general de las clases videograbadas**

Un primer acierto de esta secuencia de clases observada es la preparación y disposición anticipada de materiales, recursos y estrategias. Hay una intención por enseñar que es evidente y que da cuenta de un trabajo no improvisado ni episódico.

Es visible que hay una propuesta de abordaje de los contenidos que avanza desde una perspectiva que busca movilizar las estructuras cognitivas de los y las estudiantes.

Se aborda en dos de las tres clases, el eje de Medición, lo que sin duda aporta en brindar variedad de oportunidades de aprendizaje a los y las estudiantes, más allá del eje de Números, habitualmente abordado.

En el caso de la clase asociada al uso del dinero, se observa una propuesta pertinente, que ofrece a los y las estudiantes numerosas oportunidades para la comprensión del sistema monetario y uso del dinero.

Un desafío para la secuencia observada es profundizar en la perspectiva de que los contenidos que se pretende abordar se enmarquen en problemas contextualizados y con sentido para el grupo.

Otro desafío importante se relaciona con la necesidad de validar las producciones e ideas de niños y niñas, así como los errores que han surgido durante el transcurso de la clase.

### **Caso 2: Análisis de las clases grabadas en cuanto a Matemática Funcional, particularmente al enfoque de Resolución de Problemas**

En cuanto a la relación de las clases con la propuesta de Matemática Funcional y en particular al enfoque de Resolución de Problemas, es visible que hay un desafío que se propone a niños y niñas.

Se sugiere fortalecer estos desafíos enmarcándolos en situaciones reales, que impliquen un involucramiento del grupo para la resolución de dichos problemas, por ejemplo, en el caso de la propuesta para el contenido de Medición, que los y las estudiantes, se midan y registren estas medidas, para saber a fin de año cuántos centímetros han crecido.

### **Caso 2: Sugerencias de mejora en base a videografías de clases**

Las sugerencias de mejora se concentran principalmente en la gestión de la clase, como el lugar donde niños y niñas se sienten autorizados a pensar autónomamente. Una primera sugerencia en esta línea es aprovechar el cierre de cada clase para sistematizar las ideas y procedimientos centrales que han emergido, así como los errores y dificultades que se han presentado. Esta posibilidad de compartir procedimientos de manera colectiva permite que dentro del propio grupo se decida cuál de ellos es más eficiente y en qué situación.

Otra sugerencia en la línea de la gestión de la clase es permitir y posibilitar que los y las estudiantes argumenten sus respuestas y justifiquen sus procedimientos, brindando también la oportunidad de confrontarlos con sus pares, en el momento del cierre de la clase.

Se sugiere también, diseñar oportunidades que consideren el trabajo colaborativo, donde los y las estudiantes puedan resolver problemas en conjunto, con un propósito común, que movilice los aportes individuales. Esta perspectiva colectiva permite además abordar los errores y dificultades emergentes al diseño propuesto. Se trata de que más allá de conseguir que un o una estudiante comprenda el error y modifique su procedimiento, el error permita reflexionar y poner en debate distribuido las distintas formas de pensar que dichos errores revelan.

En el caso específico de la solicitud que se realiza para que los y las estudiantes registren números, en el contexto de la medición, se sugiere que el o la docente provea de la cinta numerada al grupo, como un recurso de consulta para aquellos números que no saben cómo se escriben.

## **Caso 2: Oportunidades de aprendizaje a partir de la voz y las creencias de los docentes**

En esta escuela se entrevistó a la encargada de UTP y a una educadora. En el caso de ellas, la educadora no ha tenido formación en torno a la matemática funcional, pero si acceso a material que han llevado quienes se han formado en la temática, como la misma UTP. Esta última reconoce la importancia de la formación para identificar elementos nuevos en matemática que ella no manejaba, por ejemplo recalca:

*Lo clave fue usar el número como identificador, nunca lo había mirado desde la función del número, que no solo es cuantificador*

Por otro lado, el enfoque se ve reflejado en algunas decisiones institucionales, como definir la asignatura de manejo del dinero en distintos niveles, diferenciada de la asignatura de matemática:

*Hay una parte de matemática funcional que trabajamos formalmente aquí en la escuela que es la parte del manejo de dinero, pero la tenemos como asignatura apreté.*

*Y dentro de cada asignatura hay grupos de trabajo, por ejemplo en los cursos más chicos tienen clases de matemática como asignatura y manejo de dinero como asignatura aparte.*

Respecto de las creencias en torno a la enseñanza y aprendizaje de la matemática, ambas entrevistadas coinciden en varios aspectos: como la importancia de la matemática para el desarrollo del individuo, el desarrollo de habilidades, la inserción en la vida laboral y social y su uso en la vida cotidiana, enfatizando así su funcionalidad y la posibilidad de resolver problemas.

*Para mi aprender matemática es para solucionar problemas...*

*Más allá del cálculo y del simple número la matemática entrega una forma de pensar. Adaptarse y poder vivir en este mundo, la matemática me da un camino para...*

*Aprender matemática te hace desarrollar habilidades del pensamiento, te hace pensar, te hace ir como potenciando tú habilidad para pensar a través de distintas funciones ejecutivas y eso se va a traspasar a cualquier otro conocimiento o habilidad, te ayuda a desarrollar el pensamiento.*

Además, la UTP es más específica en cuanto al uso de la matemática es aspecto del día a día como el Uso de dinero y el transporte público.

Por otra parte, esta escuela caracteriza su trabajo de planificación por llevar una planificación detallada, clases a clase. Dicha planificación se retroalimenta de manera escrita, con el fin de dar

sugerencias a los docentes para la mejora y alineación con las propuestas de la institución. En esta planificación se consideran las adecuaciones según las características de los estudiantes.

*La planificación se envía por correo quincenalmente, pero es diaria y de cada asignatura. Y dentro de cada asignatura hay grupos.*

La UTP resalta que tanto las retroalimentaciones a las planificaciones como los acompañamientos al aula se ven limitados por el tiempo que disponen:

*Hacemos retroalimentación, pero al azar, en un principio se retroalimentaba a todos, pero la escuela ha ido creciendo, entonces el tiempo ha ido mermando, entonces con la otra UTP que yo trabajo, al azar revisamos planificaciones.*

*Tenemos una pauta de acompañamiento al aula, que se basa en los dominios de Marco para La Buena Enseñanza, pero observamos menos de lo que quisiéramos, por lo tiempos, pero es algo que sabemos que le falta sistematicidad, alcanza a ser una o dos veces por semestre (...) Tenemos claro que es una debilidad en el sentido que nos es suficiente.*

Finalmente, en esta escuela se identifica un trabajo bien delimitado en cuanto a la evaluación. Si bien se destaca que los docentes tienen libertad para escoger modalidades e instrumentos de evaluación, llevan un tiempo asignando notas de manera sistemática. Aun así, identifican elementos a mejorar en torno a esta temática, como la retroalimentación que se entrega a los estudiantes.

*Cada planificación yo tengo indicadores que voy observando los logros, si lo pueden hacer o no lo pueden hacer y al final del mes, yo hago una prueba gráfica o práctica para poder tener una evidencia más claramente de todo eso y abarco el objetivo que teníamos.*

*El docente escoge que instrumento de evaluación utiliza, pero deben tener 1 nota al mes y luego ese promedio se pasa a concepto, pero se utiliza escala numérica. Y otra orientación es la retroalimentación de la evaluación, pero uno no sabe cómo se realiza en la sala.*

Por otro lado, en el cuestionario de creencias de los profesores y directivos se observan puntajes altos en las tres dimensiones, pero en sintonía con el promedio de la muestra. Y las profesoras de aula poseen formación de post título y al menos una de ellas cuenta con 11 años de experiencia profesional.

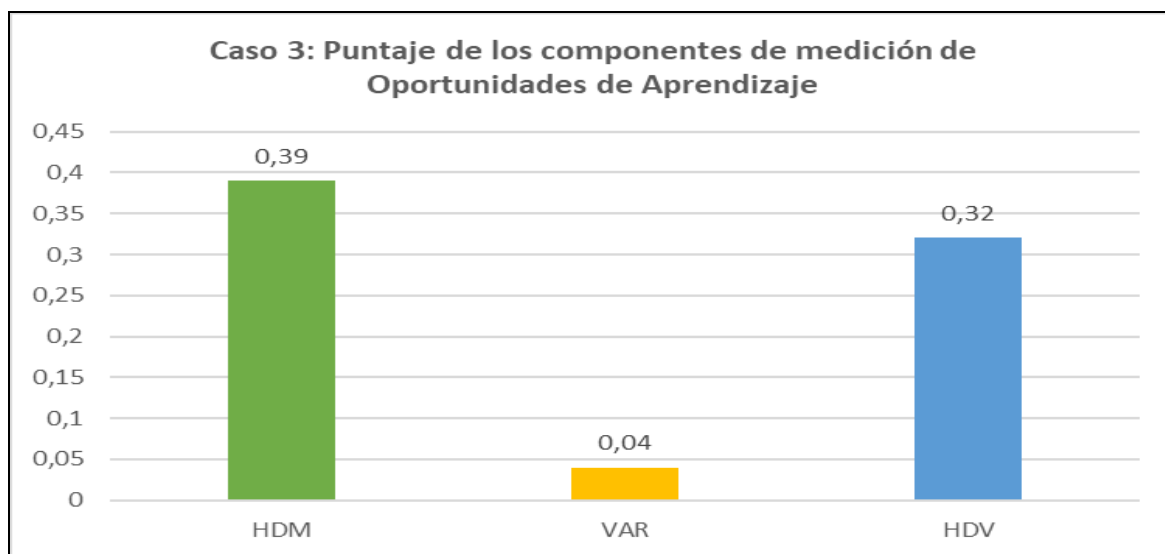
### CASO 3

**Tabla 14. Resumen características del Caso 3**

| Criterio   | Descripción   |
|--|---|
| Región/comuna  | RM/Puente Alto  |
| Índice de Vulnerabilidad Escolar   | 66,7%   |
| Curso  | Básico 5  |
| Programa de Matemática Funcional   | SI  |
| Estudiantes del curso  | 15 estudiantes. Edades al 31 de marzo de 2017 entre 8 y 11 años   |
| Proyecto Educativo Institucional "Misión"  | Que esta unidad educativa sea reconocida como un espacio formativo integral y de calidad, cuyo proceso se vive en un ambiente de sana convivencia y armonía |
| Cantidad de clases de matemáticas registradas en libro de clases del 2º semestre | 16 clases   |
| Cantidad de materiales de aula analizados  | 74  |
| Años de experiencia profesional de docente de aula                               | 8   |
| Años de experiencia profesional de UTP   | 27  |

Con respecto los componentes del Índice de Oportunidades de Aprendizaje este caso obtuvo las siguientes puntuaciones.

**Figura 6. Caso 3: Puntaje de los componentes de medición de Oportunidades de Aprendizaje**



Para el Caso 3, se observan bajos promedios de habilidad y demanda tanto en los materiales de aula y las clases analizadas, al encontrarse por debajo el promedio de los casos de estudio. También se observa una baja variabilidad de ejes de la asignatura de matemática en los materiales de aula. Esto significa un predominio casi total del eje Número y operaciones.

### **Caso 3: Descripción general de las clases videogradas**

Un primer acierto de esta secuencia de clases observada es la preparación y disposición anticipada de materiales, recursos y estrategias. Hay una intención por enseñar que es evidente y que da cuenta de un trabajo no improvisado ni episódico.

Un desafío importante para la secuencia observada es avanzar hacia la realización de clases más acotadas. El excesivo tiempo en que se espera que niños y niñas estén atentos y concentrados, posibilita que el interés vaya decayendo paulatinamente, a pesar de que todos y todas se involucran y ponen su mejor esfuerzo en las actividades propuestas por la docente.

En general es visible que la educadora intenciona el diálogo con los y las estudiantes, sin embargo, sus intervenciones no se orientan hacia la posibilidad de recoger sus ideas para profundizarlas. Las intervenciones que realiza no permiten generar reflexión, ni relevar los conocimientos matemáticos puestos en juego.

### **Caso 3: Análisis de las clases videogradas en cuanto a Matemática Funcional, particularmente al enfoque de Resolución de Problemas**

En cuanto a la relación de las clases con la propuesta de Matemática Funcional y en particular al enfoque de Resolución de Problemas, es visible que hay un desafío que se propone a niños y niñas. Este desafío se encuentra enmarcado en lo que se supone niños y niñas ya saben, es decir, se espera que sea la ocasión de aplicar lo ya aprendido. Se sugiere que los problemas planteados a los y las estudiantes, posibiliten caminos autónomos de resolución.

Esto requiere necesariamente modificar las expectativas de la clase, transitando desde una clase con resultados y respuestas esperadas a una instancia donde los errores de los y las estudiantes permiten profundizar en el modo de pensar de niños y niñas y donde ellos y ellas se sienten autorizados a pensar autónomamente.

### **Caso 3: Sugerencias de mejora en base a videografías de clases**

Una vez que la clase va evolucionando hacia la resolución de problemas reales, es posible avanzar hacia una estimación de tiempo de involucramiento de los niños y niñas, mucho mayor. La sugerencia es explorar un tipo de clases donde no necesariamente participan todos de a uno, lo que alarga innecesariamente la espera de niños y niñas. Proponer pequeñas experiencias de trabajo colaborativo, con pequeños desafíos puede movilizar la energía de la clase de manera positiva. Cuando el clima es de participación permanente, no es necesario que en una clase participen todos y todas, pues niños y niñas rápidamente comprenden que vendrán próximas oportunidades para ser escuchados.

Se sugiere también explorar otras formas de organización del grupo. La clase frontal, educadora- niños sentados escuchando, posibilita de manera mucho más evidente una postura y actitud que no necesariamente es reflejo de una actitud de trabajo e interés por la tarea propuesta.

Desde el punto de vista conceptual se sugiere que cuando niños y niñas enfrentan tareas asociadas a la formación de números, la docente aporte precisión conceptual, modelando verbalmente que el 14 se forma de 10 y 4. En una de las clases observadas, se sugiere a niños y niñas que  $1+4$  forma el 14. Esta idea, que parece trivial, comienza a favorecer la idea de que los números se forman de unidades independientes, sin considerar el valor posicional, lo que tiene como consecuencia posterior dificultades importantes en la apropiación de los algoritmos.

Los obstáculos didácticos se estudian a través del análisis de los errores frecuentes de los y las estudiantes. Proviene de errores en la enseñanza, en este caso, por un error metodológico que tiene su origen en el uso de palabras inadecuadas o trucos. En el caso de la secuencia observada, estas palabras o trucos están ligados al uso de los signos mayor y menor que (cocodrilo). El uso de estos signos trae confusiones complementarias a niños y niñas, que no tienen relación con la conducta que se espera emerja (comparación de números en este caso). Esto quiere decir que niños y niñas pueden saber con toda precisión qué número es mayor que otro, pero fallan al ubicar el signo. Si lo que deseamos es que identifiquen un número que por ejemplo, es mayor que otro, basta con pedirle que lo marquen, lo muestren, lo tachen, lo encierren. El uso de variados trucos para “explicar” como se usa el signo sólo da cuenta de la dificultad que esta tarea conlleva.

Al diseñarse actividades desafiantes, ocurre la posibilidad de que niños y niñas manifiesten su pensamiento de variadas formas, donde es posible que emerjan errores que pueden servir como oportunidades para compartir procedimientos o maneras de pensar determinadas.

### **Caso 3: Oportunidades de aprendizaje a partir de la voz y las creencias de los docentes**

En este establecimiento se entrevistó a la jefa de la Unidad Técnica Pedagógica y a dos profesoras. La UTP y una de las profesoras tienen formación en matemática funcional, mientras la segunda educadora entrevistada no cuenta con dicha formación (Caso 5). En este sentido la UTP hace especial énfasis que es a partir de este enfoque que se ha planteado la necesidad de plantear desafíos mayores a los estudiantes y no esperar que superen una etapa para pensar en otras posibles cosas que éstos puedan lograr.

Al indagar en torno a las creencias respecto de la importancia de enseñar y aprender matemática, es posible identificar que hay elementos destacados por las tres profesionales, como son: Autonomía, percepción de sí mismos, desarrollo de habilidades, inserción laboral-social. Las docentes destacan:

*En todo aspecto de la vida los emocional es muy importante (...) cuando un chico se valora a sí mismo se siente bien logra adquirir mayores aprendizajes.*

*En la medida que yo soy autónomo, voy consolidando más mis habilidades (...) si un chico logra hacer una tarea solo, quiere decir que consolidó una serie de*



*habilidades que le permite aplicar eso a A, B, C casos. Si le enseñamos a trabajar acá con las monedas, luego podrá hacerlo en su casa.*

Cabe destacar hay algunos aspectos que en el caso de esta escuela son solo destacados por la UTP como la particularidad de la matemática como disciplina, la funcionalidad de la matemática, específicamente el uso del transporte. En este sentido la UTP destaca el sentido de funcionalidad que se le da a la matemática durante la enseñanza:

*Sin embargo cuando uno empieza a enseñar se da cuenta que si le da funcionalidad, si le da significado, ahí está la clave.*

En cuanto a los elementos como planificación, metodologías para la enseñanza y evaluación, en esta escuela se destaca el acompañamiento docente, tanto en la observación de clases, como en el análisis de cumplimiento de lo planificados y las dificultades que pueden haber surgido. En este aspecto, la UTP destaca:

*Se le van haciendo sugerencias, porque aquí hay mucho acompañamiento en el aula.*

*Mira, acá se planifica mensualmente. Cada profesor hace un plan anual al principio y después de acuerdo con la evaluación diagnóstica de los estudiantes. Hacen el plan anual y después planifican mensualmente.*

*A partir de eso ellos empezaron a trabajar diseños curriculares, que son revisados mensualmente. Ellos mandan una planificación para ser revisada por UTP y nosotros nos centramos en que los objetivos sean acorde, obviamente el profesor es el que conoce mejor a su curso, es el que hizo la evaluación, pero nosotros vemos estrategias.*

Cuentan con un sistema de planificación mensual, que es revisado y gestionado por la Unidad Técnico-Pedagógica y contemplan adecuaciones curriculares, según las necesidades de los estudiantes, enfatizando en la movilidad entre un nivel de logro y otro y en la importancia de ir exigiendo a los estudiantes para que puedan avanzar, una de las profesoras puntualiza:

*...según el nivel curricular que van alcanzando yo voy subiendo de grupo, en matemática se refiere al ámbito numérico.*

En la escuela existe especial preocupación por la exigencia de calificar a los estudiantes y se destaca el trabajo que están llevando a cabo para poder realizar dicha labor. Dos aspectos que están ausentes en las tres entrevistas se refieren a el aprendizaje colaborativo y a la dinámica social del aula.

En el cuestionario de creencias de profesores y directivos se observan puntajes igualmente altos en la dimensión de habilidad de las matemáticas, pero por debajo del promedio de la muestra en las dimensiones de creencias sobre las matemáticas y su aprendizaje.

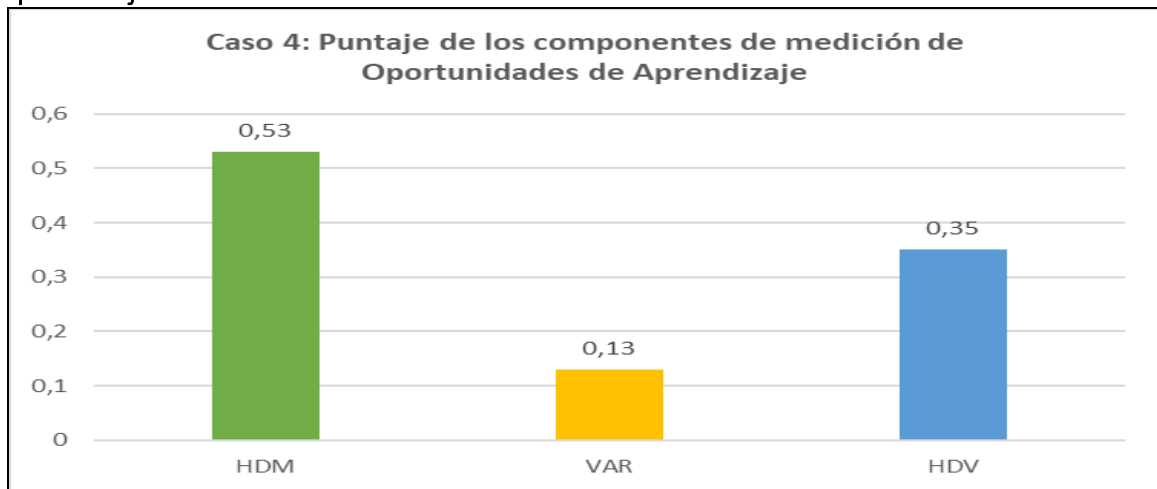
## CASO 4

**Tabla 15. Resumen características del Caso 4**

| criterio   | Descripción  |
|--|--|
| Región/comuna  | V Región/Viña del Mar  |
| Índice de Vulnerabilidad Escolar   | 68,3%  |
| Curso  | Básico 7 (homologable a segundo/ tercero básico)   |
| Programa de Matemática Funcional   | Si   |
| Estudiantes del curso  | 17 estudiantes (7 mujeres – 10 hombres). Edades al 31 de marzo de 2017: entre 9 y 12 años  |
| Proyecto Educativo Institucional “Misión”  | Promueve el desarrollo integral de personas con Discapacidad Intelectual, gestionando los apoyos a fin de elevar sus potencialidades, fortalecer su autoestima, su valoración personal, tanto dentro de su entorno familiar, como social mediato, de manera semindependiente, independiente y/o ingresando al campo laboral competitivo, mejorando así su calidad de vida y su participación ciudadana |
| Cantidad de clases de matemáticas registradas en libro de clases del 2º semestre | 42 clases  |
| Cantidad de materiales de aula analizados  | 213  |
| Años de experiencia profesional de docente de aula                               | NR   |
| Años de experiencia profesional directora  | 24   |

Con respecto los componentes del Índice de Oportunidades de Aprendizaje este caso obtuvo las siguientes puntuaciones.

**Figura 7. Caso 4: Puntaje de los componentes de medición de Oportunidades de Aprendizaje**



En el Caso 4 se observan promedios de habilidad y demanda en los materiales de aula por sobre el promedio y en las clases analizadas por debajo el promedio de la muestra. Sin embargo, se observa una baja variabilidad de ejes de la asignatura de matemática en los materiales de aula, lo que explica la puntuación final en el Índice de ODA.

#### **Caso 4: Descripción general de las clases videograbadas**

Un primer desafío de la secuencia de clases observada es que en ellas se hace evidente la necesidad de reflexionar en torno a algunas preguntas,

- ¿Qué significa saber matemáticas? ¿Qué significa que un individuo sea matemáticamente competente?
- ¿Cómo aprenden matemáticas los y las estudiantes?

Abordar estas preguntas en la reflexión, permiten construir los propósitos que orientan las intenciones didácticas de los y las docentes.

Pareciera entonces, de primera relevancia construir una mirada que aporte certezas sobre cuáles son los énfasis que movilizan la propuesta didáctica en torno a la matemática y su enseñanza.

Desde la gestión de las clases, otro desafío está en analizar las posibilidades que ellas otorgan para promover reales oportunidades de aprendizaje, entendiendo estas oportunidades como instancias que permiten el pensamiento autónomo, el trabajo colectivo y socializado, el intercambio, el abordaje de dificultades emergentes y el diálogo entre los y las estudiantes.

Pensar en propuestas que en que se otorguen espacios al pensamiento autónomo, requiere necesariamente modificar las expectativas de la clase, transitando desde una clase con resultados y respuestas esperadas a una instancia donde los errores de los y las estudiantes permiten profundizar en su modo de pensar, donde se validan procedimientos socialmente y donde se comparten ideas y formas de pensar.

#### **Caso 4: Análisis de las clases videograbadas en cuanto a Matemática Funcional, particularmente al enfoque de Resolución de Problemas**

En cuanto a la relación de las clases con la propuesta de Matemática Funcional y en particular al enfoque de Resolución de Problemas, no es visible que hay un desafío que se propone a los y las estudiantes, o si es visible un desafío, este no brinda oportunidades para que los y las estudiantes puedan abordarlo de manera autónoma.

Resolver problemas implica que los y las estudiantes emprendan caminos autónomos para resolverlos. Que se sientan autorizados y estimulados a pensar autónomamente. Que las situaciones de enseñanza transiten también desde la necesidad de buscar de manera insistente respuestas correctas a explorar cómo piensan los y las estudiantes, asumiendo el riesgo de que sus hipótesis no sean siempre las esperadas.

Importante es aportar la idea de que un problema se define como un desafío por resolver, que requiere que los y las estudiantes desplieguen acciones para resolverlo. Requiere de parte del o la docente transitar desde el modo “instrucción” al modo “pregunta”.

#### **Caso 4: Sugerencias de mejora en base a videografías de clases**

Como sugerencias específicas de mejora a las clases observadas es posible señalar:

- La necesidad de levantar una propuesta didáctica para el abordaje de la adición. Al presentarse una sola colección, la manera de resolver la pregunta ¿cuántos hay? es contando. Por otro lado, es necesario aportar claridad a los estudiantes sobre la tarea que realizan aportando un propósito definido. Sin embargo, se observa una clase donde los y las estudiantes ejecutan las instrucciones que la docente va señalando. Dado que los problemas aditivos se deben inicialmente a acciones como agregar-quitar, juntar-separar y avanzar – retroceder, es necesario que existan dos colecciones de las cuáles se busca conocer su cardinal. Para que el problema sea aditivo, al menos una de las colecciones no debe estar disponible.
- En referencia a la clase basada en el uso del dinero, se observa una propuesta con muchos tiempos destinados a otras tareas. El trabajo con dinero se realiza esencialmente con foco en el reconocimiento visual de las imágenes. Se sugiere en contraposición a esto, analizar las posibilidades que el uso del dinero otorga, para poder profundizar en los conocimientos matemáticos que se están construyendo.

#### **Caso 4: Oportunidades de aprendizaje a partir de la voz y las creencias de los docentes**

En este centro educativo fue posible entrevista a la directora y una educadora. Ninguna de las dos contaba con formación en matemática funcional, sin embargo, la directora hace mucho énfasis en que el enfoque funcional que plantean en toda la formación de los estudiantes en la escuela, dado que el objetivo es prepararlos para la vida laboral:

*Siempre tendemos a la funcionalidad de la matemática, porque nuestro objetivo final es que los chiquillos salgan de aquí con un puesto de trabajo, por lo tanto la matemática que les enseñamos es la que van a poder ocupar.*

Desde las creencias respecto de la importancia de la matemática, su enseñanza y aprendizaje, amabas hace mucho énfasis en el desarrollo de habilidades, la necesidad de aprender matemática pensando en la inserción social- laboral y como además permite desenvolverse en la vida cotidiana.

*Se aplican en todo ámbito. Desde mi punto de vista, las matemáticas tienen que ver con la comprensión lectora, tienen que ver con la atención, con la concentración. Se aplican en historia con las fechas, se aplican en ciencias naturales con las mediciones, se aplican en lenguaje.*

*Mientras más uno trabaje con ellos las matemáticas yo creo que uno los puede posicionar de una mejor manera en lo social. En esto darle las herramientas*

*para que ellos a medida que accedan a los distintos niveles. Lo máximo en una escuela especial es llegar a un laboral, ese es el mayor grado digamos. Posicionarlos para que ellos tengan los conocimientos y los aprendizajes cuando ellos accedan a algún campo laboral específico con sus características, puedan realizar algo bueno para ellos. Que sean lo más insertos en lo social posible, lo más homogéneos con nosotros. Ojalá eso.*

En este sentido, la directora subraya algunos elementos muy concretos respecto de la funcionalidad de la matemática, como es el uso del dinero y el uso del transporte. Por su parte la Educadora, da especial importancia a otro aspecto de la matemática, como es la oportunidad de desarrollar la capacidad de análisis y reflexión, dar la oportunidad de dar espacios para que los estudiantes planteen caminos alternativos, etc.

Por otra parte, en este establecimiento hay un sistema de planificación mensual, donde se reconoce un trabajo establecido en cuanto a acompañamiento docente y al trabajo de adecuación curricular según las características de los estudiantes.

*Entonces lo tenemos que sacar de ahí, después desarrollar una actividad y poner diferentes indicadores de logro de acuerdo con las diferentes características personales de cada alumno. Porque el curso se tiende a agrupar en diferentes grupos, valga la redundancia, de acuerdo con sus habilidades, para que el profesor vaya entregando las actividades por grupo.*

*UTP constantemente está haciendo. Bueno, obviamente mensual. Acá hay una supervisión de clases al menos unas tres veces al año donde tienen que estar obviamente las planificaciones a la vista del UTP y del director.*

En términos de la participación en el aula, se distingue el trabajo de la docente por la relevancia que da a la dinámica social del aula y además la importancia de lo que aporta la escuela a los estudiantes. Estos elementos fueron poco enfatizados en las demás escuelas, por lo tanto, llama particularmente la atención:

*Muchas veces uno quiere entregarles todo, desde el hogar hasta la escuela, para que ellos no tengan errores, sin embargo, los estamos coartando. Hay que permitirles, permitirles. Porque entre el ensayo y error van a poder encontrar bastante.*

*Sí, como en U siempre. Entonces eso nos facilita que todos estemos mirando hacia un mismo lugar. Entonces presentamos los materiales. Acá los chicos se pueden parar, caminar, tocar, observar, ver y tocar con sus propias manos digamos, y de ahí ya, presentamos la problemática.*

Finalmente, en cuanto a la evaluación, valoran mucho la evaluación del proceso dentro del aula, pero también aparece la preocupación por comenzar a poner notas y lo que significará dicho tránsito.

*Las constituyo yo misma con una observación directa, clase a clase, sobre si el alumno trabajó con su material, si fue capaz de desde el inicio, pasar por el desarrollo y terminar la actividad, si durante la actividad hubo un proceso de aprendizaje de parte de él, o solo estuvo ahí esperando. Yo voy rotando a cada rato por los puestos y qué se yo.*

*El decreto 83 te pide evaluación numérica, nosotros poníamos objetivo logrado, en desarrollo o no logrado, pero ahora tenemos que transformar los conceptos a números, ahí vamos a hacer una transformación entre la cantidad de objetivos medianamente logrados ponerle una nota y luego un promedio, pero no es que la prueba haya una escala numérica.*

En el cuestionario de creencias de profesores y directivos se observan puntajes altos en la dimensión de creencias de habilidades de las matemáticas y bajas en las creencias sobre las matemáticas.

En los cuatro casos presentados, quienes comparten el haber participado en el proceso de formación e implementación del Programa de Matemática Funcional, se observa que, si bien hay una evidente necesidad de avanzar en la elaboración de una mirada didáctica para comprender la enseñanza y el aprendizaje de los conocimientos matemáticos que la escuela espera transmitir y, en la convicción de que es un camino recién iniciándose, es indudable que es posible identificar una intencionalidad que se inclina a proponer desafíos a los y las estudiantes, lo que da cuenta de una intención que- aunque aún precaria y con algunas inestabilidades- permite configurar un camino que podría aportar a la formación de individuos matemáticamente competentes.

## CASO 5

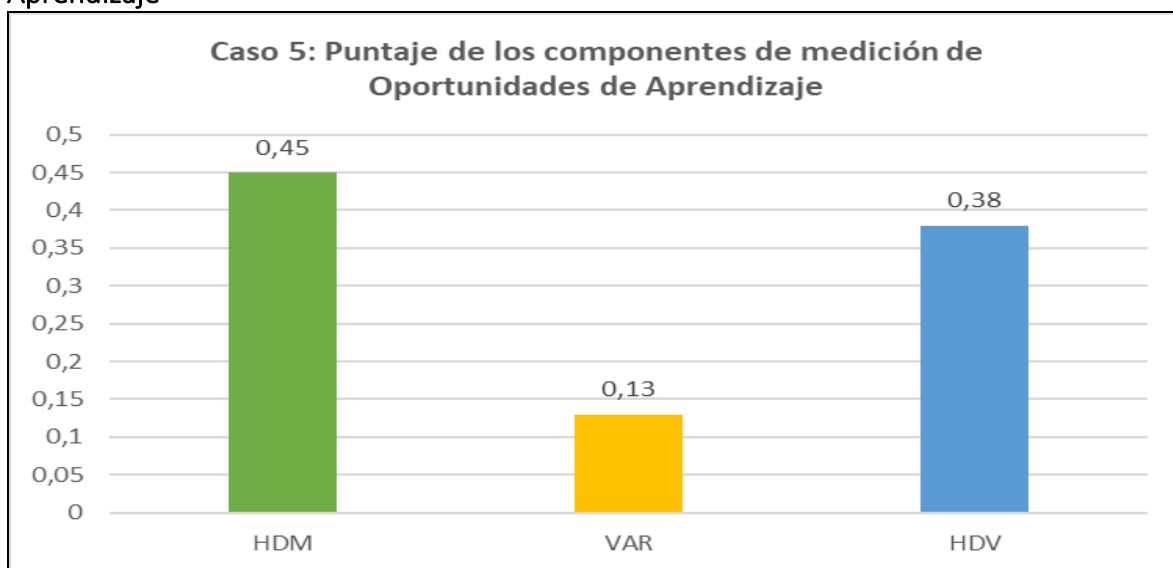
**Tabla 16. Resumen características del Caso 5**

| Criterio   | Descripción  |
|--|--|
| Región/comuna  | RM/Puente Alto   |
| Índice de Vulnerabilidad Escolar   | 66,7%  |
| Curso  | Básico 7   |
| Programa de Matemática Funcional   | No   |
| Estudiantes del curso  | 15 estudiantes (8 mujeres y 7 hombres). Edades al 31 de marzo de 2017: entre 11 y 12   |
| Proyecto Educativo Institucional "Misión"  | Que esta unidad educativa sea reconocida como un espacio formativo integral y de calidad, cuyo proceso se vive en un ambiente de sana convivencia y armonía. |
| Cantidad de clases de matemáticas registradas en libro de clases del 2º semestre | 16 clases  |

|  |     |
|--|-----|
| Cantidad de materiales de aula analizados          | 159 |
| Años de experiencia profesional de docente de aula | 3   |
| Años de experiencia profesional de UTP             | 27  |

Con respecto los componentes del Índice de Oportunidades de Aprendizaje este caso obtuvo las siguientes puntuaciones.

**Figura 8. Caso 4: Puntaje de los componentes de medición de Oportunidades de Aprendizaje**



Para este caso se observan promedios de habilidad y demanda tanto en los materiales de aula y las clases analizadas por debajo el promedio de la muestra. Aunque se observa mayor variabilidad de ejes de la asignatura de matemática en los materiales de aula que casos anteriores, la variabilidad sigue siendo baja.

#### **Caso 5: Descripción general de las clases videograbadas**

Una primera observación relativa a la secuencia de clases presentada es la intención de la docente de socializar las dificultades que presentan los y las estudiantes. Sin embargo, es necesario avanzar en que producto de esta socialización y a partir de las mediaciones del o la docente, se sistematicen los procedimientos más eficientes.

En una perspectiva general, parece de primera relevancia construir una mirada que aporte certezas sobre cuáles son los énfasis que movilizan la propuesta didáctica en torno a la matemática y su enseñanza.

Desde la gestión de las clases, otro desafío está en analizar las posibilidades que ellas otorgan para promover reales oportunidades de aprendizaje, entendiendo estas oportunidades como instancias

que permiten el pensamiento autónomo, el trabajo colectivo y socializado, el intercambio, el abordaje de dificultades emergentes y el diálogo entre los y las estudiantes.

