



PROGRAMA DE ESTUDIO
MATEMÁTICA
EDUCACIÓN PARA PERSONAS JÓVENES Y
ADULTAS
FORMACIÓN GENERAL

Nivel 3 de Educación Básica

Unidad de Currículum y Evaluación
Marzo 2022

Programa de estudio Matemática para Educación de Personas Jóvenes y Adultas (EPJA)
Nivel 3 de Educación Básica
Documento aprobado por el Consejo Nacional de Educación mediante el Acuerdo N°019/2022

Equipo de Desarrollo Curricular
Unidad de Currículum y Evaluación
Ministerio de Educación 2022

IMPORTANTE

En el presente documento, se utilizan de manera inclusiva términos como “el docente”, “el estudiante”, “el profesor”, “el niño”, “el compañero” y sus respectivos plurales (así como otras palabras equivalentes en el contexto educativo) para referirse a hombres y mujeres.

Esta opción obedece a que no existe acuerdo universal respecto de cómo aludir conjuntamente a ambos sexos en el idioma español, salvo usando “o/a”, “los/las” y otras similares, y ese tipo de fórmulas supone una saturación gráfica que puede dificultar la comprensión de la lectura.

Índice

Presentación	4
Nociones básicas	5
Consideraciones generales	11
Propósitos formativos de la asignatura de Matemática	25
Enfoque de la asignatura	25
Estructura curricular Matemática.....	26
Objetivos de Aprendizaje.....	26
Orientaciones didácticas y pedagógicas	30
Visión panorámica Objetivos de Aprendizaje y conocimientos esenciales	37
Módulos electivos	38
Módulos obligatorios de la asignatura	39
Módulo obligatorio 1.....	40
Propósito del módulo obligatorio 1	41
Ruta de Aprendizaje del Módulo obligatorio 1.....	42
Actividad de desempeño 1.....	43
Actividad de desempeño 2.....	52
Actividad de desempeño 3.....	58
Actividad de desempeño 4.....	64
Módulo obligatorio 2.....	71
Propósito del módulo obligatorio 2	72
Ruta de Aprendizaje del Módulo obligatorio 2.....	73
Actividad de desempeño 1.....	74
Actividad de desempeño 2.....	82
Actividad de desempeño 3.....	92
Actividad de desempeño 4.....	99
Módulo obligatorio 3.....	108
Propósito del módulo obligatorio 3	109
Ruta de Aprendizaje del Módulo obligatorio 3.....	110
Actividad de desempeño 1	111
Actividad de desempeño 2.....	117
Actividad de desempeño 3.....	124

Actividad de desempeño 4.....	131
Módulo obligatorio 4.....	139
Propósito del módulo obligatorio 4	140
Ruta de Aprendizaje del Módulo obligatorio 4	141
Actividad de desempeño 1	142
Actividad de desempeño 2	149
Actividad de desempeño 3.....	157
Actividad de desempeño 4.....	163
Módulos electivos	168
Módulo Aprendizaje Basado en proyecto.....	169
Módulo Aprendizaje basado en Problemas	181

DECRETO EN TRÁMITE

Presentación

Las Bases Curriculares para EPJA establecen Objetivos de Aprendizaje (OA) de habilidades y actitudes que se integran con conocimientos esenciales para la comprensión de grandes ideas consideradas relevantes en cada asignatura. El presente Programa de estudio es una propuesta de organización curricular que define y desarrolla actividades de desempeño para que los estudiantes construyan los aprendizajes establecidos para cada nivel de enseñanza.

Al Ministerio de Educación le corresponde la tarea de elaborar Programas de estudio que orienten la implementación de las Bases Curriculares para aquellos establecimientos que no han optado por la elaboración de programas propios. Estos programas constituyen un complemento coherente y alineado con las Bases Curriculares y son una herramienta para apoyar a los docentes en el logro de los Objetivos de Aprendizaje y propósitos formativos declarados en cada asignatura y nivel.

Los Programas de estudio constituyen una propuesta que los establecimientos pueden implementar, o ser un referente para aquellos establecimientos que deseen elaborar Programas de estudio propios. En este sentido, responden a las múltiples realidades educativas que se derivan de los distintos contextos en los cuales se imparte la modalidad, y que dan origen a una diversidad de aproximaciones didácticas, metodológicas y organizacionales, que se expresan en el desarrollo de distintos proyectos educativos, todos válidos mientras permitan el logro de los Objetivos de Aprendizaje.

Los Programas de estudio proponen al docente una organización de los Objetivos de Aprendizaje, conocimientos esenciales y grandes ideas de acuerdo con el tiempo disponible dentro del año escolar, y constituyen una orientación acerca de cómo desarrollar una comprensión profunda y significativa. Se trata de una estimación temporal aproximada y de carácter propositivo y que por tanto, puede ser adaptada por los docentes de acuerdo a la realidad de sus estudiantes y de su establecimiento.

Para apoyar la implementación de las Bases, los Programas proporcionan orientaciones disciplinares, didácticas y criterios de evaluación formativa que pueden utilizarse como apoyo para las actividades de desempeño sugeridas. Las actividades de desempeño son actividades que permiten a los estudiantes poner en “uso” el conocimiento esencial; para esto, aplican los procedimientos que definen a las habilidades y actitudes declaradas en los Objetivos de aprendizaje. Las actividades de desempeño, en consecuencia, permiten construir aprendizajes y recoger evidencias de comprensión. Estas actividades se enriquecen con recomendaciones de recursos didácticos complementarios y bibliografía para profesores y estudiantes; se enmarcan en un modelo pedagógico cuyo enfoque es el de la comprensión, lo que implica establecer conexiones desde la experiencia del estudiante, al interior de cada disciplina y también con otras áreas del conocimiento. Las actividades de desempeño de los Programas ilustran un modelo para que cada docente, en su establecimiento, pueda construir nuevas actividades acordes con las diversas realidades.

Nociones básicas

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE HABILIDADES Y ACTITUDES NUCLEARES

Los Objetivos de Aprendizaje definen los aprendizajes terminales esperables para una asignatura determinada en cada nivel escolar, y evidencian de forma clara y precisa cuál es el aprendizaje que el estudiante debe lograr. Los Objetivos de Aprendizaje de estas Bases Curriculares refieren a las habilidades y actitudes fundamentales de cada asignatura, y se constituyen en el núcleo del aprendizaje.

Las habilidades son definidas como procesos estratégicos centrales para realizar tareas y para solucionar problemas con precisión y adaptabilidad. Favorecen la transferencia educativa, es decir, la capacidad para utilizar el conocimiento y aplicarlo a nuevos contextos.

Las actitudes, por su parte, son disposiciones frente a objetos, ideas o personas, que incluyen componentes afectivos, cognitivos y valorativos, y que inclinan a las personas a determinados tipos de acciones. Las actitudes que conforman los OA refieren a los cuatro ámbitos del marco de Habilidades para el siglo XXI, y su inclusión responde a criterios de pertinencia para ser trabajadas integradamente con las habilidades. En los niveles de Básica, se prioriza el desarrollo de actitudes que fomentan la autonomía y la proactividad, y en los niveles de Media actitudes que fomentan la responsabilidad personal y social de los estudiantes.

Las actitudes y las habilidades se integran en la construcción de los Objetivos de Aprendizaje nucleares, lo que evidencia su interdependencia y su importancia para una formación integral, que permita a los estudiantes contar con una combinación de valores, disposiciones, habilidades y conocimientos para enfrentar los desafíos del futuro¹.

CONOCIMIENTOS ESENCIALES

Los conocimientos esenciales refieren a una red conceptual coherente y rica en conexiones, que permite construir la comprensión sobre los fenómenos y el mundo. El conocimiento entendido como comprensión, permite a los estudiantes refinar, transformar o reemplazar ideas preexistentes que han adquirido en su experiencia vital y cotidiana, y moverse con flexibilidad entre visiones generales y detalles, generalizaciones y ejemplos sobre los fenómenos que estudian.

Los conocimientos esenciales son prioritarios e imprescindibles, pues constituyen una base que permite avanzar de manera progresiva en el aprendizaje de cada asignatura, y construir nuevos conocimientos.

¹ OECD (2020). Op. Cit., pág. 5.

PROPÓSITO FORMATIVO

Los propósitos formativos de cada asignatura definen las finalidades educativas que se busca desarrollar a partir de los Objetivos de Aprendizaje y conocimientos esenciales en cada nivel. Entregan el para qué del aprendizaje y buscan evidenciar cómo cada asignatura contribuye al logro de los Objetivos generales de la Educación Media, definidos en la Ley General de Educación.

En estas Bases Curriculares, las grandes ideas operan como propósito formativo de cada nivel, orientando la comprensión y la articulación de los Objetivos de Aprendizaje y los conocimientos esenciales.

ENFOQUE DE LA ASIGNATURA

Explican los principales principios, teorías y conceptos disciplinares desde los cuales se han construido los aprendizajes de la asignatura. Se presenta una visión actualizada de dichos elementos de acuerdo con el desarrollo de las disciplinas. En el enfoque de la asignatura se explicitan también los énfasis teóricos y perspectivas disciplinares desde las cuales se espera que los docentes y estudiantes aborden los conocimientos, habilidades y actitudes incluidos en los Objetivos de Aprendizaje. Asimismo, en esta sección se explican los enfoques didácticos que permiten orientar la implementación de la asignatura en el aula. Esto último se sustenta en los conceptos, teorías y principios pedagógicos de la enseñanza de cada disciplina.

HABILIDADES Y ACTITUDES PARA EL SIGLO XXI

La existencia y el uso de la tecnología en el mundo global, multicultural y en constante cambio ha determinado nuevos modos de acceso al conocimiento, de aplicación de los aprendizajes y de participación en la sociedad. Estas necesidades exigen competencias particulares, identificadas internacionalmente como Habilidades del siglo XXI, y responden a los diversos requerimientos del mundo actual, como el aprendizaje de nuevas maneras de pensar, de aprender, de relacionarse con los demás, de comunicarse, de usar la tecnología, de trabajar, de participar en la sociedad, de desarrollarse como persona y de desarrollar la creatividad, entre otros².

Las Habilidades para el siglo XXI corresponden al foco formativo central que propende a la formación integral de los estudiantes. Corresponden a un marco de habilidades y actitudes transversales a todas las asignaturas y a partir de las cuales cada una define sus propios aprendizajes disciplinares. Se presentan organizadas en torno a cuatro ámbitos: Maneras de pensar, Maneras de trabajar, Herramientas para trabajar y Maneras de vivir en el mundo.

²El conjunto de habilidades seleccionadas para las Bases Curriculares de EPJA corresponden a una adaptación de distintos modelos (Binkley et al., 2012; Fadel et al., 2016). Se han organizado en cuatro categorías: Maneras de pensar, Maneras de trabajar, Herramientas para trabajar y Maneras de vivir en el mundo.

MANERAS DE PENSAR

Desarrollo de la creatividad y la innovación

Las personas creativas poseen habilidades de pensamiento divergente, producción de ideas, fluidez, flexibilidad y originalidad. El pensamiento creativo implica abrirse a diferentes ideas, perspectivas y puntos de vista, ya sea en la exploración personal o en el trabajo en equipo. La enseñanza para la creatividad implica asumir que el pensamiento creativo puede desarrollarse en todas las instancias de aprendizaje y en varios niveles: imitación, variación, combinación, transformación y creación original. Por ello, es importante que los docentes consideren que, para lograr la creación original, es necesario haber desarrollado varias habilidades y que la creatividad también puede enseñarse mediante actividades más acotadas según los diferentes niveles.

Desarrollo del pensamiento crítico

El pensamiento crítico permite discriminar entre informaciones, declaraciones o argumentos, evaluando su contenido y pertinencia. Permite cuestionar la información, tomar decisiones y emitir juicios, como asimismo reflexionar críticamente acerca de diferentes puntos de vista, tanto de los propios como de los demás, ya sea para defenderlos o contradecirlos sobre la base de evidencias. Contribuye así, además, a la autorreflexión y corrección de errores, y favorece la capacidad de estar abierto a los cambios y de tomar decisiones razonadas. El principal desafío en la enseñanza del pensamiento crítico es la aplicación exitosa de estas habilidades en contextos diferentes de aquellos en que fueron aprendidas.

Desarrollo de la metacognición

Corresponde al concepto de “aprender a aprender”. Se refiere a ser consciente del propio aprendizaje y de los procesos para lograrlo, lo que permite autogestionarlo con autonomía, adaptabilidad y flexibilidad. El proceso de pensar acerca del pensar involucra la reflexión propia sobre la posición actual, fijar los objetivos a futuro, diseñar acciones y estrategias potenciales, monitorear el proceso de aprendizaje y evaluar los resultados. Incluye tanto el conocimiento que se tiene sobre uno mismo como estudiante o pensador, como los factores que influyen en el rendimiento. La reflexión acerca del propio aprendizaje favorece su comunicación, por una parte, y la toma de conciencia de las propias capacidades y debilidades, por otra. Desde esta perspectiva, desarrolla la autoestima, la disciplina, la capacidad de perseverar y la tolerancia a la frustración.

Desarrollo de Actitudes

- Pensar con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones innovadoras a los problemas.
- Pensar con apertura a distintas perspectivas y contextos, asumiendo riesgos y responsabilidades.
- Pensar con consciencia, reconociendo que los errores ofrecen oportunidades para el aprendizaje.
- Pensar con flexibilidad para reelaborar las propias ideas, puntos de vista y creencias.
- Pensar con reflexión propia y autonomía para gestionar el propio aprendizaje, identificando capacidades, fortalezas y aspectos por mejorar.
- Pensar con consciencia de que los aprendizajes se desarrollan a lo largo de la vida y enriquecen la experiencia.
- Pensar con apertura hacia otros para valorar la comunicación como una forma de relacionarse con

diversas personas y culturas, compartiendo ideas que favorezcan el desarrollo de la vida en sociedad.