Pensar en propuestas que en que se otorguen espacios al pensamiento autónomo, requiere necesariamente modificar las expectativas de la clase, transitando desde una clase con resultados y respuestas esperadas a una instancia donde los errores de los y las estudiantes permiten profundizar en su modo de pensar, donde se validan procedimientos socialmente y donde se comparten ideas y formas de pensar.

#### **Caso 5: Análisis de las clases videograbadas en cuanto a Matemática Funcional, particularmente al enfoque de Resolución de Problemas**

En cuanto a la relación de las clases con la propuesta de Matemática Funcional y en particular al enfoque de Resolución de Problemas, no es visible que hay un desafío que se propone a niños y niñas. Este escenario vale la pena señalar, va más allá de las intenciones del o la maestra, sino que debe responder a un diseño didáctico, que considera una perspectiva donde los conocimientos matemáticos surgen como herramientas para resolver dichos problemas. Se sugiere que los problemas planteados a los y las estudiantes, posibiliten caminos autónomos de resolución.

Esto requiere necesariamente modificar las expectativas de la clase, transitando desde una clase con resultados y respuestas esperadas a una instancia donde los errores de los y las estudiantes permiten profundizar en el modo de pensar de niños y niñas y donde ellos y ellas se sienten autorizados a pensar autónomamente.

#### **Caso 5: Sugerencias de mejora en base a videografías de clases**

Como sugerencias específicas de mejora, se señala:

- En referencia a la clase donde se aborda formación de números, es posible señalar que a partir de la manera en que se plantea la situación, los y las estudiantes identifican U, D, C, etc., de forma mecánica, únicamente guiados por los ejemplos brindados por la docente que indican el orden de cada dígito de la cifra dictada. No es posible señalar, si los estudiantes, efectivamente, comprenden el valor posicional de los números, toda vez que lo que hacen es registrar el número que la docente dicta, y luego representarlo con las tarjetas con números sobre los cilindros de cartón, de acuerdo con el orden señalado (U, D, C, UM). En este sentido, ambos procedimientos (dictado y representación en los cilindros de cartón), no tienen la conexión necesaria para abordar el objetivo de representar el valor posicional de los números. Los cilindros de cartón que se usan para representar el valor posicional (al igual que lo sería una tabla), representan un obstáculo didáctico, toda vez, que los/las estudiantes no han comprendido el concepto de valor de posición, pues en algunos casos, resuelven el problema, traspasando el número escrito, dígito a dígito de manera ordenada, tal como la docente lo modela en reiteradas ocasiones. Por otro lado, los estudiantes, cuentan con un set de tarjetas que sólo tiene un número de cada uno, por lo cual, no es posible representar números donde se repita el mismo dígito. Aunque la



docente, dicta sólo números con dígitos diferentes, el recurso no ofrece la oportunidad de hacerlo de la forma, y con los números, que el o la estudiante, considere necesarios.

- Se recomienda al inicio de la clase, entregar con mayor claridad las consignas y ser más precisa en la entrega de las instrucciones, de manera asegurar que todos/as los/las estudiantes hayan comprendido la tarea que deben realizar.
- Resguardar las condiciones de realización de la tarea. En este caso, si cada estudiante tenía sólo 10 lápices no era posible representar con dichos elementos, cantidades que implicaran el uso de combinaciones sobre 10, por ejemplo "85", donde el/la estudiante requeriría 13 lápices.
- Si bien, la propuesta intenciona que los/las estudiantes deban resolver de manera autónoma un desafío orientado a reconocer el valor posicional a partir del dictado de un número, no es posible a partir de ella, determinar si efectivamente los/las estudiantes, han comprendido este concepto, o más bien, trasladan de manera mecánica la cifra escrita a los cilindros de cartón, colocando de forma ordenada los números de las tarjetas. Tampoco se realizan preguntas que apunten a develar esta comprensión.
- Se sugiere continuar ofreciendo numerosas oportunidades para trabajar la comprensión del sistema de numeración decimal, especialmente para aquellos/as estudiantes, que suelen invertir los dígitos de la cifra.
- Hay que considerar que resolver problemas matemáticos, va mucho más allá de plantear enunciados que los estudiantes deben leer para luego aplicar pasos de manera mecanizada. La resolución de problemas en la escuela especial debe proponerse de manera contextualizada, en el ejercicio cotidiano de resolver diferentes desafíos que implican poner uso los conocimientos matemáticos que los estudiantes disponen. Tener presente entonces, que los problemas no son enunciados, si no situaciones que representan obstáculos, que pueden ser sorteados mediante algún conocimiento del dominio matemático.
- En consecuencia, y dado este concepto amplio de resolución de problemas, es posible invitar a todos/as los/las estudiantes a enfrentar distintos desafíos, que para el caso de un grupo heterogéneo, pueden ser diferenciados por grupos, pero que también pueden ser abordados de manera colaborativa.
- Es de suma relevancia además, que los/las estudiantes tengan la posibilidad de imaginar los problemas que se les plantean y de representarlos utilizando las herramientas que posean. Esto es, dibujar el problema, utilizar materiales concretos y poner el problema en sus propias palabras, para luego determinar si corresponde a un problema de agregar o quitar.
- En el caso de la propuesta para problemas aditivos, es recomendable partir por problemas que puedan ser resueltos a través de la técnica del sobreconteo o el desconteo, utilizando para ello un segundo sumando no mayor a 10. Aquí resulta aconsejable el apoyo de la cina numérica, como recurso de consulta para facilitar la comprobación de los resultados.
- En caso de plantear problemas con sumandos mayores a 10, se recomienda abordar a través de la descomposición canónica. No se recomienda la técnica del uso de la tabla de valor posicional, o suma y resta con "canje", cuando los estudiantes aún no han consolidado la comprensión de la noción de valor posicional.

- Hay que considerar que luego, de haberles proporcionado un tiempo prudente para que los/las estudiantes resuelvan el problema, se sistematicen y socialicen las dificultades, se comprueben los resultados y se formalicen los procedimientos exitosos que han emergido. En este caso, habría sido muy valioso, socializar el procedimiento utilizado por el estudiante que recurre a la estrategia de dibujar la colección para luego tachar lo que debía quitar, validando además este tipo de producciones, aun cuando este procedimiento se basa en el uso del conteo para determinar el cardinal de la colección resultante.
- Dado que los estudiantes se han iniciado en el uso de la calculadora, disponen de ellas y se aprecia interés por usarlas, sería recomendable que pudiesen utilizar este recurso para comprobar sus resultados.
- Importante señalar que se observa un grupo de 3 estudiantes que se encuentra en tareas paralelas, quienes podrían ser convocados a resolver problemas que impliquen poner en juego habilidades como la correspondencia uno a uno, de manera de hacerlos avanzar en la construcción del concepto de número, y de darles roles más activos dentro de la clase.

### **Caso 5: Oportunidades de aprendizaje a partir de la voz y las creencias de los docentes**

En este establecimiento se entrevistó a la jefa de la Unidad Técnica Pedagógica y a dos profesoras. La UTP y una de las profesoras tienen formación en matemática funcional, mientras la segunda educadora entrevistada no cuenta con dicha formación, pero durante la entrevista aclara que si ha recibido directrices respecto del enfoque desde UTP. En este sentido la UTP hace especial énfasis que es a partir de este enfoque que se ha planteado la necesidad de plantear desafíos mayores a los estudiantes y no esperar que superen una etapa para pensar en otras posibles cosas que éstos puedan lograr.

Al indagar en torno a las creencias respecto de la importancia de enseñar y aprender matemática, es posible identificar que hay elementos destacados por las tres profesionales, como son: Autonomía, percepción de sí mismos, desarrollo de habilidades, inserción laboral-social. Las docentes destacan:

*En todo aspecto de la vida lo emocional es muy importante (...) cuando un chico se valora a sí mismo se siente bien logra adquirir mayores aprendizajes.*

*En la medida que yo soy autónomo, voy consolidando más mis habilidades (...) si un chico logra hacer una tarea solo, quiere decir que consolidó una serie de habilidades que le permite aplicar eso a A, B, C casos. Si le enseñamos a trabajar acá con las monedas, luego podrá hacerlo en su casa.*

Cabe destacar hay algunos aspectos que en el caso de esta escuela son solo destacados por la UTP como la particularidad de la matemática como disciplina, la funcionalidad de la matemática, específicamente el uso del transporte. En este sentido la UTP destaca el sentido de funcionalidad que se le da a la matemática durante la enseñanza:

*Sin embargo cuando uno empieza a enseñar se da cuenta que si le da funcionalidad, si le da significado, ahí está la clave.*

En cuanto a los elementos como planificación, metodologías para la enseñanza y evaluación, en esta escuela se destaca el acompañamiento docente, tanto en la observación de clases, como en el análisis de cumplimiento de lo planificados y las dificultades que pueden haber surgido. En este aspecto, la UTP destaca:

*Se le van haciendo sugerencias, porque aquí hay mucho acompañamiento en el aula. Mira, acá se planifica mensualmente. Cada profesor hace un plan anual al principio y después de acuerdo con la evaluación diagnóstica de los estudiantes. Hacen el plan anual y después planifican mensualmente.*

*A partir de eso ellos empezaron a trabajar diseños curriculares, que son revisados mensualmente. Ellos mandan una planificación para ser revisada por UTP y nosotros nos centramos en que los objetivos sean acorde, obviamente el profesor es el que conoce mejor a su curso, es el que hizo la evaluación, pero nosotros vemos estrategias.*

Cuentan con un sistema de planificación mensual, que es revisado y gestionado por la Unidad Técnico-Pedagógica y contemplan adecuaciones curriculares, según las necesidades de los estudiantes, enfatizando en la movilidad entre un nivel de logro y otro y en la importancia de ir exigiendo a los estudiantes para que puedan avanzar, una de las profesoras puntualiza:

*...según el nivel curricular que van alcanzando yo voy subiendo de grupo, en matemática se refiere al ámbito numérico.*

En la escuela existe especial preocupación por la exigencia de calificar a los estudiantes y se destaca el trabajo que están llevando a cabo para poder realizar dicha labor. Dos aspectos que están ausentes en las tres entrevistas se refieren a el aprendizaje colaborativo y a la dinámica social del aula.

## CASO 6

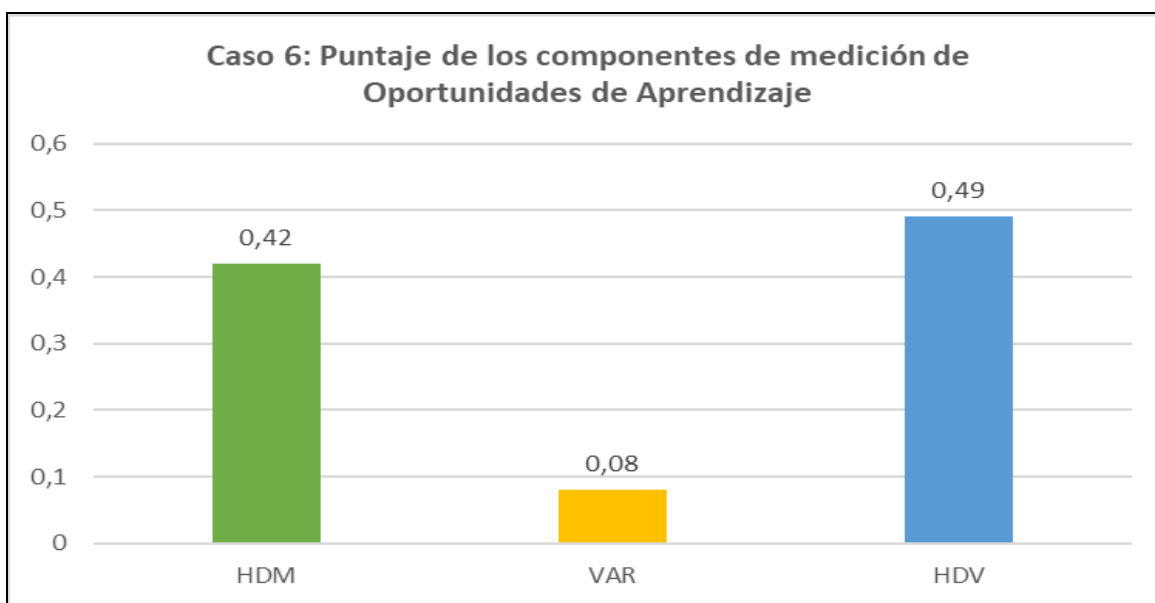
**Tabla 17. Resumen características del Caso 6**

| Criterio                         | Descripción  |
|----------------------------------|--|
| Región/comuna                    | V Región/ Valparaíso   |
| Índice de Vulnerabilidad Escolar | 73,4%  |
| Curso                            | Básico 7   |
| Programa de Matemática Funcional | No   |
| Estudiantes del curso            | 9 estudiantes (7 mujeres y 2 hombres). Edades al 31 de marzo de 2017: entre 11 y 14 años |

|  |   |
|--|---|
| Proyecto Educativo Institucional "Misión"  | Brindar una educación de calidad, orientado a promover el desarrollo integral, la que se oriente al desarrollo de una persona en todos sus aspectos, cognitivo, afectivo, artístico, valórico y social. |
| Cantidad de clases de matemáticas registradas en libro de clases del 2º semestre | 49 clases   |
| Cantidad de materiales de aula analizados  | 199   |
| Años de experiencia profesional de docente de aula                               | 7   |
| Años de experiencia profesional de UTP   | NR  |

Con respecto los componentes del Índice de Oportunidades de Aprendizaje este caso obtuvo las siguientes puntuaciones.

**Figura 5. Caso 6: Puntaje de los componentes de medición de Oportunidades de Aprendizaje**



En el Caso 6 se observan promedios de habilidad y demanda en los materiales de aula levemente por debajo del promedio y en las clases analizadas sobre el promedio de la muestra. Al igual que la mayoría de los casos de estudio se observa una escasa variabilidad de ejes de la asignatura de matemática en los materiales de aula, lo que explica la baja de su Índice de ODA.

#### **Caso 6: Descripción general de las clases grabadas**

La secuencia de clases presentada está caracterizada por el abordaje del eje de Números, particularmente comparación, formación de números y algoritmo de la adición.

Un primer desafío para la secuencia observada es intentar avanzar hacia la realización de actividades que convoquen a los y las estudiantes de manera colectiva, donde sea posible

diversificar la mirada, procurando que los y las estudiantes desde sus diferencias puedan avanzar en la construcción de sus aprendizajes.

Estas actividades colectivas deben tener la forma de problemas o desafíos, que para ser resueltos, requieran del uso de las herramientas matemáticas que han sido identificadas previamente por los y las docentes, en un ejercicio de anticipación que permite visualizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de una manera más eficiente.

### **Caso 6: Análisis de las clases videograbadas en cuanto a Matemática Funcional, particularmente al enfoque de Resolución de Problemas**

En cuanto a la relación de las clases con la propuesta de Matemática Funcional y en particular al enfoque de Resolución de Problemas, es visible que hay un desafío que se propone a niños y niñas. Este desafío se encuentra enmarcado en lo que se supone niños y niñas ya saben, es decir, se espera que sea la ocasión de aplicar lo ya aprendido. Se sugiere que los problemas planteados a los y las estudiantes, posibiliten caminos autónomos de resolución.

Las clases que se presentan avanzan discretamente en presentar inicialmente a los y las estudiantes un desafío matemático, sin embargo, durante el transcurso de ellas, se transita hacia instrucciones que esperan de los y las estudiantes, desempeños específicos sin dar la posibilidad de que los estudiantes puedan abordar dichos desafíos de manera autónoma.

Pensar en propuestas que en que se otorguen espacios al pensamiento autónomo, requiere necesariamente modificar las expectativas de la clase, transitando desde una clase con resultados y respuestas esperadas a una instancia donde los errores de los y las estudiantes permiten profundizar en su modo de pensar, donde se validan procedimientos socialmente y donde se comparten ideas y formas de pensar.

### **Caso 6: Sugerencias de mejora en base a videografías de clases**

Una vez que la clase va evolucionando hacia la resolución de problemas reales, es posible avanzar hacia una estimación de tiempo de involucramiento de los niños y niñas, mucho mayor. La sugerencia es explorar un tipo de clases donde no necesariamente participan de manera individual. Proponer pequeñas experiencias de trabajo colaborativo, con pequeños desafíos puede movilizar la energía de la clase de manera positiva. Se sugiere también explorar otras formas de organización del grupo. La clase frontal, educadora-niños sentados escuchando, posibilita de manera mucho más evidente una postura y actitud que no necesariamente es reflejo de una actitud de trabajo e interés por la tarea propuesta.

Desde el punto de vista conceptual se sugiere que:

- Se exploren algoritmos intermedios (no convencionales) para abordar la adición y sustracción, que permitan un acceso directo a la comprensión de las acciones que se asocian a dichas operaciones, basadas en el respeto al valor posicional de los números involucrados y que pueden tener como soporte estrategias de cálculo mental y escrito. Por ejemplo, al enfrentar el cálculo  $23+15$ , se sugiere ampliar el repertorio estratégico,

evitando procedimientos que consideran los números como unidades independientes. Esto queda en evidencia cuando se orienta a los y las estudiantes a sumar  $3+5$  y  $2+1$ . Una estrategia es la descomposición canónica de ambos sumandos. Otra sería apoyarse en el cálculo mental a partir de la descomposición canónica del 15, del modo  $23+10+5$ . Esto requiere que los y las estudiantes dispongan de la herramienta del conteo de 10 en 10, resultando 33 y luego por sobreconteo agregar los 5 que quedan para completar la acción de agregar.

Algo similar ocurre cuando enfrentan ejemplos de adiciones donde las unidades superan la decena. Allí se pone énfasis en los pasos que hay que seguir, más allá de la comprensión de las acciones que se realizan.

- Se valore la utilización de un lenguaje apropiado desde lo matemático, despejando la posibilidad de que usar un lenguaje que pareciendo cercano, facilite la enseñanza. Esto ocurre cuando en la clase se reiteran las etiquetas de “números casados” para referir a las decenas, “solteros” para referir a las unidades y “casados que tuvieron hijos” para referir a las centenas. Estas etiquetas, o trucos de la enseñanza, constituyen obstáculos didácticos que es necesario evitar, ya que instalan concepciones equivocadas que posteriormente conllevan a construcciones erradas en niños y niñas.
- Se revisen las estrategias asociadas a las explicaciones referidas al valor posicional de los números. En la segunda clase, el principal obstáculo originado por dificultades de la enseñanza es la utilización de material concreto para explicar dicho valor de posición. Con cubos de distintos colores se explica el valor de posición, sin embargo, esa explicación no parece suficiente para que los y las estudiantes accedan a la comprensión, Cuando por ejemplo se les pide formar el 174, resulta paradójico para los estudiantes que la centena se represente por un cubo, y luego por 7 cubos la decena (la decena es MÁS (7) que la centena (1))
- Otro grupo de estudiantes durante las clases trabaja con los signos mayor y menor que, para comparar números. En este sentido, vale la pena aportar elementos asociados al concepto de Obstáculo Didáctico. Los Obstáculos Didácticos se estudian a través del análisis de los errores frecuentes de los y las estudiantes. Proviene de errores en la enseñanza, en este caso, por un error metodológico que tiene su origen en el uso de palabras inadecuadas o trucos, ligados en este caso al uso de los signos mayor y menor que (cocodrilo). El uso de estos signos trae confusiones complementarias a niños y niñas, que no tienen relación con la conducta que se espera emerja (comparación de números en este caso). Esto quiere decir que niños y niñas pueden saber con toda precisión qué número es mayor que otro, pero fallan al ubicar el signo. Si lo que deseamos es que identifiquen un número que, por ejemplo, es mayor que otro, basta con pedirle que lo marque, lo muestre, lo tache, lo encierre, teniendo como base las orientaciones o pistas que aportan tanto la secuencia oral como escrita para determinar qué número es mayor o menor. El uso de variados trucos para “explicar” como se usa el signo sólo da cuenta de la dificultad que esta tarea conlleva.

## Caso 6: Oportunidades de aprendizaje a partir de la voz y las creencias de los docentes

En este establecimiento se entrevistó a la encargada de UTP, que también se estaba desempeñando como directora y docente del establecimiento, y a una educadora, en este caso la primera contaba con formación en matemática funcional y la segunda no. La encargada de UTP destacaba la importancia del enfoque de matemática funcional y de cómo lo trabajan en la escuela:

*Lo que más me llamó la atención es el uso de los portadores numéricos y el conteo, que es como lo principal, y por ahí vi en alguna planificación de los docentes que nos estamos yendo mucho en lo previo y estamos perdiendo tiempo precioso en cuanto a la didáctica y en el poder trabajar más en resolver situaciones cotidianas, ser más funcional y aplicar más en el entorno.*

Respecto de creencias en torno a la enseñanza y aprendizaje de la matemática la educadora recalca algunos elementos que son importantes en el proceso de enseñar y aprender matemática: Autonomía, la experiencia personal y el desarrollo de habilidades. Ella recalca:

*Para mí no es funcional que se aprendan una fórmula, pero sí que aprendan el conocimiento del valor, de la moneda, de los números para su vida, porque el día de mañana tienen que ser independientes como uno...*

*Sí, porque siento que en el colegio a lo mejor a uno le decían que las matemáticas son así, que hay fórmulas así, que de ahí no te puedes salir, que hay un patrón y que es súper ordenadito.*

También hay algunos elementos que remarcan tanto la encargada de UTP como la educadora, refiriéndose a la importancia de la enseñanza de la matemática desde un punto de vista funcional, que permita la inserción laboral y social y que esté conectada con la vida cotidiana. En este sentido destacan:

*Es fundamental el saber el número de la micro, a cuál me tengo que subir, con cuánto tengo que pagar, todo eso es intercambio, resolver problemas cotidianos que se van a enfrentar ellos en su vida, que todos nos enfrentamos actualmente.*

En términos del trabajo con planificaciones resaltan el trabajo que realizan en cuanto a la revisión y retroalimentación de planificaciones:

*Estamos trabajando en torno a DUA (Diseño Universal para el Aprendizaje) y en base a eso hacemos la retroalimentación, sobre todo las actividades y esa retroalimentación la hacemos por semana.*

*Sí, tanto los informes con las planificaciones, tenemos fecha de envío, uno las envía y durante la semana nos van llamando uno a uno para ir preguntando, viendo detalles de qué es lo que está bien y qué es lo que no les parece y te lo dicen "¿sabes qué? Eso aquí no me parece, creo que podrías modificarlo de tal manera" Siempre a nivel de una crítica constructiva, siempre, siempre, siempre.*

Finalmente, enfatizan el trabajo que hacen en base a la evaluación, en esta escuela hay un trabajo institucional en cuanto a diagnosticar a los estudiantes para realizar las adecuaciones pertinentes, es así como esto les permite tomar decisiones respecto de las adecuaciones que realizan para cada grupo y estudiante:

*Hacemos una evaluación diagnóstica y en base a eso los docentes tienen que entregar un plan anual del curso. El diagnóstico también tiene que ver con el rito de aprendizajes de los alumnos.*

En el cuestionario de creencias de profesores y directivos se observan puntajes altos y muy similares en las tres dimensiones.

## CASO 7

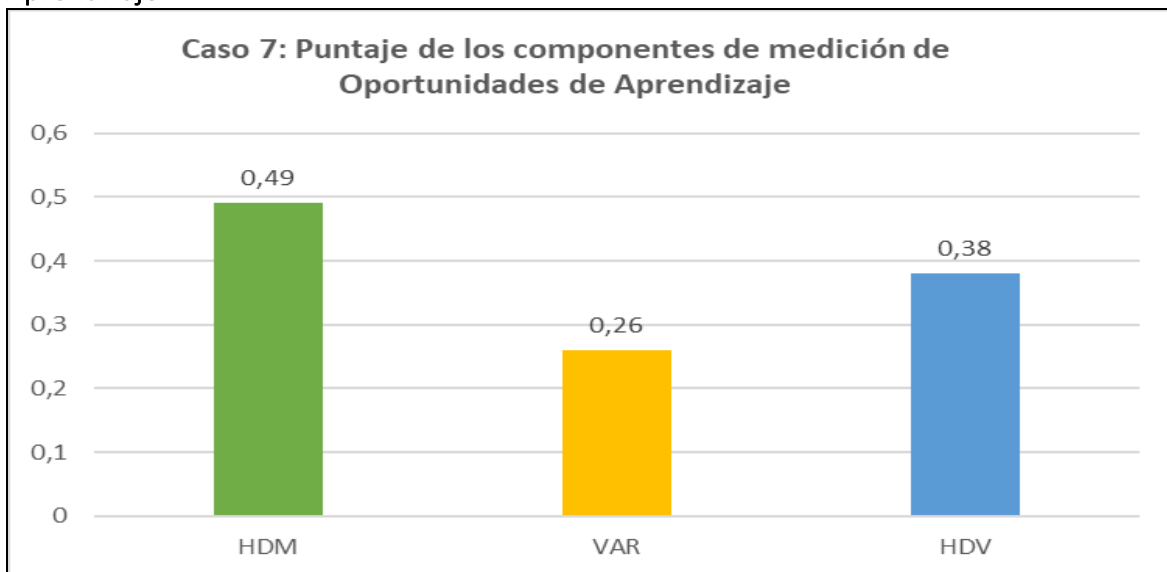
**Tabla 18. Resumen características del Caso 7**

| Criterio   | Descripción   |
|--|---|
| Región/comuna  | RM/ La Reina  |
| Índice de Vulnerabilidad Escolar   | 57,4%   |
| Curso  | Básico 6  |
| Programa de Matemática Funcional   | No  |
| Estudiantes del curso  | 14 estudiantes (8 hombres y 6 mujeres). Edades al 31 de marzo de 2017: entre 8 y 11 años  |
| Proyecto Educativo Institucional "Misión"  | Nuestra labor es brindar las herramientas adecuadas para lograr el desarrollo y las competencias necesarias en la formación de seres autónomos, capaces de lograr una adaptación apropiada al medio social, familiar y escolar, respondiendo a las necesidades y desafíos de la sociedad actual, estimulando la inclusión educativa a través del Diseño Universal de Aprendizaje y Programa de Transición a la Vida Activa para enfrentar con éxito este desafío. |
| Cantidad de clases de matemáticas registradas en libro de clases del 2º semestre | 29 clases   |
| Cantidad de materiales de aula analizados  | 39  |
| Años de experiencia profesional de docente de aula                               | 7   |
| Años de experiencia profesional de UTP   | NR  |

Con respecto los componentes del Índice de Oportunidades de Aprendizaje este caso obtuvo las siguientes puntuaciones.



Figura 10. Caso 7: Puntaje de los componentes de medición de Oportunidades de Aprendizaje



En el Caso 7 se observan promedios de habilidad y demanda tanto en los materiales de aula y las clases analizadas por debajo el promedio de la muestra. Por otro lado, se observa una alta variabilidad de ejes de la asignatura de matemática en los materiales de aula cercana al 30%.

#### Caso 7: Descripción general de las clases videograbadas

Un primer desafío correspondiente a las clases observadas está en analizar las posibilidades que ellas otorgan para promover oportunidades de aprendizaje, entendiendo estas oportunidades como instancias que permiten el pensamiento autónomo, el trabajo colectivo y socializado, el intercambio, el abordaje de dificultades emergentes y el diálogo entre los y las estudiantes.

Pensar en propuestas en que se otorguen espacios al pensamiento autónomo, requiere necesariamente modificar las expectativas de la clase y brindar espacios para que sea posible el despliegue de las manifestaciones de pensamiento de los y las estudiantes, transitando desde una clase con resultados y respuestas esperadas a una instancia donde los errores de los y las estudiantes permiten profundizar en su modo de pensar, donde se validan procedimientos socialmente y donde se comparten ideas y formas de pensar, comprendidas estas como manifestaciones de las hipótesis que los y las estudiantes van levantando, por precarias que parezcan.

Esto implica que, para aprender, el alumno debe intervenir significativamente en la actividad matemática, y no sólo limitarse a aceptar y aplicar las estrategias enseñadas o "mostradas" por el profesor (Cuando el profesor/educadora o el texto da las instrucciones necesarias para realizar correctamente la tarea, es él/ella quien está usando el conocimiento matemático requerido y no los alumnos).

### **Caso 7: Análisis de las clases videograbadas en cuanto a Matemática Funcional, particularmente al enfoque de Resolución de Problemas**

En cuanto a la relación de las clases con la propuesta de Matemática Funcional y en particular al enfoque de Resolución de Problemas, no es visible que hay un desafío que se propone a niños y niñas, o si es visible un desafío, este no brinda oportunidades para que los y las estudiantes puedan abordarlo de manera autónoma.

Un claro ejemplo de ello ocurre en el caso de la clase en que se aborda el eje de Medición. En esta clase dado que el docente presenta una regla y escala, señala su uso y modela como utilizarla, los y las estudiantes no tienen posibilidad de conocer este instrumento tal como es realmente (con la unidad de medida en dimensiones reales). La clase ofrece una única tarea que es la de escribir una secuencia numérica del 0 al 10 en una regla o escala. En este caso, las y los estudiantes siguen instrucciones para escribir números, pero no se acercan a enfrentar un problema, desafío o pregunta que requiera de la herramienta de medición para ser resuelta. La clase está destinada a tareas que implican la construcción de la regla. Incluso en esta tarea no se observa desafío, ya que los números son mostrados, entonces la tarea se reduce a transcribir los números.

### **Caso 7: Sugerencias de mejora en base a videografías de clases**

Como sugerencia de mejora, es posible señalar:

- Avanzar paulatinamente hacia una participación más relevante de los y las estudiantes. Las clases observadas dan cuenta de escasas oportunidades para que puedan participar expresando lenguaje matemático. Cuando se realizan preguntas, se modelan oralmente las respuestas, donde se espera que completen las oraciones que ha iniciado el docente (la adición es lo mismo que AGRE...). Asumir un espacio de participación necesariamente nos sitúa en la posibilidad de que las clases transiten más hacia la exploración de los modos de pensar de los y las estudiantes que a la necesidad de esperar siempre respuestas correctas.
- En esta misma línea es posible observar que en las clases no se dan posibilidades para que los niños y niñas resuelvan por sí mismos, con las herramientas que disponen, los problemas que se plantean y van surgiendo. Es el docente y la co-docente (o asistente de aula) en el caso de la primera clase, quienes asisten a la producción de colecciones, señalan directamente por medio de indicaciones lo que los y las estudiantes deben realizar (“pone” “quita” “cuenta”, etc.), manipulan los elementos que deben contar, o entregan las respuestas o soluciones a los problemas planteados.

De manera más específica, se sugiere:

#### Clase 1

- Se sugiere plantear el objetivo de la actividad en el contexto de un problema que los estudiantes deban resolver. Es decir, un problema de agregar y quitar, que los y las estudiantes logren comprender y tenga sentido para ellos y ellas, desde sus experiencias más cercanas y concretas.

- A partir de lo observado, es posible concluir que varios estudiantes aún no han consolidado eficientemente el conteo, por lo cual es indispensable continuar ofreciendo numerosas oportunidades que impliquen responder a la pregunta ¿cuántos hay?, en distintos momentos del día y situaciones que requieran poner en uso los números. Junto a ello, reforzar habilidades de correspondencia 1 a 1, enumeración y conocimiento de la secuencia numérica oral.
- Para el caso de los y las estudiantes, que resolvieron la actividad sin dificultades, se recomienda continuar abordando los problemas de agregar y quitar mediante la técnica del sobreconteo y el desconteo. Para ello, se sugiere el uso de elementos concretos, donde al menos una de las colecciones no esté disponible.
- Sería conveniente que los y las estudiantes pudieran contar con una cinta numerada sobre sus mesas como soporte, para poder consultar cuando deseen hacer el registro de una cantidad determinada. Aunque la tarea propuesta, aborda los números hasta el 20, se sugiere ampliar este ámbito al menos hasta el 31.
- Considerando que hay estudiantes que presentan dificultades para registrar números, sería aconsejable ofrecer otras alternativas de respuesta, como por ejemplo, señalar o marcar el número correspondiente en la cinta
- Es importante que en el cierre de la clase se socialicen las dificultades, se sistematicen, se comprueben los resultados y se formalicen los procedimientos que han sido exitosos.

#### Clase 2

- Se recomienda introducir a los y las estudiantes al eje de medición, comenzando por el uso de unidades de medida no estandarizadas (lápices, pinceles, zapatos u otros) midiendo con ellos distintos elementos y comparando sus longitudes, usando las palabras “largo”, “corto”
- Dado que se invitó a los y las estudiantes a escribir los números en la secuencia numérica, habría sido recomendable brindar mayor autonomía para resolver dicha tarea.
- Desde la gestión de la clase, se sugiere estimular la participación más activa de todos y todas, realizando preguntas dirigidas, evitando respuestas a coro.

#### **Caso 7: Oportunidades de aprendizaje a partir de la voz y las creencias de los docentes**

En esta escuela solo se entrevistó solo al educador. Él explica que en cuanto a la matemática funcional, solo ha participado de charlas de divulgación, pero que no considera que hasta ahora sea formación suficiente para modificar su práctica.

El docente destaca que la importancia de aprender matemática se centra en poder funcionar en el día a día, cotidianamente. Pero también destaca el valor universal de la matemática, teniendo valor en sí misma.

*...el que yo tenga que comprar, desde lo básico de saber cuántos kilos, cuantas cosas tengo comprar, en la vida cotidiano no solo compro cosas para mí, si vivo en una casa saber cuántas personas... (...) no solo en la casa, sino la distancia que debo recorrer, cuántos litros de bencina...*

*También, otra razón, porque la matemática es un lenguaje universal que permite la comunicación entre personas de diferentes lugares. O sea, sí la matemática tiene un lenguaje que es único, y que permite también, a mí con la matemática, me permite conectarme con otras personas.*

El docente relata cómo han ido migrando en la forma de planificar a partir del sistema DUA, y como eso les ha permitido planificar adecuaciones, pero considerando no solo un plan individual, sino también grupal. Además destaca el uso de material como una herramienta para que todos los estudiantes puedan acceder al objetivo planteado.

*Sí, es mensual, dividido por semanas. Y dentro de cada semana tenemos que considerar tres tipos de contenidos y tres tipos de actividades. Entonces por eso, bueno.*

*Se utilizará material concreto para facilitar los aprendizajes. Cualquier tipo material que yo tenga, ya sea dentro de la sala, lápices, bloques, cualquier material que el estudiante escoja, lo utilizo para eso. También, además del material concreto, tengo que incluir material pictórico. Para que todos los chicos puedan ver también, escribo con letra grande en la pizarra.*

En términos de evaluación, el docente destaca varios aspectos: diversidad de formas de evaluación y además como analizan y usan la información de las evaluaciones para la mejora.

*Nosotros por norma de evaluación tenemos que cumplir con mínimo 4 notas, no solo lo hacemos con pruebas (...) en mi caso determinamos que las notas van a corresponder a participación de las actividades, (...) trabajos y guías, (...) tareas y actividades y (...) prueba formal.*

*Exactamente. Para consolidar. Y yo después llenar la pauta de evaluación que se hace de la planificación para determinar si logró el objetivo de las actividades que también están reflejadas en la escala de apreciación.*

*...cada semestre hacemos un análisis de los porcentajes de logro, eso lo trabajamos con los compañeros y con UTP, porque llegamos a esos niveles de logro y cuales serían otras metodologías para trabajar.*

En el cuestionario de creencias de profesores y directivos se observan puntajes muy altos y similares entre las tres dimensiones, dando cuenta de una visión menos tradicional de las matemáticas.

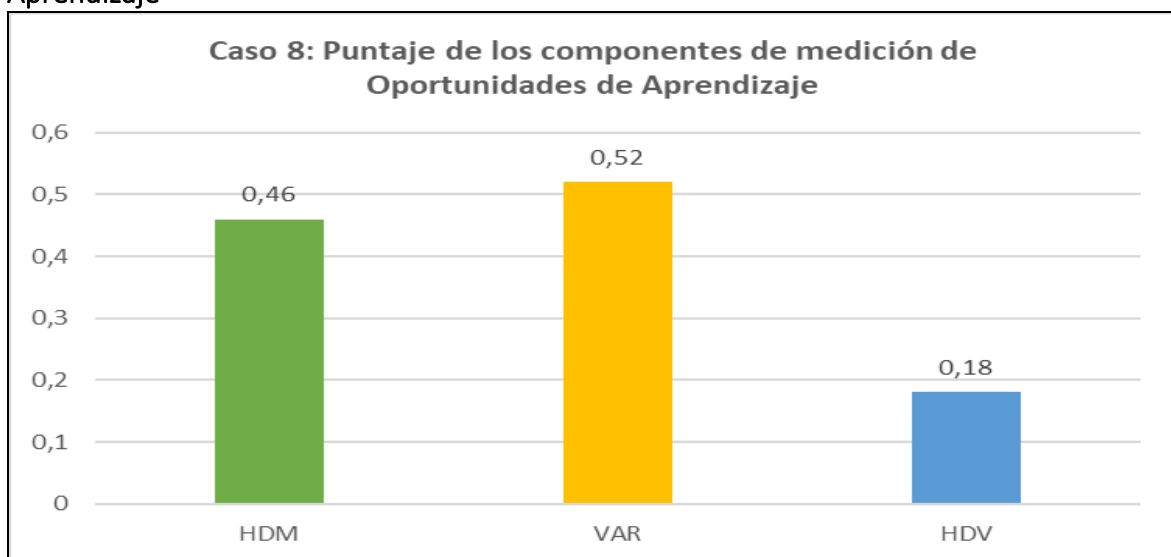
## CASO 8

**Tabla 19. Resumen características del Caso 8**

| Criterio   | Descripción   |
|--|---|
| Región/comuna  | V Región/ Viña del Mar  |
| Índice de Vulnerabilidad Escolar   | 68,3%   |
| Curso  | Básico 7  |
| Programa de Matemática Funcional   | No  |
| Estudiantes del curso  | 8 estudiantes (6 mujeres y 2 hombres). Edades al 31 de marzo de 2017: entre 10 y 13 años 8 meses  |
| Proyecto Educativo Institucional "Misión"  | Entregar herramientas a niños/as y jóvenes con discapacidad intelectual y concomitantes, para que durante su vida cultiven la alegría de aprender por sí mismos, sean capaces de resolver problemas, logren ser independientes y aumenten su autoestima y seguridad, creando así, bases sólidas en su desarrollo físico, intelectual y emocional. |
| Cantidad de clases de matemáticas registradas en libro de clases del 2º semestre | 16 clases   |
| Cantidad de materiales de aula analizados  | 99  |
| Años de experiencia profesional de docente de aula                               | 5   |
| Años de experiencia profesional de UTP   | 12  |

Con respecto los componentes del Índice de Oportunidades de Aprendizaje este caso obtuvo las siguientes puntuaciones.

**Figura 6. Caso 8: Puntaje de los componentes de medición de Oportunidades de Aprendizaje**



Finalmente, en el caso de estudio 8 se observan promedios de habilidad y demanda en los materiales de aula levemente por sobre el promedio y en las clases analizadas muy por debajo el promedio de la muestra. En cambio, se observa una muy alta variabilidad de ejes de la asignatura de matemática en los materiales de aula.

### **Caso 8: Descripción general de las clases videograbadas**

Un primer desafío de la secuencia de clases observada es que en ellas se hace evidente la necesidad de reflexionar en torno a algunas preguntas,

- ¿Qué significa saber matemáticas? ¿Qué significa que un individuo sea matemáticamente competente?
- ¿Cómo aprenden matemáticas los niños y niñas?

Abordar estas preguntas en la reflexión docente, permiten construir los propósitos que orientan las intenciones didácticas de los y las docentes.

En relación con la segunda pregunta, una idea importante que surge desde la Didáctica de las Matemáticas es que el sentido de los números se construye en tanto los y las estudiantes están expuestos a enfrentar situaciones en que los números se utilizan como herramientas para resolver problemas que lo requieren. Esto permite por ejemplo señalar, que actividades que ponen el énfasis en pintar los números o realizar ejercicios de caligrafía, no permite a los y las estudiantes avanzar en la construcción de dicho sentido. Es por ello que estas actividades se consideran esencialmente Motrices y no aportan en la construcción del concepto de número, desde una perspectiva que se apoya en la Resolución de Problemas.

Pareciera entonces, de primera relevancia construir una mirada que aporte certezas sobre cuáles son los énfasis que movilizan la propuesta didáctica en torno a la matemática y su enseñanza.

Desde la gestión de las clases, otro desafío está en analizar las posibilidades que ellas otorgan para promover oportunidades de aprendizaje, entendiendo estas oportunidades como instancias que permiten el pensamiento autónomo, el trabajo colectivo y socializado, el intercambio, el abordaje de dificultades emergentes y el diálogo entre los y las estudiantes.

Pensar en propuestas que en que se otorguen espacios al pensamiento autónomo, requiere necesariamente modificar las expectativas de la clase, transitando desde una clase con resultados y respuestas esperadas a una instancia donde los errores de los y las estudiantes permiten profundizar en su modo de pensar, donde se validan procedimientos socialmente y donde se comparten ideas y formas de pensar.

### **Caso 8: Análisis de las clases videograbadas en cuanto a Matemática Funcional, particularmente al enfoque de Resolución de Problemas**

En cuanto a la relación de las clases con la propuesta de Matemática Funcional y en particular al enfoque de Resolución de Problemas, no es visible que hay un desafío que se propone a niños y

niñas, o si es visible un desafío, este no brinda oportunidades para que los y las estudiantes puedan abordarlo de manera autónoma.

Resolver problemas implica que los y las estudiantes emprendan caminos autónomos para resolverlos. Esto no es visible por ejemplo, en la clase donde se solicita a los y las estudiantes completar una cinta numerada con los números que faltan. Las respuestas son por lo general inducidas oralmente, la escritura de números es instigada físicamente y en numerosas ocasiones se solicita a los y las estudiantes responder preguntas, repitiendo los números que la docente señala. Hay entonces una clase intencionada hacia el seguimiento de instrucciones más que a la resolución de problemas.

### **Caso 8: Sugerencias de mejora en base a videografías de clases**

Como sugerencias específicas de mejora a las clases observadas es posible señalar:

- Hay que considerar que la construcción del concepto de número, no se realiza mediante actividades de tipo motrices, sino a través de la posibilidad de poner en uso los números mediante la acción de contar. En este sentido, es de suma importancia levantar una propuesta que convoque a los estudiantes a resolver un problema, que aunque sencillo y concreto, los movilice a utilizar las herramientas de las que disponen, para avanzar en esta construcción del concepto de número. Esta propuesta, debe considerar experiencias que pongan en conflicto a los estudiantes, promoviendo un mayor protagonismo y participación de todos y todas. Para ello, es necesario, brindar numerosas oportunidades para que los estudiantes se enfrenten al problema de resolver "¿Cuántos hay?", por medio de actividades contextualizadas, donde tengan posibilidad de comprender un problema y resolverlo, apoyándose en materiales concretos u otras maneras que los ayuden a representarlos.
- Es importante también, que se privilegie el trabajo colaborativo, en duplas o pequeños grupos, a los cuales se les puede ofrecer, además, desafíos diferenciados. Esta recomendación, permitiría una mejor gestión de los tiempos de clase, ya que la docente, no requiere estar ofreciendo instrucciones distintas y apoyos individualizados.
- Es recomendable que la cinta numérica comience siempre desde el 1, ya que cuando los estudiantes se apoyan en ella para realizar el conteo, lo hacen desde el 1, razón por la cual, tiende a no coincidir el número tocado, con el número verbalizado.
- Para el trabajo con dinero es recomendable que antes de comenzar una experiencia de compras, conozcan el valor de las monedas y los billetes de nuestro sistema monetario nacional. En este caso, reconocer el billete de \$1.000, identificarlo por ambos lados, distinguir sus cifras, compararlo con otros. Siempre haciendo uso de billetes reales, o en su defecto, billetes fotocopiados.
- Es recomendable que la disposición de la sala facilite el intercambio y la colaboración entre pares. Para eso, se aconseja disponer la sala de forma semicircular o bien, de acuerdo con el tipo de actividad, promover el trabajo en grupos o duplas.

- Las actividades desplegadas en relación con el dinero, debe brindar posibilidades para poner en acción conocimientos matemáticos, identificados previamente por el o la docente e intencionados didácticamente.
- Aunque es posible, que los/las estudiantes, no estén familiarizados con el uso de monedas y billetes y tampoco comprendan aún, el valor de cada uno es necesario considerar que las salidas a la calle, o a lugares como el supermercado, ofrecen valiosas oportunidades, no sólo vinculadas a la posibilidad de hacer uso de dinero, sino también, de reconocer los números presentes en el entorno. En este sentido, habría sido recomendable, que mientras los estudiantes esperan que sus compañeros efectúen la compra, el resto realizara una "caminata de números" dentro del supermercado, identificando distintos números, intentando leerlos por sí mismos, y levantando hipótesis, respecto a cuál podría ser el más caro.
- Es absolutamente necesario, levantar propuestas que pongan a los/las estudiantes en acción, que incrementen sus niveles de atención, interés, motivación y compromiso con el aprendizaje. En este sentido, no resulta aconsejable, el trabajo de mesa usando como principal recurso lápices y papeles.
- En particular respecto de la enseñanza de la secuencia de números, es recomendable, que los estudiantes puedan contar, tanto en la pared de la sala, como en sus mesas de trabajos, con cintas numeradas. Este recurso, debe funcionar como un recurso de consulta siempre disponible, que debe ser utilizado todos los días en distintos momentos del día, y cada vez que necesiten saber cómo se escribe un número. Importante es señalar, que la cinta numerada debe comenzar desde el 1, y no desde el cero, ya que cuando los/las estudiantes inician el recitado asociado al conteo, siempre desde el 1. En el caso, de la cinta numerada de pared, debe ser con números de buen tamaño (más grandes que la que se les muestra en esta secuencia de clases), y estar físicamente al alcance de todos, de manera que puedan ir tocando y verbalizando los números cuando recitan la secuencia oral.
- Se recomienda que las actividades como esta, consideren diversas alternativas, para que los/las estudiantes puedan expresar sus respuestas, especialmente aquellos/as que presentan mayores dificultades de expresión oral, permitiéndoles, señalar el número en la recta o marcarlo en la cinta, usar números móviles o recortables.

#### **Caso 8: Oportunidades de aprendizaje a partir de la voz y las creencias de los docentes**

En este centro fue posible entrevistar a la encargada de UTP y a una Educadora. Ninguna de ellas había tenido formación en matemática funcional, sin embargo, la docente recalca que hecho de que *“el criterio de funcionalidad no lo podemos perder...”*, en términos de poder formar estudiantes con las competencias necesarias para insertarse en el mundo laboral.

En cuanto a las creencias respecto de por qué es importante enseñar y aprender matemática, ambas destacan que la matemática permite el desarrollo de habilidades, la inserción social y laboral y por tanto permiten desenvolverse en la vida cotidiana.



*La flexibilidad en el pensamiento y razonamiento tiene que ver con la resolución de problemas, desde la básica.*

*Dice la primera razón para transferir los contenidos en una situación común, para desenvolverse en diferentes situaciones de la vida diaria.*

*Para mi forma de pensar. Porque las matemáticas son el medio base donde se va a desarrollar el campo de la ciencia.*

Además de lo anterior, la educadora remarca la importancia de lo funcional, cuanto importa el trabajo matemático en la escuela de manera que se convierta en una herramienta cotidiana.

*Lo importante es que ellos tengan un criterio de funcionalidad de qué es lo que están aprendiendo, para qué a ellos les sirve también, es sumamente importante. Porque si yo les enseño un número y no entienden para qué me sirve ese número, el aprendizaje se pierde a la larga.*

*Porque por ejemplo, si yo les estoy enseñando el uso y manejo de dinero, yo necesito que los chicos salgan al mundo y utilicen este contenido, ya sea para pagar la micro, para comprar cosas, que vayan al supermercado y tengan esta capacidad de pagar correctamente, que les den el vuelto, revisar el tema.*

En este establecimiento tienen un sistema de planificación semanal, considerando un PI individualizado y se basan en el decreto 87, pero con vistas a transitar hacia el decreto 83. Los PI se arman en base a una evaluación diagnóstica. Además, destacan que el trabajo dentro del aula como una actividad colaborativa, ajustado a intereses de los estudiantes, y dando sentido a lo que se aprende.

*O realizan por ejemplo una actividad una grupal y se van ayudando entre todos para cumplir la meta que fue, al inicio de la clase.*

*Asimismo se les va encantando con el contenido y ellos van generando estas situaciones de aprendizaje que son mucho más significativas para ellos.*

*desde lo simular o hacer mucha salida a terreno, cuando son muy pequeños hacemos mucha simulación, los más grandes hacen más salida a terreno, pero que le vean el sentido, si pensamos en pasar un contenido sin que ellos entiendan para que sirve no lo vamos a lograr nunca.*

Finalmente, respecto de la evaluación, destacan evaluación semanal más informal mediante observación directa y evaluación mensual que es formativa y utilizan pautas de cotejo:

*Así que en general son mensuales, que esas son las formativas. Después semestrales obviamente, y ya la final que contempla todo el año.*

*Y ahí se trabaja en base a pautas de cotejo principalmente. Pero en general yo te diría que del cien por ciento del colegio, el noventa y cinco trabaja con formativa.*

En el cuestionario de creencias de profesores y directivos se observan puntajes bajo el promedio en las dimensiones de creencias sobre las matemáticas y sus habilidades, acercándose levemente a una visión más tradicional de las matemáticas.

### 6.1.2 Caracterización de las oportunidades de aprendizaje en función de las variables de análisis

Una vez conocidas las características generales de cada uno de los 8 casos de estudio, en este apartado se dan a conocer las características de las ODA que se generaron en cada caso de estudio durante el segundo semestre académico del año 2017 (objetivo específico 1). Para esto, en primer lugar, se describe el material de aula analizado. Posteriormente, se exponen los resultados en función de cada una de las variables del estudio.

#### Resultados del análisis descriptivo de los materiales de aula

Como parte de la investigación se ha registrado y analizado un conjunto de materiales de aula que corresponde a una fuente de información clave del proceso de investigación de este proyecto. Esta consiste en 1122 materiales de aula, cuya distribución por escuela se observa en la tabla 20.

Tabla 20. Cantidad de actividades analizadas por caso

| Caso   | Caso 1 | Caso 2 | Caso 3 | Caso 4 | Caso 5 | Caso 6 | Caso 7 | Caso 8 | Total |
|--|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| Cantidad de actividades registradas (libros/cuadernos) | 95     | 244    | 74     | 213    | 159    | 199    | 39     | 99     | 1122  |

Hay casos en los que se observa una gran cantidad de actividades gráficas durante el semestre de estudio (caso 2), a diferencia de otros casos (7) en los que probablemente este tipo de tareas gráficas es menos frecuente y/o variada.

De este total, tal como se observa e la Figura 11, un poco más del 50% corresponde a actividades registradas en los cuadernos de los estudiantes, casi un 10% corresponde a evaluaciones, un 18,09% corresponde a guías o fichas de la disciplina matemática y 20,23% corresponde a libros de textos utilizados por los estudiantes.

Figura 12. Material de aula analizado según su tipología



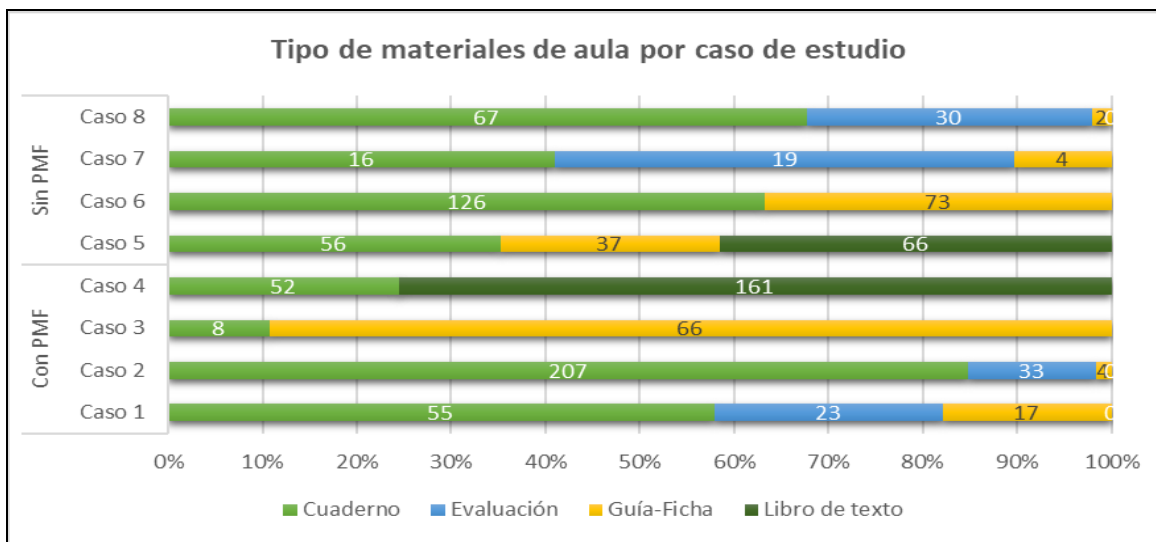
Esta misma distribución de materiales posee diferencias cuando la segmentamos entre casos, tal como observamos en la figura 13<sup>6</sup>.

Podemos observar que en los Casos 2, Caso 6 y 8 existe una alta proporción de materiales que corresponden a Cuadernos de los estudiantes. En el Caso 2 este es el principal material analizado y corresponde a más del 80% de los registros. En el Caso 4 el principal material analizado corresponde a libros de textos utilizados por los estudiantes con un total de 161 registros. Por otro lado, en los Casos 8, 7 y 1 se posee mayor proporción de registro de evaluaciones en comparación con el promedio. Finalmente, los cursos con mayor proporción de registro de guías o fichas fueron el caso 6 y 3.

Con el propósito de caracterizar las ODA a continuación se presentan los resultados obtenidos desde las distintas técnicas y procedimientos de levantamiento de información en función de las siguientes variables: i) Curso; ii) Eje curricular; iii) Objetivos de aprendizaje; iv) Habilidad y, v) Demanda Cognitiva.

<sup>6</sup> \*Con PMF= casos que han implementado Programa de Matemática Funcional.  
\* Sin PMF= casos que no han implementado el Programa de Matemática Funcional.

Figura 13. Tipo de materiales de aula analizado por caso de estudio



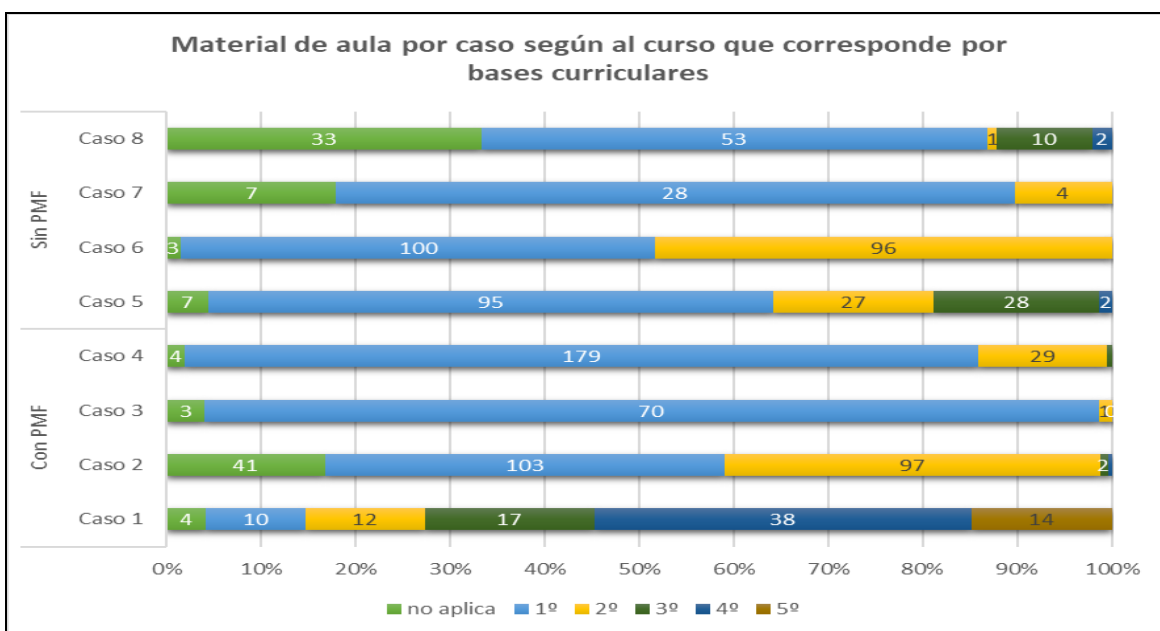
#### 6.1.2.1 Variable curso: oportunidades de aprendizaje según el curso al que corresponde el material y actividades desarrolladas

Se identifica el curso dentro del currículum nacional al que pertenece el contenido evidenciado en el material de aula y en el desarrollo de las clases filmadas. Las categorías de codificación corresponden de 1º a 6º básico.

Cuando clasificamos los materiales de aula según a que curso de ciclo básico corresponden tenemos la siguiente estructura.

Podemos observar (figura 14) que en general, el 56,86% de los materiales analizados corresponden a Objetivos de Aprendizaje (contenidos) enmarcados en primer año básico y le sigue el 23,8% de los materiales de segundo año básico. Los objetivos de aprendizaje (contenidos) de tercero a quinto básico corresponden a un poco más del 10% de los materiales analizados y se concentran en gran parte en el Caso 1. Aparte del Caso 1, los materiales analizados en los otros cursos corresponden principalmente a contenidos de primer y segundo año básico.

Figura 14. Distribución de material de aula por caso según curso al que corresponde por bases curriculares



Respecto del curso, el análisis de las grabaciones de clases permite señalar que, en primer lugar, se observa la cantidad de clases en relación con el curso correspondiente según la definición de las bases curriculares. En caso de no encontrarse una relación directa, se mencionó al que más se acercaba considerando las características de las escuelas especiales.

Figura 15. Cantidad de clases filmadas en función del curso de las bases curriculares



En la Figura 15 podemos observar que 12 de las 24 clases analizadas corresponden a contenidos ligados a primero básico, le siguen 7 clases que se enfocan en contenidos y habilidades de tercero básico. Así también, se observan 2 clases cuyo foco fueron objetivos de aprendizaje ligados con el cuarto año básico, el más alto observado en esta muestra.

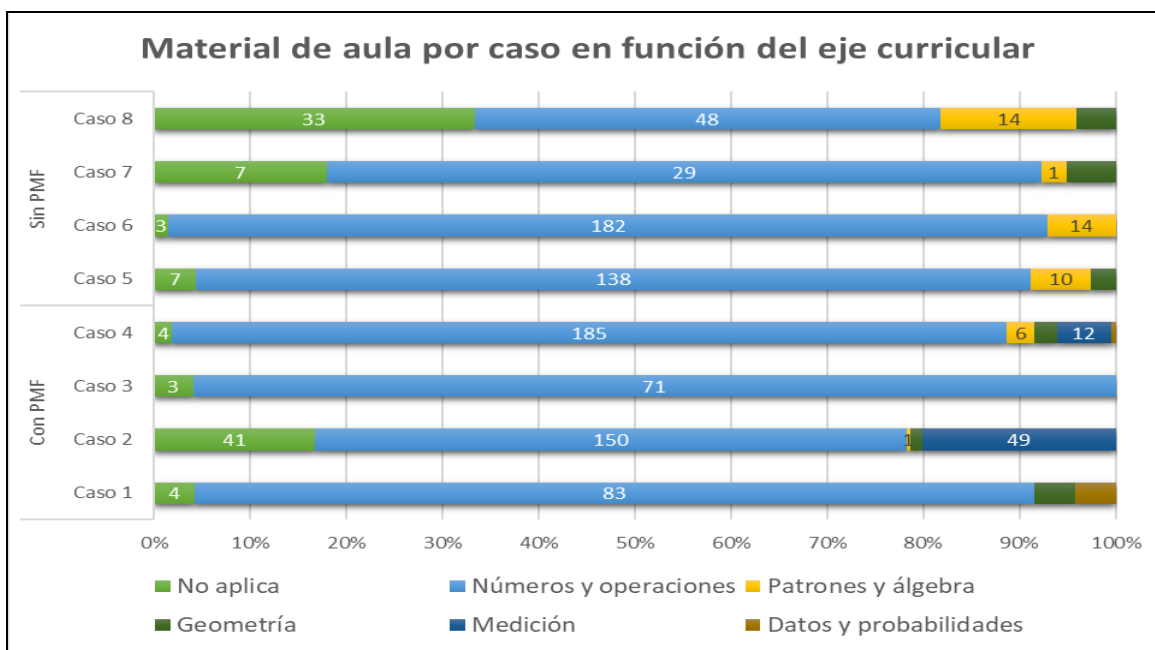
### 6.1.2.2 Variable Eje: Oportunidades de aprendizaje según el Eje Curricular

Este aspecto identifica al eje al que pertenece el contenido del material del aula, en función de las categorías definidas por el currículum nacional: Números y operaciones; Patrones y álgebra; Geometría; Medición y, por último, Datos y probabilidades.

Cuando analizamos el eje de la asignatura de matemática al que hace referencia el material analizado observamos la siguiente distribución (ver Figura 16).

De manera general, el 78,97% de los materiales de aula analizados corresponden al eje de Número y operaciones de la asignatura de matemática. Solo un poco más del 10% del total se reparte entre los otros cuatro ejes de esta asignatura: Patrones y álgebra, Geometría, Medición y Datos y probabilidades.

Figura 16. Material de aula analizado en función del eje curricular por caso de estudio



Es de destacar que un poco más del 30% de los materiales analizados en el Caso 8 fueron clasificados como 'No aplica' tanto en la variable de Curso como de Eje. Esto implica que estos contenidos corresponden a cursos anteriores a primero básico o no corresponden a un contenido

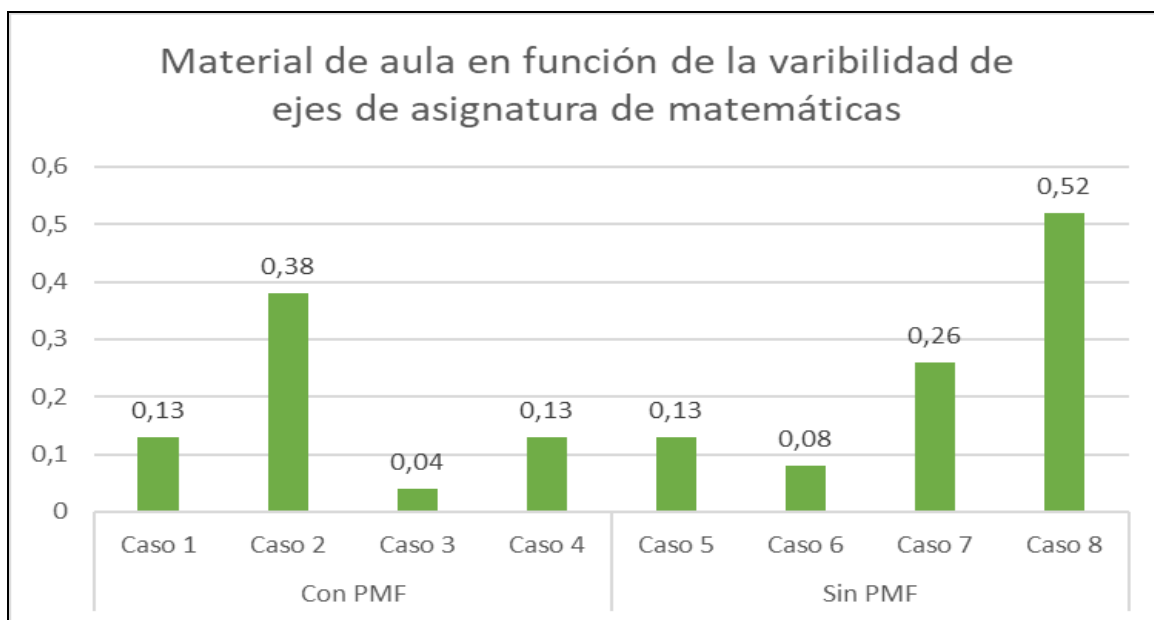
del currículum de matemática. Así también se destaca el Caso 3 en donde se observa que la casi totalidad de los materiales analizados corresponden al eje de Números y operaciones.

Estos resultados son coherentes con los hallazgos del análisis de las grabaciones de clases, ya que 22 de las 24 clases analizadas refieren al eje de “Número y operaciones” de la asignatura de matemática, que engloba la familiarización con la simbología de los números desde el 0 al 100 en primer año básico, hasta el 10.000 en cuarto año y, asimismo el aprendizaje de las operaciones básicas con números enteros y decimales, iniciando el aprendizaje de la multiplicación y división en cuarto año. Las otras dos clases corresponden al eje de Medición.

### Resultados en función de la variabilidad de ejes de asignatura matemática (VAR)

A continuación, se presenta una comparación de los casos de estudio en función de la variable VAR expresada como la proporción de materiales de aula de ejes distintos a Números y operaciones. Como se observa en la Figura 17, los datos dan cuenta de una variedad entre los casos de estudio. Se destacan los casos 2, 7 y 8 en los cuales se presentarían oportunidades de aprendizaje con mayor variedad a los estudiantes. Se observa, además, que no es posible identificar una tendencia si diferenciamos casos con Programa de Matemática Funcional (PMF) y sin él.

Figura 17. Variabilidad del material de aula de ejes distintos a Eje “Números y Operaciones”



### 6.1.2.2.1 Variable objetivo de aprendizaje: oportunidades de aprendizaje promovidas según los objetivos de aprendizaje de las bases curriculares

Para interpretar cómo se distribuyen las oportunidades de aprendizaje que evidencian los materiales de aula según los objetivos de aprendizaje, es necesario primero cruzar las variables “curso” y “eje” para determinar donde estas se concentran. Tal como se muestra en la figura 13, se puede apreciar que la mayoría de los materiales corresponden a tareas de primero básico (56,9%) seguido por tareas de segundo básico (23,8%). Por otra parte, la gran mayoría de las actividades registradas en los materiales de aula obedecen a temas propios del eje curricular de Números y Operaciones, alcanzando una proporción del 80% de las 1122 imágenes codificadas. De este modo, los materiales de aula con los cuales analizaremos los objetivos de aprendizaje corresponderán a 776 imágenes (69%) del total, que corresponden al eje Números y operaciones, y a 1° básico (550) y a 2° básico (226).

A partir de este cruce, la siguiente tabla muestra los datos desagregados por caso de estudio:

**Tabla 21. Frecuencia de objetivos de aprendizaje del eje número y operaciones por caso de estudio**

| Curso | Caso 1 | Caso 2 | Caso 3 | Caso 4 | Caso 5 | Caso 6 | Caso 7 | Caso 8 | Total |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 1°    | 8      | 79     | 79     | 159    | 86     | 88     | 25     | 35     | 550   |
| 2°    | 9      | 69     | 1      | 25     | 23     | 94     | 4      | 1      | 226   |
| Total | 17     | 148    | 80     | 184    | 109    | 182    | 29     | 36     | 776   |

Comparativamente, se puede apreciar que los casos 4 y 6, seguidas de los casos 2 y 5, son los que presentan mayor cantidad de oportunidades de aprendizaje sobre números y operaciones para actividades correspondientes a 1° y 2° básico. Al reorganizar estos datos por objetivo de aprendizaje (OA) del eje Números y Operaciones, se puede observar lo siguiente de manera agregada para cada curso:

**Tabla 22. Frecuencia de objetivos de aprendizaje del eje número y operaciones de primero y segundo básico**

| Primero Básico | Frecuencia | %     | Segundo Básico | Frecuencia | %     |
|----------------|------------|-------|----------------|------------|-------|
| OA1            | 61         | 11.1% | OA1            | 8          | 3.5%  |
| OA2            | 5          | 0.9%  | OA2            | 31         | 13.7% |
| OA3            | 220        | 40%   | OA3            | 39         | 17.3% |
| OA4            | 44         | 8%    | OA4            | 0          | 0     |
| OA5            | 0          | 0     | OA5            | 46         | 20.4% |
| OA6            | 56         | 10.6% | OA6            | 0          | 0     |
| OA7            | 4          | 0.7%  | OA7            | 43         | 19%   |



|             |            |             |  |      |            |             |
|-------------|------------|-------------|--|------|------------|-------------|
| <b>OA8</b>  | 17         | 3.1%        |  | OA8  | 0          | 0           |
| <b>OA9</b>  | 140        | 25.5%       |  | OA9  | 57         | 25.2%       |
| <b>OA10</b> | 3          | 0.5%        |  | OA10 | 0          | 0           |
|             | <b>550</b> | <b>100%</b> |  | OA11 | 2          | 0.9%        |
|             |            |             |  |      | <b>226</b> | <b>100%</b> |

En primer lugar, estos datos permiten observar los contenidos poco abordados en los materiales de aula, ya sea por simple ausencia o por no poder ser fácilmente registrados de forma adecuada en materiales impresos. En este último caso, son precisamente los OA5 y OA7 de 1° básico y los OA4 y OA6 de segundo básico los que no siempre son registrables en formato lápiz y papel, al tratarse de cálculo mental y estimación. Sin embargo, los OA8 y OA10 de 1° básico y los OA8, OA10 y OA11 de 2° básico, presentan bajas o nulas tasas de presencia en los materiales de aula, por tratarse de conceptos complejos, aunque claves, en el desarrollo del Eje de números y operaciones. Por ejemplo, tanto el OA10 de 1° básico y el OA10 de 2° básico, buscan que los estudiantes demuestren comprensión sobre la relación inversa entre adición y sustracción, lo cual es altamente desafiante para los estudiantes en general.

En segundo lugar, y por el contrario del caso anterior, se puede observar aquello que es más trabajado en los materiales de aula. En primero básico destaca sobre manera el OA3, que trata sobre la lectura y representación de números del 0 al 20, seguido del OA9, que trata sobre la comprensión de la adición y sustracción en el mismo ámbito numérico, usando diferentes formas de representación y resolviendo problemas. Luego, y de forma menos presente pero considerables, se trabajan los OA1 y OA6, que abordan el conteo y la composición y descomposición, respectivamente. Por su parte, en segundo básico no se observan objetivos de aprendizaje sobre representados, aunque destacan los OA9 y OA5, que abordan la comprensión de la adición y sustracción y la composición y descomposición de números, respectivamente. Con pesos muy similares, se trabajan los OA7 y OA3, abordando la identificación de valores posicionales y la comparación y orden de números naturales, respectivamente. De esta manera, podemos observar que las oportunidades de aprendizaje están concentradas en temas relativos a las operaciones de adición y sustracción, así como a la estructura de los números, por medio de la lectura, el valor posicional, la composición y descomposición aditivas.

Ahora bien, es interesante observar cómo se comportan las escuelas en relación los objetivos de aprendizaje con mayor presencia en los materiales de aula. En las siguientes tablas (23 y 24) se aprecian estas frecuencias de forma desagregada.

Habiendo hecho la selección de los OA de mayor frecuencia en 1° básico, vemos que todos los casos centran sus esfuerzos en ofrecer oportunidades de aprendizaje en la lectura de números y en la comprensión de la adición y sustracción. Solo el Caso 5 pone un esfuerzo similar en el aprendizaje de la composición y descomposición de números. Esto es interesante, ya que la composición y descomposición es un precedente operatorio para el trabajo de las operaciones aritméticas.