MANERAS DE TRABAJAR

Desarrollo de la comunicación

La comunicación, ya sea escrita, oral o multimodal, requiere generar estrategias y herramientas que se adecuen a diversas situaciones, propósitos y contextos socioculturales, con el fin de transmitir lo que se desea de manera efectiva. La comunicación permite desarrollar la empatía, la autoconfianza, la valoración de la interculturalidad, así como la adaptabilidad, la creatividad y el rechazo a la discriminación.

Desarrollo de la colaboración

La colaboración entre personas con diferentes habilidades y perspectivas faculta al grupo para tomar mejores decisiones que las que se tomarían individualmente. Además, el trabajo colaborativo entre pares determina nuevas formas de aprender y de evaluarse a sí mismo y a los demás, lo que permite visibilizar los modos en que se aprende; esto conlleva nuevas maneras de relacionarse en torno al aprendizaje.

La colaboración implica, a su vez, actitudes clave para el aprendizaje en el siglo XXI, como la responsabilidad, la perseverancia, la apertura de mente hacia lo distinto, la aceptación y valoración de las diferencias, la autoestima, la tolerancia a la frustración, el liderazgo y la empatía.

Desarrollo de Actitudes

- Trabajar colaborativamente en la generación, desarrollo y gestión de proyectos y la resolución de problemas, integrando las diferentes ideas y puntos de vista.
- Trabajar con responsabilidad y liderazgo en la realización de las tareas colaborativas y en función del logro de metas comunes.
- Trabajar con empatía y respeto en el contexto de la diversidad, eliminando toda expresión de prejuicio y discriminación.
- Trabajar con autonomía y proactividad en trabajos colaborativos e individuales para llevar a cabo eficazmente proyectos de diversa índole.

HERRAMIENTAS PARA TRABAJAR

Desarrollo de la alfabetización digital

Promueve el desarrollo del pensamiento computacional, la autonomía y el trabajo en equipo, la creatividad, la participación en redes de diversa índole, y el interés por ampliar los propios intereses y horizontes culturales, por medio del uso responsable de la tecnología para hacer frente a nuevos desafíos, como la ciberseguridad y el autocuidado. La utilización de la tecnología como herramienta de trabajo implica dominar las posibilidades que ofrece, como asimismo darle un uso creativo e innovador que, a la vez, promueva el pensamiento crítico. A partir de esto, la alfabetización digital apunta también a la resolución de problemas en el marco de la cultura digital que caracteriza al siglo XXI, aprovechando las herramientas que nos da la programación, el pensamiento computacional, la robótica e internet,

entre otros, para desarrollar habilidades que permitan crear contenidos digitales, informarnos a partir de la tecnología y vincularnos con los demás utilizando la tecnología.

Desarrollo del uso de la información

Dice relación con la eficacia y eficiencia en la búsqueda, el acceso, el procesamiento, la clasificación, la integración, la gestión, la evaluación crítica, el uso creativo y ético, y la comunicación, de la información. Implica formular preguntas, indagar y generar estrategias para seleccionar, organizar y comunicar la información. Tiene además siempre en cuenta tanto los aspectos éticos y legales que la regulan, como el respeto a los demás y a su privacidad. Promueve también el acceso, uso responsable, aplicación eficaz y evaluación crítica de Tecnologías de Información y Comunicación (TIC), y su uso creativo de acuerdo con distintos propósitos, atendiendo a las características y convenciones de diversos contextos multiculturales.

Desarrollo de Actitudes

- Aprovechar las herramientas disponibles para aprender y resolver problemas.
- Interesarse por las posibilidades que ofrece la tecnología para el desarrollo intelectual, personal y social del individuo.
- Valorar las TIC como una oportunidad para informarse, investigar, socializar, comunicarse y participar como ciudadano.
- Actuar responsablemente al gestionar el tiempo para llevar a cabo eficazmente los proyectos personales, académicos y laborales.
- Actuar de acuerdo con los principios de la ética en el uso de la información y de la tecnología, respetando la propiedad intelectual y la privacidad de las personas.

MANERAS DE VIVIR EN EL MUNDO

Desarrollo de la ciudadanía local y global

La ciudadanía se refiere a la participación del individuo en su contexto desde una perspectiva política, social, territorial, cultural, económica, medioambiental, entre otras dimensiones. Por ello, es necesaria la interacción eficaz con las instituciones públicas y la participación en iniciativas que apoyen la cohesión social. La participación también implica reflexionar y tener un juicio crítico acerca de los mensajes de los medios de comunicación masiva, de modo de adoptar una postura razonada ante ellos. La conciencia de ser ciudadano promueve el sentido de pertenencia y la valoración y ejercicio de los principios democráticos, como los derechos humanos y la igualdad, así como asumir sus responsabilidades como tal. En este sentido, el respeto a los demás, a su privacidad, y a las diferencias valóricas, religiosas y étnicas cobra gran relevancia; se relaciona directamente con una actitud empática, de mentalidad abierta y de adaptabilidad.

Desarrollo del plan de vida y carrera

La construcción y consolidación de un proyecto de vida y de una carrera, oficio u ocupación, requiere la capacidad de adaptarse a los cambios para poder desenvolverse en distintos roles y contextos. Para el logro de objetivos personales, es necesario establecer metas, crear estrategias para conseguirlas,

desarrollar la autogestión, actuar con iniciativa y compromiso, ser autónomo para ampliar los aprendizajes, ser autocrítico, reflexionar críticamente y estar dispuesto a integrar las retroalimentaciones recibidas. Por otra parte, para lograr estas metas se requiere interactuar con los demás de manera flexible, con la capacidad de trabajar en equipo y negociar para la búsqueda de soluciones. Esto permite el desarrollo de liderazgo, responsabilidad, ejercicio ético del poder y el respeto a las diferencias en ideas y valores.

Desarrollo de responsabilidad personal y social

La responsabilidad personal y social se interrelacionan constantemente. En lo personal, el respeto por los demás y el rechazo a la discriminación, la conciencia acerca de la propia cultura y las relaciones de esta con las del mundo, el compromiso con la propia vida y el contexto inmediato, y el control de la agresión, la violencia y la autodestrucción permiten que las personas se desarrollen de una manera integral. Por otra parte, el compromiso con la propia persona se traduce, a su vez, en una manera sana y activa de relacionarse con los demás, generando confianza en los otros y comunicándose de una manera asertiva, empática, libre de prejuicios, que acepte los distintos puntos de vista y contribuyendo a mejorar la sociedad en la que vive. Estas habilidades apuntan a ser consciente de sí mismo y de los otros, y realizar acciones concretas que den cuenta de la responsabilidad que tiene el individuo con su vida y con su entorno.

Desarrollo de Actitudes

- Perseverar en torno a metas con miras a la construcción de proyectos de vida y al aporte a la sociedad y al país con autodeterminación, autoconfianza y respeto por uno mismo y por los demás.
- Participar asumiendo posturas razonadas en distintos ámbitos: cultural, social, político, medioambiental, entre otros.
- Tomar decisiones razonadas y que contribuyan al bien común, respetando los derechos humanos, la diversidad y la multiculturalidad.
- Actuar con honestidad, responsabilizándose por las propias acciones y decisiones con conciencia de las implicancias que estas tienen sobre uno mismo y los otros.



Consideraciones generales

Las consideraciones que se presentan a continuación son relevantes para una óptima implementación de los Programas de Estudio, se vinculan estrechamente con los enfoques curriculares, y permiten abordar de mejor manera los Objetivos de Aprendizaje de las Bases Curriculares.

El estudiante de Educación para Jóvenes y Adultos

PERFIL DE EGRESO

La formación habilita al estudiante para conducir su propia vida en forma autónoma, plena y responsable, de modo que pueda desarrollar planes de vida y proyectos personales, continuar su proceso educativo formal mediante la educación superior, o incorporarse a la vida laboral.

Los estudiantes que egresan de la modalidad de Jóvenes y Adultos han desarrollado los conocimientos, habilidades y actitudes definidas en el currículum nacional y transfieren sus aprendizajes a distintos ámbitos: social, cultural, cívico, laboral, intelectual y personal. A partir de dichos aprendizajes, son capaces de alcanzar sus metas académicas y laborales, y de construir un proyecto de vida de acuerdo con sus necesidades e intereses, actuando con autonomía, responsabilidad.

Considerando el marco de Habilidades del siglo XXI y los Objetivos generales de la Ley General de Educación, las Bases Curriculares para la EPJA definen un conjunto de diez competencias que reúnen habilidades, actitudes y conocimientos que los estudiantes han adquirido al finalizar el Segundo Nivel de Educación Media de la modalidad. Estas competencias se organizan según los ámbitos de las Habilidades del siglo XXI, y su relación de tributación con las habilidades y actitudes nucleares de los Objetivos de Aprendizaje. La competencia 1 se refiere al dominio disciplinar de las asignaturas que los estudiantes deberán dominar al finalizar la Educación Media.

Dominio disciplinar

1. Aplica conocimientos y habilidades disciplinares de las áreas del lenguaje, las matemáticas, las ciencias, la historia y la geografía y el idioma extranjero inglés en contextos que impliquen aprendizaje y desarrollo personal.

Maneras de pensar

2. Gestiona el proceso de aprendizaje personal por medio de habilidades de metacognición, reflexión y comunicación, demostrando autonomía, motivación y una sólida autoestima y confianza en las propias capacidades para mejorar y enriquecer su desarrollo personal y cognitivo.
3. Identifica problemas, elabora argumentos, considera nuevas ideas, y propone soluciones creativas e innovadoras ante los desafíos que enfrenta.



4. Piensa de manera crítica y elabora puntos de vista y opiniones propias, utilizando evidencia y con una actitud abierta, dispuesta a cuestionar los supuestos y a reconsiderar las propias visiones.

Maneras de trabajar

5. Trabaja de manera colaborativa con otros en la resolución de problemas y en el desarrollo de proyectos, demostrando habilidades interpersonales de comunicación, gestión y monitoreo del trabajo, y capacidad para asumir roles, reconocer fortalezas y aceptar debilidades, y una actitud perseverante para alcanzar los objetivos propuestos.
6. Se comunica efectivamente con otros en lengua materna y en una lengua extranjera, con diferentes propósitos y en diversos contextos, por medio de habilidades de comunicación oral, escrita y no verbal, demostrando capacidad de escuchar y comprender distintos mensajes, y una valoración positiva del lenguaje como fuente de enriquecimiento cultural y personal.

Herramientas para trabajar

7. Utiliza internet y las herramientas digitales de manera efectiva y eficiente, demostrando habilidades de búsqueda, selección, manejo y producción de información, y capacidad para resolver tareas, reconociendo los aspectos éticos y legales involucrados en el acceso y uso de la información en ambientes digitales.
8. Demuestra compromiso y capacidad de autogestionar el aprendizaje en las diversas instancias de formación que enfrenta, por medio de habilidades que le permitan desenvolverse en distintos roles y contextos y planificar un proyecto de vida personal y laboral en el tiempo, desarrollando una disposición favorable al aprendizaje a lo largo de la vida.

Maneras de vivir en el mundo

9. Se relaciona de manera respetuosa, empática y constructiva con otros en las diversas instancias de intercambio y colaboración que enfrenta, demostrando conciencia y reconocimiento de la propia cultura y la de los demás, y una actitud de rechazo a la violencia, a la agresión y a la discriminación.
10. Demuestra conciencia de los derechos y responsabilidades ciudadanas al relacionarse con sus pares, con la comunidad y con las instituciones públicas, practicando habilidades de interacción eficaz, de participación y toma de decisiones, mostrando un compromiso con el bien común, la cohesión social, los Derechos Humanos y los principios de la democracia, a nivel local y global.

CONTEXTUALIZACIÓN CURRICULAR

La contextualización curricular es el proceso de apropiación y desarrollo del currículum en una realidad educativa concreta. Este se lleva a cabo considerando las características particulares del contexto escolar (por ejemplo, el medio en que se sitúa el establecimiento educativo, la cultura, el proyecto educativo institucional de la escuela y la comunidad escolar, el tipo de formación diferenciada que se imparte - Humanístico-Científica o Técnico Profesional), lo que posibilita que el proceso educativo adquiera

significatividad para los estudiantes desde sus propias realidades y facilita, así, el logro de los Objetivos de Aprendizaje.

El marco de Habilidades y Actitudes que define esta propuesta permite desarrollar actitudes y habilidades que facilitan formas de pensar, de vivir en el mundo, formas de trabajar y herramientas para trabajar que definen el perfil del estudiante EPJA y que pueden ser utilizados como estrategias para atender a las necesidades de contextualización las diferencias que se presenten en las aulas. Los Programas de estudio son una propuesta de diseño de clases, de actividades y de evaluaciones flexible, que pueden modificarse, ajustarse y transferirse a diferentes realidades y contextos, considerando, entre otros:

Diversidad etaria; debido a que la edad de los estudiantes de Educación para Jóvenes y Adulto puede variar de los 15 a más de 50 años de edad, las actividades propuestas se han diseñado desde un principio de flexibilidad que permita en las aulas ajustarse a las distintas necesidades y posibilidades de estudiantes que no han iniciado o interrumpido su trayectoria formativa por un corto o un largo período de tiempo.

Tipos de establecimientos: considerando las distintas posibilidades originadas por el tipo de establecimiento en las que se implementa la modalidad; Tercera jornada, Centros de Educación Integrada de Adultos, Establecimientos Educativos al interior de Recintos Penitenciarios y al interior de Unidades Militares, la ilustración didáctica de las actividades propuestas en el programa sugiere el uso de recursos y procedimientos tanto análogos como virtuales.

Trayectorias formativas: considerando que por razones diversas las trayectorias formativas de los estudiantes EPJA se interrumpen, y en consecuencia, la progresión de aprendizajes de las asignaturas que forman parte del Plan de Formación General en sus distintos Niveles de Educación Básica y Educación Media: Lenguaje y Comunicación/Lengua y Literatura, Matemática, Ciencias e Historia, Geografía, Ciencias Sociales y Educación Ciudadana, pueden estar afectadas, de modo que para la implementación de los programas de estudio se necesite realizar procesos previos de nivelación que permitan a los estudiantes avanzar en su trayectoria formativa. La implementación del programa se ha diseñado en un tiempo estimativo que, de acuerdo al plan de estudio, puede ajustarse a las necesidades formativas de los estudiantes.