Además, los casos 3 y 8 centran prácticamente todos sus esfuerzos en la lectura de números y su representación, dando baja importancia al conteo y nula oportunidad a la comprensión de la adición y sustracción. Por último, es destacable que los casos 4 y 5, y en menor medida el 6, compensan de forma más adecuada los esfuerzos al ofrecer oportunidades de aprendizaje en distintos temas dentro de estos objetivos de aprendizaje de mayor presencia en los materiales de aula.

**Tabla 23. Frecuencia de objetivos de aprendizaje del eje número y operaciones de primero básico por caso de estudio**

| PRIMERO BÁSICO  | Caso 1 | Caso 2 | Caso 3 | Caso 4 | Caso 5 | Caso 6 | Caso 7 | Caso 8 | Total            |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------------------|
| OA3: Leer números del 0 al 20 y representarlos en forma concreta, pictórica y simbólica.  | 0      | 14     | 58     | 34     | 16     | 62     | 10     | 26     | 220              |
| OA9: Demostrar que comprenden la adición y la sustracción de números del 0 al 20 progresivamente, de 0 a 5, de 6 a 10, de 11 a 20 con dos sumandos <sup>7</sup> . | 6      | 42     | 0      | 55     | 29     | 1      | 7      | 0      | 140              |
| OA1: Contar números del 0 al 100 de 1 en 1, de 2 en 2, de 5 en 5 y de 10 en 10, hacia adelante y hacia atrás, empezando por cualquier número menor que 100.       | 0      | 4      | 9      | 14     | 6      | 14     | 5      | 9      | 61               |
| OA6: Componer y descomponer números del 0 a 20 de manera aditiva, en forma concreta, pictórica y simbólica.   | 0      | 11     | 0      | 9      | 30     | 3      | 3      | 0      | 56               |
|   | 6      | 71     | 67     | 112    | 81     | 80     | 25     | 35     | 477 <sup>8</sup> |

Ahora bien, habiendo hecho la selección de los OA de mayor frecuencia en 2° básico, se aprecia que no existe una concentración en un tema en particular a través de los casos. Sin embargo, podría señalarse que los casos 2 y 6 se centran ambos en los temas relativos a la comprensión de la adición y sustracción y a la composición y descomposición aditiva. Por su parte, el caso 4 pone el

<sup>7</sup> Las conductas observables de este OA son: usar un lenguaje cotidiano para describir acciones desde su propia experiencia; representar adiciones y sustracciones con material concreto y pictórico, de manera manual y/o usando software educativo; representar el proceso en forma simbólica; y resolver problemas en contextos familiares; creando problemas matemáticos y resolviéndolos.

<sup>8</sup> Esto representa el 86,7% de las imágenes de 1° básico del eje de Números y Operaciones.

foco en el valor posicional y menos en la composición y descomposición, y el caso 6 ofrece mayoritariamente oportunidades sobre la comparación y orden de números naturales. Es este mismo caso (6), quien ofrece oportunidades de aprendizaje de forma más compensada a través de los cuatro objetivos de aprendizaje mayoritarios.

**Tabla 24. Frecuencia de objetivos de aprendizaje del eje número y operaciones de segundo básico por caso de estudio**

| Segundo Básico  | Caso 1 | Caso 2 | Caso 3 | Caso 4 | Caso 5 | Caso 6 | Caso 7 | Caso 8 | Total             |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------------------|
| OA9: Demostrar que comprende la adición y la sustracción en el ámbito del 0 al 100 <sup>9</sup> :   | 7      | 20     | 0      | 4      | 9      | 17     | 0      | 0      | 57                |
| OA5: Componer y descomponer números del 0 a 100 de manera aditiva, en forma concreta, pictórica y simbólica.  | 0      | 21     | 0      | 8      | 1      | 16     | 0      | 0      | 46                |
| OA7: Identificar las unidades y decenas en números del 0 al 100, representando las cantidades de acuerdo con su valor posicional, con material concreto, pictórico y simbólico. | 0      | 9      | 0      | 11     | 0      | 23     | 0      | 0      | 43                |
| OA3: Comparar y ordenar números del 0 al 100 de menor a mayor y viceversa, usando material concreto y monedas nacionales de manera manual y/o por medio de software educativo.  | 0      | 0      | 0      | 1      | 7      | 31     | 0      | 0      | 39                |
|   | 7      | 50     | 0      | 24     | 17     | 87     | 0      | 0      | 185 <sup>10</sup> |

<sup>9</sup> Las conductas observables de este OA son: usar un lenguaje cotidiano y matemático para describir acciones desde su propia experiencia; resolver problemas con una variedad de representaciones concretas y pictóricas, de manera manual y/o usando software educativo; registrar el proceso en forma simbólica; aplicar los resultados de las adiciones y las sustracciones de los números del 0 a 20 sin realizar cálculos; aplicar el algoritmo de la adición y la sustracción sin considerar reserva; y crear problemas matemáticos en contextos familiares y resolverlos.

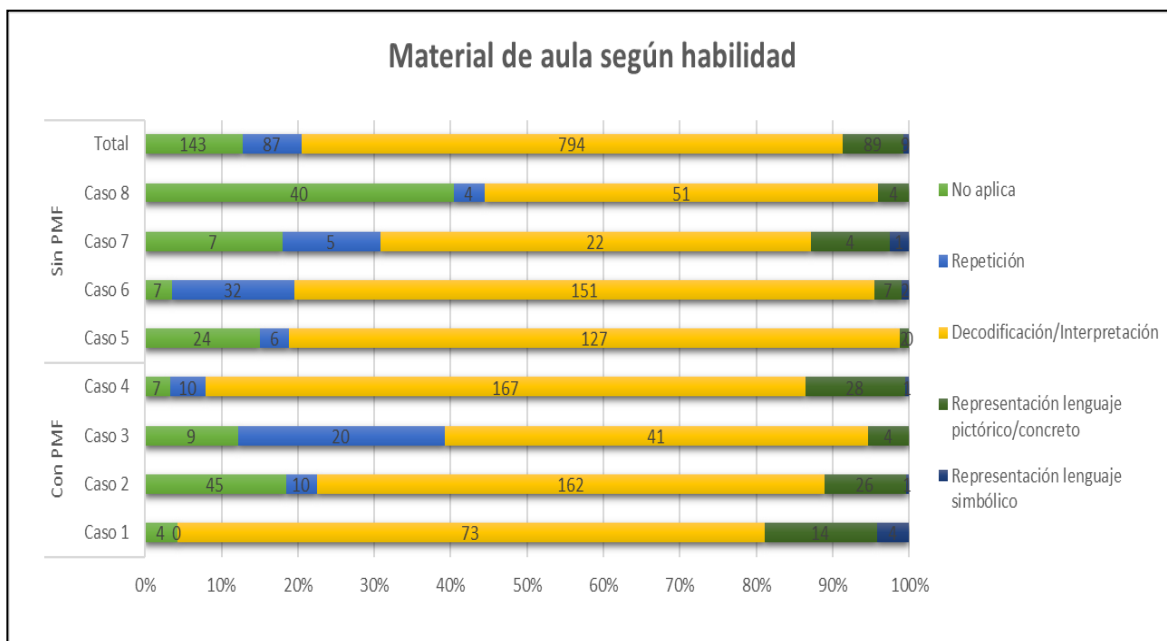
<sup>10</sup> Esto representa el 81,9% de las imágenes de 2° básico del eje de Números y Operaciones.

### 6.1.2.3 Variable Habilidad: Oportunidades de aprendizaje según la habilidad promovida por las tareas propuestas a los estudiantes

Otro elemento para el análisis de las oportunidades de aprendizaje son las habilidades que cuyo desarrollo es promovido por la tarea analizada. En esta investigación se distinguió cinco tipos de habilidades: **repetición**, tareas enfocadas en la repetición donde el estudiante debe recordar sin estar implicadas elaboraciones o conexiones; **decodificación o interpretación**, que implica reconocer, clasificar, recuperar y recordar información, permitiendo comprender la situación matemática a la que está expuesto; **representación mediante el lenguaje pictórico y concreto** de situaciones matemáticas, matematizando o generando abstracciones; **representación mediante el lenguaje simbólico** situaciones matemáticas, matematizando o generando abstracciones; y, **análisis, evaluación y justificación**, donde se espera que los estudiantes puedan argumentar y concluir respecto de sus puntos de vista, estableciendo relaciones entre conocimientos matemáticos adquiridos anteriormente. Para mayor detalle de cada uno de estos niveles se sugiere consultar el anexo 5 (Protocolo codificación material de aula)

A este respecto, gran parte de las habilidades desarrolladas a través de los materiales de aula analizados corresponden a un nivel de decodificación y/o interpretación, representando un poco más del 70%. En términos de los niveles definidos esto implica que los estudiantes se encuentran enfrentados a actividades en las que deben recordar y reconocer la situación matemática en la que se encuentran.

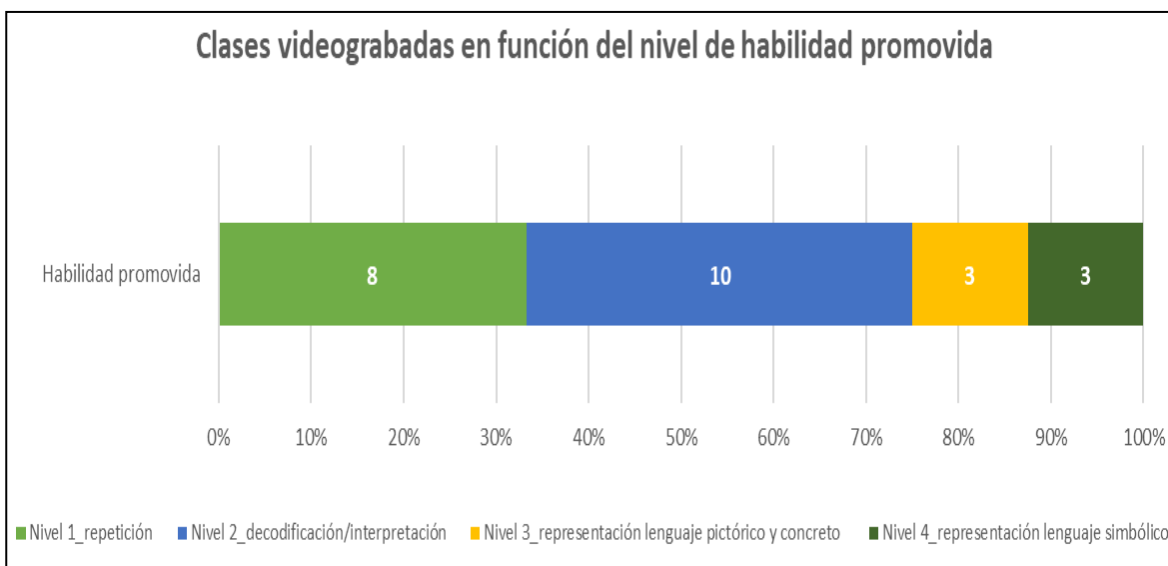
Figura 18. Material de aula por caso según habilidad



Por otro lado, la proporción de materiales que refieren a habilidades de mayor complejidad corresponden a menos del 10% del total. Asimismo, se encuentran ausentes materiales que refieran a habilidades de análisis, evaluación y justificación, que corresponde al nivel más alto de la escala (Nivel 5).

Destaca el Caso 3 cuya proporción de materiales clasificados como repetición, con respecto al total de sus materiales de aula, es mayor que el promedio. Esto implica una mayor proporción de tareas con habilidades desarrolladas de menor complejidad. Resultados similares se obtienen por medio del análisis de las grabaciones de clases, como se observa en la figura 19.

**Figura 19. Cantidad de clases según nivel de habilidad promovida**



Como se observa en la Figura 19 un poco más del 70% de las clases (18 de 24) se encuentran en los niveles 1 y 2, que implica un foco en la repetición y en la decodificación e interpretación de la información mas no en niveles más complejos del pensamiento y procedimientos matemáticos.

#### **6.1.2.3.1 Variable Demanda Cognitiva: Oportunidades de aprendizaje según el nivel de demanda cognitiva de las tareas propuestas a los estudiantes**

El nivel de demanda cognitiva implicada en las actividades realizadas (Stein et al, 2000) corresponde a una escala ordinal de cuatro niveles: Low level - memorización, Low level – procedimiento sin conexión, High level – procedimiento con conexión y High level – “doing math”.

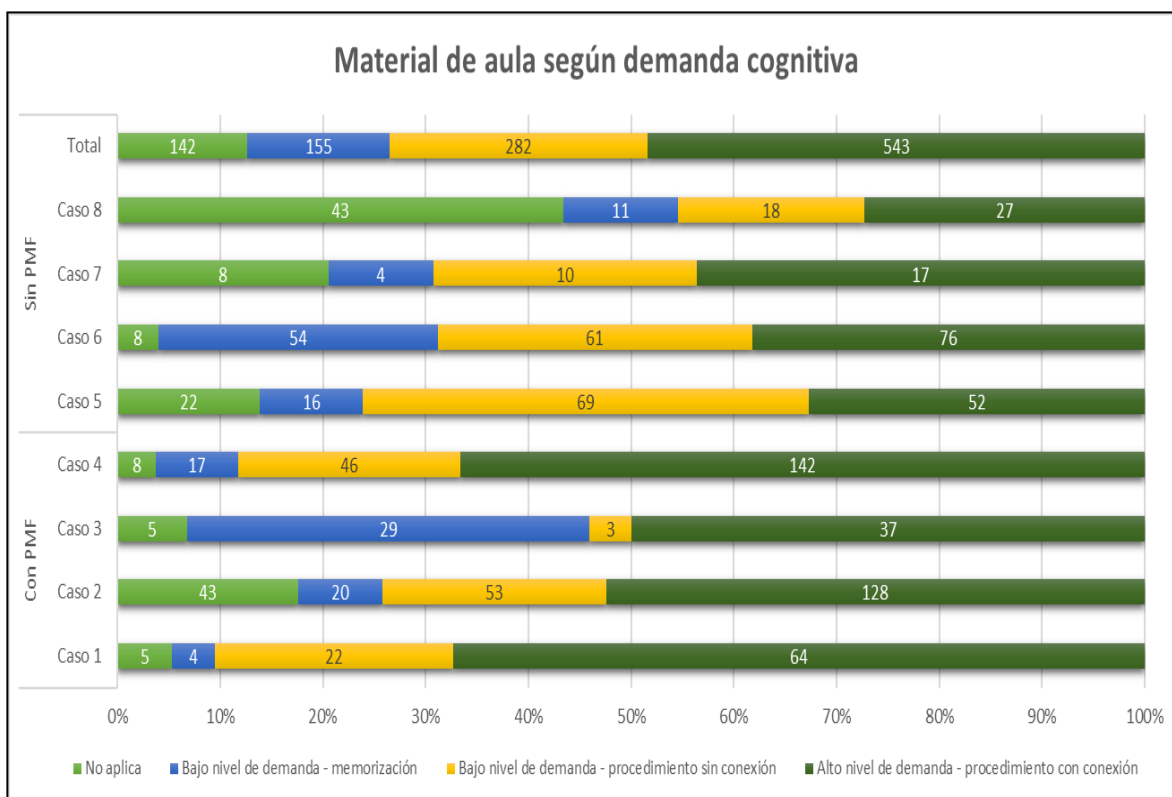
Se analizó el nivel de demanda cognitiva (Stein et al, 2000) de los materiales de aula. Para esto se consideraron dos niveles de demanda cognitiva, baja demanda y alta demanda, cada uno de ellos con dos subniveles, a partir del material de Smith y Stein (1998).

El **bajo nivel de demanda – memorización** implica tanto reproducir aprendizajes previos sobre hechos, reglas, formulas o definiciones como memorizar hechos, reglas, formulas o definiciones. El

**bajo nivel de demanda - procedimientos sin conexiones** corresponden a algoritmos, en donde el uso del procedimiento esta específicamente intencionado o bien es evidente según la enseñanza anterior, las experiencias o el planteamiento de la tarea.

Por otro lado, el **alto nivel de demanda - procedimientos con conexiones** implica que la atención de los estudiantes se centra en el uso de procedimientos con el propósito de desarrollar niveles profundos de comprensión de los conceptos e ideas matemáticas. Finalmente, el **alto nivel de demanda - hacer matemáticas** requiere un pensamiento complejo y no algorítmico –un acercamiento predecible, bien conocido no es sugerido explícitamente por la tarea, las instrucciones o un ejemplo.

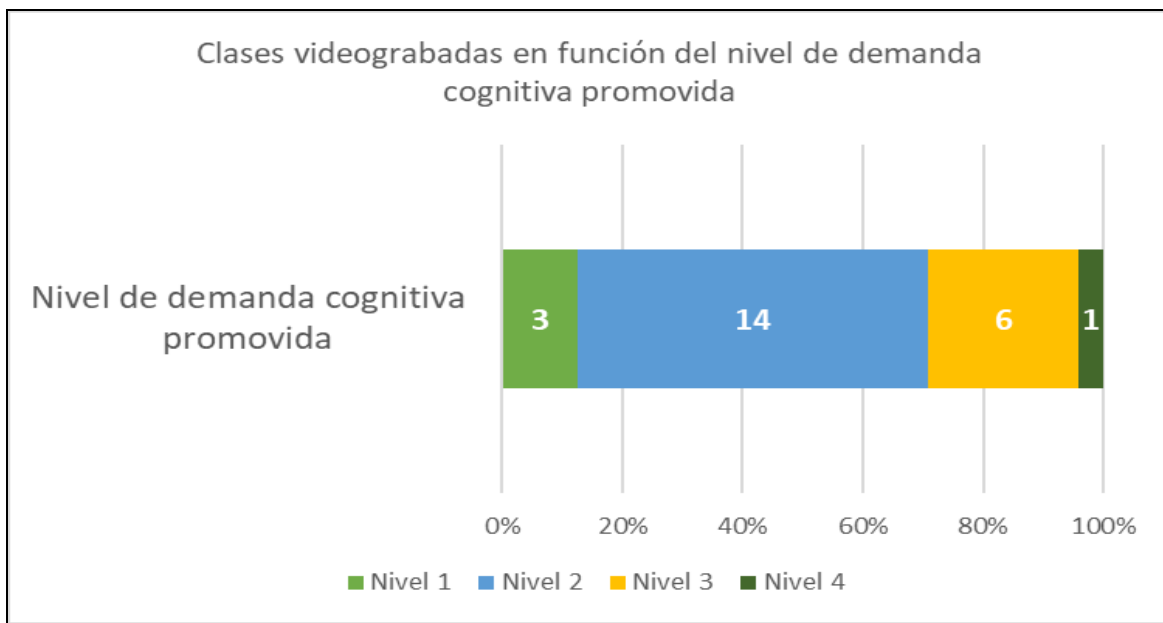
Figura 20. Materiales de aula por caso según nivel de demanda cognitiva



A este respecto, se observa en la Figura 20 una alta presencia de materiales en un alto nivel de demanda que exhiben procedimientos con conexión. Casos donde especialmente se observan mayores niveles de demanda cognitiva son los casos 4 y 1 en donde más del 60% de las actividades revisadas corresponden a este nivel. En cambio, en otros casos esta proporción disminuye para darle pie a tareas donde el nivel de demanda es bajo, ya sea de memorización o de procedimientos sin conexión. Es necesario destacar que ninguna actividad fue clasificada de un alto nivel que implique la realización de matemática, el nivel más alto de esta evaluación.

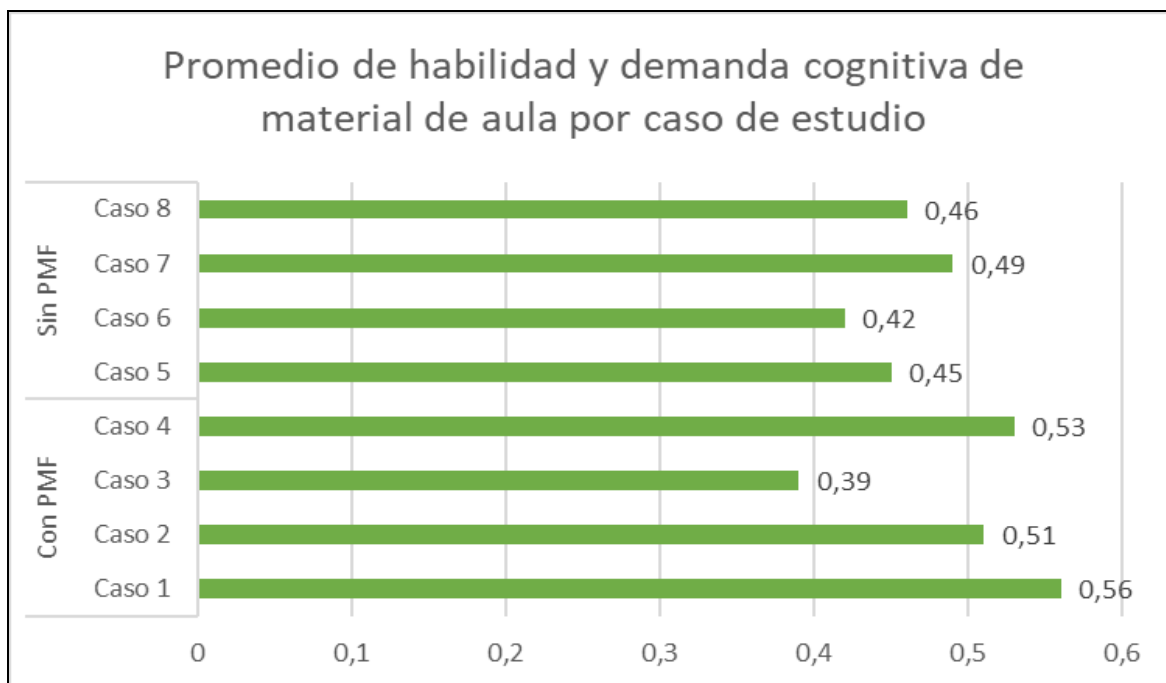
Cuando en las clases grabadas se evalúa el nivel de demanda cognitiva promovido por el desarrollo de las actividades se observa lo siguiente.

Figura 21. Cantidad de clases según nivel de demanda cognitiva



Se observa una gran cantidad de clases clasificadas en el nivel 2, que implica un nivel bajo de demanda cognitiva relacionado con procedimientos sin conexiones. En menor medida existen clases con demanda cognitiva alta mediante procedimientos con conexiones y con realización de matemáticas (1 clase).

Figura 22. Promedio de habilidad y demanda cognitiva



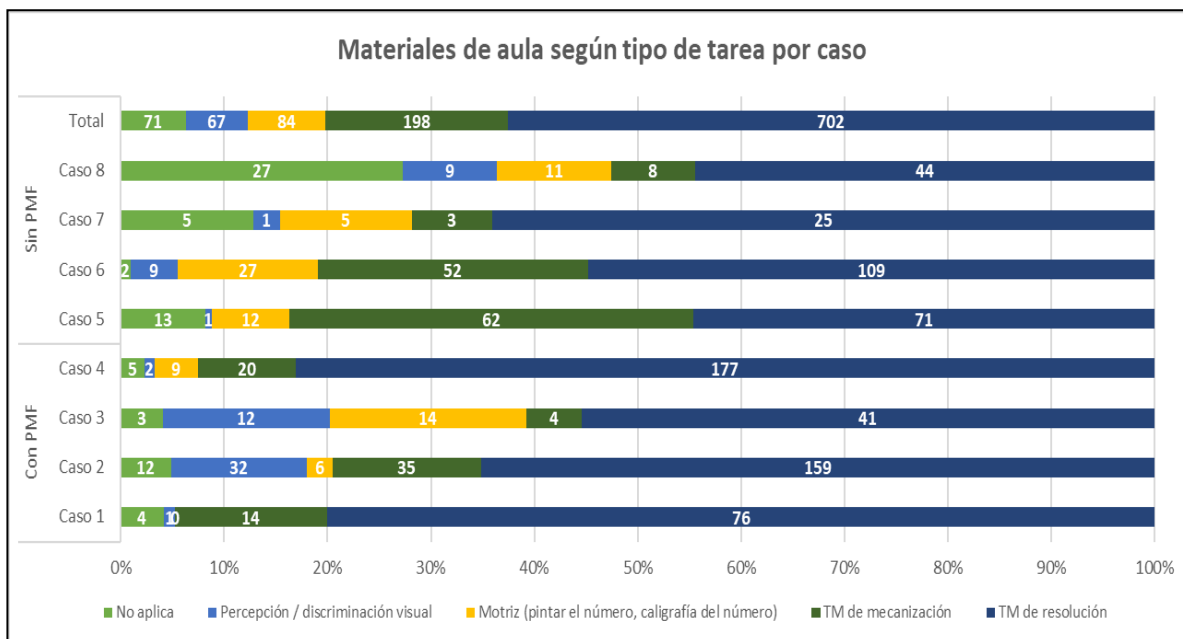
Los datos expuestos en la Figura 22 permiten observar que en los casos de estudio predominan oportunidades de aprendizaje que implican niveles medios y bajos de desarrollo de habilidades y de demanda cognitiva, ya que todos los casos obtienen un promedio menor a .56 (rango 0-1).

#### 6.1.2.3.2 Variable Tipo de Tarea: Oportunidades de aprendizaje según tipo de tareas propuestas a los estudiantes

Se identifica el tipo de tarea que implica el material de aula analizado. Estas pueden ser de cinco tipos: **percepción o discriminación visual**, donde se incluyen acciones como identificar el número en una “sopa de números” u otras tareas de percepción y/o discriminación visual; **Motriz**, corresponden a tareas que buscan potenciar destrezas y habilidades motrices por medio de su repetición, en ocasiones por medio de números; **TM de mecanización**, que corresponden a tareas que involucran la realización de operaciones (ejercicios) de modo reiterado sin un contexto que otorgue significado y pertinencia a la operatoria; y **TM de resolución**, tareas que requieren producir con significado y bajo contexto.



Figura 23. Materiales de aula según tipo de tarea por caso



Finalmente, respecto al desarrollo de las clases videograbadas y su análisis para caracterizar las ODA, se ha definido un conjunto de criterios para evaluar el desarrollo de las clases, su dinámica y los niveles de exigencia que plantean a los estudiantes en su implementación. A un mayor nivel se entiende un mayor nivel de exigencia y un mejor desarrollo de la clase.

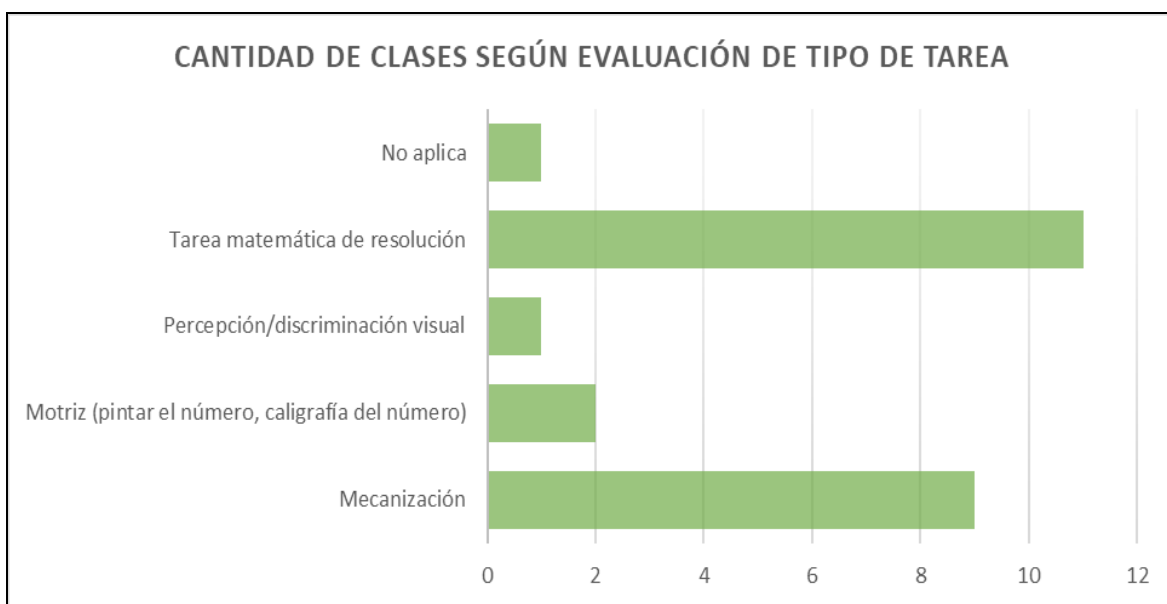
Podemos observar que, de las tareas analizadas, gran parte corresponde a tareas de resolución, que requieren producción de significado y contexto. La misma tendencia se mantiene en todos los casos, por lo que es una característica compartida entre estas.

El tipo de tarea de segunda importancia son las tareas de mecanización que requieren de menos exigencia que las de resolución y corresponden a menos del 20% del total de materiales, pero que aumenta su importancia en los Casos 6, 5 y 3. Nuevamente se mantiene la tendencia del Caso 8 al contar con materiales a los que no es posible aplicar las categorías de análisis propuestas.

El análisis de las grabaciones de clases, permiten plantear que los tipos de tareas comúnmente utilizados en las clases son las tareas matemáticas de resolución y la mecanización de las operaciones.

Asimismo, la percepción y discriminación visual y las tareas de tipo motriz corresponden a las menos presentes en las clases grabadas analizadas (ver figura 23).

Figura 24. Cantidad de clases videograbadas y analizadas según el tipo de tareas propuestas a los estudiantes



Las grabaciones de clases fueron analizadas en función a criterios complementarios a los presentados previamente. Estos se sintetizan en la Figura 25. Al respecto, en términos de la diversidad de procedimientos, la mayoría de las clases analizadas se encuentra en el nivel 1, encontrándose un poco menos de una cuarta parte en los niveles 2 y 3<sup>11</sup>. Esto conlleva que en las clases observadas no existe gran cantidad de procedimientos y estrategias para resolver un mismo problema o una situación.

Respecto al trabajo autónomo de los estudiantes, mejora la distribución que el criterio anterior pero mantiene la tendencia de una gran cantidad de clases evaluadas en el nivel 1. Esto plantea que en la mitad o menos de la clase no se observa la motivación a un trabajo autónomo por parte de los estudiantes.

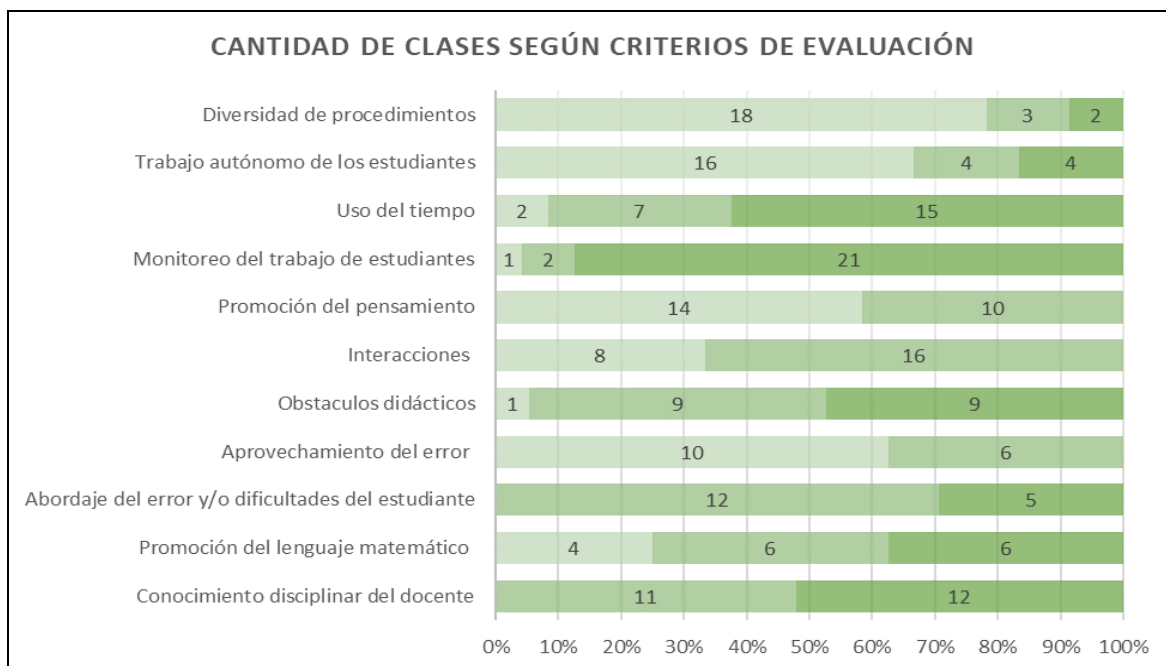
El uso del tiempo y el monitoreo del trabajo de los estudiantes corresponden a criterios evaluados positivamente, y plantean que los profesores pasan gran parte o la totalidad de las clases observando y monitoreando las actividades de aprendizaje y poco o escaso tiempo en actividades administrativas.

La promoción del pensamiento se observa evaluada entre los niveles 1 y 2, lo que plantea que durante el desarrollo de las clases, las preguntas o requerimientos no cumplen, o al menos no en su mayoría, con provocar a los estudiantes a pensar y analizar ideas, generar elaboración o extensión de una idea.

---

<sup>11</sup> Cantidad de casos válidos = 23

Figura 25. Cantidad de clases según distintos criterios de evaluación



Respecto a las interacciones se mantiene la tendencia anterior. Una evaluación entre los niveles 1 y 2 plantea que los docentes no facilitan el diálogo con y entre los estudiantes, o si lo facilitan, sus orientaciones no permiten recoger ideas para profundizarlas o generar una participación del estudiante.

En relación con los criterios de obstáculos didácticos<sup>12</sup> y el abordaje del error<sup>13</sup> la evaluación se manifiesta entre los niveles 2 y 3 en gran parte de las clases. Sin embargo, en el aprovechamiento del error<sup>14</sup> como una oportunidad para profundizar en los contenidos se evalúa entre los niveles 1 y 2, que plantea un bajo aprovechamiento de estas instancias o no de una manera ideal.

En estos tres criterios se manifiesta la existencia de una proporción de clases, entre 5 o 6 de las 24 analizadas, en los que la clase es tan dirigida que no da lugar a los obstáculos didácticos o a errores por parte de los estudiantes.

Sobre la promoción del lenguaje matemático<sup>15</sup>, se observa que los profesores se esfuerzan por motivar a los estudiantes al uso de un lenguaje matemático adecuado, correcto y de manera continua. Solo en una cuarta parte de las clases se evalúa que el profesor permite que los estudiantes se expresen en un lenguaje matemático incorrecto.

<sup>12</sup> Cantidad de casos válidos = 19

<sup>13</sup> Cantidad de casos válidos = 17

<sup>14</sup> Cantidad de casos válidos = 16

<sup>15</sup> Cantidad de casos válidos = 16

El conocimiento disciplinar del docente se evalúa entre los niveles 2 y 3<sup>16</sup>, alcanzando una buena evaluación, que implica un conocimiento riguroso de las matemáticas, con la presencia menor de errores conceptuales.

### 6.1.2.3.3 Oportunidades de aprendizaje y proceso de evaluación del aprendizaje

Un aspecto clave en los procesos de enseñanza aprendizaje se refieren a la evaluación. Estas pueden constituir facilitadores u obstaculizadores para la generación de oportunidades de aprendizaje coherentes y pertinentes para los estudiantes. Al respecto, los profesionales de los casos de estudio entrevistados mencionan distintas dimensiones. Las áreas más mencionadas fueron las que tienen relación con las evaluaciones formales o finales y las evaluaciones formativas o de proceso, el uso de instrumentos de evaluación y el migrar de la evaluar con conceptos a poner notas.

Tabla 25. Categorías y subcategorías respecto a evaluación

| CATEGORIAS/SUBCATEGORÍAS                          | RECURSOS | EDUCADORES | DIRECTIVOS |
|---|----------|------------|------------|
| EVALUACIÓN  | 11       | 6          | 5          |
| EVALUACIÓN\Evaluación a estudiantes-institucional | 13       | 7          | 6          |
| EVALUACIÓN\Evaluación a estudiantes-proceso       | 12       | 7          | 5          |
| EVALUACIÓN\Instrumentos de evaluación             | 12       | 7          | 5          |

A continuación, nos referimos brevemente a cada una de estas subcategorías:

#### EVALUACIÓN\Evaluación a estudiantes-institucional

Respecto de las instancias de evaluación acordadas o mandatadas institucionalmente, la mayoría de los entrevistados hace referencia al uso de la evaluación diagnóstica en distintos momentos como vuelta de vacaciones, evaluar logros del año anterior, distintos niveles de logro dentro de un mismo grupo, entre otros.

En segundo lugar, aparecen las evaluaciones formativas que se presentan como las más utilizadas y adecuadas para su contexto. Respecto de la periodicidad, se mencionan evaluaciones semanales, mensuales y semestrales.

La principal dificultad está en el cambio que implica la implementación del Decreto 83, es decir migrar del uso de conceptos de evaluación a notas. Es mencionado como una transformación o cambio que tienen que implementar y que, en algunos casos es descrito como evaluaciones más formales u objetivas.

---

<sup>16</sup> Cantidad de casos válidos = 23

*Así que en general son mensuales, que esas son las formativas. Después semestrales obviamente, y ya la final que contempla todo el año (Educadora, Caso 8).*

*Es la primera vez que se está utilizando notas, que ha sido un desafío. Porque no es lo mismo poner una nota en una escala, porque ellos tienen que hacer una escala cualitativa y a través de los indicadores cualitativos poner una nota. Entonces ha sido complejo, pero se logró. Y los chiquillos están saliendo con notas ahora, ellos tienen notas objetivas (UTP, Caso 3).*

### **EVALUACIÓN\Evaluación a estudiantes-proceso**

Dentro de las evaluaciones de proceso realizadas se describe retroalimentación al finalizar las clases, a pautas de observación directa de clases para determinar el nivel de logro de cada estudiante y evaluación de tareas, talleres o trabajos prácticos.

*...acá está el semáforo de aprendizaje, igual esto es más como la evaluación formativa porque dentro de la misma actividad los chicos iban preguntando como sus inquietudes, lo que necesitaban, lo que faltaba, qué no entendían, entonces ahí vamos evaluando dentro de la misma actividad (Educadora, Caso 1).*

*Las constituyo yo misma con una observación directa, clase a clase, sobre si el alumno trabajó con su material, si fue capaz de desde el inicio, pasar por el desarrollo y terminar la actividad, si durante la actividad hubo un proceso de aprendizaje de parte de él, o solo estuvo ahí esperando. Yo voy rotando a cada rato por los puestos y qué se yo (Educadora, Caso 4).*

### **EVALUACIÓN\Instrumentos de evaluación**

Dentro del uso de instrumentos de evaluación, la mayoría de los entrevistados menciona el uso de escalas de apreciación.

*Y ahí se trabaja en base a pautas de cotejo principalmente. Pero en general yo te diría que del 100% del colegio, el noventa y cinco trabaja con formativa (Educadora, Caso 8).*

Exactamente. Para consolidar. Y yo después llenar la pauta de evaluación que se hace de la planificación para determinar si logró el objetivo de las actividades que también están reflejadas en la escala de apreciación (Educador, Caso 7).

Respecto de los procedimientos e instrumentos para evaluar el aprendizaje de los estudiantes, el análisis de los elementos contenidos en las planificaciones de clases desarrolladas durante todo el segundo semestre de 2017 y el registro de los leccionarios de cada clase, son coincidentes con los descritos en las entrevistas (Ver Tabla 26).

Tabla 26. Descripción general de los procedimientos/instrumentos de evaluación registrados en leccionarios y planificaciones de clases de agosto a diciembre 2018

|  | Caso          | Procedimientos declarados para la evaluación  |
|--|---------------|---|
| <b>IMPLEMENTA PROGRAMA MATEMÁTICA FUNCIONAL</b>    | <b>Caso 1</b> | Para evaluar aprendizajes utilizan escalas de apreciación, semáforo de aprendizaje. Además, se declara la realización de "evaluaciones formativas", "pruebas informales" y "preguntas directas" (Fuente: Leccionarios) En planificaciones de clases también de indican estos mismos procedimientos de evaluación. |
|  | <b>Caso 2</b> | Realizan una evaluación de los aprendizajes por medio del "desarrollo de ejercicios" "guía de ejercicios", "pruebas de desarrollo", así como también por medio de preguntas reales y observación de la actividad (Fuente: Leccionarios). En planificaciones de clases se explicitan indicadores de logro          |
|  | <b>Caso 3</b> | En los leccionarios no se mencionan procedimientos ni instrumentos de evaluación (espacio vacío). En planificaciones de clases se explicitan indicadores de logro (ej. Comparan dos colecciones de objetos disponibles)   |
|  | <b>Caso 4</b> | En los leccionarios no se mencionan procedimientos ni instrumentos de evaluación. En planificaciones de clases se señala: pauta de observación; lista de cotejo y tabla de observación; rúbrica   |
| <b>NO IMPLEMENTA PROGRAMA MATEMÁTICA FUNCIONAL</b> | <b>Caso 5</b> | Para evaluar los aprendizajes se indica siempre que se realiza una evaluación por medio de observación directa (Fuente: Leccionarios)   |
|  | <b>Caso 6</b> | Se declara que la evaluación de desarrolla por medio de Observación directa y, en dos oportunidades por medio del uso de Rúbrica. Además, se realizan evaluaciones por medio de pruebas y un caso de circuito de ejercicios tipo yincana (Fuente: Planificaciones de clases)                                      |
|  | <b>Caso 7</b> | Para evaluar los aprendizajes se indica siempre que se realiza una "Evaluación formativa y escala de apreciación" (Fuente: Leccionarios). En planificaciones de clases se indica hacer evaluaciones por medio de escalas de apreciación; observación directa; evaluación formativa y sumativa.                    |
|  | <b>Caso 8</b> | En los leccionarios sólo se menciona un día un procedimiento de evaluación, el cual corresponde a una rúbrica (Fuente: Leccionarios) En las planificaciones de clases de matemáticas del semestre se señala evaluación por medio de observación directa y evaluación formativa (Fuente: Planificaciones)          |

#### 6.1.2.4 Oportunidades de Aprendizaje y planificación de la enseñanza

Un elemento que contribuye a la caracterización y comprensión de las Oportunidades de Aprendizaje que se generan en los casos de estudio de escuelas especiales es el proceso de Planificación de la enseñanza. Al respecto, el análisis de las entrevistas permitió configurar las categorías y subcategorías que se presentan en la tabla 27.

Tabla 27. Categorías y subcategorías respecto a planificación de la enseñanza

| CATEGORIAS/SUBCATEGORÍAS     | RECURSOS | EDUCADORES | DIRECTIVOS |
|------------------------------|----------|------------|------------|
| ACOMPañAMIENTO               | 4        | 2          | 2          |
| PLANIFICACIÓN                | 13       | 7          | 6          |
| • PLANIFICACIÓN\Adecuación   | 11       | 5          | 6          |
| • PLANIFICACIÓN\Periodicidad | 13       | 7          | 6          |
| • PLANIFICACIÓN\Revisión     | 12       | 7          | 5          |

A continuación, nos referimos brevemente a cada una de ellas.

- ACOMPañAMIENTO

Se identificó en 3 entrevistas referencias al acompañamiento al aula descrito como observaciones de clases que realiza algún miembro del equipo directivo o equipo externo, con el objetivo de entregar sugerencias para la mejora. Se describen experiencias de observación directa y grabaciones de clases. Existe la percepción de que es positivo pero la debilidad es que, en general, no hay tiempo para hacer seguimiento y dar continuidad y sistematicidad al proceso iniciado. Esto aspectos se observan en las siguientes citas:

*UTP constantemente está haciendo. Bueno, obviamente mensual. Acá hay una supervisión de clases al menos unas tres veces al año donde tienen que estar obviamente las planificaciones a la vista del UTP y del director (Educatora, Caso 4).*

*Se le van haciendo sugerencias, porque aquí hay mucho acompañamiento en el aula (UTP, Caso 5).*

- PLANIFICACIÓN

Dado que la planificación es un tema que indagar en la entrevista, es abordado por todos los entrevistados. Lo mismo sucede con la periodicidad y la revisión. La subcategoría que emerge son las adecuaciones.

En general, los entrevistados señalan utilizar como insumo para las planificaciones evaluaciones diagnósticas, bases curriculares, planes y programas de estudio, principios del Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA), y Programa Educativo Individual (PEI). En algunos casos también se considera el proyecto educativo institucional (PEI) y el plan de adecuación curricular individual (PACI).

Respecto de la periodicidad, los entrevistados señalan que, en general, realizan una planificación anual, al final o inicio del año, la que luego se ajusta a la luz de los resultados de la evaluación diagnóstica. Luego planifican por unidad, mensualmente. A partir de la planificación mensual, varían entre planes semanales o quincenales, los que en general envían vía correo electrónico o entregan impresos a sus UTP para su revisión. Algunos reciben retroalimentación o sugerencias de mejora de sus planificaciones, de forma escrita o verbal, instancia valorada como útil y constructiva en los casos que se da. Luego de las revisiones, refieren hacer la bajada a la planificación diaria en

la que hay bastante coincidencia en la estructura descrita: seleccionar o definir el objetivo, las actividades a desarrollar o estrategias, y el indicador de logro.

*Mira acá se planifica mensualmente. Cada profesor hace un plan anual al principio y después de acuerdo con la evaluación diagnóstica de los estudiantes. Hacen el plan anual y después planifican mensualmente (UTP, Caso 5).*

Además, la mayoría refiere incluir “los tres ejes de la clase” o momentos de la clase, secuenciar la clase considerando inicio, desarrollo y cierre. En algunos casos describen las acciones a realizar en cada parte de la clase: inicio es activación de conocimientos previos, desarrollo realización de las actividades planificadas y en el cierre, “se trata de llegar a la metacognición”. A continuación se plantean citas ejemplificadoras de lo expuesto.

*A partir de eso ellos empezaron a trabajar diseños curriculares, que son revisados mensualmente. Ellos mandan una planificación para ser revisada por UTP y nosotros nos centramos en que los objetivos sean acorde, obviamente el profesor es el que conoce mejor a su curso, es el que hizo la evaluación, pero nosotros vemos estrategias principalmente, la actividad que se está proponiendo, la evaluación que se está haciendo (UTP, caso 5).*

*Sí, tanto los informes con las planificaciones, tenemos fecha de envío, uno las envía y durante la semana nos van llamando uno a uno para ir preguntando, viendo detalles de qué es lo que está bien y qué es lo que no les parece y te lo dicen “¿sabes qué? Eso aquí no me parece, creo que podrías modificarlo de tal manera” Siempre a nivel de una crítica constructiva, siempre, siempre, siempre (Educadora, Caso 6).*

Respecto de la periodicidad y los elementos contenidos en las planificaciones de clases desarrolladas durante todo el segundo semestre de 2017, la Tabla 28 muestra una síntesis de los resultados del análisis de estos documentos de cada caso, los que son coincidentes con lo expresado por los entrevistados.



Tabla 28. Descripción general de planificaciones de clases registradas durante agosto-diciembre 2017

|   | Caso          | Periodos de planificación (mensual, semanal, diario)                               | Descripción de formato general de planificaciones   | Observaciones  |
|---|---------------|--|---|--|
| IMPLEMENTA PROGRAMA MATEMÁTICA FUNCIONAL    | <i>Caso 1</i> | Planificación mensual  | Objetivo de aprendizaje, Habilidades, contenidos, actitudes, actividades genéricas, indicadores   | Las planificaciones son claras. Contemplan el DUA en las planificaciones e indican las adecuaciones que realizan para las actividades (en caso de ser necesarias). Contempla actividades diferentes para cada clase y se observa coherencia entre actividades y lo que proponen en el objetivo.        |
|   | <i>Caso 2</i> | Plan semanal (planificación diaria) y dos planificaciones mensuales en el semestre | Objetivos específicos, sugerencia de actividades, evaluación.   | La planificación y descripción de las actividades es detallada, no indican qué tipo de recursos utilizarán, en la parte de "evaluación" son más bien indicadores, pero no explicitan por medio de qué instrumento/procedimiento  |
|   | <i>Caso 3</i> | Planificación mensual  | Objetivos, eje, estrategia A, estrategia B, evaluación  |  |
|   | <i>Caso 4</i> | Plan mensual y planificación diaria  | Fecha, aprendizaje esperado, indicadores de logro, actividades, recursos, evaluación  | Utilizan el mismo objetivo y actividades durante al menos 4 clases. No se observan cambios en las rutinas y en la forma de desarrollar las clases. No se observa el ejercicio docente, solo se explican las actividades que realizarán los estudiantes.  |
| NO IMPLEMENTA PROGRAMA MATEMÁTICA FUNCIONAL | <i>Caso 5</i> | Planificación mensual  | Objetivos, eje, estrategia A, estrategia B, evaluación  |  |
|   | <i>Caso 6</i> | Plan Mensual (agosto y septiembre)   | Objetivo fundamental, indicadores, semana 1, semana 2, semana 3, semana 4 y semana 5  | En agosto y septiembre se observa una planificación que marca con "x" los indicadores que se realizarán en cada clase (se asocia a las actividades). En octubre y noviembre aparece un formato de planificación que menciona las actividades a trabajar en cada clase asociadas a objetivos generales. |
|   | <i>Caso 7</i> | Planificación semanal  | Objetivos de aprendizaje, tipo de evaluación, Contenidos, Pauta DUA (puntos de verificación), estrategias del docente y descripción de actividades. | Considera el DUA en sus planificaciones  |
|   | <i>Caso 8</i> | Semanal  | Horas, área, objetivo general, habilidades, referencia curricular, actividad, evaluación  | Trabajan con un mismo objetivo específico en más de una clase.   |

Respecto de las adecuaciones, en general los docentes describen el mismo proceder. Seleccionan objetivos de las bases curriculares y, de acuerdo con el nivel del curso, grupos o diagnóstico de los estudiantes hacen progresiones y van adaptando a las necesidades de los estudiantes. En algunos casos, declaran hacer adecuaciones curriculares según el Decreto 83, pero no se describen las acciones.

Señalan como una complicación o desafío la implementación del Decreto 83. A nivel descrito, solo en un caso explica que la principal dificultad es “el tema en cuanto a la carga horaria porque el 87 nos entregaba una carga horaria mínima en lo cognitivo y con el 83, nos aumenta”.

*Luego que nosotros seleccionamos los objetivos básicos imprescindibles en base a nuestros lineamientos del proyecto educativo, lo que hacemos es decidir según el curso si hay que hacer adecuaciones a los objetivos que se han escogido del curriculum de básica, que es el que utilizamos (UTP, Caso 1).*

*Entonces lo tenemos que sacar de ahí, después desarrollar una actividad y poner diferentes indicadores de logro de acuerdo con las diferentes características personales de cada alumno. Porque el curso se tiende a agrupar en diferentes grupos, valga la redundancia, de acuerdo con sus habilidades, para que el profesor vaya entregando las actividades por grupo (Directora, Caso 4).*

#### Oportunidades de aprendizaje y metodologías

Otro elemento clave a la hora de caracterizar y comprender las oportunidades de aprendizaje se refiere a las metodologías de enseñanza. Las referencias al uso de distintas metodologías al servicio del proceso de enseñanza y aprendizaje son abundantes y abarcan ocho dimensiones. Las áreas más mencionadas fueron las que tienen relación con las adecuaciones y las características de los estudiantes y educadoras.

**Tabla 29. Categorías y subcategorías respecto a metodologías de enseñanza**

| CATEGORIAS/SUBCATEGORÍAS                          | RECURSOS | EDUCADORES | DIRECTIVOS |
|---|----------|------------|------------|
| METODOLOGÍAS                                      | 13       | 7          | 6          |
| • METODOLOGÍAS\Adecuación                         | 9        | 7          | 2          |
| • METODOLOGÍAS\Aprendizaje Colaborativo           | 4        | 4          | 0          |
| • METODOLOGÍAS\Características de los estudiantes | 13       | 7          | 6          |
| • METODOLOGÍAS\Características del profesor       | 9        | 5          | 4          |
| • METODOLOGÍAS\Contexto Social                    | 5        | 2          | 3          |
| • METODOLOGÍAS\Dinámica Social del Aula           | 3        | 2          | 1          |
| • METODOLOGÍAS\Intereses de los estudiantes       | 4        | 3          | 1          |
| • METODOLOGÍAS\Uso de recursos                    | 11       | 7          | 4          |

Las metodologías de enseñanza se entienden desde la necesidad de manejarse en el cómo enseñar, en la implementación de estrategias para una enseñanza efectiva. En primer lugar, surge el trabajar desde lo concreto, es decir, recreando situaciones de la vida cotidiana para luego “pasar a actividades de lápiz y papel” o trabajar con cuaderno y libro. En esta misma línea surge la necesidad de trabajar con grupos diferenciados dentro de la misma sala, o con apoyo de alumnos tutores.

Otra creencia es que la clase debe darse de forma participativa y que el profesor deba ser flexible en su manera de enseñar. Algunas estrategias mencionadas son validar la diversidad de procedimientos, dar espacio el ensayo y error.

#### METODOLOGÍAS\Adecuación

La realización de adecuaciones se menciona en 9 de las entrevistas y aparecen relacionadas a aspectos curriculares como metodológicos. En general refieren priorizar los objetivos de aprendizaje de la unidad y realizar adecuaciones como selección de material concreto, pictórico y simbólico según necesidades o niveles de los estudiantes, actividades distintas, evaluación diferenciada, trabajo con grupos diferenciados.

*Pero lo que trato de hacer es que aunque sean dos objetivos, trabajar el mismo contenido, ponte tú, nosotros cuando vimos las fracciones, los chicos podían resolver adición y sustracción de fracciones, pero los chicos con adecuación tenían que solo identificar el número. Pero con la misma actividad para que no hubiera como la diferencia (Educadora, Caso 1).*

*Se utilizará material concreto para facilitar los aprendizajes. Cualquier tipo material que yo tenga, ya sea dentro de la sala, lápices, bloques, cualquier material que el estudiante escoja, lo utilizo para eso. También, además del material concreto, tengo que incluir material pictórico. Para que todos los chicos puedan ver también, escribo con letra grande en la pizarra (Docente, caso 7).*

#### METODOLOGÍAS\Aprendizaje Colaborativo

La mención al uso del aprendizaje colaborativo aparece en 4 de las entrevistas. Se refieren al trabajo en grupo, pero de dos maneras diferentes, prestar ayuda a los compañeros que requieren más apoyo como tutores, donde además de ser una actividad satisfactoria para ellos, prestan apoyo y facilitan la tarea al profesor. Y actividades grupales donde se van ayudando entre todos para cumplir una la meta o desafío propuesto, ahí se hace más necesaria la mediación del profesor.

*Y en grupo, y de repente también trabajábamos mucho el trabajo colaborativo, con que estos niños les ayudaran a sus compañeros que requerían más apoyo (Educadora, Caso 1).*

*O realizan por ejemplo una actividad una grupal y se van ayudando entre todos para cumplir la meta que fue, al inicio de la clase (Educatora, Caso 8).*

#### METODOLOGÍAS\Características de los estudiantes

En el proceso de aprendizaje y especialmente en el caso de los niños con discapacidad intelectual influyen las características que pueden tener los estudiantes. Entre las que más destaca está el desarrollo cognitivo del estudiante y la diversidad de niveles que conviven en el mismo grupo. También existe heterogeneidad respecto a las edades.

*Generalmente estos niños con dificultades son otros los que piensan por ellos, son otros los que solucionan por ellos. Y se les da muy poca cabida a que ellos puedan hacer un análisis propio (Educatora, caso 4).*

*Hoy en día con todo esto del Decreto 83 hemos cambiado la metodología, el diagnóstico también tiene que ver con los ritmos y estilos de aprendizaje de los chiquillos. Nosotros tenemos una gran ventaja de que no tenemos rotación de alumnos, tenemos los alumnos hace mucho tiempo así que ya sabemos en qué nivel están (UTP, Caso 6).*

#### METODOLOGÍAS\Características del profesor

Dentro de los factores que influyen en el proceso de enseñanza y aprendizaje aparece también la formación del profesor. A nivel académico surge como tema la formación de educadores diferenciales, carecen de formación específica en matemática y evaluación. También se hace referencia a falencias en cuanto al conocimiento de las bases curriculares, entre otros temas que según la percepción de los entrevistados quedan al descubierto frente a la implementación del decreto 83.

*Exactamente, o sea, nosotros sabemos lo básico de las matemáticas, de lo que nosotros aprendimos, pero así de tener experticia, de entenderla en un nivel de profundidad bastante grande, que nos permita a nosotros también ese entendimiento traspasárselo a los estudiantes, yo siento que a todos los educadores diferenciales nos falta (Docente, Caso 7).*

*Necesitamos capacitación pero esta la voluntad, yo que soy la cabeza tengo todas las ganas de que los chiquillos sigan obteniendo mejores aprendizajes, no sigamos perdiendo tiempo tanto en lo previo y nos vamos en la didáctica y en lo que les permita avanzar (UTP, Caso 6).*

#### METODOLOGÍAS\Contexto Social

Considerando que el proceso de aprendizaje se da en un contexto social determinado, se considera también dentro de los factores el apoyo familiar. Los entrevistados describen algunas dificultades que

enfrentan con los padres por acción y por omisión. Por una parte señalan las expectativas poco ajustadas de los padres, algunos presionan al colegio para que sus hijos adquieran ciertos conocimientos que no son los útiles o adecuados para niños con DI, mientras otras familias coartan el aprendizaje de los niños *“entregándoles todo hecho...evitando que cometan errores”*.

También relatan otras realidades donde las familias están ausentes del proceso de enseñanza de los estudiantes por diversas razones. Se mencionan casos donde es incluso contraproducente pedir apoyo en que los padres tienen también DI o madres analfabetas. O familias que no valoran la escuela especial por tanto no dan importancia a apoyarlos con las tareas o enviar a los niños con sus cuadernos, por ejemplo. Se mencionan casos en que incluso dejan de enviar a los niños a la escuela, y señala *“hay como un vacío legal en los adultos en situación de discapacidad... Y ¿quién se hace cargo de ella, en el fondo de sus derechos?”*.

*Y en cuanto a los papás también, es lo mismo que pasa con la lectura, que insisten, insisten en que mi hijo sepa leer. Lo mismo pasa aquí. Insistir, insistir que mi hijo sepa sumar, restar, multiplicar, dividir, y la pregunta que nosotros les hacemos, o yo por lo menos como jefe técnico es ¿para qué? (UTP, Caso 1).*

*Muchas veces uno quiere entregarles todo, desde el hogar hasta la escuela, para que ellos no tengan errores, sin embargo, los estamos coartando. Hay que permitirles, permitirles. Porque entre el ensayo y error van a poder encontrar bastante (Educadora, Caso 4).*

#### METODOLOGÍAS\Dinámica Social del Aula

La dinámica social del aula aparece también como un factor a tener en consideración para la enseñanza. Un buen clima en la sala de clases facilitará los procesos de aprendizaje, ya que brinda un espacio donde los niños puedan sentirse cómodos y participen sin miedo a dar su opinión. Señalan que es muy motivante para los niños hablar y opinar, y ser escuchados.

En este sentido el profesor debe velar por una buena relación entre los estudiantes, generando situaciones de aprendizaje más significativas. También se describe una estructura relajada de movimiento en el aula donde se pueden parar y caminar, observar y tocar con sus propias manos el material.

*Sí, como en U. Siempre. Entonces eso nos facilita que todos estemos mirando hacia un mismo lugar. Entonces presentamos los materiales. Acá los chicos se pueden parar, caminar, tocar, observar, ver y tocar con sus propias manos digamos, y de ahí ya, presentamos la problemática (educadora, Caso 4).*

*Asimismo se les va encantando con el contenido y ellos van generando estas situaciones de aprendizaje que son mucho más significativas para ellos (educadora, Caso 8).*

#### METODOLOGÍAS\Intereses de los estudiantes

Otra creencia es la importancia de tomar los intereses de los alumnos, el trabajar desde las cosas que interesan y motivan a los estudiantes, buscando “engancharlos” con la materia. Si se obtiene un interés inicial de los alumnos por aprender, el resto del proceso de aprendizaje se hace más sencillo.

También aparece como relevante el que las matemáticas sean significativas para el alumno, es decir, que el estudiante entienda para qué sirve aprender lo que se le está enseñando. En este sentido apuntar a un entendimiento real de la materia y de su dimensión funcional. De la mano con esto, aparece la necesidad de que la enseñanza esté conectada con la realidad cotidiana del alumno, para que este pueda usarlo en su vida cotidiana. De esta manera, la metodología debe adaptarse a los estudiantes. Es deber del profesor el adecuarse a la realidad social del estudiante entendiendo que todos aprenden de manera diferente. Para ello debe conocerlos y trabajar desde las facilidades que tenga cada uno tanto a nivel individual, como colectivo, considerando la realidad que tienen como grupo curso.

*...los chicos cuando utilizamos el tema del sistema monetario se entusiasman bastante con el tema de que tengamos que ir a comprar a la feria (Educadora, Caso 1).*

*Entonces a los chicos la anticipación de cualquier actividad, si es motivante, se nos presentan en una actitud distinta frente al aprendizaje, se le desarrolla un interés, una motivación por aprender, y con eso ya tenemos la base, ya un cincuenta por ciento ganado de la actividad. Una vez que tengamos ese interés, esa atención, que se requiere para presentar el contenido propiamente tal abordamos ya después el desarrollo (Educadora, Caso 8).*

#### METODOLOGÍAS\Uso de recursos

En las entrevistas aparece mucho la importancia de una metodología didáctica, lo que facilita el aprendizaje e interés de los niños. La didáctica para los entrevistados corresponde a una clase en movimiento, donde el profesor cambia de actividades, genera una relación con sus alumnos y hace uso de material extracurricular con el objetivo de mantener y motivar el interés de sus alumnos. La didáctica se da sobre todo en el uso de material concreto, que en general lo provee la escuela o lo confeccionan ellos mismos con los niños. Surge también como relevante el uso de material audiovisual y tecnológico pero lo mencionan como una falencia de las escuelas, no tener Wifi, computadores o proyectores. Los profesores refieren usar PowerPoint utilizando sus propios notebooks.

*Cada profesor usa su computador porque los computadores no están buenos y no sé qué. Entonces como que cada profesor usa su propio computador (UTP, Caso 2).*

En síntesis, los resultados asociados al objetivo específico 1 indican que las oportunidades de aprendizaje que se generan en los contextos del estudio corresponden en su mayoría a objetivos de aprendizaje de primero y segundo básico, casi exclusivamente en el eje de números y operaciones, por medio de la lectura de números y su representación, así como en la comprensión de la adición y sustracción. Hay casos en que también se identifican algunas tareas de segundo ciclo básico. La mayor parte de las tareas matemáticas propuestas a los estudiantes, promueven la repetición y el desarrollo de habilidades que se relacionan con la capacidad del estudiante de decodificar e interpretar la información. Respecto a la demanda cognitiva implicada en las tareas propuestas a los estudiantes, los hallazgos indican que existe una diversidad entre estos casos, con un predominio de tareas con un nivel de demanda de procedimientos con conexiones. En cuanto al diseño e implementación de clases y evaluación de aprendizajes, los hallazgos indican que para planificar experiencias de aprendizaje los docentes utilizan los resultados de las evaluaciones diagnósticas, las bases curriculares, los planes y programas de estudio, los principios del Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA), y el Programa Educativo Individual (PEI). En cuanto a las adecuaciones, en general los docentes describen que se seleccionan objetivos de las bases curriculares y, de acuerdo con el nivel del curso, grupos o diagnóstico de los estudiantes hacen progresiones y van adaptando a las necesidades de los estudiantes. En algunos casos, declaran hacer adecuaciones curriculares según las orientaciones del Decreto 83/2015. Finalmente, la evaluación del aprendizaje se sustenta en una mirada individual, que se lleva a cabo por medio de instrumentos cualitativos y cuantitativos. La mayoría de los docentes entrevistados hace referencia al uso de la evaluación diagnóstica de cada estudiante y de evaluaciones durante el proceso de enseñanza aprendizaje. Los instrumentos de evaluación utilizados con mayor frecuencia son las escalas de apreciación y las pautas de observaciones. Se observan tensiones y/o dificultades asociadas a las orientaciones del Decreto 83 en las que se debe migrar del uso de conceptos de evaluación a notas.

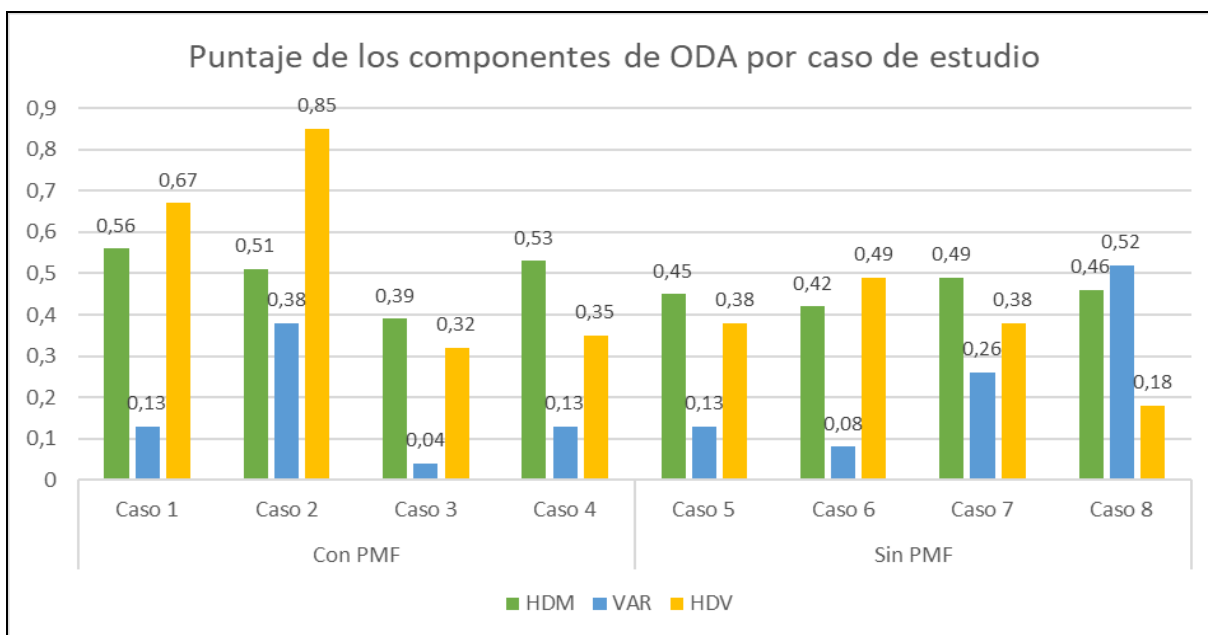
## **6.2 Resultados respecto al objetivo específico 2: Comparar las características de las oportunidades de aprendizaje de matemática entre aquellos cursos que han implementado y cursos que no han implementado los lineamientos del Programa de Matemática Funcional, contrastando las posibles diferencias en función de la región y nivel socioeconómico donde se ubican los casos de estudio**

Como se mencionó anteriormente, se determinó crear un índice de oportunidades de aprendizaje con el propósito de establecer un indicador que permitiera comparar los casos de estudio y, de ese modo responder a los objetivos de la investigación. Este índice tiene por objetivo sintetizar en una medida

cuantitativa las habilidades y demanda cognitiva observada en las distintas clases y materiales de aula registrados, así como la variabilidad de contenidos a los que los estudiantes tienen acceso.

Este índice se define como la suma ponderada de tres elementos: i) El puntaje de habilidad y demanda de los materiales de aula (HDM); ii) la proporción de materiales de aula de ejes distintos a Número y Operaciones (VAR) y, iii) El puntaje de habilidad y demanda de las clases grabadas analizadas (HDV). A continuación, en la Figura 26 se expone el puntaje respecto de cada uno de estos componentes por caso de estudio.

**Figura 26. Puntaje de los componentes de ODA por caso de estudio**



Considerando estos elementos, la construcción del índice es la siguiente:

$$ODA = HDM \cdot 0.5 + VAR \cdot 0.3 + HDV \cdot 0.2$$

En donde

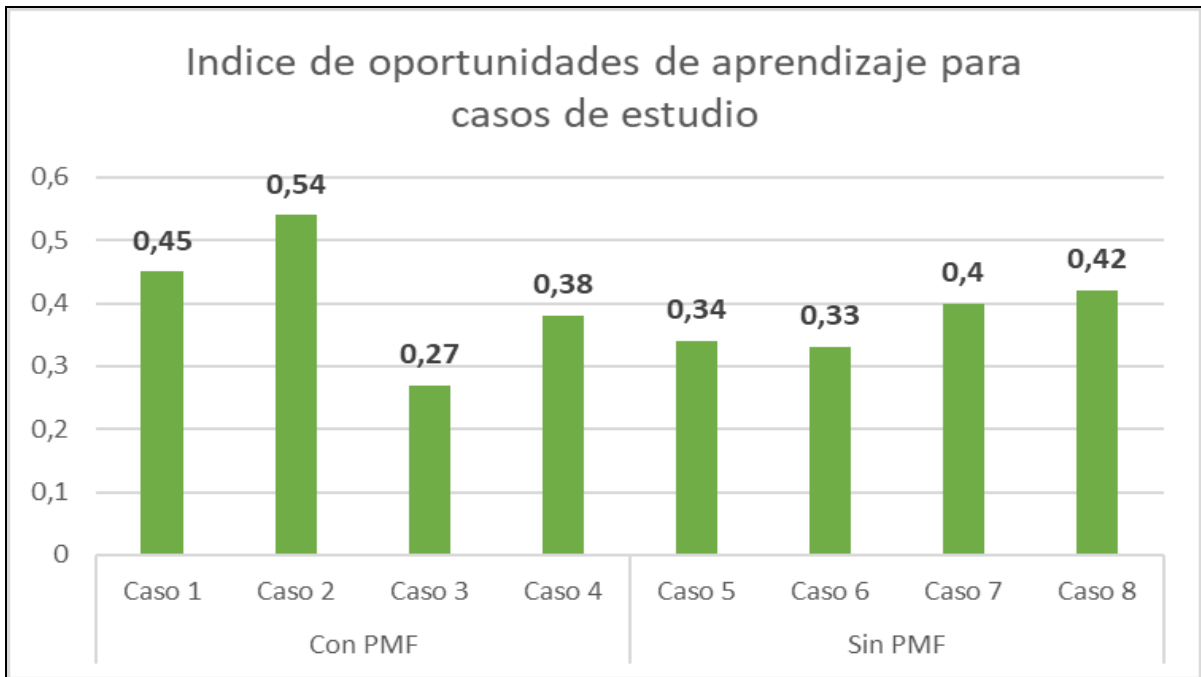
- ODA: índice de oportunidades de aprendizaje para cada caso.
- HDM: puntaje promedio de habilidad y demanda de materiales de aula.
- VAR: variabilidad de ejes de asignatura matemática, expresada como la proporción de materiales de aula de ejes distintos a Números y Operaciones.