INCLUSIÓN Y DIVERSIDAD

En el trabajo pedagógico, es importante comprender que la diversidad se entiende en términos culturales, sociales, étnicos, religiosos, de género, de estilos de aprendizaje y de niveles de conocimiento y/o de trayectorias escolares. Esta diversidad enriquece los escenarios de aprendizaje y está asociada a los siguientes desafíos:

- Desarrollar aprendizajes significativos que se relacionen con el contexto y la realidad de los estudiantes.
- Generar oportunidades inclusivas para desarrollar el aprendizaje en todos los estudiantes.
- Favorecer y potenciar metodologías integradoras y colaborativas tales como Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) y Aprendizaje Basado en la Resolución de Problemas (ABRP).



Atender a la diversidad de estudiantes, en sus contextos, implica reconocer las necesidades educativas de los estudiantes para diseñar experiencias de aprendizaje considerando tiempos, recursos y estrategias para que cada estudiante logre un aprendizaje de calidad. La experiencia y conocimiento que tengan los docentes sobre su asignatura y las estrategias que promuevan un aprendizaje profundo, son herramientas para tomar decisiones pertinentes y oportunas respecto de las necesidades de sus alumnos.

Para los estudiantes con necesidades educativas especiales, el conocimiento de los profesores, el apoyo y las recomendaciones de los especialistas contribuyen a que todos desarrollen al máximo sus capacidades. Algunas orientaciones para considerar:

- Generar ambientes de aprendizaje inclusivos, lo que implica que cada estudiante debe sentir seguridad para participar, experimentar y contribuir de forma significativa a la clase. Se recomienda destacar positivamente las características particulares y rechazar toda forma de discriminación, agresividad o violencia.
- Proveer igualdad de oportunidades, asegurando que los estudiantes puedan participar por igual en todas las actividades, evitando asociar el trabajo de aula con estereotipos asociados a género, características físicas o cualquier otro tipo de sesgo que provoque discriminación.
- Utilizar diversos materiales, estrategias didácticas y actividades que se adecuen a las singularidades de los estudiantes y sus intereses.
- Promover un trabajo sistemático, con actividades variadas para diferentes estilos de aprendizaje y con ejercitación abundante, procurando que todos tengan acceso a oportunidades de aprendizaje enriquecidas.

Orientaciones pedagógicas Programas de estudio EPJA

Todas las actividades siguen los pasos que caracterizan el proceso de aprendizaje en los jóvenes y adultos: identificar la necesidad del aprendizaje; crear una estrategia y recursos para alcanzarlos; desarrollar la estrategia y evaluarla. Para aprender, necesitan saber cuál es el propósito de su aprendizaje, aplicar lo aprendido en la vida profesional; y ser agentes de su propio aprendizaje, utilizando su experiencia.

La etapa inicial del aprendizaje es de gran importancia, ya que, si bien el estudiante puede no estar siempre consciente de lo que necesita aprender, la motivación y el compromiso por el aprendizaje como un medio para adquirir autonomía y aprender a aprender, pueden operar como incentivos poderosos para encontrar un sentido al aprendizaje escolar. Asimismo, es relevante que los estudiantes participen en el proceso de diseño del aprendizaje. La literatura señala que, en los estudiantes adultos, compartir el control de las estrategias de aprendizaje lo hace más eficaz.³ Hacer participar a los estudiantes adultos

³ Knowles, M. S., Holton III, E. F., & Swanson, R. A. (2014). *The adult learner: The definitive classic in adult education and human resource development*. Routledge, pág. 148.

como agentes de su aprendizaje, satisface su necesidad de conocer y estimula su autoconcepto como alumnos independientes⁴.

Organización modular del Programa de estudio

Los Programas de estudio para las Bases Curriculares de la Educación de Jóvenes y Adultos, proponen una estructura modular que organiza los Objetivos de Aprendizaje de habilidades y actitudes, los conocimientos esenciales y las grandes ideas de cada asignatura de acuerdo con las Bases Curriculares aprobadas para la modalidad.

Los módulos se definen como bloques unitarios de aprendizaje que integran habilidades, actitudes y conocimientos requeridos para adquirir desempeños flexibles en una determinada área o asignatura.

Todas las asignaturas, tanto del plan de Formación General como de Formación Instrumental cuentan con Programas de estudio modulares para su implementación. En cuanto a la estructura, cada asignatura se organiza por nivel en cuatro módulos obligatorios y cuatro módulos electivos. Los módulos obligatorios organizan los Objetivos de Aprendizaje, conocimientos esenciales y grandes ideas de cada nivel, y los módulos electivos ofrecen oportunidades de profundizar en el desarrollo del OA y en la comprensión de las grandes ideas del nivel, por medio del desarrollo de proyectos o la resolución de problemas.

MÓDULOS OBLIGATORIOS:

En coherencia con las Bases Curriculares, los módulos obligatorios organizan los Objetivos de Aprendizaje, los conocimientos esenciales y las grandes ideas del nivel. Cada módulo presenta cuatro actividades de aprendizaje y evaluación que desarrollan, como foco principal, las habilidades y actitudes de los Objetivos de Aprendizaje del nivel. En las Bases Curriculares para EPJA, las habilidades son entendidas como conocimientos procedimentales que desarrollan destrezas de pensamiento y hábitos de mente que permiten pensar en los contenidos en profundidad. Desarrollar habilidades permite a los estudiantes aprender a pensar sobre el conocimiento, ponerlo “en movimiento para hacer conexiones y predicciones”, darle forma “para crear nuevos productos y resultados creativos”, como señala David Perkins⁵.

Organización del aprendizaje en los Módulos obligatorios

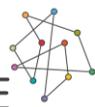
Los módulos obligatorios organizan el aprendizaje en torno al desarrollo de una actividad de desempeño y actividades de evaluación que se integran. Los elementos que componen estos módulos son:

- **Visión panorámica del Módulo**

La visión panorámica de cada módulo se presenta la gran idea, los objetivos de aprendizaje y conocimientos esenciales que se necesitan desarrollar para cumplir el propósito formativo del módulo. Por último, se identifica el tiempo semanal y en horas de clase propuesto para abarcar su implementación.

⁴ *Ibíd.*

⁵ Perkins, D. Prólogo a Swartz, R. et al. (2017). *Op. Cit.*, pág. 8.



- **Propósito del módulo**

El propósito del módulo responde a tres interrogantes: ¿qué se espera que los estudiantes comprendan?, ¿cómo se evidenciará que los estudiantes han comprendido? y ¿cómo tributa el módulo al marco formativo de las Habilidades y Actitudes del SXXI? Para responder a la primera interrogante se explica brevemente la gran idea que se pretende construir en el módulo. Luego se relacionan explicativamente las habilidades, actitudes y conocimientos esenciales que pondrá en uso el estudiante para finalmente detallar cómo estos se integran y tributan al marco de Habilidades y actitudes del SXXI.

- **Ruta de aprendizaje**

Secuencia de 4 actividades de desempeño que describen sintéticamente qué habilidades – procedimientos estratégicos- y actitudes desarrollará el estudiante para poner en uso los conocimientos esenciales declarados en el módulo. Cada desempeño se construye identificando qué hace el estudiante – habilidad o procedimiento aplicado- y el conocimiento esencial que se moviliza. El conjunto de actividades de desempeño se integra coherentemente para dar cuenta del propósito formativo general declarado en el módulo.

- **Actividades de desempeño**

Para organizar el desarrollo de las actividades propuestas se utilizan criterios didácticos transversales que guíen flexiblemente a los docentes, de modo que puedan transferir la propuesta a sus diferentes contextos. Los criterios utilizados se distinguen por su función didáctica, es decir, la finalidad formativa que se persigue a través de ello:

- Situación experiencial, permite enmarcar de forma situada un determinado aprendizaje, activando y enganchando el conocimiento previo con el nuevo conocimiento para desarrollar un aprendizaje significativo.
- Construcción del conocimiento, permite ilustrar cómo mediar, a través de una propuesta de selección de recursos y estrategias la adquisición y organización de nuevos conocimientos.
- Práctica guiada, modela paso a paso la mediación que realiza el docente, a través de actividades individuales, plenarias o colaborativas que desarrollan los estudiantes, para profundizar en la comprensión de un determinado conocimiento.
- Práctica independiente, detalla las actividades individuales y/o colaborativas que desarrollan los estudiantes para realizar desempeños flexibles que permitan profundizar y evidenciar su comprensión. Permite al docente monitorear el proceso de aprendizaje.
- Integración, corresponde a una actividad de síntesis que realiza el estudiante individualmente para evidenciar la comprensión del propósito declarado para la actividad. Por ejemplo, mediante el uso de ticket de salida.
- Orientaciones al docente: en esta sección se aclaran y precisan conceptos disciplinares que se han movilizado a la largo del módulo. Se realizan sugerencias complementarias al docente sobre el trabajo con adultos y/o estrategias didácticas que puedan facilitar

su labor. Se sugieren seleccionar estrategias para guiar la retroalimentación y la evaluación formativa compartiendo criterios, estrategias de retroalimentación y rúbricas.

MÓDULOS ELECTIVOS

Los módulos electivos ofrecen oportunidades de profundizar en el desarrollo de las habilidades y actitudes de los Objetivos de Aprendizaje del nivel y en la comprensión de las grandes ideas. Se desarrollan por medio de metodologías de Aprendizaje basado en Proyectos y Aprendizaje basado en Resolución de problemas; se organizan en torno a un tema que es planteado como problema o desafío y que permite ampliar el conocimiento esencial, profundizar en la comprensión de las grandes ideas y conectar con los intereses y experiencias de los estudiantes.

Los problemas y desafíos podrán ser adaptados a los contextos, intereses y experiencias vitales de los estudiantes.

Se sugiere considerar los Objetivos de Desarrollo Sostenible de la Agenda para el Desarrollo Sostenible de la UNESCO como foco para orientar los problemas y proyectos a desarrollar en los módulos electivos. Estos temas son⁶:

1. Fin de la pobreza
2. Hambre cero
3. Salud y Bienestar
4. Educación de calidad⁷
5. Igualdad de género
6. Agua limpia y saneamiento
7. Energía asequible y no contaminante
8. Trabajo decente y crecimiento económico
9. Industria, innovación e infraestructura
10. Reducción de las desigualdades
11. Ciudades y comunidades sostenibles
12. Producción y consumo responsables
13. Acción por el clima
14. Vida submarina
15. Vida de ecosistemas terrestres
16. Paz, justicias e instituciones sólidas
17. Alianzas para lograr los objetivos. Esta metodología debe permitir generar un compromiso activo del estudiante con el aprendizaje, lo cual se logrará si es que este aprendizaje: conecta con sus necesidades o inquietudes, y sabe de antemano cuál será este aprendizaje (*qué* aprender), lo considera importante (*por qué* aprender) y sabe *cómo* ocurrirá este aprendizaje (plan de trabajo) e idealmente participa en su planeamiento.

⁶ Recuperado de: <https://es.unesco.org/sdgs>

⁷ Las Bases Curriculares de EPJA se encuentran alineadas con este Objetivo N°4, en tanto apuntan al Aprendizaje a lo largo de la vida, y a una educación de calidad para todos.



Estructura del aprendizaje en los Módulos electivos

En coherencia con lo que plantean las Bases Curriculares, los módulos electivos ofrecen oportunidades para el desarrollo de metodologías de trabajo colaborativo y que aborden desafíos cognitivos y del entorno. En particular, los Programas de estudio desarrollan las metodologías de Aprendizaje basado en Proyectos y Aprendizaje basado en la Resolución de Problemas como propuestas que permiten desarrollar habilidades y poner en uso el conocimiento, integrar aprendizajes y promover la curiosidad y la búsqueda activa y creativa de respuestas. Estas metodologías buscan que los estudiantes puedan transferir el conocimiento a distintas áreas y/o situaciones de la vida real, por medio de aprendizajes significativos y relevantes. En cada nivel se ilustran dos ejemplos, uno de ABP y otro de Resolución de problemas, que podrán servir de modelo para que los docentes puedan construir nuevos proyectos o problemas.

Tanto en la Resolución de problemas como en ABP se busca conectar los problemas y preguntas con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) de UNESCO, para reforzar su relevancia y transversalidad.

Aprendizaje Basado en Proyectos

Consiste en la organización de los estudiantes en torno a una pregunta o desafío originado a partir de un problema real o que sea significativo para los estudiantes, que puede ser concreto o abstracto. En la medida que el problema es más complejo moviliza e integra diferentes áreas de conocimiento, promoviendo de esta manera la interdisciplinariedad. Para su desarrollo, es deseable que los docentes se organicen y planifiquen el trabajo de manera conjunta entre docentes de diferentes asignaturas.

Existe una serie de elementos que son requisitos para que el diseño de un proyecto permita maximizar el aprendizaje y la participación de los estudiantes, de manera que aprendan cómo aplicar el conocimiento al mundo real, cómo utilizarlo para resolver problemas, responder preguntas complejas y crear productos de alta calidad⁸. Estos elementos son:

- **Conocimiento esencial, comprensión y habilidades:**

El proyecto se enfoca en profundizar en la comprensión del conocimiento, ya que permite desarrollar a la vez los Objetivos de Aprendizaje y las habilidades del Siglo XXI que se requieren para realizar el proyecto.

Se basa en un problema significativo para resolver o una pregunta para responder, en el nivel adecuado de desafío para los alumnos, que se implementa mediante una pregunta de conducción abierta y atractiva.

- **Indagación sostenida:**

El proyecto implica un proceso activo y profundo a lo largo del tiempo, en el que los estudiantes generan preguntas, encuentran y utilizan recursos, hacen preguntas adicionales y desarrollan sus propias respuestas.

- **Autenticidad:**

⁸ Adaptación de: John Larmer, John Mergendoller, Suzie Boss (ASCD 2015). *Setting the Standard for Project Based Learning: A Proven Approach to Rigorous Classroom Instruction*.