- HDV: puntaje promedio de habilidad y demanda de clases analizadas.

Definido así el Índice de Oportunidades de Aprendizaje, este obtiene puntuaciones entre los valores 0 y 1, en donde 0 representa la menor posibilidad de oportunidades de aprendizaje y 1 la mayor. Se obtienen los siguientes resultados para cada uno de los casos de estudio.

Figura 27. Índice de oportunidades de aprendizaje para cada caso de estudio



Como se observa en la figura 27, el caso 2 es el que obtiene un mayor índice de oportunidades de aprendizaje con un 0,54. Cabe destacar que los otros casos están por debajo de puntuaciones de 0,5 con lo cual, se puede señalar que, por medio de esta medida, en los casos de estudio se presentan oportunidades de aprendizaje poco variadas y con bajo nivel de demanda cognitiva y habilidad.

Para responder a las preguntas de investigación del proyecto se realizaron pruebas de diferencia de medias (t de Student) en función de las variables propuestas en un inicio: implementación de matemática funcional, región donde se ubica la escuela e Índice de Vulnerabilidad escolar.

Estas pruebas se realizaron en dos niveles de análisis distintos: i) Comparación del Índice de ODA a nivel de caso; ii) Comparación de nivel de habilidad y demanda de los materiales de aula. A continuación, se presentan los resultados obtenidos.

- **Comparación de medias del Índice de ODA a nivel de caso de estudio:**

Los resultados de la prueba t de contraste de medias del índice de oportunidades de aprendizaje, mostraron que no existen diferencias significativas entre los casos de estudio en función del IVE, Región y Programa de Matemática Funcional ( $p > .05$ ) a un nivel de confianza del 95%. Por lo tanto, los datos aportados por estos casos de estudio y su análisis por medio del índice de ODA permiten concluir que estas variables no influirían en las oportunidades de aprendizaje de matemáticas que se proporcionan a los estudiantes. Estos resultados se pueden observar en la Tabla 30.

**Tabla 30. Estadísticos y resumen del contraste de t de Student por caso de estudio en función de las variables de interés**

|  | Variable          | n | Media | Desviación Típica | t (p)       |
|--|-------------------|---|-------|-------------------|-------------|
| Índice de oportunidades de aprendizaje | IVE bajo          | 4 | .3665 | .06682            | -.850 (.42) |
|  | IVE alto          | 4 | .4172 | .09886            |             |
| Índice de oportunidades de aprendizaje | Implementa PMF    | 4 | .3740 | .04292            | -.580 (.58) |
|  | No implementa PMF | 4 | .4097 | .11518            |             |
| Índice de oportunidades de aprendizaje | V región          | 4 | .4189 | .08984            | .914 (.39)  |
|  | RM                | 4 | .3648 | .07704            |             |
|  |                   |   |       |                   | *p < .05    |

- **Comparación de medias de habilidad y demanda cognitiva a nivel de materiales de aula**

Al comparar las medias obtenidas respecto a la variable habilidad de la totalidad del material de aula analizado (N=1122), los resultados indican que existen diferencias significativas entre los casos de estudio en función de la implementación o no del Programa de Matemática Funcional. De este modo, los materiales de aula (actividades de cuadernos, libros, guías de trabajo y evaluaciones escritas) de cursos que cuentan con el Programa ofrecen actividades que implican niveles más altos de habilidad que los cursos que no cuentan con este Programa. Respecto al IVE y a la Región, los resultados de la prueba t de contraste de medias, mostraron que no existen diferencias significativas ( $p > .05$ ) a un nivel de confianza del 95%. Por lo tanto, los datos aportados por los materiales de aula analizados permiten concluir que estas variables no influirían en las oportunidades de aprendizaje de matemáticas que se proporcionan a los estudiantes por medio de esos materiales de aula. Estos resultados se pueden observar en la Tabla 31.

**Tabla 31. Estadísticos y resumen del contraste de t de Student por material de aula en función de la variable habilidad**

|                                | Variable              | n   | Media | Desviación típica | t(p) *p<.05   |
|--------------------------------|-----------------------|-----|-------|-------------------|---------------|
| Habilidad referida en material | IVE bajo (0)          | 425 | 1.72  | .848              | -1.554 (.12)  |
|                                | IVE alto (1)          | 697 | 1.79  | .772              |               |
| Habilidad referida en material | No implementa PMF (0) | 496 | 1.64  | .807              | -4.722 (.00)* |
|                                | Implementa PMF (1)    | 626 | 1.86  | .784              |               |
| Habilidad referida en material | V región (0)          | 755 | 1.76  | .806              | -.159 (.87)   |
|                                | RM (1)                | 367 | 1.77  | .795              |               |

En relación con la variable “demanda cognitiva”, los resultados de las pruebas de contraste de medias indican un resultado similar al mencionado anteriormente respecto a la variable “habilidad” implicada en las tareas de los materiales de aula. De este modo, como se observa en la tabla 32, existen diferencias significativas en función de la implementación del Programa de Matemática Funcional. De este modo, en los casos de estudio que cuentan con este programa, las tareas matemáticas generadas para los estudiantes implican un mayor nivel de demanda cognitiva que los materiales de aula de cursos que no cuentan con este Programa. En cuanto al IVE y Región, los datos nuevamente dan cuenta de que no existen diferencias significativas.

**Tabla 32. Estadísticos y resumen del contraste de t de Student por material de aula en función de la variable demanda cognitiva**

|  | Variable              | n   | Media | Desviación Típica | t (p)         |
|--|-----------------------|-----|-------|-------------------|---------------|
| Demanda Cognitiva referida en material | IVE bajo (0)          | 425 | 2.08  | 1.126             | -.313 (.75)   |
|  | IVE alto (1)          | 697 | 2.10  | 1.016             |               |
| Demanda Cognitiva referida en material | No implementa PMF (0) | 496 | 1.85  | 1.073             | -7.015 (.00)* |
|  | Implementa PMF (1)    | 626 | 2.29  | 1.007             |               |
| Demanda Cognitiva referida en material | V región (0)          | 755 | 2.09  | 1.079             | -.179 (.85)   |
|  | RM (1)                | 367 | 2.10  | 1.018             |               |

Considerando los resultados expuestos, es posible concluir que las características de las oportunidades de aprendizaje de matemáticas que se generan por medio de tareas en soporte gráfico (materiales de aula registrados), implican un mayor nivel de habilidad y demanda cognitiva en los casos de estudio que han implementado los lineamientos del Programa de Matemática Funcional. Sin embargo, al comparar los casos de estudio en función del Índice de Oportunidades de Aprendizaje creado en esta investigación, no se observan diferencias significativas entre aquellos cursos que han implementado y cursos que no han implementado los lineamientos del Programa de Matemática Funcional. Los

resultados además señalan que no existen diferencias en las oportunidades de aprendizaje de matemáticas en función de la región y del nivel socioeconómico donde se ubican los casos de estudio.

### **6.3 Resultados respecto al objetivo específico 3: Comparar las características de las oportunidades de aprendizaje de matemática entre aquellos cursos que han implementado y cursos que no han implementado los lineamientos del Programa de Matemática Funcional, contrastando las posibles diferencias en función de las creencias de los profesores respecto de las matemáticas, del aprendizaje de ellas y de su enseñanza a estudiantes con DI**

Para el logro de este objetivo, se desarrolló una entrevista con el fin de tener información de las “creencias de los profesores respecto de las matemáticas, del aprendizaje de ellas y de su enseñanza a estudiantes con DI”. Los tópicos abordados en la entrevista fueron los siguientes: Creencias sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje; Creencias sobre el papel de la enseñanza y aprendizaje de la matemática a niños y niñas con DI; Trabajo en el aula con la matemática; Conocimiento e implementación de la matemática funcional u otro modelo.

Para abordar los temas anteriores, la entrevista se diseñó como un instrumento “multi-método”, que incluye tres dispositivos: completar una encuesta de creencias, la elaboración y discusión de principios para la enseñanza y aprendizaje de la matemática y análisis en profundidad de una planificación de clases.

A continuación, se presentan los principales resultados obtenidos sobre creencias. Más adelante, se establecen comparaciones entre casos en base a las creencias de los profesionales de cada caso.

#### **6.3.1 Creencias de docentes de escuelas de educación especial respecto de la matemática, su enseñanza y su aprendizaje: Síntesis de resultados descriptivos del cuestionario de creencias**

El Cuestionario de creencias sobre matemática, su enseñanza y aprendizaje se aplicó a trece profesores y directivos que participaron de esta investigación. El objetivo de este cuestionario es conocer las visiones que tienen estos actores sobre la matemática, el proceso de aprendizaje de la matemática y las habilidades requeridas para este proceso. El instrumento se compone de tres dimensiones de las matemáticas que contemplan una serie de afirmaciones frente a las que el entrevistado debe posicionar su grado de acuerdo entre cuatro alternativas que van desde Muy en desacuerdo (1) hasta Muy de acuerdo (4). Los resultados se exponen a continuación en función de las dimensiones de este instrumento.

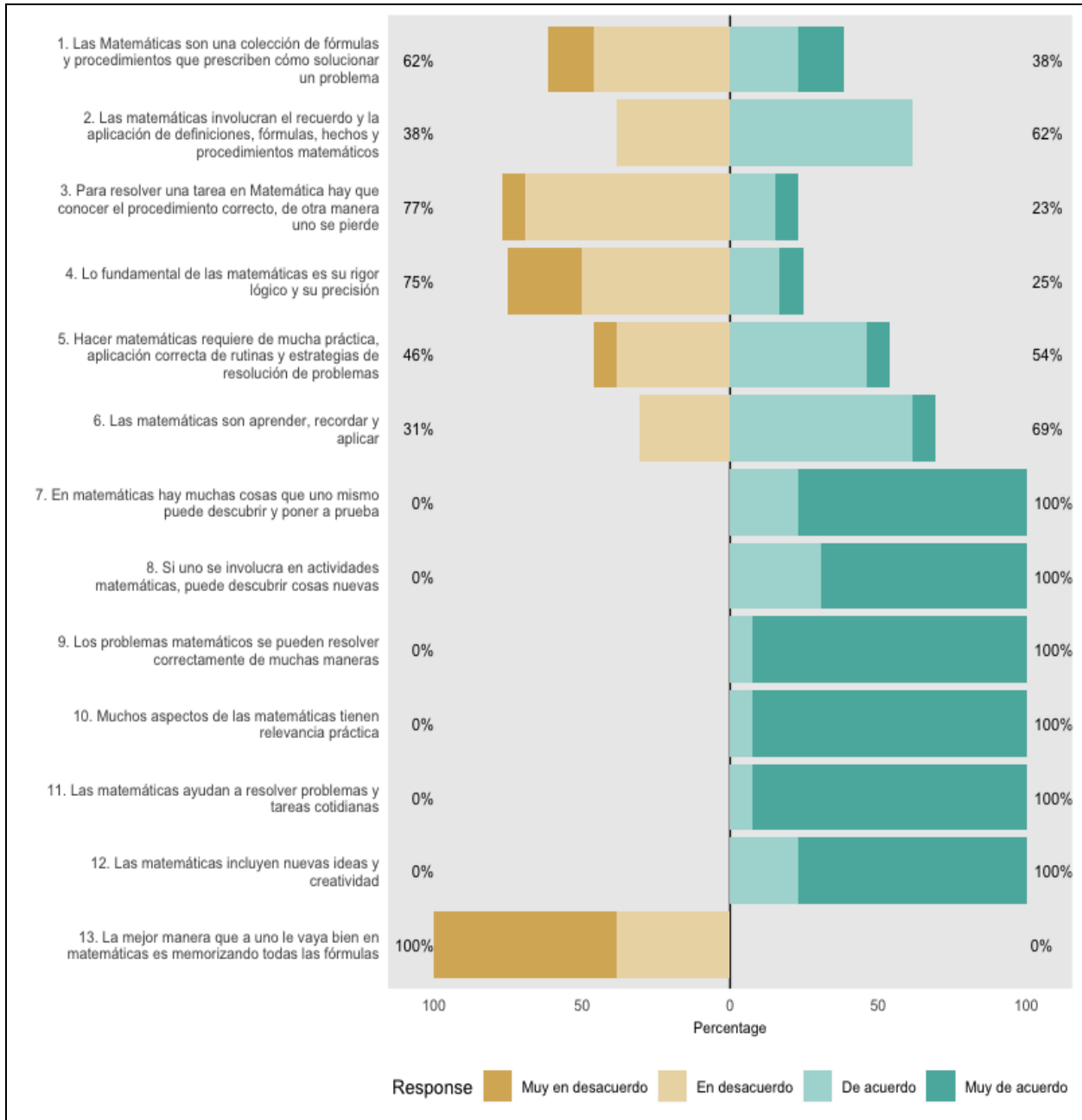
- **Creencias respecto de la matemática**

La primera dimensión del instrumento refiere a las creencias sobre la matemática que integra un total de 13 afirmaciones, que podemos diferenciar entre aquellas que representan un enfoque tradicional o conservador de la matemática presenta en 5 enunciados y aquellas que integran en mayor medida la diversidad dentro del aula planteado en 8 afirmaciones.

Podemos observar en la figura 28 que en este primer grupo de afirmaciones existe un grado de heterogeneidad de parte de las respuestas de los entrevistados. Se aprecia un alto grado de desacuerdo con este enfoque tradicional de parte de los participantes, a pesar de esta mirada tradicionalista de creencias sobre la matemática en algunas afirmaciones se muestran posiciones favorables hacia esta. Esto lo podemos detectar por un lado, en que el 38% del total de participantes está de acuerdo con la afirmación 1 *“Las Matemáticas son una colección de fórmulas y procedimientos que prescriben cómo solucionar un problema”*, el 62% está muy de acuerdo con la afirmación 2 *“Las matemáticas involucran el recuerdo y la aplicación de definiciones, fórmulas, hechos y procedimientos matemáticos”* y por el otro, encontramos una tendencia menor pues solo el 23% de los participantes está de acuerdo la afirmaciones 3 *“Para resolver una tarea en Matemática hay que conocer el procedimiento correcto, de otra manera uno se pierde”* y un 25% de los docentes está de acuerdo con el enunciado 4 *“Lo fundamental de las matemáticas es su rigor lógico y su precisión”*.

El segundo grupo de variables presenta una perspectiva integradora de la diversidad dentro de las aulas y evidencia puntos de vista diversos acerca de la matemática. Respecto a este ámbito, la mayoría de los participantes declara estar 100% de acuerdo con que las matemáticas implican un acercamiento inductivo por definición, que valora la multiplicidad de formas para encontrar soluciones y el aporte de la matemática a problemas de la vida cotidiana. No obstante, esta tendencia no es tan marcada en relación con la afirmación 5 donde el 43% está en muy en desacuerdo que *“Hacer matemáticas requiere de mucha práctica, aplicación correcta de rutinas y estrategias de resolución de problemas”* y el 31% está en desacuerdo con la afirmación 6 *“Las matemáticas son aprender, recordar y aplicar”* (ver figura 28).

Figura 28. Resultados dimensión Creencias respecto de la matemática



Fuente: Elaboración propia.

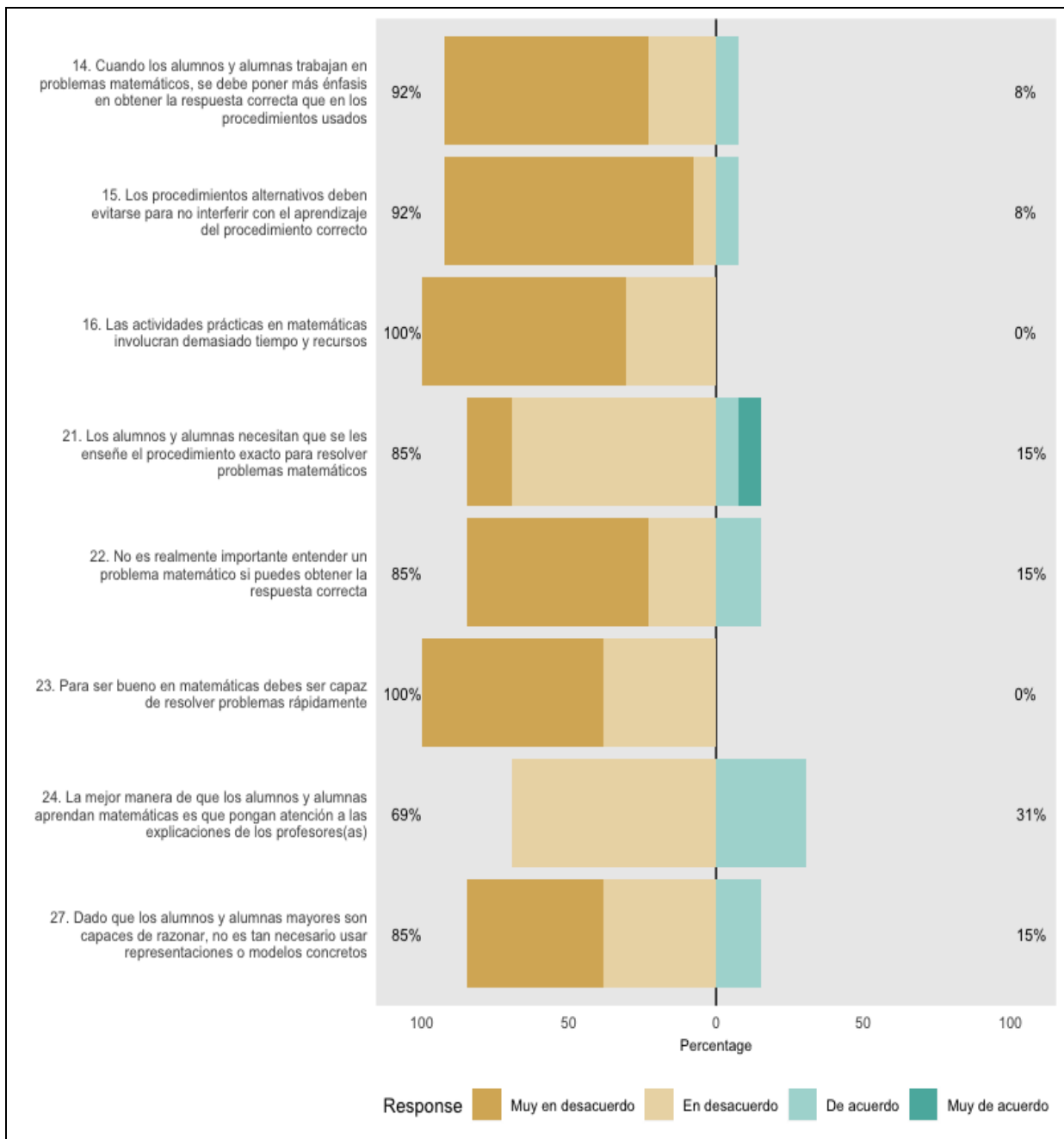
- **Creencias sobre el aprendizaje de la matemática**

Este apartado del cuestionario contempla un conjunto de 14 afirmaciones relacionadas con creencias sobre el proceso de aprendizaje de la matemática, que al igual que la dimensión anterior plantea un primer grupo de enunciados que representan un enfoque tradicional de la enseñanza de esta área del conocimiento mediante 8 enunciados y un segundo grupo de afirmaciones que integran la diversidad en el aula y proponen un acercamiento funcional a esta disciplina en 6 afirmaciones.

Respecto al primer grupo de afirmaciones (ver figura 29), que plantean una perspectiva tradicional de enseñanza de la matemática, se observa que los entrevistados manifiestan una tendencia homogénea en este ámbito evidenciado en un alto grado de desacuerdo respecto a esta concepción conservadora de la enseñanza de la matemática que se caracteriza por la búsqueda de procedimientos únicos, orientado a la rapidez del cálculo de los estudiantes y la imagen del profesor como centro del proceso de aprendizaje. Sin embargo, un 31% de los participantes señala estar de acuerdo con el enunciado 24 *“La mejor manera de que los alumnos y alumnas aprendan matemáticas es que pongan atención a las explicaciones de los profesores(as)”*.

Respecto al segundo grupo de afirmaciones (ver figura 30) relacionadas con un enfoque de aprendizaje activo de la matemática se evidencia que existe un alto grado de consenso entre los entrevistados en relación con un aprendizaje de la matemática centrada en la comprensión de los procesos y que releva la importancia de explicar el porqué de los procedimientos matemáticos y que motive a los estudiantes a encontrar sus propias formas de resolver los problemas planteados.

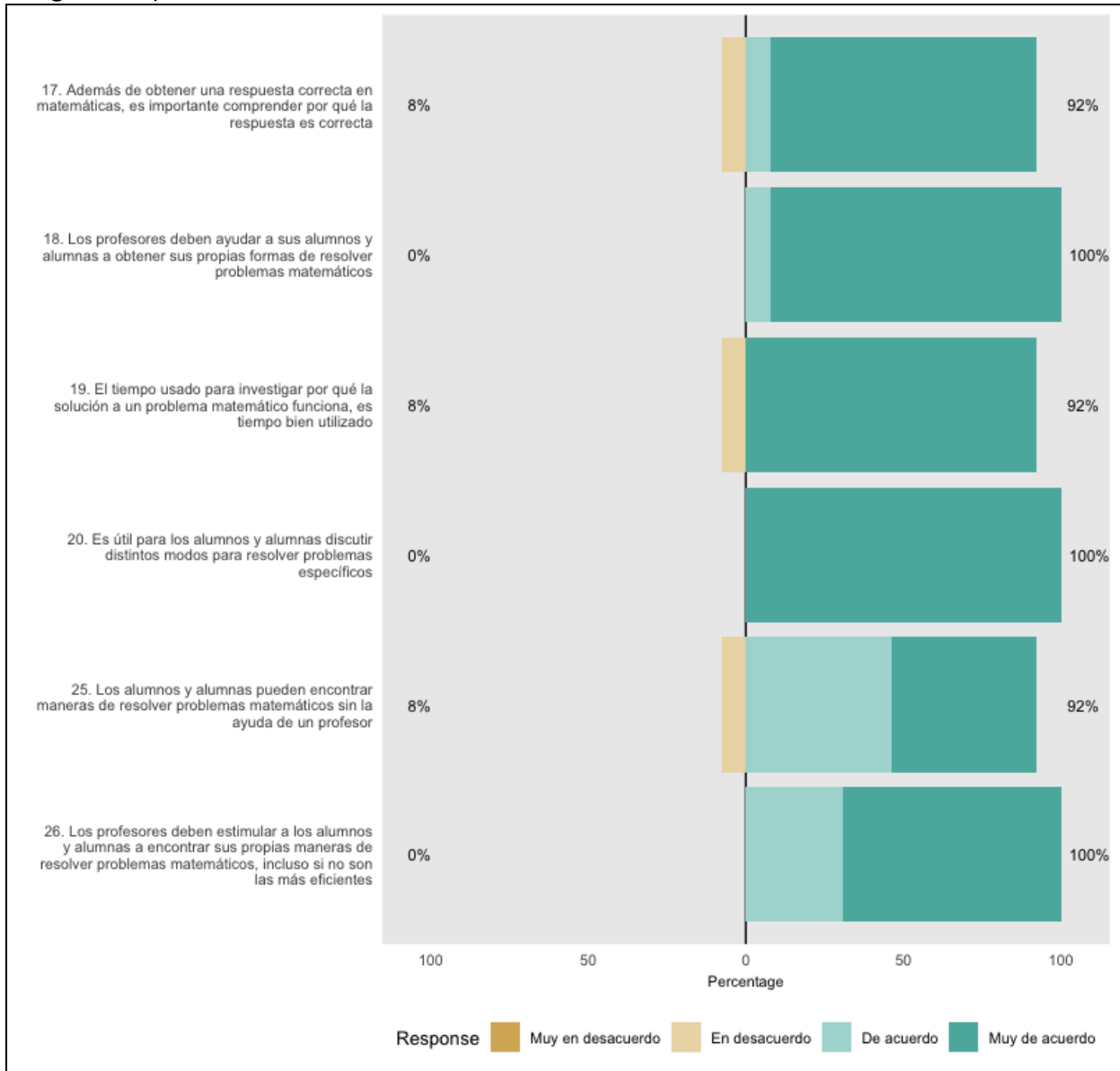
Figura 29. Resultados dimensión Creencias sobre el aprendizaje de la matemática (afirmaciones tradicionalistas)



Fuente: Elaboración propia.



Figura 30. Resultados dimensión Creencias sobre el aprendizaje de la matemática (enunciados integradores)



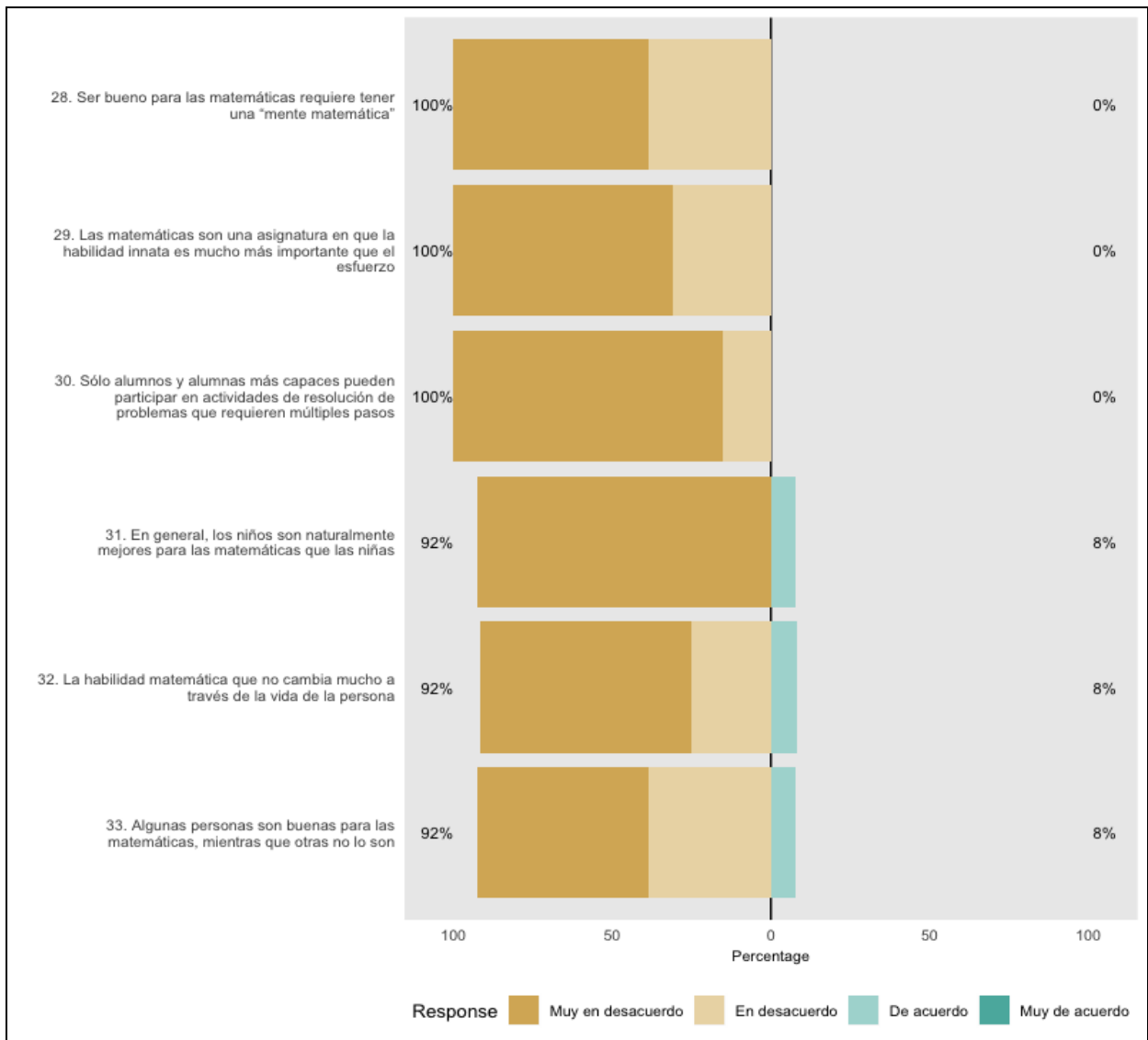
Fuente: Elaboración propia.

- **Habilidades para el aprendizaje de la matemática**

La tercera dimensión del cuestionario refiere a las habilidades que son requeridas para el aprendizaje de la matemática y representan un enfoque tradicional de la enseñanza de esta disciplina representado en 6 enunciados. En esta dimensión se muestran resultados homogéneos que están

dentro de la tendencia general del cuestionario evidenciado en un alto grado de desacuerdo de los participantes con respecto al enfoque de creencias tradicionales de las habilidades para el aprendizaje de las matemáticas (ver figura 31). Es importante destacar que esta tendencia muestra el distanciamiento de un enfoque de la enseñanza de la matemática que supone la existencia de una ‘mente matemática’, que existen habilidades innatas de las personas e incluso más en niños que en niñas y que se deben excluir de aprendizajes más complejos a los que se juzgan como menos capaces.

Figura 31. Resultados dimensión Habilidades para el aprendizaje de la matemática



Fuente: Elaboración propia.

Por último, es importante destacar, que los resultados nos dan luces acerca del cambio acerca de las creencias de los docentes y directivos desde un enfoque conservador donde el estudiante es un ente pasivo ante la enseñanza de la matemática a un enfoque integral donde el estudiante es un agente activo y consciente en el proceso de aprendizaje de las matemáticas y que los motive a encontrar sus propias formas de resolver los problemas planteados.

### 6.3.2 Creencias de docentes de escuelas de educación especial respecto a las razones para aprender matemáticas: Síntesis de resultados

El análisis de las respuestas escritas dadas por los participantes como las razones para aprender matemáticas se realizó por medio de una unidad de análisis que constó de un corpus de 63 enunciados que corresponden a las razones para aprender matemáticas declaradas por las profesoras entrevistadas. Estos enunciados fueron categorizados en dos categorías emergentes [1] Aprendizaje de habilidades matemáticas en la escuela y [2] aprendizaje de habilidades para la vida: social y profesional. A continuación, en la tabla 33, se exponen las categorías y subcategorías al respecto.

**Tabla 33. Categorías y subcategorías emergentes con datos de “cuestionario 5 razones para aprender matemáticas”**

| Categoría   | Subcategoría   | Ejemplo de citas   | f  |
|---|--|--|----|
| Aprendizaje de habilidades matemáticas en la escuela          | 1.1. Resolución de problemas   | <i>Como una herramienta para resolver problemas cotidianos de la vida diaria en general; Para solucionar problemas desde la realización de cálculo.</i>    | 15 |
|   | 1.2. Pensamiento y razonamiento  | <i>Desarrollar el pensamiento; Potenciar habilidades cognitivas de razonamiento.</i>   | 5  |
|   | 1.3. Análisis-síntesis   | <i>Desarrollar habilidades de análisis y síntesis; Facilita la habilidad de analizar y cuestionar.</i>   | 2  |
|   | 1.4. Atención-concentración  | <i>...desarrollar la atención y concentración.</i>   | 1  |
|   | 1.5. Habilidades blandas   | <i>...tolerancia a la frustración.</i>   | 2  |
|   | 1.6. Metacognición   | <i>...permite el conocer y desarrollar habilidades metacognitivas.</i>   | 1  |
| Aprendizaje de habilidades para la vida: social y profesional | 2.1. Práctica en la vida cotidiana   | <i>Es práctico para la vida diaria; Para desenvolverse en diferentes situaciones de la vida diaria.</i>  | 15 |
|   | 2.2. Conocimiento de la realidad mediante la ciencia, social y tecnológico | <i>Para facilitar el logro de otros aprendizajes en la vida profesional; Favorecer la participación activa en la sociedad y para trabajar y valorarme.</i> | 12 |
|   | 2.3. Manejo del dinero   | <i>Para manejar/administrar mi dinero; Posibilidades intercambio/ Manejo dinero.</i>   | 2  |

- **Aprendizaje de habilidades matemáticas en la escuela**

La categoría habilidades matemáticas en la escuela está relacionada al desarrollo de capacidades para la resolución de operaciones matemáticas como resolución de problemas, pensamiento, razonamiento, análisis-síntesis, atención- concentración, habilidades blandas y metacognición. En este sentido se presentan como una de las razones de aprender matemáticas el “*desarrollar habilidades mentales*” (P11) y porque permite desarrollar habilidades cognitivas” (P8). Desde esta categoría emergen seis subcategorías que explican en detalle los procesos relacionados con las habilidades matemáticas que se deben aprender.

- **Aprendizaje de habilidades para la vida: social y profesional**

La categoría aprendizaje de habilidades para la vida: social y profesional se centra en la creencia de que las razones para aprender matemáticas es llevarlas a la práctica en la vida cotidiana para el conocimiento de la realidad mediante la interacción social y financiera apoyada en la ciencia y la tecnología. Esta categoría consta de 3 subcategorías que se describen a continuación.

En síntesis, a partir del análisis de las creencias que declaran las entrevistadas del por qué aprender matemáticas se relaciona con la resolución de problemas de la vida cotidiana, a través del desarrollo de habilidades cognitivas específicas. Las matemáticas permiten como desafío el conocimiento de la realidad social, financiera, científica y tecnológica lo que ayuda al desarrollo profesional. En relación con las cuatro habilidades propuestas por el Programa de matemáticas funcional para estudiantes con NEE [1] resolver problemas, [2] argumentar y comunicar, [3] modelar y [4] representar solo se aprecian en los argumentos de las profesoras la resolución de problemas ligado a habilidades específicas para la resolución de operaciones y su aplicación a la vida cotidiana y uso del dinero.

Se organizó la información con el propósito de comparar a los casos en función de ODA y creencias de los profesionales asociados a cada curso (tabla 34 y 35). Sin embargo, los datos dan cuenta de una homogeneidad entre los participantes en el análisis de las entrevistas, así como en las dimensiones del cuestionario. De este modo, no es posible identificar con claridad una tendencia si diferenciamos casos con Programa de Matemática Funcional (PMF) y sin él. Sin embargo, es posible advertir que en los cuatro casos que cuentan con PMF se evidencian clases en base a desafíos asociados a la resolución de problemas, a diferencia del caso 6, 7 y 8 (sin MF) donde se ve un predominio de instrucciones de los docentes que los estudiantes deben seguir durante las clases, lo que limita el desarrollo de habilidades de resolución de problemas y la autonomía de los estudiantes.

Tabla 34. Resumen de las ODA y las creencias sobre matemáticas, su enseñanza y aprendizaje de los docentes de los casos que cuentan con Programa de Matemática Funcional

|                     |  |   |  |   |
|---------------------|--|---|--|---|
| <b>Síntesis ODA</b> | <i>Caso 1: se observan buenos promedios de habilidad y demanda tanto en los materiales de aula y las clases analizadas por sobre el promedio de la muestra. Sin embargo, se observa una baja variabilidad de ejes de la asignatura de matemática en los materiales de aula. Esto significa un alto predominio del Eje Número y Operaciones. En las clases, se considera el error como ODA, estudiantes trabajan en duplas, se presentan desafíos a estudiantes, especialmente en ámbito numérico</i>   | <i>Caso 2: se observan promedios de habilidad y demanda cognitiva en los materiales de aula y en las clases analizadas por sobre el promedio de la muestra. Así también, se observa una alta variabilidad de ejes de la asignatura de matemática en los materiales de aula, al alcanzar un 38% de presencia de otros ejes además del de Números y Operaciones. En las clases observadas abordan el eje de medición. Se desarrollan clases por medio de la resolución de problemas</i>   | <i>Caso 3: se observan bajos promedios de habilidad y demanda tanto en los materiales de aula y las clases analizadas, al encontrarse por debajo el promedio de los casos de estudio. También se observa una baja variabilidad de ejes de la asignatura de matemática en los materiales de aula. Esto significa un predominio casi total del eje Número y operaciones. En las clases se intenciona el diálogo entre estudiantes</i>  | <i>Caso 4: se observan promedios de habilidad y demanda en los materiales de aula por sobre el promedio y en las clases analizadas por debajo el promedio de la muestra. Sin embargo, se observa una baja variabilidad de ejes de la asignatura de matemática en los materiales de aula, lo que explica la puntuación final en el Índice de ODA. En las clases se generan indicaciones que limitan la autonomía de los estudiantes. Predominan instrucciones más que preguntas por parte del docente</i>  |
| <b>Creencias</b>    | Directora y docente con formación en matemática funcional. Creencias respecto de por qué es relevante aprender: la autonomía, el que la matemática permite el desarrollo de habilidades, así como desarrollarse en la vida cotidiana, relevando elementos como que permite el saber utilizar el dinero. Respecto de elementos como planificación, metodologías para la enseñanza, se destaca el alinear los objetivos del marco curricular vigente con lo propuesto en su proyecto educativo, de manera de trabajar de manera coherente lo propuesto a nivel curricular con aquellos sellos distintivos de la escuela, su visión y su misión. Además, se destaca el uso de diversos recursos y de los intereses de los estudiantes como elementos fundamentales para el diseño e | UTP cuenta con formación en matemática funcional y la docente no. El enfoque se ve reflejado en algunas decisiones institucionales, como definir la asignatura de manejo del dinero en distintos niveles. Respecto de las creencias en torno a la enseñanza y aprendizaje de la matemática, ambas entrevistadas coinciden en varios aspectos: como la importancia de la matemática para el desarrollo del individuo, el desarrollo de habilidades, la inserción en la vida laboral y social y su uso en la vida cotidiana, enfatizando así su funcionalidad y la posibilidad de resolver problemas. Además, la UTP, es más específica en cuanto al uso de la matemática es aspecto del día a día como el Uso de dinero y el transporte público. En planificación llevan una planificación | La UTP y la profesora tiene formación en matemática funcional. Respecto de las creencias de la importancia de enseñar y aprender matemática, es posible: Autonomía, percepción de sí mismos, desarrollo de habilidades, inserción laboral-social. Cabe destacar hay algunos aspectos n solo destacados por la UTP como la particularidad de la matemática como disciplina, la funcionalidad de la matemática, específicamente el uso del transporte En cuanto a los elementos como planificación, metodologías para la enseñanza y evaluación, se destaca el acompañamiento docente, tanto en la observación de clases, como en el análisis de cumplimiento de lo planificados y las dificultades que pueden | Ni la directora ni la educadora cuentan con formación en matemática funcional (entrevistadas). UTP es quien ha participado en el PMF y ha impulsado su implementación. Desde las creencias respecto de la importancia de la matemática, su enseñanza y aprendizaje, hacen énfasis: en el desarrollo de habilidades, la necesidad de aprender matemática pensando en la inserción social- laboral y como además permite desenvolverse en la vida cotidiana. Además, la directora subraya algunos elementos muy concretos como es el uso del dinero y el uso del transporte. La educadora, da importancia a la oportunidad de desarrollar la capacidad de análisis y reflexión, dar espacios para que los estudiantes planteen caminos alternativos, etc. En términos de la participación en el aula, se distingue el trabajo de la docente por la relevancia que da a la dinámica social del aula y además la importancia de lo que aporta la escuela a los estudiantes. |

|  |  |  |   |
|--|--|--|---|
| <p>implementación de clases. En evaluación, destacan por el trabajo en torno a la evaluación de procesos, de manera permanente con el objetivo de determinar el nivel de logro de cada estudiante.</p> | <p>detaillada, clases a clase. Dicha planificación se retroalimenta de manera escrita, con el fin de dar sugerencias a los docentes para la mejora y alineación con las propuestas de la institución. En esta planificación se consideran las adecuaciones según las características de los estudiantes. En evaluación destaca que llevan un tiempo asignando notas de manera sistemática.</p> | <p>haber surgido. En planificación contemplan adecuaciones curriculares, según las necesidades de los estudiantes, enfatizando en la movilidad entre un nivel de logro y otro y en la importancia de ir exigiendo a los estudiantes para que puedan avanzar. En la escuela existe especial preocupación por la exigencia de calificar a los estudiantes y se destaca el trabajo que están llevando a cabo para poder realizar dicha labor.</p> | <p>Por otra parte, en este establecimiento hay un sistema de planificación mensual, donde se reconoce un trabajo establecido en cuanto a acompañamiento docente y al trabajo de adecuación curricular según las características de los estudiantes. En la evaluación, valoran mucho la evaluación del proceso dentro del aula, pero también aparece la preocupación por comenzar a poner.</p> |
|--|--|--|---|

**Tabla 35. Resumen de las ODA y las creencias sobre matemáticas, su enseñanza y aprendizaje de los docentes de los casos no que cuentan con Programa de Matemática Funcional**

|                  | <i>Caso 5: promedios de habilidad y demanda tanto en los materiales de aula y las clases analizadas por debajo el promedio de la muestra. Aunque se observa mayor variabilidad de ejes de la asignatura de matemática en los materiales de aula que casos anteriores, la variabilidad sigue siendo baja. En las clases se observa ausencia de desafío a los estudiantes</i> | <i>Caso 6: se observan promedios de habilidad y demanda en los materiales de aula levemente por debajo del promedio y en las clases analizadas sobre el promedio de la muestra. Al igual que la mayoría de los casos de estudio se observa una escasa variabilidad de ejes de la asignatura de matemática en los materiales de aula, lo que explica la baja de su Índice de ODA.</i> | <i>Caso 7: se observan promedios de habilidad y demanda tanto en los materiales de aula y las clases analizadas por debajo el promedio de la muestra. Por otro lado, se observa una mayor variabilidad de ejes de la asignatura de matemática en los materiales de aula cercana al 30%. Se identifican actividades que “no aplican” ara EJE y OA. Predominan instrucciones que lo estudiantes deben seguir paso a paso</i> | <i>Caso 8: se observan promedios de habilidad y demanda en los materiales de aula levemente por sobre el promedio y en las clases analizadas muy por debajo el promedio de la muestra. En cambio, se observa una muy alta variabilidad de ejes de la asignatura de matemática en los materiales de aula. Se identifica tareas que “no aplican” ara EJE y OA. Predominan instrucciones que lo estudiantes deben seguir. No se observan ODA desde la resolución de problemas</i> |
|------------------|---|--|--|--|
| <b>ODA</b>       |   |  |  |  |
| <b>Creencias</b> | <p>La UTP tiene formación en matemática funcional, mientras la educadora no. Respecto de las creencias de la importancia de enseñar y aprender matemática, es posible: Autonomía, percepción de sí mismos, desarrollo de habilidades, inserción laboral-social. Cabe destacar hay algunos aspectos son solo destacados por la UTP como la particularidad de la</p>          | <p>UTP cuenta con formación en matemática funcional y la docente no. Respecto de creencias en torno a la enseñanza y aprendizaje de la matemática la educadora recalca: Autonomía, la experiencia personal y el desarrollo de habilidades. También hay algunos elementos que remarcan tanto la encargada de UTP como la educadora como:</p>  | <p>El docente entrevistado no cuenta con formación en matemática funcional. El docente destaca que la importancia de aprender matemática se centra en poder funcionar en el día a día, cotidianamente. Pero también destaca el valor universal de la matemática, teniendo valor en sí misma. Han ido migrando en la forma de planificar a partir del sistema DUA, y eso les</p>  | <p>Ni la directora/UTP ni la educadora cuentan con formación en matemática funcional. En cuanto a las creencias respecto de la enseñanza y aprendizaje de la matemática, ambas destacan que la matemática permite el desarrollo de habilidades, la inserción social y laboral y por tanto permiten desenvolverse en la vida</p>  |

---

|  |  |   |   |
|--|--|---|---|
| <p>matemática como disciplina, la funcionalidad de la matemática, específicamente el uso del transporte En cuanto a los elementos como planificación, metodologías para la enseñanza y evaluación, se destaca el acompañamiento docente, tanto en la observación de clases, como en el análisis de cumplimiento de lo planificados y las dificultades que pueden haber surgido. En planificación contemplan adecuaciones curriculares, según las necesidades de los estudiantes, enfatizando en la movilidad entre un nivel de logro y otro y en la importancia de ir exigiendo a los estudiantes para que puedan avanzar. (Misma escuela que caso 3).</p> | <p>la importancia de la enseñanza de la matemática desde un punto de vista funcional, que permita la inserción laboral y social y que esté conectada con la vida cotidiana. En términos del trabajo con planificaciones resaltan el trabajo que realizan en cuanto a la revisión y retroalimentación de planificaciones. En evaluación, en esta escuela hay un trabajo institucional para diagnosticar a los estudiantes y así realizar las adecuaciones pertinentes, es así como esto les permite tomar decisiones.</p> | <p>ha permitido planificar adecuaciones, pero considerando no solo un plan individual, sino también grupal. Además, destaca el uso de material como una herramienta para que todos los estudiantes puedan acceder al objetivo planteado. En términos de evaluación, el docente destaca varios aspectos: diversidad de formas de evaluación y además como analizan y usan la información de las evaluaciones para la mejora.</p> | <p>cotidiana. La educadora remarca la importancia de lo funcional, cuanto importa el trabajo matemático en la escuela de manera que se convierta en una herramienta cotidiana. En este establecimiento tienen un sistema de planificación semanal, considerando un PI individualizado y se basan en el decreto 87, pero con vistas a transitar hacia el decreto 83. En evaluación, destacan evaluación semanal más informal mediante observación directa y evaluación mensual que es formativa y utilizando pautas de cotejo.</p> |
|--|--|---|---|

---

#### **6.4 Resultados respecto al objetivo específico 4: Determinar orientaciones para el profesorado para la enseñanza de las matemáticas a estudiantes con discapacidad intelectual**

El proceso de recogida y análisis de la información durante la investigación ha permitido identificar áreas/ámbitos de mejora para la promoción de mayores oportunidades de aprendizaje de matemáticas en contextos similares a los casos abordados en esta investigación.

Con el propósito de determinar orientaciones para la enseñanza de las matemáticas a estudiantes con DI, el equipo de investigación, compuesto por especialistas disciplinares y didácticos de las matemáticas, junto con educadoras diferenciales, identificó y sistematizó elementos clave para estos propósitos en base a la evidencia de esta investigación. De este modo, en base al análisis de las clases grabadas y de las tareas en formato gráfico, a continuación, se dan a conocer orientaciones para el profesorado. Estas serán profundizadas en el cuadernillo de orientaciones, el que constituye un producto comprometido de este proyecto.

Para determinar orientaciones al profesorado sobre la enseñanza de Matemática es importante considerar lo que se está realizando dentro de las salas de clases. Como se analizó anteriormente, gran parte del material de aula se concentra en los primeros dos años de escolaridad, siendo Primero Básico el más trabajado, y dentro de este curso, el eje Números y Operaciones. Esta

información es fundamental para profundizar en el trabajo que los docentes están realizando, ya que es en estos cursos en los que se espera que los estudiantes consoliden el aprendizaje conceptual de los temas que se desarrollan y por lo tanto, las oportunidades de aprendizaje que se les brinden, si bien pueden trabajar lo procedimental, este trabajo debe estar al servicio del desarrollo de conceptos que permitirán la construcción futura de nuevos conceptos. No obstante, la información analizada muestra además que un poco más del 30% del material puede ser clasificado como “No aplica”, lo que implica que el material puede o no ser situado tanto en un curso (de 1º a 6º básico) como en un Eje, por lo que podría quedar fuera de lo que el currículum solicita para el aprendizaje de las Matemáticas en Enseñanza Básica. A partir de toda esta información, se ha considerado entregar dos tipos de orientaciones: genéricas y específicas.

#### **6.4.1 Orientaciones genéricas**

A partir de lo señalado, parte del material de aula está categorizado dentro de la opción “No aplica”, lo que significa que no necesariamente establece una relación directa con el currículum nacional vigente y que se podrían entender como tareas no matemáticas de aula orientadas al desarrollo de la percepción visual y la motricidad. Se sugiere que, a dichas tareas, que pueden seguir siendo parte de las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes, se les asigne un componente matemático para su trabajo explícito. Ejemplo de ello, las siguientes:





**Tipo de tarea:** Motriz

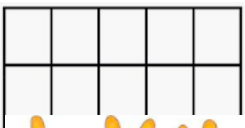
**Curso:** 1º básico

**Eje:** Números y operaciones

**Descripción:** Se puede desprender de la imagen que la tarea consiste en completar la línea recta vertical que representa el numeral 1. La imagen que acompaña a esta actividad motriz representa de dos formas la cantidad uno: por un lado con la imagen de una mano mostrando un dedo y por otro con un marco de 10 en el que se ha marcado un recuadro. Ambas representaciones son pictóricas pero en ninguna de ellas está interviniendo el estudiante.

**Orientaciones:** Para que la tarea sea Matemática, se deben distinguir en ella componentes matemáticos. En este caso, la presentación del número uno, podría estar acompañada de la representación de dicho número mediante diferentes registros que permitan al estudiante comprender lo que implica tener “un elemento”.

Entregue a sus estudiantes marcos de 10, de manera que en él representen la cantidad presentada, considerando que esta misma actividad la puede utilizar para presentar distintos números del 1 al 10.



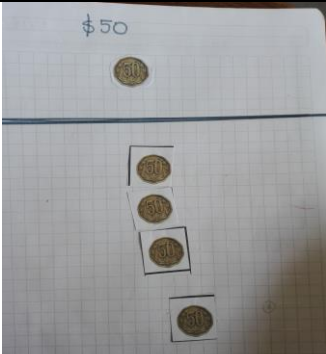
Para representar, en este caso, uno en el tablero, el estudiante debe poner solo una ficha en el tablero. La intención es que la ubique en el lugar que estime conveniente, trabajando así diferentes representaciones del uno en el mismo tablero. Si no cuenta con el tablero, puede modificar el que está presente en la actividad, permitiendo que el estudiante complete por sí mismo la cantidad señalada. En este caso el estudiante también debe representar en el recuadro que estime conveniente para comprender que sigue representando uno, independiente de la posición.

Actividades como estas permiten diversas representaciones, por lo que puede pedir a los estudiantes que seleccionen de un set la mano que representa la cantidad indicada, considerando para esto tarjetas numéricas en las que los números están representados por medio de la imagen de una mano que señala la cantidad.

La incorporación de estas modificaciones en la actividad permite trabajar lo siguiente:

**Objetivo de aprendizaje:** OA1 Leer números del 0 al 20 y representarlos en forma concreta, pictórica y simbólica. No solo reconoce el número, sino que además lo representa de diferentes formas.

**Habilidad:** Habilidad 3 capacidad del estudiante de representar por medio de lenguaje pictórico o concreto, situaciones matemáticas, matematizando o generando abstracciones. De esta forma, se espera que utilice representaciones concretas, y pictóricas asociadas, en algunos casos a un lenguaje formal y técnico.

|   |  |
|---|--|
|  | <b>Tipo de tarea:</b> NA (No aplica)   |
|   | <b>Curso:</b> NA   |
|   | <b>Eje:</b> NA   |
|   | <b>Descripción:</b> Se puede desprender de la imagen que la tarea es pegar monedas de \$50, dado el ejemplo inicial. Podría considerarse de discriminación visual si al estudiante se le entrega un set de monedas diferentes de las cuales debe seleccionar y pegar solo aquellas que corresponden a monedas de \$50. |

**Orientaciones:** El estudio permite evidenciar que el trabajo con dinero se realiza esencialmente con foco en el reconocimiento visual de las imágenes. Se sugiere en contraposición a esto, analizar las posibilidades que el uso del dinero otorga, para poder profundizar en los conocimientos matemáticos que se están construyendo. El sistema monetario es de gran utilidad en la enseñanza de la composición y descomposición aditiva de un número ya por su estructura, en algunos casos se puede vincular con el sistema de numeración. De esta forma, si se utilizan las monedas de \$1, \$10, \$100 etc. para representar, la vinculación es directa con la descomposición canónica. No obstante, se debe tener presente que las monedas de \$1 y \$5 ya no se utilizan, por lo que la ampliación de la tarea debe considerar este aspecto en el aprendizaje.



Pida al estudiante que represente la cantidad señalada: \$50.

Luego, pida al estudiante que lo represente de diferentes formas, utilizando distintas monedas, por ejemplo:



si se trabaja la descomposición canónica.



si se espera otra descomposición.

La incorporación de estas modificaciones en la actividad permite trabajar lo siguiente:

**Objetivo de aprendizaje:** OA6 Componer y descomponer números del 0 a 20 de manera aditiva, en forma concreta, pictórica y simbólica.

Si se trabaja en primero básico el rango de representación es hasta 20, si se trabaja a partir de segundo básico, este aumenta desde 20.

**Habilidad:** Habilidad 3 capacidad del estudiante de representar por medio de lenguaje pictórico o concreto, situaciones matemáticas, matematizando o generando abstracciones. De esta forma, se espera que utilice representaciones concretas, y pictóricas asociadas, en algunos casos a un lenguaje formal y técnico.

En base al análisis de las grabaciones de clases desarrollado en el estudio, a continuación, se plantean orientaciones genéricas.

- **Consideración del error:** Un aspecto que se propone poner al centro de la reflexión, es la consideración del error como una oportunidad para profundizar en las hipótesis de pensamiento de los estudiantes. Esta intención se expresa en la posibilidad de considerar los desempeños de los estudiantes, cuando estos difieren de las respuestas esperadas por la docente. Una primera acción es considerar todas las respuestas, poniéndolas en revisión colectiva. La posibilidad de retroalimentación entre pares es también una opción. Es importante considerar que la práctica de validación del error como oportunidad de aprendizaje debe ser permanente y persistente, sólo así se transforma en un real escenario de construcción de conocimientos. Se trata de que más allá de conseguir que un estudiante comprenda el error y modifique su procedimiento, el error permita reflexionar y poner en debate distribuido las distintas formas de pensar que dichos errores revelan. Un buen momento para revisar las dificultades, analizarlas y llegar a conclusiones que sirvan como herramienta a posteriores situaciones, es el cierre de cada clase.
- **Trabajo colaborativo:** Se recomienda diseñar oportunidades que consideren el trabajo colaborativo, donde los estudiantes puedan resolver problemas en conjunto, con un propósito común que movilice los aportes individuales. Esta perspectiva colectiva permite además abordar los errores y dificultades emergentes. Proponer pequeñas experiencias de trabajo colaborativo, con pequeños desafíos puede movilizar la energía de la clase de manera positiva. Cuando el clima es de participación permanente, no es necesario que en una clase participen todos y todas, pues niños y niñas rápidamente comprenden que vendrán próximas oportunidades para ser escuchados.
- **Construcción del concepto número:** Considerar que la construcción del concepto de número, no se realiza mediante actividades de tipo motrices, sino a través de la posibilidad de poner en uso los números mediante la acción de contar. En este sentido, es de suma importancia levantar una propuesta que convoque a los estudiantes a resolver un problema, que aunque sencillo y concreto, los movilice a utilizar las herramientas de las que disponen, para avanzar en esta construcción del concepto de número. Esta propuesta, debe considerar experiencias que pongan en conflicto a los estudiantes, promoviendo un mayor protagonismo y participación de todos. Para ello, es necesario, brindar numerosas oportunidades para que los estudiantes se enfrenten al problema de resolver "¿Cuántos hay?", por medio de actividades contextualizadas, donde tengan posibilidad de comprender un problema y resolverlo, apoyándose en materiales concretos u otras maneras que los ayuden a representarlos.

- **Uso de cinta numérica:** Es recomendable que la cinta numérica comience siempre desde el 1, ya que cuando los estudiantes se apoyan en ella para realizar el conteo, lo hacen desde el 1, razón por la cual, tiende a no coincidir el número tocado, con el número verbalizado. En particular respecto de la enseñanza de la secuencia de números, es recomendable, que los estudiantes puedan contar, tanto en la pared de la sala, como en sus mesas de trabajos, con cintas numeradas. Este recurso, debe funcionar como un recurso de consulta siempre disponible, que puede ser utilizado en distintos momentos del día, y cada vez que necesiten saber cómo se escribe un número. En el caso de la cinta numerada de pared, debe ser con números de buen tamaño (más grandes que la que se les muestra en esta secuencia de clases), y estar físicamente al alcance de todos, de manera que puedan ir tocando y verbalizando los números cuando recitan la secuencia oral.
- **Resolución de problemas:** Considerar que resolver problemas matemáticos, va mucho más allá de plantear enunciados que los estudiantes deben leer para luego aplicar pasos de manera mecanizada. La resolución de problemas en la escuela especial debe proponerse de manera contextualizada, en el ejercicio cotidiano de resolver diferentes desafíos que implican poner uso los conocimientos matemáticos que los estudiantes disponen. Tener presente entonces, que los problemas no son enunciados, si no situaciones que representan obstáculos, que pueden ser sorteados mediante algún conocimiento del dominio matemático. En consecuencia, y dado este concepto amplio de resolución de problemas, es posible invitar a todos los estudiantes a enfrentar distintos desafíos, que, para el caso de un grupo heterogéneo, pueden ser diferenciados por grupos, pero que también pueden ser abordados de manera colaborativa. Es de suma relevancia, además, que los estudiantes tengan la posibilidad de imaginar los problemas que se les plantean y de representarlos utilizando las herramientas que posean. Esto es, dibujar el problema, utilizar materiales concretos y poner el problema en sus propias palabras, para luego determinar si corresponde a un problema de agregar o quitar, por ejemplo. En el caso de la propuesta para problemas aditivos, es recomendable partir por problemas que puedan ser resueltos a través de la técnica del sobreconteo o el desconteo, utilizando para ello un segundo sumando no mayor a 10. Aquí resulta aconsejable el apoyo de la cinta numérica, como recurso de consulta para facilitar la comprobación de los resultados. En caso de plantear problemas con sumandos mayores a 10, se recomienda abordar a través de la descomposición canónica. No se recomienda la técnica del uso de la tabla de valor posicional o suma y resta con "canje", cuando los estudiantes aún no han consolidado la comprensión de la noción de valor posicional.

- **Exploración de algoritmos intermedios** (no convencionales) para abordar la adición y sustracción, que permitan un acceso directo a la comprensión de las acciones que se asocian a dichas operaciones, basadas en el respeto al valor posicional de los números involucrados y que pueden tener como soporte estrategias de cálculo mental y escrito. Por ejemplo, al enfrentar el cálculo  $23+15$ , se sugiere ampliar el repertorio estratégico, evitando procedimientos que consideran los números como unidades independientes. Esto queda en evidencia cuando se orienta a los y las estudiantes a sumar  $3+5$  y  $2+1$ . Una estrategia es la descomposición canónica de ambos sumandos. Otra sería apoyarse en el cálculo mental a partir de la descomposición canónica del 15, del modo  $23+10+5$ . Esto requiere que los y las estudiantes dispongan de la herramienta del conteo de 10 en 10, resultando 33 y luego por sobreconteo agregar los 5 que quedan para completar la acción de agregar.

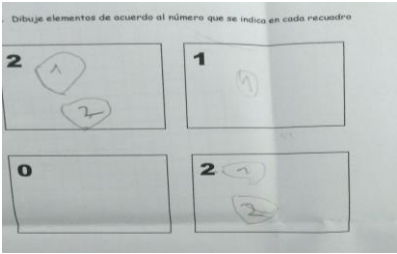

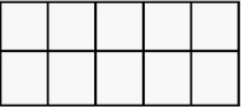
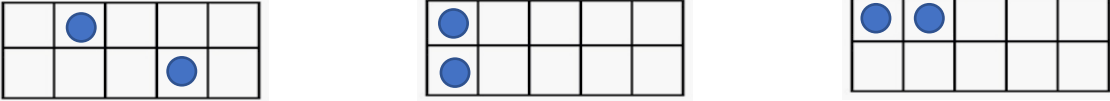
#### 6.4.2 Orientaciones específicas

Como se señaló, los datos muestran que las oportunidades de aprendizaje se centran en Primero Básico y en el eje Números y Operaciones, por lo que se considerarán para las orientaciones aquellas tareas de este curso que han sido señaladas como tareas de alta demanda cognitiva, específicamente de procesos con conexión ya que permiten el uso de procedimientos para el desarrollo de conceptos e ideas matemáticas que establecen conexiones con conceptos que se encuentran a la base del estudiado admitiendo varios tipos de representación. Estas tareas, además, consideran el desarrollo de la habilidad 2, por lo tanto aquellas que permiten que el estudiante codifique e interprete la información, permitiéndole reconocer, clasificar, recuperar y recordar información, facilita la comprensión de la situación matemática a la que está expuesto.

Seleccionar tareas de alta demanda cognitiva (PCC) permitirá introducir modificaciones que den oportunidades de aprendizaje que desarrollen habilidades superiores y para esto es relevante recordar lo que contemplan las habilidades, que en este documento se denominaron como: habilidad 3, habilidad 4 y habilidad 5.

- **Habilidad 3:** capacidad del estudiante de representar por medio de lenguaje pictórico o concreto, situaciones matemáticas, matematizando o generando abstracciones. De esta forma, se espera que utilice representaciones concretas, y pictóricas asociadas, en algunos casos a un lenguaje formal y técnico.
- **Habilidad 4:** capacidad del estudiante de representar por medio de lenguaje simbólico situaciones matemáticas, matematizando o generando abstracciones. De esta forma, se espera que utilice representaciones simbólicas asociadas a un lenguaje formal y técnico.

- **Habilidad 5:** capacidad del estudiante de analizar, evaluar y justificar procedimientos o situaciones matemáticas específicas. En este caso, los estudiantes podrán argumentar y concluir respecto de sus puntos de vista, estableciendo relaciones entre conocimientos matemáticos adquiridos anteriormente.

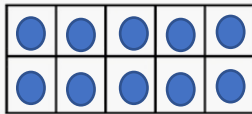
|  |   |
|--|---|
| Curso: 1º básico   | Eje: Números y operaciones  |
| <b>OA3:</b> Leer números del 0 al 20 y representarlos en forma concreta, pictórica y simbólica.  |   |
|   | <p><b>Descripción:</b> Se puede desprender de la imagen que la tarea consiste en representar las cantidades señaladas por medio de la creación de la colección.</p> |
| <p><b>Orientaciones:</b></p> <p>Para que la tarea Matemática desarrolle la <b>habilidad 3</b>, permita que los estudiantes generen la colección por medio de la utilización de material estructurado, en este caso, marco de 10.</p>  <p>Permita que los estudiantes manipulen un marco de 10, de manera que representen una a una las cantidades indicadas, por ejemplo la del 2. Esta representación puede variar y no necesariamente ser única, trabajando así la producción de colección y la conservación de cantidad.</p>  <p>Otra forma de modificar la actividad es incorporar en la guía de trabajo un marco de 10 que le permita a los estudiantes representar la cantidad presentada. Esta representación permite que al comparar entre estudiantes, esta no sea única.</p> <p>Si lo que se quiere es avanzar en el desarrollo de la <b>habilidad 5</b>, una buena modificación será permitir y alentar variadas representaciones de una cantidad dada. Si seguimos el ejemplo del 2, algunas representaciones podrían ser estas:</p>  <p>En este caso es importante que comparen aquellas representaciones diferentes y justifiquen por qué cada una de ellas representa 2. Esta justificación conectará con otros temas como el conteo e ideas sobre la conservación de la cantidad en una representación. Recuerde que esta actividad puede ser verbal o con registro escrito, considerando que lo principal es la manipulación de los marcos de 10 de goma o de las</p> |   |

representaciones pictóricas de este marco.

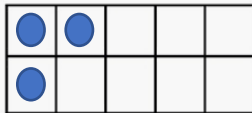
Si bien se espera que los estudiantes representen en el marco de 10 de diferentes maneras una misma cantidad, es común que los docentes incentiven formas ordenadas de representación buscando el reconocimiento de la cantidad a simple vista. Recuerde que la introducción temprana de material estructurado para las representaciones de pequeñas cantidades permitirá ampliar el rango numérico sobre 10 y hasta 20, para primero básico, visualizando agrupaciones que faciliten la lectura por medio del trabajo conceptual de la construcción del número. Algunos ejemplos de esto serían:

Representa en el marco de 10 los números pedidos:

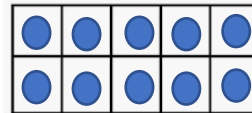
a. 13



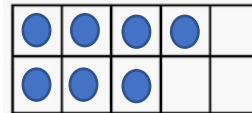
10 y 3 hacen trece



b. 17



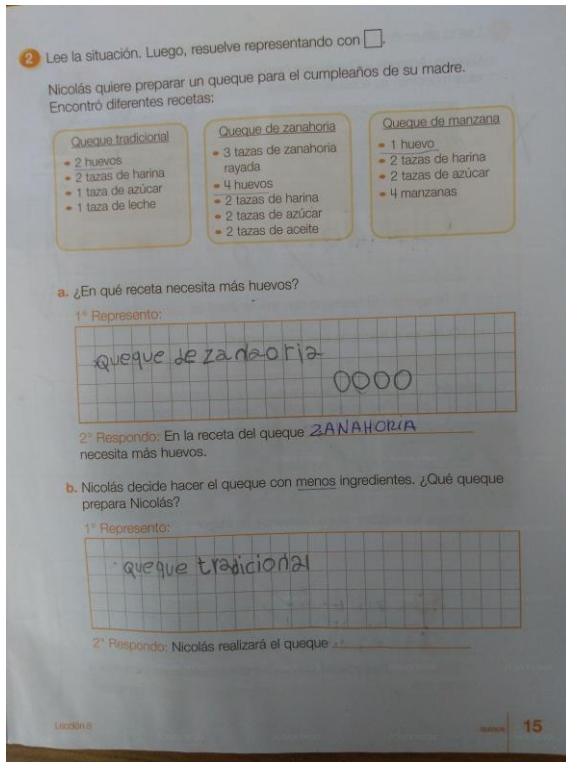
10 y 7 hacen diecisiete



En esta tarea se están estableciendo conexiones entre la representación de un número, su descomposición canónica y la lectura, donde cualquiera de los tres focos que se den, permite trabajar los otros dos y desarrollar de esta forma un lenguaje simbólico que se traduce a futuras frases numéricas, por ejemplo: 10 y 3 hacen 13 /  $10 + 3 = 13$ , por lo que se potencia el desarrollo de la **habilidad 4**.

En esta tarea se están estableciendo conexiones entre la representación de un número, su descomposición canónica y la lectura, donde cualquiera de los tres focos que se den, permite trabajar los otros dos y desarrollar de esta forma un lenguaje simbólico que se traduce a futuras frases numéricas, por ejemplo: 10 y 3 hacen 13 /  $10 + 3 = 13$ , por lo que se potencia el desarrollo de la **habilidad 4**.

**OA4:** Comparar y ordenar números del 0 al 20 de menor a mayor y/o viceversa, utilizando material concreto y/o usando software educativo.



**Descripción:** Se puede desprender de la imagen que la tarea consiste en comparar tres recetas que permiten preparar un queque. La comparación consiste en reconocer un ingrediente y comparar la cantidad de este, presente en cada receta.

Si bien, la resolución indica que los pasos para resolver el problema o en este caso para responder la pregunta, contempla la representación y la respuesta, esta representación es amplia e incluso podría dejarse el recuadro en blanco ya que no es dirigido.

**Orientaciones:** Para que la tarea Matemática desarrolle la **habilidad 3**, se podría contemplar un “tablero de 10” horizontal y completamente en blanco de manera que el estudiante represente las cantidades del ingrediente seleccionado con círculos en el tablero. De esta forma la comparación es a simple vista y permite generar frases matemáticas que aluden a dicha comparación. Un ejemplo de esto sería:

Cantidad de huevos por receta

|           |  |
|-----------|--|
| Receta 1: |  |
| Receta 2: |  |
| Receta 3: |  |



- La receta 2 es la que necesita **más** huevos. / La receta 3 es la que **menos** huevos necesita.
- La receta 2 necesita dos huevos **más** que la receta 1 y 3 huevos **más** que la receta 3.

El tablero de 10 permite una representación ordenada que facilita la comparación de cantidades a simple vista, de manera que pueda reconocer cuál de ella es mayor o menor e incluso cuánto mayor o menor es respecto a otra.

La simple incorporación de esta representación permite representar y comparar cantidades hasta 10 e incluso, utilizando más de un tablero, se podría ampliar hasta 20, rango que trabaja este curso según OA.



**Descripción:** Se puede desprender de la imagen que la tarea consiste en comparar dos números utilizando los signos  $<$ ,  $>$  e  $=$ .

Esta tarea matemática se considera una tarea de nivel simbólico pero que no necesariamente logra expresar una representación de la comprensión mediante el uso de signos y de la comparación en sí, ya que también podría ser resuelta en forma azarosa.

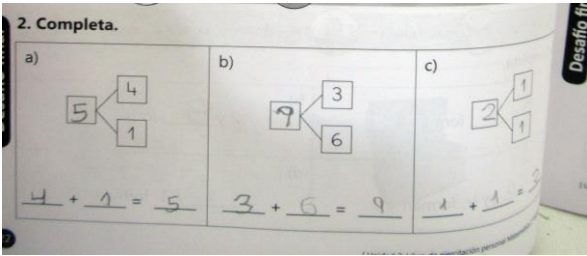

**Orientaciones:**

Considerando la representación en un tablero de 10 como la tarea matemática anterior, la habilidad a desarrollar podría ser la **habilidad 3**. La única diferencia en la representación será que las cantidades representadas y comparadas serán dos.

Para el desarrollo de la **habilidad 4**, de la posibilidad que los estudiantes expresen sus ideas matemáticas respondiendo preguntas de comparación que le permitan elaborar frases matemáticas (verbales o escritas) que aludan a la comparación. Un ejemplo de esto sería:

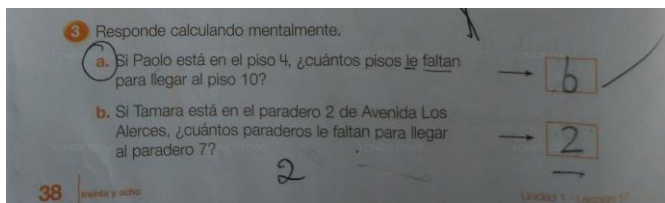
- ¿Qué significa  $8 < 10$ ?
- ¿De qué otra forma se puede expresar la comparación entre 8 y 10?
- ¿Cuánto menor es 8 que 10?
- ¿Cuánto mayor es 10 de 8?