El proyecto tiene un contexto del mundo real, utiliza procesos, herramientas y estándares de calidad del mundo real y tiene un impacto real, ya que creará algo que será utilizado o experimentado por otros, y/o está conectado a las propias preocupaciones, intereses e identidades de los estudiantes. Es importante saber en qué contexto del mundo real puede encontrarse el problema como el planteado y por qué el proyecto puede ser significativo para los estudiantes.

- **Voz y elección del estudiante:**

El proyecto permite a los estudiantes tomar algunas decisiones sobre los productos que crean, cómo funcionan y cómo usan su tiempo, guiados por el docente.

- **Gestión y auto organización:**

El proyecto exige a los estudiantes desarrollar el trabajo en equipo, la comunicación y la resolución de problemas; tomar decisiones sobre el diseño y la implementación del proyecto en sus distintas etapas. Esto implica identificar las competencias y procedimientos que son necesarios para desarrollar un plan de trabajo adecuado al proyecto, y una exploración activa de los recursos y actividades con que cuentan para su desarrollo. Asimismo, reconocer las fortalezas y debilidades con que cuenta cada uno de los miembros para su desarrollo.

- **Evaluación y Retroalimentación:**

El proyecto brinda oportunidades para que los estudiantes reflexionen sobre qué y cómo están aprendiendo. Incluye procesos de evaluación formativa y retroalimentación para que los estudiantes den y reciban comentarios sobre su trabajo, con el fin de revisar sus ideas y productos o realizar una investigación adicional.

- **Producto público.**

El proyecto requiere que los alumnos demuestren lo que aprenden, creando un producto que se presenta u ofrece a personas que se encuentran más allá del aula.

Considerando estos elementos, los Programas proponen un diseño de ABP con la siguiente estructura:

Estructura	Descripción
Problema central:	Se describe el problema que origina el proyecto.
Propósito:	Refiere al propósito formativo del proyecto, es decir, qué se espera que aprendan los estudiantes gracias a la realización de este.
Objetivos de Aprendizaje:	Identifica y/o registra qué objetivos de Aprendizaje de la asignatura y de otras asignaturas del nivel del plan de estudio de EPJA se integran para el desarrollo del proyecto.
Preguntas:	Se proponen preguntas orientadoras, que servirán para diseñar las etapas del proyecto. Son preguntas centrales y generales.
Tipo de proyecto:	Identifica el tipo de proyecto de acuerdo a las asignaturas que participan: STEM, interdisciplinario, etc.



Producto:	identifica el producto que se espera construir colaborativamente en el proyecto para dar respuesta concreta al problema.
Habilidades y actitudes del siglo XXI:	Identifica cuáles son las habilidades y actitudes que se desarrollarán, y a qué ámbito pertenecen.
Etapas:	se realiza un cronograma con las distintas etapas del proyecto, identificando: características de cada etapa, qué hará el estudiante, cómo lo realizará. Se apoya con recursos y/o ilustraciones cada etapa.
Evaluación:	Se comparten criterios de evaluación y rúbricas que guíen y permitan monitorear el desarrollo de los aprendizajes durante la realización del proyecto. Los criterios y las rúbricas deben verificar los aprendizajes de los objetivos que se identificaron para el proyecto, de manera descriptiva y por nivel de logro.
Difusión final:	describir cómo se difundirá el producto, incluyendo a la comunidad escolar y/o local.
Recursos:	Nombra recursos, clasificándolos según su tipo.

Aprendizaje Basado en la Resolución de Problemas

El modelo de Aprendizaje basado en la Resolución de Problemas que presentan los Programas de estudio se organiza en torno a un problema o desafío cognitivo para el cual se busca encontrar una solución, por medio del uso del conocimiento y el desarrollo de habilidades. En los Programas, un problema se define por una situación o pregunta que presenta restricciones y cuya respuesta no es evidente.

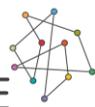
Al resolver problemas, los estudiantes utilizan procesos y estrategias relacionadas con el análisis crítico, la investigación, la evaluación y la comunicación; planifican su trabajo y reflexionan sobre la solución que mejor responde a las restricciones que presenta el problema o desafío cognitivo. Como resultado, ponen en uso el conocimiento, lo amplían adquiriendo nuevos conceptos, principios e información, y desarrollan nuevas destrezas de pensamiento crítico y creativo⁹.

La resolución de problemas permite motivar y despertar el interés del estudiante, desarrolla la autonomía y el trabajo en equipo; esto requiere que las situaciones o problemas sean significativos y relevantes, y que puedan visualizar las posibles soluciones. Esta metodología requiere que el docente adquiera un rol activo como guía para monitorear el desarrollo del proceso y orientar el trabajo de los estudiantes.

⁹ R. Swartz “El Aprendizaje basado en el Pensamiento. Cómo desarrollar en los alumnos las competencias del SXXI (2017). Edit. SM Figura 7-11. Pág. 232. Adaptación.

El modelo que proponen los Programas de estudio para el desarrollo del Aprendizaje Basado en la Resolución de Problemas se compone de los siguientes elementos:

Elementos de la estructura	Descripción
Título	Se plantea como una afirmación o pregunta que sintetiza el problema o desafío.
Propósito	Busca despertar el interés, predisponer al estudiante para el aprendizaje basado en problemas.
Preparación	Busca contextualizar a los estudiantes en la situación que se planteará y/o familiarizarlos con la resolución de problemas y su sistema de trabajo.
Presentación del problema	Se expone el problema, considerando la contextualización del mismo en una situación significativa. Se define con claridad y precisión cuál es el problema; se distinguen conceptos centrales y restricciones que constituyen el problema.
Posibles soluciones	Se describe cómo se mediará estratégicamente el trabajo colaborativo: el uso de estrategias para mediar disposiciones actitudinales positivas que les permitan a los estudiantes involucrarse con el problema y buscar soluciones (por ejemplo, la perseverancia), y estrategias de mediación para compartir las soluciones; se ilustran soluciones posibles que puede tener el problema.
Investigación	Describe cómo mediar el trabajo de investigación y el desarrollo de habilidades de indagación y evaluación; se ilustran recursos que se puedan utilizar y conocimientos disciplinares que se movilizan en la solución del problema.
Evaluar la solución del problema:	Describe cómo mediar estratégicamente las soluciones propuestas al problema, considerando las habilidades y la evaluación de las posibles soluciones.
Comunicación	Describe cómo se mediará la comunicación individual y/o colaborativa del problema, según códigos de comunicación pertinentes y característicos de las disciplinas.



Orientaciones para evaluar los aprendizajes

La evaluación, como un aspecto intrínseco del proceso de enseñanza-aprendizaje, se plantea en estos programas con un foco formativo al servicio del aprendizaje de los estudiantes. Para que esto ocurra, se plantea recoger evidencias que permitan describir con precisión la diversidad existente en el aula para tomar decisiones pedagógicas y retroalimentar a los estudiantes. La evaluación desarrollada con foco pedagógico favorece la motivación de los estudiantes a seguir aprendiendo; asimismo, el desarrollo de la autonomía y la autorregulación potencia la reflexión de los docentes sobre su práctica y facilita la toma de decisiones pedagógicas pertinentes y oportunas que permitan apoyar de mejor manera los aprendizajes.

Para implementar una evaluación con un foco formativo, se requiere:

- Diseñar experiencias de evaluación que ayuden a los estudiantes a poner en práctica lo aprendido en situaciones que muestren la relevancia o utilidad de ese aprendizaje.
- Evaluar solamente aquello que los alumnos efectivamente han tenido la oportunidad de aprender mediante las experiencias de aprendizaje mediadas por el profesor.
- Procurar que se utilice diversas formas de evaluar, que consideren las distintas características, ritmos y formas de aprender, necesidades e intereses de los estudiantes, evitando posibles sesgos y problemas de accesibilidad para ellos.
- Promover que los alumnos tengan una activa participación en los procesos de evaluación; por ejemplo: al elegir temas sobre los cuales les interese realizar una actividad de evaluación o sugerir la forma en que presentarán a otros un producto; participar en proponer los criterios de evaluación; generar experiencias de auto y coevaluación que les permitan desarrollar su capacidad para reflexionar sobre sus procesos, progresos y logros de aprendizaje.
- Que las evaluaciones sean de la más alta calidad posible; es decir, deben representar de la forma más precisa posible los aprendizajes que se busca evaluar. Además, las evidencias que se levantan y fundamentan las interpretaciones respecto de los procesos, progresos o logros de aprendizajes de los estudiantes, deben ser suficientes como para sostener de forma consistente esas interpretaciones evaluativas.

El profesor puede utilizar diferentes métodos para evaluar los OA. Para esto, se sugiere emplear una variedad de medios y evidencias, como portafolios, registros anecdóticos, proyectos de investigación grupales e individuales, informes, presentaciones, entre otros. La forma en que se diseñe este tipo de evaluaciones y el modo en que se registre y comunique la información que se obtiene de ellas debe permitir que dichas evaluaciones integren lo formativo y sumativo para retroalimentar tanto la enseñanza como el aprendizaje.

El uso formativo de la evaluación debiera preponderar en las salas de clases, utilizándose de manera sistemática para reflexionar sobre el aprendizaje y la enseñanza, y para tomar decisiones pedagógicas pertinentes y oportunas que busquen promover el progreso del aprendizaje de todos los estudiantes, considerando la diversidad como un aspecto inherente a todas las aulas.

El proceso de evaluación formativa que se propone implica articular el proceso de enseñanza-aprendizaje en función de responder a las siguientes preguntas: **¿A dónde voy?** (qué objetivo de aprendizaje espero lograr), **¿Dónde estoy ahora?** (cuán cerca o lejos me encuentro de lograr ese aprendizaje) y **¿Qué estrategia o estrategias pueden ayudarme a llegar a donde tengo que ir?** (qué

pasos tengo que dar para acercarme a ese aprendizaje). Este proceso continuo de establecer un objetivo de aprendizaje, evaluar los niveles actuales y luego trabajar estratégicamente para reducir la distancia entre los dos, es la esencia de la evaluación formativa. Una vez que se alcanza una meta de aprendizaje, se establece una nueva meta y el proceso continúa.

Para promover la motivación para aprender, el nivel de desafío y el nivel de apoyo deben ser los adecuados –en términos de Vygotsky (1978), estar en la zona de desarrollo próximo de los estudiantes–, para lo cual se requiere que todas las decisiones que tomen los profesores y los propios estudiantes se basen en la información o evidencia sobre el aprendizaje recogidas continuamente¹⁰.

Como parte de la evaluación formativa, los Programas proponen en cada actividad un conjunto de criterios que permiten evaluar el desempeño de los estudiantes en un determinado aprendizaje. Estos criterios permiten identificar el lugar en que se encuentran los estudiantes en el desarrollo de las habilidades y la construcción de conocimientos, entregando información que permita al docente tomar decisiones pedagógicas para avanzar hacia el logro de los aprendizajes propuestos¹¹.

Los criterios de evaluación describen el dominio de conceptos, de procedimientos y actitudes en los estudiantes. En su conjunto, permiten evaluar la comprensión y la disposición o inclinación a actuar de acuerdo al marco de Habilidades y actitudes del siglo XXI. Cuando se integran en el desarrollo de la clase, los criterios de evaluación permiten generar un mejoramiento continuo del aprendizaje¹².

¹⁰ Mineduc (2017). *Presentación de Criterios de evaluación, calificación y promoción al Consejo Nacional de Educación*. Fundamentos a la propuesta de actualización de criterios y normas de Evaluación, Calificación y Promoción Escolar de estudiantes de Educación Regular presentada por la Unidad de Currículo y Evaluación al Consejo Nacional de Educación. Santiago, pág. 74.

¹¹ Para la construcción de los criterios, se han tenido a la vista las orientaciones que plantea la Mesa Covid Universitaria y la normativa vigente para la atención a la diversidad, la inclusión y la flexibilidad en la repuesta educativa contenida en la ley 20.845 de inclusión escolar (Art. 1°, núm. i), y como referente los principios del Decretos 83 de 2015 y Decreto 67 de 2018.

¹² Propuestas Educación Mesa Social Covid-19 (2021). *Recomendación para una evaluación pertinente en tiempos de crisis*. Santiago de Chile. Santiago, pág. 65.

Referencias

John Larmer, John Mergendoller, Suzie Boss. *Setting the Standard for Project Based Learning: A Proven Approach to Rigorous Classroom Instruction*, (ASCD 2015).

Knowles, M. S., Holton III, E. F., & Swanson, R. A. (2014). *The adult learner: The definitive classic in adult education and human resource development*. Routledge.

Lemov, D. (2014). *Teach like a champion 2.0: 62 techniques that put students on the path to college*. John Wiley & Sons.

Mineduc (2017). *Presentación de Criterios de evaluación, calificación y promoción al Consejo Nacional de Educación*. Fundamentos a la propuesta de actualización de criterios y normas de Evaluación, Calificación y Promoción Escolar de estudiantes de Educación Regular presentada por la Unidad de Currículo y Evaluación al Consejo Nacional de Educación. Santiago

Propuestas Educación Mesa Social Covid-19 (2021). *Recomendación para una evaluación pertinente en tiempos de crisis*. Santiago de Chile. Santiago, pág. 65

R. Swartz “El Aprendizaje basado en el Pensamiento. Cómo desarrollar en los alumnos las competencias del SXXI (2017). Edit. SM Figura 7-11. Pág. 232. Adaptación.

Universidad del Desarrollo, Centro de Innovación. Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). Recurso web disponible en: <https://innovaciondocente.udd.cl/metodologias-activas/>

UNESCO (2015). *La Agenda para el Desarrollo Sostenible*.
<https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/development-agenda/>

Propósitos formativos de la asignatura de Matemática

Comprender la matemática y aplicar sus conceptos y procedimientos a la resolución de problemas reales es fundamental para los ciudadanos del siglo XXI. La necesidad de resolver e interpretar una cantidad cada vez mayor de problemas y situaciones de la vida diaria, en contextos profesionales, personales, laborales, sociales y científicos, requiere comprender conceptos, desarrollar el razonamiento y aplicar destrezas matemáticas.

Un estudiante con conocimientos matemáticos reconoce el papel que las matemáticas juegan en el mundo para poder hacer juicios bien fundados y tomar las decisiones que necesitan los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos¹³. La educación matemática es fundamental para la formación de ciudadanos responsables, profesionales proactivos y es la base para desarrollar la capacidad de estudio de otras materias¹⁴. La matemática es una herramienta que se puede utilizar y aplicar, es una fuente para el desarrollo del pensamiento, que promueve habilidades y actitudes para la vida.

Con este propósito, la asignatura Matemática para la Educación de Personas Jóvenes y Adultas busca desarrollar en los estudiantes habilidades que les permitan comprender la matemática y el papel que estas juegan en la cultura y en sus propias vidas, al proporcionar un lenguaje que permite comprender el mundo desde una perspectiva lógica, por medio de la capacidad de modelar la realidad, representarla y resolver problemas con precisión y adaptabilidad. La asignatura busca también desarrollar en los estudiantes un pensamiento autónomo y crítico que les permita desenvolverse activamente como ciudadanos, aprender en un mundo incierto y fortalecer el autoconcepto y confianza en su propio razonamiento.

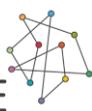
Enfoque de la asignatura

La asignatura tiene un énfasis principal en la alfabetización matemática y en el desarrollo de la capacidad de razonamiento matemático y la resolución de problemas en diversos contextos. La alfabetización matemática se entiende como la capacidad de identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en la vida, hacer juicios bien fundados y usar, en forma adecuada, tanto los conocimientos como las herramientas matemáticas para resolver problemas del ámbito personal, social y laboral. En el caso de la población Joven y Adulta, esto implica reconocer los aprendizajes previos que las personas puedan tener con los contenidos de la asignatura, evaluar y perfeccionar las formas de pensar matemáticamente y los procedimientos, desarrollar la capacidad de modelar y representar la realidad para entenderla.

El aprendizaje de la matemática implica tanto la aplicación de conocimientos y procedimientos, como la elaboración de estrategias. Con este fin, la resolución de problemas se presenta como una oportunidad de aprendizaje que está presente en todos los niveles de la asignatura, permitiendo a los estudiantes

¹³ Organization for Economic Co-operation and Development (OECD) 2020, Mathematics performance (PISA) (indicator). doi: 10.1787/04711c74-en (Accessed on 14 August 2020).

¹⁴ Loos, A. y Ziegler, G.-M. (2015). Gesellschaftliche Bedeutung der Mathematik. En R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme y H.-G. Weigand (Eds.), Handbuch der Mathematikdidaktik, pp. 3-19. Berlin, Heidelberg: Springer. doi: 10.1007/978-3-642-35119-8



desarrollar de manera progresiva estrategias y la creatividad para buscar y poner a prueba distintas soluciones. Ello permitirá reconocer la utilidad que tienen las matemáticas en la vida real, desarrollar la capacidad de resolver problemas de mayor complejidad y transferir las habilidades matemáticas a otras disciplinas.

Por otro lado, la representación en matemática, el desarrollo de la transferencia entre diferentes representaciones y el tránsito flexible de conocimiento matemático entre los lenguajes hablados, visuales, táctiles, sonoros u otros, abre las puertas al trabajo con algunas de las necesidades educativas especiales permanentes y transitorias, en términos comunicacionales y de comprensión. Por esto, el trabajo con esta habilidad y su desarrollo para la comprensión matemática son fundamentales para el trabajo en clases.

Estructura curricular Matemática

Las Bases Curriculares de Matemática para EPJA se articulan en torno a Objetivos de Aprendizaje de Habilidades y Actitudes. Las actitudes se trabajan de manera transversal e integral con los OA; sin embargo, se intencionan ciertos ámbitos de las Habilidades del Siglo XXI dada su pertinencia para el trabajo específico con cada habilidad. De esta manera, se integra en cada Objetivo de Aprendizaje la habilidad con una actitud.

Los Objetivos de Aprendizaje de habilidad y actitud se integran con los conocimientos esenciales del ámbito de los números y operaciones; álgebra y funciones; geometría; estadística y probabilidades, para favorecer la comprensión de las grandes ideas de la asignatura. Las grandes ideas operan como propósito formativo de cada módulo y nivel, orientando la comprensión y la articulación de los Objetivos de Aprendizaje y los Conocimientos esenciales.

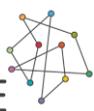
Objetivos de Aprendizaje

Los objetivos de habilidades y actitudes se organizan en 4 ejes e integran actitudes de los ámbitos que organizan las habilidades del siglo XXI, de acuerdo con un criterio de pertinencia para ser trabajadas integradamente con las habilidades. Estos ejes son:

- Representar
- Modelar
- Argumentar y Comunicar
- Resolver Problemas

Representar

La habilidad de representar se refiere a las formas de expresar conceptos, relaciones y objetos matemáticos provenientes de diferentes contextos. Las representaciones se pueden dar en tres niveles, de manera concreta, pictórica o simbólica. Esta habilidad incluye el crear relatos en base a una expresión matemática simple, ecuación o función, utilizar tablas o esquemas con lenguaje matemático, transferir una situación de un nivel de representación a otro. También incluye el uso de representaciones propias de la matemática, como la línea recta, el plano cartesiano, la tabla de datos para comprender y explicar tanto procesos como relaciones.



En el primer nivel se espera que los estudiantes puedan relacionar el conocimiento intuitivo con una explicación formal de las situaciones, pudiendo transitar de un nivel de representación a otro (concreta, pictórica y simbólica) para luego contrastar la información que ofrecen distintos niveles de representación. En la Educación Media podrán representar, de manera autónoma, un mismo contenido, transitando entre distintos niveles de representación. Esta progresión favorece el desarrollo de la transferencia, potencia la comprensión de las operaciones, relaciones y conceptos matemáticos y brinda un significado cercano a las expresiones matemáticas.

Se espera que, para realizar estas representaciones, los estudiantes extraigan información desde acciones concretas y elijan distintas formas de expresar esta información, por ejemplo, utilizando números, unidades de medidas estandarizadas, tablas, gráficos, diagramas, metáforas, símbolos matemáticos, rectas numéricas, entre otras representaciones. En particular, la habilidad del siglo XXI de las herramientas para trabajar contribuye al desarrollo de la habilidad de representar. Los momentos de aprendizaje priorizan el uso y la aplicación de diferentes herramientas visuales, sonoras, digitales tecnológicas o táctiles para trabajar, con el objetivo de representar ideas, objetos, procesos y relaciones en matemática. Incluyendo desde el uso de TIC hasta el uso apropiado de la regla, el uso de la calculadora, el uso de plataformas o programas.

Modelar

Modelar es una habilidad que permite encontrar un modelo que describe matemáticamente una situación del mundo real permitiendo hacer predicciones, valoraciones, ajustes y cambios, para eventualmente hacer cambios a la realidad o al modelo. Es decir, un modelo expresa acciones o situaciones reales, cotidianas con lenguaje matemático. El modelo construido debe capturar parte de las características de una realidad dinámica para poder estudiarla, modificarla y/o evaluarla. Asimismo, el modelo permite buscar soluciones, aplicarlas a otras realidades similares (objetos, fenómenos, situaciones), comparar impactos y encontrar nuevas relaciones de la realidad. Es importante señalar que la habilidad de organizar, componer, crear y ajustar desde la realidad con base en la matemática y viceversa, es la base de la habilidad de modelar. En el proceso de modelar hay algunas nociones de la habilidad de representar y por esto, se habla de habilidades que se complementan según el contexto.

La habilidad de modelar implica la capacidad de seleccionar, usar, ajustar y evaluar modelos que involucren operatoria, identificar regularidades y generalizar usando lenguaje matemático, traducir expresiones en lenguaje cotidiano a lenguaje matemático y viceversa. En los niveles de Educación Básica, los estudiantes aprenderán a seleccionar un modelo según su pertinencia a la situación real, para luego usarlo para comprender fenómenos diversos. En base a ello, podrán evaluar la pertinencia de los modelos utilizados en relación con el problema y considerando sus limitaciones. En los niveles de la Educación Media, podrán seleccionar y ajustar modelos matemáticos pudiendo representar patrones y fenómenos, y resolver problemas cotidianos.

En conjunto con esta habilidad matemática, se espera que los estudiantes desarrollen la manera de trabajar colaborativamente, con responsabilidad y liderazgo, lo cual requiere de propuestas de trabajo en proyectos y organización del tiempo y del trabajo en grupos. Además, se busca motivar la manipulación de herramientas para trabajar, valorando las TIC como una oportunidad para informarse, investigar y comunicarse, actuando de acuerdo con los principios de la ética. En esta actitud, los datos juegan un rol principal en la comprensión y presentación de la información.

La integración de la habilidad de modelar y con el ámbito de Maneras de vivir en el mundo permite dar un enfoque al momento de trabajar y evaluar la actitud, priorizando en este caso el modelamiento de situaciones reales. El modelamiento matemático de mi alrededor permite dar respuestas técnicas, resolver problemas logísticos, de presupuesto y organizacionales propios de la construcción de proyectos personales, de la sociedad o de la comunidad en la cual los estudiantes de EPJA están inmersos.

Argumentar y comunicar

La habilidad de argumentar implica comunicar resultados en lenguaje matemático, explicar el razonamiento utilizado para realizar procedimientos, y fundamentar conjeturas, comprobar reglas y propiedades y realizar deducciones. Esta es una habilidad que permite desarrollar la generalización, que es considerado uno de los procedimientos básicos en la producción del conocimiento de las disciplinas en general y de la disciplina matemática en particular.

Los objetivos de aprendizaje de este grupo de habilidades desarrollan la capacidad de identificar y luego explicar reglas, soluciones propias y procedimientos, entendiendo que el razonamiento matemático es la capacidad de argumentar y obtener conclusiones a partir de premisas o conjeturas. En el ámbito de la comunicación, por su parte, podrán expresar el razonamiento matemático utilizado en la elaboración de conjeturas, procedimientos y resultados, llegando a fundamentar las conjeturas, utilizando el lenguaje matemático, y realizar demostraciones simples de sus resultados, pudiendo identificar si en esta hay saltos o errores.

La integración de la habilidad de argumentar y comunicar con el ámbito de la Maneras de trabajar se focaliza en el logro y verificación de la comunicación en matemática. Se espera que los estudiantes de EPJA logren desarrollar tanto la habilidad de argumentar como la de comunicar, mostrando empatía y respeto por las posturas o errores del otro a la hora de desarrollar trabajos colaborativos y en situaciones de argumentación. En particular, en la habilidad de argumentar se espera un procedimiento honesto donde la matemática juega un rol en el razonamiento lógico en el proceso y logro de resultados de problemas abiertos o cerrados.

Resolver problemas

La habilidad de resolver problemas es tanto un medio como un fin en la adquisición de habilidades matemáticas. La habilidad implica desarrollar otras habilidades que permitan que la resolución se vaya acercando a procesos creativos de búsqueda de soluciones y transferencia de procedimientos hasta llegar a variar parámetros o condiciones.

Los Objetivos de Aprendizaje de estas bases progresan de manera que los estudiantes complejicen las estrategias utilizadas y especialmente, la capacidad de transferir los procedimientos y resultados a otras situaciones. En los niveles de la Educación Básica, los estudiantes tendrán que aplicar los procedimientos utilizados a otras situaciones idénticas a la original, y podrán transferirlos a nuevas situaciones. En la Educación Media, los estudiantes podrán resolver problemas variando parámetros o condiciones y observar cómo influye en los resultados obtenidos, evaluando el proceso y comparando los cambios.

La habilidad de resolver problemas se enriquece con el trabajo conjunto de las demás habilidades matemáticas como representar, modelar, argumentar y comunicar, incentivando el desarrollo de la creatividad, la capacidad de identificar nuevos problemas y explicarlos.

Aprender a resolver problemas es un proceso en el cual es recomendable incluir el trabajo colaborativo, ya que la ayuda y colaboración de otros en la búsqueda de soluciones promueve el aprendizaje entre pares. Dar una respuesta requiere de responsabilidad y honestidad, la cual puede facilitarse en las conversaciones entre pares y de forma colaborativa reconocer y mejorar el error para poder avanzar en conjunto. La resolución de problemas se facilita con el uso de las herramientas disponibles y un problema puede ser una meta que lograr o un desafío que da respuestas a la comunidad de mi entorno. Tomar una decisión responde, entre otras cosas, al resultado de una solución a un problema y una postura razonada puede producir cambios positivos en los diferentes ámbitos.

Si bien la habilidad de resolver problemas es una habilidad transversal, requiere también de una intencionalidad y de un acompañamiento para su correcto desarrollo. Se espera que esta habilidad sea trabajada integradamente con el ámbito de Formas de pensar, promoviendo la actitud de pensar con perseverancia y con flexibilidad para encontrar soluciones a los problemas. Además, se espera que el estudiante de EPJA sea reflexivo con sus procedimientos y autónomo en las elecciones de las estrategias involucradas en la resolución de problemas.

DECRETO EN TRÁMITE

Objetivos de Aprendizaje

Se espera que los estudiantes sean capaces de:

OA1. Expresar matemáticamente información del entorno y de problemas utilizando diversas representaciones interesándose por las posibilidades que ofrece la tecnología (Representar)

OA2. Contrastar información entre distintos niveles de representación para un mismo contenido matemático, valorando las TIC como una oportunidad. (Representar)

OA3. Usar modelos matemáticos dados para comprender fenómenos, asumiendo posturas razonadas. (Modelar)

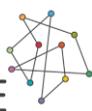
OA4. Expresar acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático, asumiendo posturas razonadas. (Modelar)

OA5. Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas, trabajando con empatía y respeto. (Argumentar y comunicar)

OA6. Seleccionar estrategias, y transferir a nuevas situaciones pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. (Resolución de problemas)

Conocimientos esenciales

- Adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones de números enteros.
- Razones y porcentajes.
- Proporciones directas e indirectas.
- Expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones lineales.
- Funciones lineales y afines.
- Área y volumen de prismas rectos con diferentes bases y cilindros.
- Teorema de Pitágoras.
- Experimentos aleatorios, frecuencia absoluta, relativa y la probabilidad.