La verbalización de expresiones simbólicas permite comprender la forma en que los estudiantes están interpretando y utilizando los signos matemáticos y estableciendo expresiones numéricas.

|  |  |
|--|--|
| Curso: 1º básico   | Eje: Números y operaciones   |
| OA6: Componer y descomponer números del 0 a 20 de manera aditiva, en forma concreta, pictórica y simbólica.  |  |
|   | <p><b>Descripción:</b> Se puede desprender de la imagen que la tarea consiste en componer un número mediante el uso del diagrama de números conectados. Esta tarea contempla una forma de componer mediante el uso de una expresión simbólica asociada a la adición que guía el proceso final.</p> |
| <p><b>Orientaciones:</b></p> <p>Permita el desarrollo de la <b>habilidad 3</b>, por medio del uso de cubos unifix. Para esto, céntrese en la actividad a) y entregue 4 cubos de un color y 1 de otro color. Indique que unan los cubos (formando un tren) y respondan:</p>  <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Cuánto forman 4 y 1?</li> <li>- ¿Cuánto forman 1 y 4?</li> </ul> <p>Intenciones que en la respuesta a las preguntas anteriores repitan la frase 4 y 1 forman...</p> <p>Entregue 10 cubos, 5 de un color y 5 de otro color y pregunte: ¿de qué otra forma se puede formar la misma cantidad?</p> <p>Esta misma actividad puede estar orientada al desarrollo de la <b>habilidad 4</b>.</p> <p>¿Quiénes hacen 5?</p> <p>Permita que los estudiantes lleven sus representaciones a lenguaje simbólico que tengan implícitas las ideas matemáticas de descomposición y composición. Para esto, proponga que completen diagramas de números conectados con diferentes duplas que forman 5, estableciendo expresiones numéricas como:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 2 y 3 hacen 5,</li> <li>- 3 y 2 hacen 5,</li> <li>- 1 y 4 hacen 5,</li> <li>- entre otras.</li> </ul> <p>Si lo considera pertinente, puede establecer frases numéricas del tipo: <math>2 + 3 = 5</math>, a pesar que para este nivel no es lo que se espera.</p> <p>Las modificaciones anteriores aluden al desarrollo del concepto de composición y descomposición de un número, por medio de la manipulación de material concreto y diagramas de números conectados, centrándose en un número y sus posibles combinaciones aditivas, permitiendo profundizar en las ideas matemáticas y por lo tanto, utilizarlas en otros números del rango a trabajar.</p> |  |

|                         |                                   |
|-------------------------|-----------------------------------|
| <b>Curso:</b> 1º básico | <b>Eje:</b> Números y operaciones |
|-------------------------|-----------------------------------|

**OA7:** Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para las adiciones y las sustracciones hasta 20: › conteo hacia adelante y atrás  
 › completar 10  
 › dobles



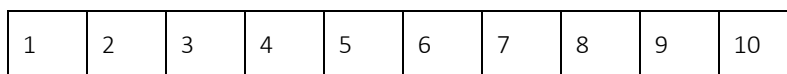
**Descripción:** Se puede desprender de la imagen que la tarea consiste en interpretar situaciones matemáticas en las que se intencione la resolución por medio del conteo hacia adelante (sobre-conteo) y/o conteo hacia atrás (desconteo).

**Orientaciones:**

Permita el desarrollo de la **habilidad 3**, por medio del uso de la representación de la cinta numerada. Situaciones como las planteadas permiten que los estudiantes construyan representaciones mentales a las que podrán recurrir en el futuro. Si bien, las situaciones consideran rangos numéricos pequeños, estas son complejas de comprender y por lo tanto, los estudiantes podrían responderlas mecanizando un algoritmo (10 – 4) por medio de la selección de palabras claves y no necesariamente desarrollando una estrategia de cálculo que le permita llegar a la respuesta sin utilizar dicho algoritmo, que para estos rangos numéricos no es necesario.

Plantee la situación a):

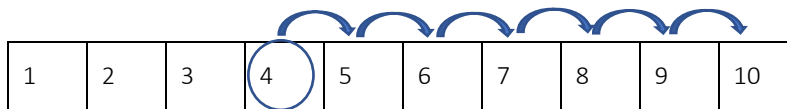
Si Paolo está en el piso 4, ¿cuántos pisos le faltan para llegar al piso 10?



Oriente su uso preguntando:

- ¿En qué piso está Paolo? Encierra la respuesta.
- ¿A qué piso quiere llegar Paolo? Indica si debe avanzar o retroceder.

Una vez que los estudiantes marcan el 4 y determinan que deben avanzar, permita que verbalicen lo que va ocurriendo, similar a “Está en 4 y avanza 1, 2, 3, 4, 5, 6 pisos para llegar a 10”



## 7. CONCLUSIONES

---

Los resultados obtenidos permiten concluir lo siguiente:

Las oportunidades de aprendizaje que se generan en los contextos del estudio corresponden en su mayoría a objetivos de aprendizaje de primero y segundo básico. Hay casos en que también se identifican algunas tareas de segundo ciclo básico. Esto último, permite visualizar la heterogeneidad presente en estas aulas de escuelas especiales, en las cuales, desde la normativa, suele predominar el criterio de edad de los estudiantes para la conformación de los cursos. Esta heterogeneidad propia de todo grupo humano supone desafíos para que los docentes diversifiquen la enseñanza en base al currículum nacional, de un modo similar a las aulas multigrado. Estos hallazgos permiten visualizar que, en estos cursos de escuelas especiales, en los cuales sus estudiantes tienen en su mayoría entre 8 y 12 años e incluso estudiantes de 13 y 14 años, las oportunidades de aprendizaje se concentran en los objetivos de aprendizaje de primero y segundo básico. Esto nuevamente supone desafíos para los procesos de diversificación de la enseñanza y adecuación del currículum.

Respecto a las oportunidades de aprendizaje que se generan en los casos de estudio en función del eje curricular y objetivos de aprendizaje, los resultados permiten concluir que se concentran casi exclusivamente en el eje de números y operaciones. Esto da cuenta de una escasa variedad de oportunidades de aprendizaje, más aún si consideramos que los datos corresponden a un semestre académico completo. De este modo, se observa que en todos los casos de estudio se centran los esfuerzos en ofrecer oportunidades de aprendizaje en la lectura de números y su representación, así como en la comprensión de la adición y sustracción lo cual, desde la voz de los docentes, se concibe como el elemento clave para el uso del dinero en la comunidad.

Los resultados permiten concluir que la mayor parte de las tareas matemáticas propuestas a los estudiantes de los casos de estudio, promueven la repetición y el desarrollo de habilidades que se relacionan con la capacidad del estudiante de decodificar e interpretar la información, por lo tanto, de reconocer, clasificar, recuperar y recordar información, permitiendo comprender la situación matemática a la que está expuesto el estudiante. De este modo, son escasas las oportunidades que promueven el desarrollo de habilidades de mayor complejidad, como la generación de abstracciones, la utilización de representaciones simbólicas asociadas a un lenguaje formal y técnico, y el establecimiento de relaciones entre conocimientos matemáticos.

Es relevante destacar que, aun cuando esta investigación se refiere a la disciplina de las matemáticas, las habilidades como por ejemplo de resolución de problemas y argumentación, cobran una relevancia transversal más allá del aspecto curricular. En este sentido, es fundamental que por medio de las prácticas pedagógicas se generen oportunidades de aprendizaje que promuevan el desarrollo de estas y otras habilidades, por cuanto contribuyen al desarrollo cognitivo de los estudiantes y a la motivación por medio de interacciones desafiantes.

Respecto a la demanda cognitiva implicada en las tareas propuestas a los estudiantes de los casos de estudio, se concluye que existe una diversidad entre estos casos. Sin embargo, aun cuando múltiples tareas estimulan bajos niveles referidos a memorización o procedimientos sin conexiones, en general predominan tareas con un nivel de demanda de procedimientos con conexiones. Es necesario destacar que ninguna actividad fue clasificada de un alto nivel que implique la realización de matemática, el nivel más alto de esta evaluación.

Un aspecto clave en los procesos de enseñanza aprendizaje se refiere a la evaluación. Los resultados indican que, desde la percepción de los profesores, estas pueden constituir facilitadores u obstaculizadores para la generación de oportunidades de aprendizaje coherentes y pertinentes para los estudiantes. Respecto de las instancias de evaluación acordadas o mandatadas institucionalmente, la mayoría de los docentes entrevistados hace referencia al uso de la evaluación diagnóstica de cada estudiante y de evaluaciones durante el proceso de enseñanza aprendizaje. Dentro de las evaluaciones de proceso realizadas en los casos de estudio, predominan las instancias de retroalimentación al finalizar las clases, la evaluación de tareas, de talleres o trabajos prácticos. En cuanto a los instrumentos para evaluar el aprendizaje de los estudiantes se concluye que las escalas de apreciación y pautas de observaciones son los frecuentemente utilizados en los casos de estudio analizados. En lo que se refiere a la evaluación sumativa, se observan tensiones y/o dificultades asociadas a las orientaciones del Decreto 83 en las que se debe migrar del uso de conceptos de evaluación en función de niveles de logro a notas. Cabe destacar que la evaluación del aprendizaje se sustenta en una mirada individual de este proceso, que se lleva a cabo por medio de instrumentos cualitativos y cuantitativos para medir resultados de aprendizaje.

En cuanto a los procesos de planificación de la enseñanza, los resultados del estudio permiten concluir que, los docentes utilizan los resultados de las evaluaciones diagnósticas, las bases curriculares, los planes y programas de estudio, los principios del Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA), y el Programa Educativo Individual (PEI). En algunos casos también se considera el plan de adecuación curricular individual (PACI). Respecto de la periodicidad, en general se realiza una planificación anual, al final o inicio del año, la que luego se ajusta a la luz de los resultados de la evaluación diagnóstica. Luego se planifican mensualmente experiencias de aprendizaje por unidad. A partir de la planificación mensual, se diseña una planificación diaria que diferencia el inicio, desarrollo y cierre de la clase. En cuanto a las adecuaciones, en general los docentes describen que se seleccionan objetivos de las bases curriculares y, de acuerdo con el nivel del curso, grupos o diagnóstico de los estudiantes hacen progresiones y van adaptando a las necesidades de los estudiantes. En algunos casos, declaran hacer adecuaciones curriculares según las orientaciones del Decreto 83/2015.

Siguiendo con las conclusiones asociadas al primer objetivo específico del proyecto, referido a la caracterización de las oportunidades de aprendizaje, en estos contextos educativos se concibe como

eje fundamental que las metodologías y toda la enseñanza debe ajustarse a las características y necesidades de los estudiantes. Las metodologías de enseñanza privilegian el trabajo desde lo concreto, es decir, recreando situaciones de la vida cotidiana para luego transferir a actividades gráficas (cuaderno y libro). La didáctica se da sobre todo en el uso de material concreto, que en general lo provee la escuela o lo confeccionan los docentes mismos con los estudiantes. Surge también como relevante el uso de material audiovisual y tecnológico, que no siempre está disponible en las escuelas especiales. En esta misma línea surge la necesidad de trabajar con grupos diferenciados dentro de la misma sala, o con apoyo de alumnos tutores. Esto debido a que, desde la perspectiva de los docentes participantes del estudio, en el proceso de aprendizaje y especialmente en el caso de los niños con discapacidad intelectual influyen las características que pueden tener los estudiantes. Entre las que más destaca está el desarrollo cognitivo del estudiante y la diversidad de desarrollo de competencias y de edades que conviven en el mismo grupo. En síntesis, las metodologías de enseñanza son flexibles y contemplan estrategias lúdicas, así como otras más tradicionales e individuales, como el trabajo en cuadernos, libros de texto y guías de trabajo. En el desarrollo de las clases de matemáticas, se utilizan recursos tecnológicos y material concreto que busca facilitar la manipulación y el conteo.

En cuanto al segundo objetivo específico de investigación, se concluye que las características de las oportunidades de aprendizaje de matemáticas que se generan por medio de tareas en soporte gráfico (materiales de aula registrados), implican un mayor nivel de habilidad y demanda cognitiva en los casos de estudio que han implementado los lineamientos del Programa de Matemática Funcional. Sin embargo, al comparar los casos de estudio en función del Índice de Oportunidades de Aprendizaje creado en esta investigación, no se observan diferencias significativas entre aquellos cursos que han implementado y cursos que no han implementado los lineamientos del Programa. Los resultados además señalan que no existen diferencias en las oportunidades de aprendizaje de matemáticas en función de la región y del nivel socioeconómico donde se ubican los casos de estudio.

Los análisis realizados respecto a creencias no permiten visualizar diferencias sustantivas entre los casos de estudio. Sin embargo, a partir del análisis de las entrevistas sostenidas con los participantes, se identifican creencias desde donde el aprendizaje de las matemáticas se relaciona con la resolución de problemas de la vida cotidiana, a través del desarrollo de habilidades cognitivas específicas. Las matemáticas permiten como desafío el conocimiento de la realidad social, financiera, científica y tecnológica lo que ayuda al desarrollo profesional.

A partir de la metodología empleada en esta investigación y de los resultados obtenidos, se proyecta el desarrollo de futuros estudios en la línea de investigación de las oportunidades de aprendizaje que se generan a estudiantes que presentan discapacidad intelectual en otros contextos educativos. En este sentido, es relevante indagar en las oportunidades que se proporcionan a estudiantes con DI en

escuelas con y sin Programa de Integración Escolar (PIE). Por medio de esto, sería posible explorar procesos de diversificación de la enseñanza, conocer si las ODA varían en función de recibir apoyos o no del PIE y otros aspectos emergentes que contribuyan a los procesos de enseñanza y aprendizaje. Esta línea de investigación se proyecta ser desarrollada, idealmente, por medio de un proyecto FONDECYT.

El tipo de tareas por medio de las cuales se dan oportunidades de aprendizaje a los estudiantes surge como un ámbito para profundizar en futuros estudios, más aún si se considera que en esta investigación fue la categoría de la codificación en la que se obtuvo menor nivel de acuerdo, y que, por lo tanto, constituye una limitación del estudio. Este análisis contribuiría a los procesos de formación de profesores al contar con mayores evidencias respecto de las creencias que subyacen a determinados tipos de tareas y a su pertinencia para el desarrollo de determinadas habilidades de los estudiantes.

## 8. RECOMENDACIONES PARA LA FORMULACIÓN DE POLÍTICAS PÚBLICAS

---

A partir de los antecedentes y resultados presentados por el estudio *Oportunidades de aprendizaje en matemáticas para estudiantes con discapacidad intelectual en escuelas especiales*, emergen lineamientos para la formulación de políticas públicas en el campo de [1] la formación inicial docente para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, [2] formación docente continua, [3] Programa de matemática funcional y [4] evaluación docente de Educadores Diferenciales y [5] currículum de matemáticas.

### 8.1. Formación inicial docente para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Los resultados dan cuenta de que las profesoras y directivos de las escuelas entrevistadas valoran la enseñanza y aprendizaje de matemática en niños y niñas con DI, como una posibilidad de desarrollar habilidades que les permiten desenvolverse en la vida cotidiana y adquirir autonomía. Sin embargo, se observan limitaciones relacionadas con la una falta de formación docente específica en el área de las matemáticas. En este contexto, respecto a la formación inicial de docentes, particularmente de educación diferencial, se recomienda a las universidades que incorporen en la formación inicial docente, a través de sus perfiles de egreso y los planes de estudio, temáticas referidas a currículum y didáctica de las matemáticas, particularmente en las carreras de educación diferencial /o especial, así como enfoques específicos de enseñanza como la matemática funcional. Cabe destacar que esta necesidad es percibida por los participantes de este estudio. Además, se sugiere que este sea un criterio central para los procesos de acreditación de los programas de educación diferencial y/o especial del país. En este sentido, se recomienda que estos procesos formativos generen

oportunidades para que los futuros docentes reflexionen sobre la relevancia del desarrollo de habilidades matemáticas y, de modo particular de la resolución de problemas como una oportunidad para promover el desarrollo cognitivo de sus estudiantes, pero además les permita contar con herramientas concretas y prácticas para trabajar en esta área. Es por esto que se recomienda que los cursos de matemáticas que se desarrollan en la formación inicial, aborden -en profundidad y por medio de la reflexión sobre la propia práctica- elementos disciplinarios y didácticos que permitan, a través de la diversificación, generar oportunidades de aprendizaje de todos los ejes de matemáticas establecidos en el currículum nacional.

## **8.2. Formación docente continua**

La formación continua en el ámbito de las matemáticas es una necesidad manifestada por los docentes participantes de este estudio. Al respecto se recomienda promover cursos, por ejemplo, desde CPEIP, que incluyan explícitamente en sus convocatorias a profesores y profesoras que se desempeñan en escuelas especiales del país. Debido a que la formación continua y el cambio de las prácticas pedagógicas es un desafío constante para el sistema educativo, se recomienda que estos procesos formativos se desarrollen por medio de la reflexión y análisis de las propias prácticas docentes y, que estos procesos formativos intencionen la construcción de una comunidad de aprendizaje basada en la colaboración entre docentes de educación diferencial, educación básica y, de modo particular con aquellos que se desempeñan en el ámbito de las matemáticas. De este modo, sería posible generar oportunidades para avanzar en temas de diseño universal para el aprendizaje centrado en el trabajo colaborativo entre especialistas de las disciplinas y educadores diferenciales, con el propósito central de respetar las diferencias individuales y dar una real respuesta a las necesidades de apoyos que presentan los estudiantes del país. Además, considerando los resultados de este estudio, es fundamental que estos procesos formativos aborden dentro de sus contenidos las “Bases curriculares”, su estructura y sentido junto con aspectos disciplinares y didácticos.

Considerando que existen desafíos en la formación profesional de los docentes de educación especial en cuanto a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, particularmente de los estudiantes que presentan DI y que se encuentran en escuelas especiales, se recomienda incentivar, desde la política pública, la incorporación de profesores de educación básica con formación disciplinar y didáctica de las matemáticas en las escuelas especiales del país. De ese modo, es posible generar procesos de colaboración profesional y de transformación de las prácticas pedagógicas y de las culturas escolares. Además, desde esta perspectiva, sería posible explorar opciones de formación profesional de docentes de educación básica y de matemáticas en temáticas referidas a la atención a la diversidad enfocadas al desarrollo de procesos de enseñanza y aprendizaje con estudiantes que presentan necesidades de apoyo asociadas a DI en distintos



contextos escolares. Es decir, tender hacia la especialización de docentes de enseñanza regular para diversificar la enseñanza y desempeñarse en espacios como escuelas especiales, por ejemplo.

### **8.3. Programa de Matemática Funcional**

En relación con el Programa de Matemática Funcional impulsado por la Unidad de Educación Especial del MINEDUC y, considerando que los resultados indican que en los casos de estudio que implementan este Programa se generan oportunidades de aprendizaje con mayores niveles en cuanto a habilidades y demanda cognitiva que aquellos casos que no cuentan con formación en este programa, se recomienda continuar con estos procesos de apoyo a los docentes. Al respecto, considerando que en todos los casos de estudio existe un predominio de oportunidades de aprendizaje concentradas casi exclusivamente en el eje de números y operaciones, se sugiere que este Programa amplíe la mirada explícitamente a los distintos ejes del currículum nacional y los aborde en profundidad por medio de proceso de formación continua que cuenten con instancias de acompañamiento en las propias escuelas. Respecto a la formación y al Programa, es necesario precisar que, si bien se cuenta con registros a nivel de la Unidad de Educación Especial del MINEDUC donde se identifica a las escuelas que han sido parte de este programa, en la realidad de los casos estudiados, se evidencia que esta formación y los lineamientos de este programa se posicionan de manera personal/individual generalmente en la figura de UTP de la escuela y en los casos de los profesores que se han participado en las instancias de formación del Programa. De este modo, esta formación no suele transferirse a otros miembros de la escuela. Por lo tanto, se recomienda explorar nuevos formatos y diseños para dar continuidad a este programa intentando asegurar su transferencia.

### **8.4. Evaluación docente de educadores diferenciales**

Respecto a la evaluación docente de los educadores diferenciales del país, se recomienda incorporar aspectos referidos a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, y de otras disciplinas, como un elemento clave del quehacer docente. En la práctica educativa y desde las políticas públicas nacionales, el rol del educador diferencial ha transitado hacia la diversificación de la enseñanza con foco en el currículum (decreto 83/2015), cuya demanda es percibida por los participantes de esta investigación. Por lo tanto, un elemento fundamental se refiere a lo disciplinar desde esta perspectiva educativa y curricular.

### **8.5. Currículum de matemáticas**

Respecto de las oportunidades de aprendizaje observadas en los materiales de aula, se observó una alta concentración en actividades homologables a 1° y 2° básico, y centrada fundamentalmente en temas relativos a Números y Operaciones. Si bien estos temas tienen un peso considerable en el

currículum escolar, se espera también abordar otras temáticas que permitan desarrollar una competencia matemática robusta en todos los niños y niñas, y en especial en aquellos con DI. Por ello, se recomienda trabajar aspectos de la caracterización del espacio, tales como estudio de formas 2D y 3D a partir de la búsqueda de regularidades en ellas y la ubicación espacial y el uso de referentes de ubicación y trayectoria, además de plantear preguntas relativas al análisis de posibilidad de ocurrencia de eventos y el estudio de datos propios, como precursores del estudio de la probabilidad y la estadística, respectivamente. Por último, se recomienda poder abordar tareas de complejidad creciente, con tal que los estudiantes tengan oportunidades de avanzar curricularmente a temas propios de cursos superiores, siempre a través de tareas matemáticas abordables por ellos, pero con preguntas mediadoras que los desafíen.

## 9. ACCIONES Y PRODUCTOS COMPROMETIDOS

A continuación, se especifica el estado actual y las proyecciones de los productos comprometidos en el proyecto y las acciones de difusión de los resultados obtenidos.

| Productos comprometidos  | Estado actual  | Proyección  |
|--|--|---|
| Base con datos de materiales de aula (cuadernos, guías, planificaciones, evaluaciones, etc.), datos de estudiantes, escuelas, cursos y profesores. | Cumplido.<br>Entregadas en anexos de informe final extenso |   |
| Informe breve con los principales hallazgos y orientaciones para la gestión pedagógica para cada establecimiento participante del estudio.         | En proceso   | Se entregarán a las escuelas durante el mes de mayo de 2019   |
| Un artículo en revista ISI, SCOPUS o SCIELO  | En proceso y definición de revistas                        | Enviar artículo a revista en junio de 2019  |
| Seminario nacional de difusión de resultados   | En proceso   | El día 11 de marzo se realizará un seminario en el auditorio Nicanor Parra-UDP (8.30 – 13.30 horas). El día 12 de marzo se realizará seminario en P. católica de Valparaíso |
| Salidas de prensa  | En proceso   | Se gestionarán con responsables de prensa de cada institución a contar de marzo de 2019   |

|  |                   |  |
|--|-------------------|--|
| <p>Guía con orientaciones para la enseñanza de las matemáticas a estudiantes con DI (cuadernillo) que, en base a los resultados del estudio y a un proceso de discusión con expertos, apoye y complemente los programas impulsados por el MINEDUC.</p> | <p>En proceso</p> | <p>Se cuenta con equipo de diseñadores y con parte de los contenidos de la guía ya terminados.</p> |
| <p>Presentación de los hallazgos del estudio en un congreso internacional y/o nacional.</p>  | <p>En proceso</p> | <p>En marzo se definirán congresos que se desarrollen en el 2019 y se enviará comunicación</p>     |
| <p>Difusión de los resultados obtenidos en uno de los Coloquios Doctorales</p>   | <p>En proceso</p> | <p>Se está evaluando fecha para realizar esta acción el primer semestre de 2019 en UDP</p>         |

## REFERENCIAS

- Ahsan, M. T., Sharma, U., & Deppeler, J. M. (2012). Exploring Pre-Service Teachers' Perceived Teaching-Efficacy, Attitudes and Concerns about Inclusive Education in Bangladesh. *International Journal of whole schooling*, 8(2), 1-20.
- American Association on Intellectual and Developmental Disabilities (2010). *Discapacidad Intelectual: Definición, clasificación y sistemas de apoyo* (11ª Ed.). Madrid: Psicología Alianza Editorial.
- Badani, P. y Paniagua, X. (2013). *Matemática Funcional para Estudiantes que Presentan NEE/Manual para docentes/estudiantes*. Ediciones Maval.
- Banicky, L. (2000). Opportunity to learn. Education Policy Brief, Delaware 7, 1-4.
- Beswick, K. (2006). Changes in preservice teachers' attitudes and beliefs: The net impact of two mathematics education units and intervening experiences. *School Science and Mathematics*, 106, 36-47
- Boscardin, C., Aguirre-Munoz, Z., Stoker, G., Kim, J., Kim, M. y Lee, J. (2005). Relationship Between Opportunity to Learn and Student Performance on English and Algebra Assessments. *Educational Assessment* 19(4), 307-332. DOI: 10.1207/s15326977ea1004\_1
- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática. *Recherches en didactique des mathematiques*, 7(2), 33-115.
- Browder, D. M., Trela, K., Courtade, G. R., Jimenez, B. A., Knight, V., & Flowers, C. (2012). Teaching mathematics and science standards to students with moderate and severe developmental disabilities. *The Journal of Special Education*, 46, 26–35. doi:10.1177/0022466910369942
- Brown, D. A. (2016). Strategies Used to Teach Mathematics to Special Education Students from the Teachers' Perspective. *ProQuest LLC*.
- Carrillo, J., Contreras, L. C., & Zakaryan, D. (2014). Oportunidades de Aprendizaje y Competencias Matemáticas: un estudio de dos casos. *Bolema-Boletim de Educação Matemática*, 28(48), 89-109.
- Carrillo, J., Contreras, L. y Zakaryan, D. (2013). Avance de un Modelo de Relaciones entre las Oportunidades de Aprendizaje y la Competencia Matemática. *Boletim de Educação Matemática*, diciembre, 779-804.
- Cawley, J. F., y Miller, J. H. (1989). Cross-sectional comparisons of the mathematics performance of children with learning disabilities: Are we on the right track towards comprehensive programming? *Journal of Learning Disabilities*, 22, 250-254.

- Cervini, R. (2011). "Efecto de la "Oportunidad de aprender" sobre el logro en matemáticas en la educación básica argentina". *Revista Electrónica de investigación educativa*, Vol. 3, Nº 2. Consultado en <http://redie.ens.uabc.mx/vol3no2/contenido-cervini.pdf>.
- Charnay, R. (1994). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En Santaló, L., Brousseau, G., & Saiz, I. *Didáctica de Matemáticas aportes y reflexiones* (51-65). Buenos Aires: Paidós
- Cheong, J. (2014). Numeracy learning of students with mild intellectual disabilities in Singapore. Thesis (M.A.) national Institute of Education, Nanyang Technological University.
- Cogan, L. S., & Schmidt, W. H. (2015). The Concept of Opportunity to Learn (OTL) in International Comparisons of Education. In *Assessing Mathematical Literacy* (pp. 207-216). Springer International Publishing.
- Contreras, G. (2014). Caracterización del curriculum evaluado en matemática en sexto año básico. Un estudio descriptivo en Valparaíso, Chile. *RELIEVE-Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa*, 20(2).
- Cueto, S., Ramírez, C., León, J. y Pain, O. (2003) Oportunidades de aprendizaje y rendimiento en matemática en una muestra de estudiantes de sexto grado de primaria de Lima. Lima: Documento de trabajo GRADE. Consultado en [http://www.grade.org.pe/download/pubs/dt43\\_-oportunidades-1.pdf](http://www.grade.org.pe/download/pubs/dt43_-oportunidades-1.pdf).
- De Kraai, M. (2002) In the beginning: The first hundred years (1850 to 1950). In R.L Schalock (Ed.). *Out darkness and into light: Nebrask'a experience with mental retardation* (pp103- 122). Washington, DC: American Association on Mental Retardation.
- del Río, M. F., Strasser, K., & Susperreguy, M. I. (2016). ¿Son las habilidades matemáticas un asunto de género?: Los estereotipos de género acerca de las matemáticas en niños y niñas de Kínder, sus familias y educadoras. *Calidad en la educación*, (45), 20-53.
- Devlieger, J.P., Rusch, F y Pfeiffer, D. (Eds.) (2003), *Rethinking disability: The emergente of new definition, concepts, and communities*. Antwerp, Belgium: Garant.
- Edwardraj, S., Mumtaj, K., Prasad, J. H., Kuruvilla, A., & Jacob, K. S. (2010). Perceptions about intellectual disability: a qualitative study from Vellore. *Journal of Intellectual Disability Research*, 54(8), 736-748.
- Ernest, P. (1991). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In P. Ernest (Ed.), *Mathematics Teaching: The State of the Art* (pp. 249–54). London: Falmer.
- Faragher, R., Brady, J., Clarke, B. y Gervasoni, A. (2008). Children with Down Syndrome learning mathematics: can they do it? Yes they can! *Australian Primary Mathematics Classroom*, 13(4), 10-15.
- Flyvbjerg, B. (2004). Cinco Malentendidos Acerca de la Investigación Mediante Estudios de Caso REIS106, 33-62.

- Gallico, R., Burns, T. J., & Grob, S. C. (1991). Emotional and behavioral problems in children with learning disabilities. San Diego, CA: Singular
- Gervasoni, A. y Lindenskov, L. (2011). Students with 'Special Rights' for Mathematics Education. In B. Atweh, M. Graven, W. Secada, P. (eds.), Mapping Equity and Quality in Mathematics Education, pp. 307-323. Netherlands: Springer.
- Gervasoni, A. y Sullivan, P. (2007). Assessing and teaching children who have difficulty learning arithmetic. *Educational & Child Psychology*, 24(2), 40-53.
- Gvirtz, S. (1997). Del currículum prescrito al currículum enseñado. Buenos Aires: Ed. Aique.
- Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 1, 371-404.
- Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American educational research journal*, 42(2), 371-406.
- Howard, S., San Martín, C., Salas, N., Blanco, P. y Diaz, C. (En prensa). Oportunidades de Aprendizaje en Matemáticas para estudiantes con Discapacidad Intelectual: Creencias y prácticas declaradas de profesores y directivos de escuelas especiales chilenas. *Revista Colombiana de Educación*.
- Jimenez, B. y Staples, K. (2015). Access to the common core state standards in mathematics through early numeracy skill building for students with significant intellectual disability. *Education and Training in Autism and Developmental Disabilities*, 50(1), 17-30.
- Kauffman, J. M. (2001). Characteristics of emotional and behavioral disorders of children and youth (7th ed.). Upper Saddle River, NJ: Simon & Schuster
- Kearns, J. F., Towles-Reeves, E., Kleinert, H. L., Kleinert, J. O., & Thomas, M. K. (2011). Characteristics of and implications for students participating in alternate assessments based on alternate academic achievement standards. *The Journal of Special Education*, 45, 3-14.
- Ley Nº20.422 (2010) Normas sobre igualdad de oportunidades e inclusión social de personas con discapacidad. Santiago de Chile, 10 de febrero del 2010.
- Luckasson, R., Borthwick-Duffy, S., Buntinx, W.H. E., Coulter, D. L., Craig, E et al. (2002). Mental retardation Definition, classification, and systems of supports. Washington, DC: American Association on Mental Retardation.
- Martínez, M. V., Rojas, F., Chandía, E., Ortiz, A., Perdomo-Díaz, J., Reyes, C. y Ulloa, R. (2018). *Diagnóstico de las creencias y conocimientos iniciales de estudiantes de Pedagogía Básica sobre la matemática escolar, su aprendizaje y enseñanza. Informe FONIDE*. Santiago: Ministerio de Educación – Gobierno de Chile.

- Martínez, P. (2006). El método de estudio de caso. Estrategia metodológica de la investigación científica. *Pensamiento & Gestión*, 20. Universidad del Norte, 165-193.
- McDonnell, L. M. (1995). Opportunity to learn as a research concept and policy instrument. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 17,305-322.
- MINEDUC (2009b). Ley General de Educación.
- MINEDUC (2013). Bases curriculares Matemáticas.
- MINEDUC (2015a). Decreto N°83. Aprueba criterios y orientaciones de adecuación curricular para estudiantes con necesidades educativas especiales de educación parvularia y educación básica. División de Educación General, Unidad de Currículum.
- MINEDUC (2015b). Ley N° 20.845 de "Inclusión Escolar que regula la admisión de los y las estudiantes, elimina el financiamiento compartido y prohíbe el lucro en establecimientos educacionales que reciben aportes del Estado".
- Nolet, V., & McLaughlin, M. J. (2000). *Accessing the general curriculum: Including students with disabilities in standards-based reform*. Thousand Oaks, CA: Corwin Press
- OMS (2001). "Clasificación Internacional del Funcionamiento de la Discapacidad y la Salud: CIF", Organización Mundial de la Salud. Edición en español, Instituto de Migraciones y Servicios Sociales (IMSERSO). Madrid. España.
- ONU. (2006). Convención Internacional sobre los Derechos de las Personas con Discapacidad.
- Organización Mundial de la Salud. (2001). Clasificación Internacional del Funcionamiento, de la Discapacidad y de la Salud: CIF: Ministerio del Trabajo y Asuntos Sociales, Instituto de Migraciones y Servicios Sociales.
- Polly, D. & Hannafin, M. J. (2011). Examining how learner-centered professional development influences teachers' espoused and enacted practices. *Journal of Educational Research*, 104, 120–130.
- Porter, A. C. (1991). Creating a system of school process indicators. *Education and Policy Analysis*, 13, 13-29.
- Powers, L., Dinerstein, R. y Holmes, S. (2005). Self-advocacy, self-determination, social freedom, and opportunity. En K.C. Lakin y A. Turnbull (Eds.), *National goals and research for people with intellectual and developmental disabilities* (pp. 257–287). Washington, DC: American Association on Mental Retardation.
- Putnam, M. (2005). Conceptualizing disability: Developing a framework for political disability identity. *Journal of Disability Policy Studies*, 16, 188–198.

- Rodrigo, M. J., Rodríguez, A. y Marrero, J. (1993). *Las teorías Implícitas. Una aproximación al conocimiento cotidiano*
- Ruiz-Primo, M. A., Li, M., & Shavelson, R. J., (2001). Looking into students' science notebooks: what teachers do with them? Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing/UCLA. Technical Report.
- San Martín, C. (2012). Atención de la Diversidad en el Contexto Educativo Chileno: Concepciones del Profesorado sobre Evaluación y Diseño de la Propuesta Curricular. *REICE. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 10 (4), pp. 164-183.
- San Martín, C. y Howard, S. (2016). Estudio exploratorio de las oportunidades de aprendizaje de matemáticas que se proporcionan a estudiantes con discapacidad intelectual en escuelas especiales. Comunicación presentada en el XXIII Encuentro Nacional de Investigadores en Educación-ENIN 2016, Valparaíso
- Sarama, J., y Clements, D. H. (2009). Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children. New York, NY: Routledge.
- Schalock, R. (2004). The concept of quality of life: what we know and do not know. *Journal of Intellectual Disability Research*, 43 (3), 203–216.
- Schalock, R., Luckasson, R., Shogren, K., Borthwick-Duffy, S., Bradley, V., Buntinx, W et al. (2007). The renaming of Mental retardation: Understanding the change to the term Intellectual disability. *Intellectual & Developmental Disabilities*, 45(2): 116-124.
- Schmidt, W., McKnight, C. (1995). "Surveying Educational Opportunity in Mathematics and Science: An International Perspective". *Educational Evaluation and Policy Analysis*, Vol. 17, Nº 3
- Schmidt, W., McKnight, C., Valverde, G., Houang, R. and Wiley, D. (1997). Many Visions, Many Aims. Volume 1. A cross-national investigation of curricular intentions in school mathematics, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American educational research journal*, 33(2), 455-488.
- Sullivan, P., Clarke, D., Clarke, B. & O'Shea, H. (2010). Exploring the relationship between task, teacher actions, and student learning. *PNA*, 4 (4), pp. 133-142.
- Thompson, A. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). New York: Macmillan.
- Varela, C.; San Martín, C. y Villalobos, C. (2015). Opciones educativas para alumnos que presentan NEE en el sistema educativo actual: ¿Coherencia con una reforma hacia la educación inclusiva? Informes



para la Política Educativa N°9. Centro de Políticas Comparadas de Educación, Universidad Diego Portales. Disponible en [www.cpce.cl/ipe](http://www.cpce.cl/ipe)

Vega, V., Alvarez. I., Jenaro, C. (2018). Autodeterminación: Explorando las autopercepciones de adultos con síndrome de down chilenos. Revista Siglo Cero. 49 (2), 266. 89-104.

Vehmas, S. (2004). Dimensions of disability. Cambridge Quarterly of Healthcare Ethics, 13, 34 – 40.

Yin, R. (1994), Investigación sobre estudio de casos: diseño y métodos, Applied Social Research Methods Series. Vol. 5, Sage Publications, PDF created (2. ed).