Orientaciones didácticas y pedagógicas

Para promover el aprendizaje de la matemática se sugieren las siguientes orientaciones didácticas y pedagógicas:

- Aprender comprensivamente en matemática

Entendemos que una persona ha aprendido profundamente un contenido cuando es capaz de realizar una variedad de operaciones mentales sobre un mismo tópico (Beas, Manterola y Santa Cruz, 1998). Los objetivos de aprendizaje y las actividades de desempeño se presentan para lograr la comprensión profunda de la matemática, se espera que el estudiante dé explicaciones, que muestre evidencia y ejemplos, saque conclusiones, generalice, compare, aplique a nuevas situaciones, establezca analogías, presente la información de diferentes perspectivas, que utilice el conocimiento para resolver problemas y que avance en éste estableciendo relaciones.

Para esto es necesario guiar a los estudiantes mostrando posibles explicaciones, elaborando evidencias, ejemplificar la forma de transferir a otras situaciones. Se sugiere guiar la realización de las diferentes operaciones mentales que se pueden realizar sobre un mismo tópico, en particular, ampliar la memoria mecánica, ya que puede facilitar varios procesos de la resolución de problemas que la requieren. Dado que EPJA tiene varias modalidades y con diferentes accesos a las herramientas de trabajo, podría ser de gran ayuda la memoria mecánica, como también el uso hábil de las herramientas disponibles, en particular de la calculadora. Por lo tanto, saber de manera directa la operación que se debe utilizar o el conocimiento del procedimiento de varias operaciones puede ser un facilitador de la comprensión del tópico matemático que se esté trabajando. En este sentido, se sugiere utilizar una variada gama de estrategias visuales, auditivas o escritas en las prácticas guiadas que permitan incentivar las diferentes preferencias de los estilos de aprendizaje de los estudiantes.

- Nociones Básicas en matemática

Considerar las Nociones Básicas en Matemática significa tener presente las ideas, imágenes y acciones mentales previas de cada estudiante para construir y comprender conocimiento matemático. El docente desarrolla en las clases de matemática esta construcción de conocimiento desde las experiencias de los estudiantes hasta llegar a la abstracción y generalización, momento en el cual, el estudiante aplica el conocimiento y luego transfiere a nuevas situaciones que pueden ser similares o completamente diferentes. Esta caracterización de las Nociones Básicas en matemática (Vom Hofe y Reyes-Santander, 2021) incluyen la significación matemática del concepto, el establecimiento de representaciones que dejan de ser personales para ser comprendidas desde el lenguaje matemático y la transferencia al mundo real, por medio del desarrollo de la habilidad de modelar.

El trabajo con las Nociones Básicas en EPJA es fundamental para el desarrollo de habilidades matemáticas, dado que el joven y adulto ya tiene una noción de lo que podría significar algún conocimiento matemático, es necesario centrarse en cuáles son estas nociones adquiridas y en el cómo se llega a una noción normativa, que describe interpretaciones comprensibles de conceptos, definiciones y relaciones matemáticas. Para lo primero, el trabajo con las preguntas propuestas en las actividades de desempeño y las respuestas que dan los estudiantes, permiten hacer una estructura de

las nociones básicas de la clase. Esta información en conjunto con el desarrollo de la construcción del conocimiento y la práctica guiada de la actividad de desempeño deberían permitir al estudiante hacer el recorrido para obtener una Noción Básica de un concepto matemático.

- **Carácter progresivo de la asignatura**

La educación matemática tiene un carácter progresivo y en espiral, esto significa que las clases se desarrollan volviendo siempre a los conceptos básicos en diferentes niveles y contextos. El principio en espiral da cuenta de los conocimientos matemáticos previos que se requieren para aprender de manera fluida, comenzando desde lo más sencillo hasta lo más complejo, volviendo al mismo tema, ampliando y profundizando cada vez más, hasta cerrar completamente el tema, así no se desplazan temas hasta que se tenga todo el conocimiento necesario, se puede empezar siempre con un nivel inicial, preparatorio. El principio en espiral se acompaña del principio de continuidad de la educación matemática, que es considerada como la selección y tratamiento de un tema para que sea posible luego con un nuevo tratamiento adicional y una continuación en el siguiente nivel educativo.

Este carácter progresivo, nos indica que la construcción del conocimiento tiene antecedentes del nivel anterior y consecuentes para el año siguiente. Se sugiere considerar, retomar para poder avanzar de un año a otro. En el caso del nivel 1 de Educación Básica y cada vez que se comience un tema que no tiene un antecedente, se sugiere considerar las nociones básicas intuitivas para construir un nuevo conocimiento. En este programa se pone a disposición del docente la sección del diagnóstico, la cual se basa en los conocimientos previos que se requieren para comenzar con la actividad. Además, se sugiere cada vez que sea necesario el considerar un módulo cero de nivelación o dedicar un tiempo para revisar y retomar para luego avanzar. En cada tema y su planificación anual, se sugiere utilizar el principio de esquematización progresiva, que comienza en pequeños pasos, aislando las dificultades para reducir la complejidad y lograr el nivel de abstracción que permite una comunicación matemática fluida y comprensiva.

- **Ejercitar con sentido**

Internalizar un concepto requiere de varias acciones, en matemática una de las acciones más reconocidas, como en la educación física, es la ejercitación. Aquí hablamos de ejercitar para lograr una meta, una ejercitación con sentido se refiere a que los ejercicios propuestos tienen una estructura que permite reconocer la ampliación y profundizar en el conocimiento y la habilidad. La ejercitación sirve y tiene sentido cuando nos lleva de manera directa a lograr un objetivo preciso y previamente declarado.

Para lograr una ejercitación con sentido se sugieren en la mayoría de las prácticas independientes, situaciones, problemas y ejercicios en los cuales se presentan variaciones de la instrucción para ejercitar un mismo tópico. En algunos casos, se presentan estrategias de clases o metodologías de trabajo como las estaciones, trabajo grupal, trabajo autónomo, juego de roles o trabajo de pares para llevar a cabo esta ejercitación. Según Leuders (2005) hay una enseñanza explícita que se consolida con ejercicios básicos directos, necesaria para la adquisición segura del conocimiento y para la ejercitación que requiere de nexos matemáticos más profundos.

Se sugiere considerar para la práctica independiente y la categorización de los diferentes tipos de ejercitación con sentido el siguiente listado:

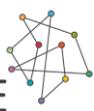
- Ejercicios básicos directos.
- Ejercicios que combinan otras áreas del conocimiento.
- Ejercicios que requieren de una comprensión profunda y de elaborar conexiones matemáticas.
- Ejercicios que se basan en la proactividad y la experimentación concreta.
- Ejercicios que son una combinación de una conexión matemática con la experimentación concreta y que implica hacer inferencias sobre los resultados de un experimento que no están detallados previamente.
- Ejercicios creativos que consideran la modificación de las condiciones iniciales o intermedias o de la creación propia de ejercicios.

La ejercitación incluye el pensar en los diferentes grados de dificultad de los problemas presentados y en este sentido, se sugiere comenzar siempre con un nivel básico y de accesibilidad para todos, esto significa que todo el curso debería responder a este tipo de ejercitación. Un ejercicio puede ser al inicio un problema para el estudiante, esta mirada debe estar siempre desde el punto de vista del estudiante y no del docente, esto significa que se espera entonces que luego de una ejercitación, los problemas sean considerados por el estudiante como un ejercicio o como un problema rutinario. La ejercitación debe ser considerada como un facilitador para la resolución de problemas, más que un trabajo repetitivo y sin sentido.

- Los grupos etarios, la motivación y los contextos en matemática

El perfil de egreso de un estudiante de EPJA se va construyendo desde todas las asignaturas y a través de todos los años de duración de los estudios, este perfil incluye además las experiencias que vaya teniendo cada persona en su trayecto de vida. La Matemática contribuye como una asignatura que ofrece situaciones basadas en contextos que van desde situaciones familiares, del trabajo, profesionales o del ámbito de las ciencias, incluso ofrece contextos y oportunidades de aprendizaje que se desarrollan dentro de la matemática misma y con o sin necesidad de tener contextos.

En este sentido, el tener diferentes grupos etarios provee a la clase de una variedad de contextos que pueden ser trabajados y compartidos con los estudiantes, desarrollando principalmente la empatía y la comprensión de las situaciones y vivencias de otros. La motivación para aprender matemática es un gran desafío para el docente y por este motivo, el desarrollo de una situación experiencial cercana e idealmente vivenciada por algún integrante de la clase puede ser una fortaleza para enganchar a los estudiantes con el tema. También, la presentación y comunicación de la experiencia es clave para motivar a la clase, el desarrollo de las preguntas iniciales de la clase y escribir las respuestas iniciales de esta parte de la clase considerando todo como un aporte, puede hacer una gran diferencia a la motivación personal como grupal por aprender matemática.



- Diferenciación natural en matemática

En las clases de matemática de EPJA se encuentran diferentes formas de heterogeneidad, por nombrar algunas, de género, culturales o étnicas, edad, logros de los aprendizajes, tipo de establecimiento, condiciones de espacio, condiciones de libertad, deficiencias, y discapacidades intelectuales, de aprendizaje o físicas. Dentro de estas, el docente puede considerar la heterogeneidad como un problema, como un caso normal o como una oportunidad para la enseñanza o para el aprendizaje. Con todas estas posibilidades, el docente debe elegir según sus propias capacidades o intereses cuál de ellas puede trabajar de manera objetiva y responsable en sus clases.

En particular, desde la asignatura de matemática se puede considerar la heterogeneidad como una oportunidad de aprendizaje y con un centro natural en el nivel de logro de aprendizajes, ya sea para potenciar o nivelar rendimientos. Dentro de esta categoría, se sugieren las siguientes consideraciones que pueden ser incluidas en la práctica independiente como una categorización de los problemas, situaciones y ejercicios presentados:

- Cantidad de ejercicios, más o menos dependiendo de cada estudiante o clase.
- Grado de dificultad, proponer en categorías de 3 a 4 grados diferentes.
- Forma de la apropiación o internalización que tiene de preferencia cada estudiante, leyendo, escuchando, hablando o haciendo, para algunos basta con una vez de escuchar y para otros requieren escuchar varias veces, escribir y complementar en su casa.
- Forma de abordar y presentar los conocimientos conceptuales y procedimentales, incluyendo una variedad de representaciones visuales, auditivas, táctiles o corporales.
- Graduar la ayuda y mediaciones que recibe el estudiante, aunque se reconoce que hay estudiantes que necesitan mucha ayuda para comenzar o durante el trabajo, el desarrollo de la autonomía debe ser el objetivo transversal del docente.
- Variedad en las formas sociales de trabajo, individual, pares o en grupos.
- Graduación del tiempo concedido para un mismo trabajo.
- Dar a elegir entre uno o más ejercicios, problemas o situaciones a desarrollar.

- El trabajo con el error en matemática

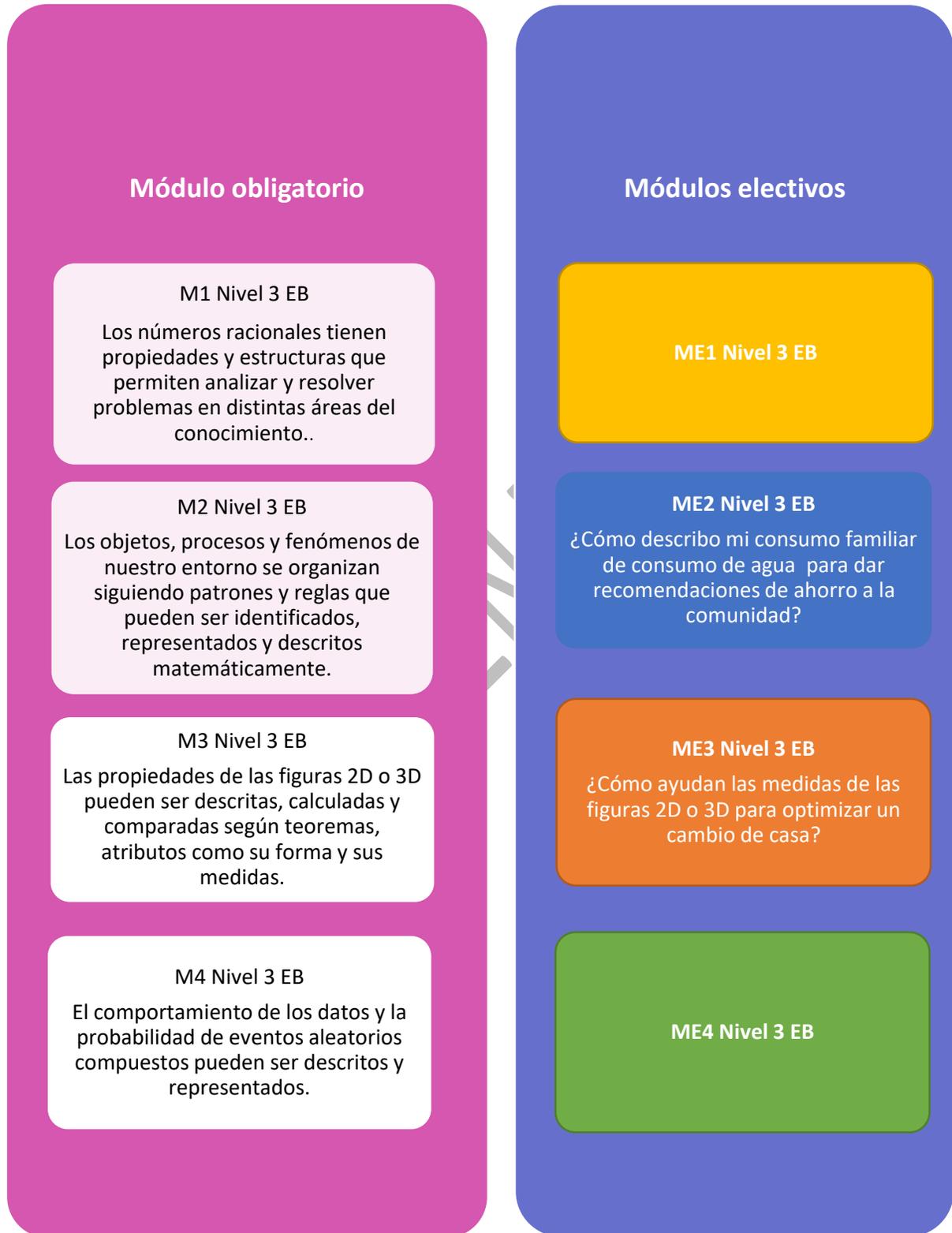
La actitud del docente frente al error se puede presentar con la metáfora de los errores como una ventana hacia el pensamiento del estudiante. Los errores no se pueden ignorar porque así no es posible promover el aprendizaje, ya que estos son una fuente de información acerca del razonamiento del estudiante, que es el lugar en el cual el estudiante aplica y construye nuevos aprendizajes. Por otra parte, si el profesor solo castiga el error, tampoco se avanza, entonces se sugiere tomar el error y analizarlo para ver de qué manera es posible ayudar a ese estudiante a mejorar su comprensión sobre el tema (Larraín, 2016).

En relación con el manejo de errores frecuentes, es muy relevante que los docentes conozcan al menos los errores más usuales, porque esto ayuda a que sean capaces de percibir de manera más clara e inmediata los errores que se están cometiendo y puedan manejar hipótesis acerca de qué es lo que ha generado los errores y por tanto pueda reaccionar de mejor manera cuando estos ocurren. También es posible anticiparse a algunos errores frecuentes, presentarlos a nivel curso y pensar todos juntos, identificando qué es lo que no está bien. Así, la decisión acerca de cómo tratar un error y hacer un plan de acción, de qué hacer para corregir el error, depende de las dos fases anteriores: percibir o identificar el error y luego interpretarlo para elaborar hipótesis acerca de sus causas.

Referencias

- Beas, J., Manterola, M., y Santa Cruz, J. (1998). Habilidades cognitivas y objetivos transversales: Un tema para pensar y actuar. *Pensamiento educativo, Revista De Investigación Latinoamericana (PEL)*, 22(1), 175-192. Recuperado a partir de <http://pensamientoeducativo.uc.cl/index.php/pel/article/view/24935>.
- Larraín, M. (2016). Comprensión del razonamiento matemático de los estudiantes: una práctica pedagógica inclusiva. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. 45: 152-161.
- Leuders, T. (2005). Intelligentes Üben selbst gestalten! Erfahrungen aus dem Mathematikunterricht. *Pädagogik* 57(11), 29 – 32.
- Loos, A. y Ziegler, G.-M. (2015). Gesellschaftliche Bedeutung der Mathematik. En R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme y H.-G. Weigand (Eds.), *Handbuch der Mathematikdidaktik*, pp. 3-19. Berlin, Heidelberg: Springer. doi: 10.1007/978-3-642-35119-8
- OECD, Organization for Economic Co-operation and Development (2020). *Mathematics performance, PISA* (indicator). doi: 10.1787/04711c74
- Vom Hofe, R., y Reyes-Santander, P. (2021). Nociones Básicas: Un enfoque didáctico para promover la comprensión del contenido en clase de matemática. En R. vom Hofe y otros (eds.), *matemática enactiva: Aportes para la articulación entre teoría y práctica en la educación matemática*. Barcelona: Grao. 27 - 60.

Visión panorámica de los módulos del Nivel 3 EB para Matemática



Visión panorámica Objetivos de Aprendizaje y conocimientos esenciales

Matemática Nivel 3 Educación Básica				
Módulos obligatorios	Módulo 1 Nivel 3 EB	Módulo 2 Nivel 3 EB	Módulo 3 Nivel 3 EB	Módulo 4 Nivel 3 EB
Gran idea	Los números racionales tienen propiedades y estructuras que permiten analizar y resolver problemas en distintas áreas del conocimiento.	Los objetos, procesos y fenómenos de nuestro entorno se organizan siguiendo patrones y reglas que pueden ser identificados, representados y descritos matemáticamente.	Las propiedades de las figuras 2D o 3D pueden ser descritas, calculadas y comparadas según teoremas, atributos como su forma y sus medidas.	El comportamiento de los datos y la probabilidad de eventos aleatorios compuestos pueden ser descritos y representados.
Objetivos de Aprendizaje	<p>OA2. Contrastar información entre distintos niveles de representación para un mismo contenido matemático, valorando las TIC como una oportunidad. (Representar)</p> <p>OA4. Expresar acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático, asumiendo posturas razonadas. (Modelar)</p> <p>OA5. Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas, trabajando con empatía y respeto.</p>	<p>OA2. Contrastar información entre distintos niveles de representación para un mismo contenido matemático, valorando las TIC como una oportunidad. (Representar)</p> <p>OA4. Expresar acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático, asumiendo posturas razonadas. (Modelar)</p> <p>OA5. Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas, trabajando con empatía y</p>	<p>OA3. Usar modelos matemáticos dados para comprender fenómenos, asumiendo posturas razonadas. (Modelar)</p> <p>OA4. Expresar acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático, asumiendo posturas razonadas. (Modelar)</p> <p>OA5. Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas, trabajando con empatía y respeto. (Argumentar y comunicar)</p> <p>OA6. Seleccionar estrategias, y transferir a nuevas</p>	<p>OA1. Expresar matemáticamente información del entorno y de problemas utilizando diversas representaciones interesándose por las posibilidades que ofrece la tecnología (Representar)</p> <p>OA3. Usar modelos matemáticos dados para comprender fenómenos, asumiendo posturas razonadas. (Modelar)</p> <p>OA6. Seleccionar estrategias, y transferir a nuevas situaciones pensando con perseverancia y proactividad para encontrar</p>

Conocimientos esenciales	<p>(Argumentar y comunicar)</p> <p>OA6. Seleccionar estrategias, y transferir a nuevas situaciones pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. (Resolución de problemas)</p>	<p>respeto. (Argumentar y comunicar)</p> <p>OA6. Seleccionar estrategias, y transferir a nuevas situaciones pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. (Resolución de problemas)</p>	<p>situaciones pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. (Resolución de problemas)</p>	<p>soluciones. (Resolución de problemas)</p>
	<p>Adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones de números enteros.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones lineales. • Proporciones directa e inversa. • Funciones lineales y afines. 	<ul style="list-style-type: none"> • Expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones lineales. • Área y volumen de prismas rectos con diferentes bases y cilindros. • Teorema de Pitágoras. 	<ul style="list-style-type: none"> • Razones y porcentajes. • Experimentos aleatorios, frecuencia absoluta, relativa y la probabilidad.
Tiempo estimado	6 semanas (24 horas)	6 semanas (24 horas)	6 semanas (24 horas)	6 semanas (24 horas)

Módulos electivos

	Módulo electivo 1 Nivel 1 EB	Módulo electivo 2 Nivel 2 EB	Módulo electivo 3 Nivel 2 EB	Módulo electivo 4 Nivel 2 EB
Tiempo estimado	6 semanas (24 horas)	6 semanas (24 horas)	6 semanas (24 horas)	6 semanas (24 horas)

DECRETO EN TRÁMITE

Módulos obligatorios de la asignatura

Módulo obligatorio 1

Visión panorámica

Gran idea

Los números racionales tienen propiedades y estructuras que permiten analizar y resolver problemas en distintas áreas del conocimiento.

Objetivos de aprendizaje

OA2. Contrastar información entre distintos niveles de representación para un mismo contenido matemático, valorando las TIC como una oportunidad. **(Representar)**

OA4. Expresar acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático, asumiendo posturas razonadas. **(Modelar)**

OA5. Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas, trabajando con empatía y respeto. **(Argumentar y comunicar)**

OA6. Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolver problemas)**

Conocimientos esenciales

- Adición de números enteros.
- Sustracción de números enteros.
- Multiplicación de números enteros.
- División de números enteros.

Tiempo estimado

6 semanas (24 horas)

Propósito del módulo obligatorio 1

En el módulo 1 de la asignatura de matemática del Nivel 3 de Educación Básica, se espera que los estudiantes comprendan que *los números racionales tienen propiedades y estructuras que permiten analizar y resolver problemas en distintas áreas del conocimiento*. En particular, este módulo extiende el conocimiento a los números enteros y a los números racionales negativos, que han sido trabajado en niveles anteriores de EPJA. La comprensión de este nuevo conocimiento incluye la representación, la argumentación, la modelación y la resolución de problemas. Este módulo es una oportunidad para describir nuevos números, para ampliar las expresiones que describen el entorno y para resolver problemas identificando la información y aplicando procedimientos similares.

Los Objetivos de Aprendizaje del módulo 1 desarrollan las habilidades de representar, modelar y resolver problemas, las cuales permiten comprender profundamente los números enteros y ampliar a los decimales y fracciones negativas. Decimos que se comprende profundamente la operatoria con números racionales negativos cuando se representa la operatoria de forma pictórica y simbólica, cuando se explica a otros la forma de proceder y operar con estos números, cuando se aplica lo aprendido en variados contextos y cuando se transfiere el conocimiento a otro conjunto numérico. Los estudiantes en este módulo suman, restan, multiplican y dividen números enteros y transfieren este conocimiento a fracciones y decimales negativos.

Los Objetivos de Aprendizaje del módulo 1 desarrollan las actitudes del siglo XXI del ámbito de las Maneras de pensar, las Herramientas para trabajar y las Maneras de trabajar, promoviendo el aprovechar las oportunidades que ofrece la tecnología y las herramientas disponibles para representar y resolver problemas. Asimismo, este módulo promueve la empatía y el respeto al momento de dar explicaciones o de presentar la forma de proceder frente a la operatoria con números enteros o en la transferencia de propiedades a otros conjuntos. Se espera una actitud de asumir posturas razonadas frente a la resolución de problemas y a la elaboración de respuestas.

Ruta de Aprendizaje del Módulo obligatorio 1

Los números racionales tienen propiedades y estructuras que permiten analizar y resolver problemas en distintas áreas del conocimiento.

Actividad de desempeño 1:

Contrastan información entre distintos niveles de representación en la adición y sustracción de números enteros.

Actividad de desempeño 2:

Expresan acciones y situaciones cotidianas usando la multiplicación de números enteros.

Actividad de desempeño 3:

Expresan acciones y situaciones cotidianas usando la división de números enteros.

Actividad de desempeño 4:

Explican soluciones propias y procedimientos utilizados para resolver problemas de operatoria combinada con números racionales.



Actividad de desempeño 1

Propósito

Esta actividad busca que los estudiantes utilicen la adición o sustracción de enteros con sus diferentes representaciones para describir situaciones y responder a problemas relacionados, esto le permitirá desenvolverse de manera más eficiente en el mundo personal o laboral, reconociendo las nociones de saldo a favor o en contra, las temperaturas sobre o bajo cero y las posiciones bajo o sobre el nivel del mar.

Objetivo de Aprendizaje

OA2. Contrastar información entre distintos niveles de representación para un mismo contenido matemático, valorando las TIC como una oportunidad. **(Representar)**

Conocimiento esencial

- Adición de números enteros.
- Sustracción de números enteros.

Tiempo estimado

6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Operatoria con números naturales.
- Ubicación de números naturales en la recta numérica.

Desarrollo de la actividad

Situación experiencial

El docente presenta a los estudiantes distintas situaciones en las cuales se puede ver involucrado el uso de los números enteros en diferentes contextos y en las cuales se pueda reconocer que es posible realizar operaciones con números positivos y negativos

<p>Temperatura</p> <p>Aumento o disminución de la temperatura, uso de grados Celsius como unidad de medida, el termómetro para iniciar el uso de la recta numérica.</p>	
<p>Tener y deber dinero</p> <p>Uso de números rojos para los negativos y las deudas y uso de los números en azul para los saldos positivos de las cuentas de dinero.</p>	
<p>Sobre o bajo el nivel del mar</p> <p>Uso de la noción de distancia con referencia al nivel del mar, sobre el nivel de mar y bajo el nivel del mar.</p>	

El docente les pide comentar y presentar nuevas situaciones en las cuales se reconoce el uso de números en base a opuestos, guiándose por las siguientes preguntas:

- ¿Qué situaciones son opuestas?
- ¿Cómo podemos asociar opuestos con los números?
- ¿Cómo se relacionan las situaciones con los números enteros?
- ¿Con qué elemento de la situación podemos relacionar el cero?
- ¿Qué usos podría tener el desarrollo de operaciones con números enteros?

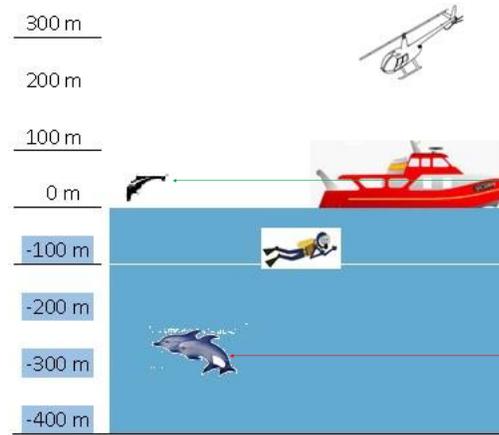
Conexión interdisciplinar

Lenguaje y comunicación
OA5 Nivel 3 EB

Ciencias naturales
OA1 Nivel 3 EB

Construcción de conocimiento

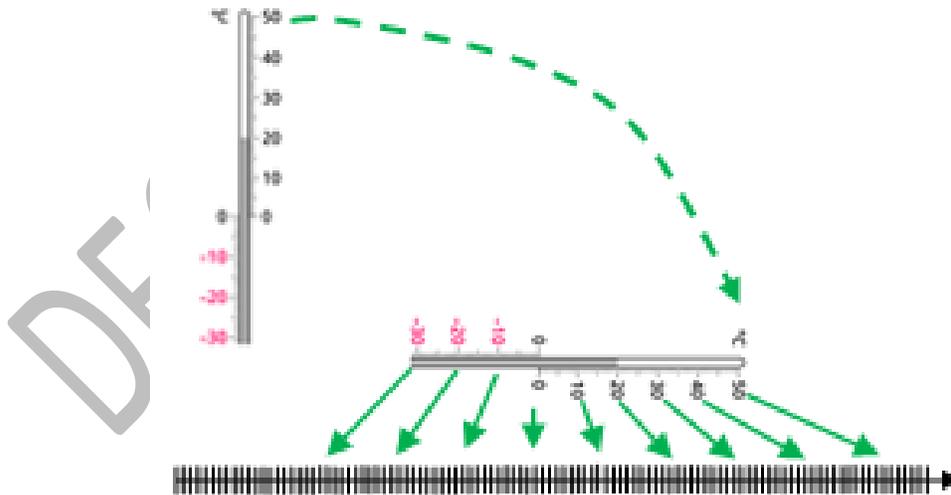
Para construir el conocimiento sobre la adición y sustracción de números enteros se sugiere comenzar con diferentes ubicaciones de objetos y determinar la distancia que hay entre estos, utilizando la idea de sobre el nivel del mar.



Para guiar a los estudiantes en la elaboración de respuestas, se sugiere motivar su participación por medio de ejemplos y de preguntas tales como:

- ¿Cuál es la distancia entre los delfines y el helicóptero?
- ¿Cómo podemos expresar esta distancia?
- ¿Cómo se realiza la operación adición con números enteros?

Además, se sugiere introducir la recta numérica y su ampliación de la ubicación de números naturales a números enteros, utilizando la noción de temperatura sobre o bajo 0° grados.



Práctica guiada

Se sugiere guiar el aprendizaje de la adición y de la sustracción de números enteros, transitando por diferentes niveles de representación y apoyándose de la escritura y de la digitación en la calculadora.

Acción	Ejemplo	Preguntas de apoyo
Ordenar números enteros en un contexto real	Saldos a favor y en contra en situaciones de ingreso y egreso de dinero, se puede utilizar la metáfora de los números en rojo para indicar los saldos negativos.	<p>¿Cuál es la deuda más alta en la cartola?</p> <p>¿Cuál es el número negativo que está relacionado con el saldo en contra más grande?</p> <p>¿Cuál es la salida de dinero menor y qué número negativo lo representa?</p> <p>¿Cuál es el abono mayor y qué número positivo lo representa?</p>
Representar las medidas positivas o negativas en una recta numérica	Reconocimiento del cero, de los números negativos, del mayor, del menor y la relación con el opuesto, describiendo en términos de la posición y su distancia con respecto al cero, el opuesto de cada número.	<p>¿De qué manera podemos representar estas temperaturas?</p> <p>¿Dónde se ubican en la recta numérica todos los números positivos y todos los números negativos?</p> <p>¿Dónde se ubica en la recta numérica siempre el número mayor entre dos números enteros?</p>
Interpretar el contexto	Identificar en la situación si se trata de un ascenso o descenso en la temperatura, si se trata de un cargo a favor o en contra o si se trata de un recorrido de distancias, para luego operar con los datos entregados.	<p>¿Cómo explico que el modelo elegido es el correcto?</p> <p>¿Cómo podemos verificar si el modelo elegido nos sirve?</p> <p>¿Para qué nos sirve el modelo?</p>
Sumar o restar números enteros	Realizar procedimientos y algoritmos estandarizados para obtener un resultado numérico. Apoyarse de representaciones para la comprensión y la elaboración de explicaciones.	<p>¿Qué proceso realizamos para sumar números enteros?</p> <p>¿Qué proceso realizamos para restar números enteros?</p>

Explicar cómo se podrían ordenar los abonos de una cartola de mayor a menor, ordenar los descuentos o cargos de menor a mayor e interpretar estos números y su signo en relación con el tamaño de la deuda.

¿Cómo organizo mis gastos?

FECHA INICIO	01-10-2020	SALDO INICIAL		
FECHA TERMINO	30-10-2020	SALDO FINAL		
Fecha	Descripción	Nº Doc.	Cargos	Abonos
01-10-2020	COMISION CARTOLA PERIODICA	0	-1.024	
07-10-2020	TEF 10484847-8 LUCY DEL CARMEN	0		747.600
07-10-2020	TEF 10484847-8 LUCY DEL CARMEN	0		9.800
13-10-2020	TEF 14318071-9 GONZALEZ CHAVEZ	0		172.215
13-10-2020	TEF 75130000-K ASOC DE FUNC DE	0		345.765
14-10-2020	DOCTO BANCO	0		911.805
16-10-2020	TEF 72710000-8 ASOCIACION DE F	0		296.370
20-10-2020	DEPOSITO CON DOCUMENTOS	793388		327.920
23-10-2020	DEPOSITO EN EFECTIVO	0		186.900
23-10-2020	TEF 75130000-K ASOC DE FUNC DE	0		345.765
26-10-2020	TEF 73504400-1 CONFEDERACION N	0	-306.018	
26-10-2020	TEF 73504400-1 CONFEDERACION N	0	-4.533.600	
26-10-2020	TEF 12520302-7 CESAR VASQUEZ B	0	-20.000	
26-10-2020	TEF 10939696-6 ROSARIO FUENZAL	0	-20.000	
26-10-2020	TEF 9124780-1 SANDRA MOREAU T	0	-20.000	
26-10-2020	TEF 8963681-7 GISLENA REYES V	0	-20.000	
26-10-2020	TEF 7694728-7 PATRICIA SILVA	0	-20.000	
26-10-2020	TEF 12403775-1 CRISTIAN RODRIG	0	-20.000	
26-10-2020	TEF 6799628-3 MIRTHA INOSTROZ	0	-20.000	
27-10-2020	TEF 9124780-1 SANDRA MOREAU T	0	-12.500	
27-10-2020	TEF 12520302-7 CESAR VASQUEZ B	0	-13.835	
28-10-2020	TEF 6799628-3 MIRTHA INOSTROZ	0	-27.500	
28-10-2020	TEF 12520302-7 CESAR VASQUEZ B	0	-75.000	
30-10-2020	TEF 8125497-4 ALVARO PARDOW W	0	-105.000	

Se sugiere utilizar un organizador gráfico para guiar la adición intuitiva de números enteros, identificando el contexto, el uso del lenguaje natural, la elaboración de la expresión matemática y el resultado.

Contexto	Lenguaje natural	Operación / Lenguaje matemático	Resultado
Temperatura	Sube de 12°C por 3°C	Sumar/ $12^{\circ}\text{C} + 3^{\circ}\text{C}$	15°C
Finanzas	Tiene \$5 000 y abona \$8 000	Sumar/ $\$5\,000 + \$8\,000$	\$13 000
Alturas	Está a 350m y sube 130m	Sumar/ $350\text{m} + 130\text{m}$	480m
Finanzas	Debe \$27 000 abona \$52 000	Sumar / $-\$27\,000 + \$52\,000$	\$25 000
Temperatura	Hay -13°C y sube 15°C	Sumar/ $-13^{\circ}\text{C} + 15^{\circ}\text{C}$	2°C
Finanzas	Debe \$50 000 abona \$28 000	Sumar/ $-\$50\,000 + \$28\,000$	$-\$22\,000$
Alturas	Se ubica a $-1\,200\text{m}$ y emerge 500m	Sumar/ $-1\,200\text{m} + 500\text{m}$	-700m

Se sugiere utilizar un organizador gráfico para guiar la adición intuitiva de números enteros, identificando el contexto, el uso del lenguaje natural, la elaboración de la expresión matemática y el resultado.

Contexto	Lenguaje natural	Operación / Lenguaje matemático	Resultado
Temperatura	Baja de 3°C a 7°C	Restar/ $3^{\circ}\text{C} - 7^{\circ}\text{C}$	-4°C
Finanzas	Teniendo $-\$15\ 000$ retira $\$9\ 000$	Restar/ $-\$15\ 000 - \$9\ 000$	$-\$24\ 000$
Alturas	Se ubica a -120m y se sumerge 250m	Restar/ $-120\text{m} - 250\text{m}$	-370m
Finanzas	Teniendo $\$35\ 000$ retira $\$12\ 000$	Restar/ $\$35\ 000 - \$12\ 000$	$\$23\ 000$
Temperatura	Hay 5°C y disminuye 9°C	Restar/ $5^{\circ}\text{C} - 9^{\circ}\text{C}$	-4°C
Alturas	Tiene -370m y se sumerge 420m	Restar/ $-370\text{m} - 420\text{m}$	-790m
Temperaturas	Hay -9°C y disminuye 5°C	Restar/ $-9^{\circ}\text{C} - 5^{\circ}\text{C}$	-14°C

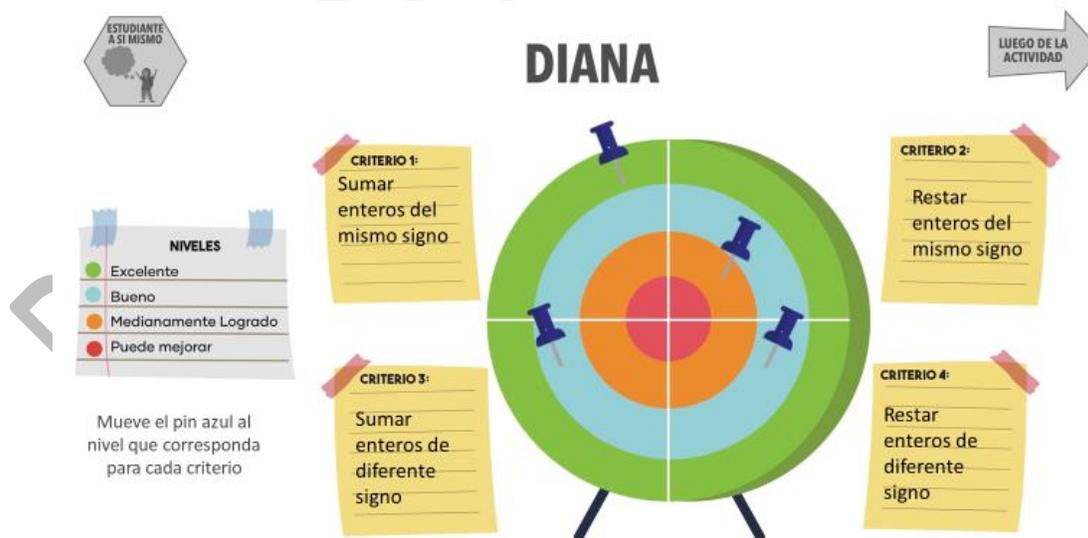
Práctica independiente

Se sugiere hacer un trabajo en estaciones que considere la suma de enteros, la sustracción de enteros, la ubicación de enteros en la recta numérica y la identificación de la operación que se debe realizar, especificando la estación en la cual se puede utilizar la calculadora y en cual no estaría permitida.

Acción	Ejemplos de estaciones	
Sumar enteros del mismo signo	Saldo inicial positivo y abono a la cuenta. $\$321\ 000 + \$83\ 000 = \$404\ 000$	<ul style="list-style-type: none"> $\\$96\ 200 + \\$45\ 000 =$ $\\$21\ 000 + \\$19\ 000 + \\$48\ 000 =$
	Temperatura inicial positiva y la temperatura sube. $13^{\circ}\text{C} + 9^{\circ}\text{C} = 22^{\circ}\text{C}$	<ul style="list-style-type: none"> $28^{\circ}\text{C} + 5^{\circ}\text{C} =$ $12^{\circ}\text{C} + 13^{\circ}\text{C} =$
	Saldo inicial negativo y se carga adicionalmente un monto. $-\$51\ 000 + (-\$20\ 000) = -\$71\ 000$	<ul style="list-style-type: none"> $-\\$170\ 000 + (-\\$35\ 000)$ $-\\$13\ 500 + (-\\$10\ 500) =$
	Posición de un submarino negativa y se da la orden de sumergirse más $-1\ 500\text{m} + (-300\text{m}) = -1\ 800\text{m}$	<ul style="list-style-type: none"> $-420\text{m} + (-330\text{m}) =$ $-530\text{m} + (-600\text{m}) =$
Sumar enteros de distinto signo	Saldo inicial negativo abono a la cuenta. $-\$45\ 000 + (+\$83\ 000)$ $= -\$45\ 000 + \$38\ 000 = -\$7\ 000$	<ul style="list-style-type: none"> $-\\$188\ 000 + (+\\$28\ 000) =$ $-\\$150\ 000 + (+\\$32\ 000) =$
	Saldo inicial positivo se agrega un cargo o pago. $\$22\ 000 + (-\$67\ 000)$	<ul style="list-style-type: none"> $\\$14\ 000 + (-\\$36\ 000)$ $\\$1\ 700 + (-2\ 500)$

	$= \$22\ 000 - \$67\ 000 = -45\ 000$ Posición de un submarino negativa y se da la orden de subir. $-1\ 200m + (+500m)$ $= -1\ 200m + 500m = -700m$	<ul style="list-style-type: none"> • $-810m + (+320m) =$ • $-1\ 100m + (+1\ 100) =$
Restar enteros del mismo signo	Temperatura inicial positiva y la temperatura baja. $3^{\circ}C - (+9^{\circ}C) = 3^{\circ} - 6^{\circ} = -9^{\circ}C$	<ul style="list-style-type: none"> • $25^{\circ}C - (+11^{\circ}C) =$ • $5^{\circ}C - (+12^{\circ}C) =$ • $11^{\circ}C - (+15^{\circ}C) =$
	Saldo inicial negativo y se elimina una parte del saldo negativo. $-\$23\ 000 - (-\$8\ 000)$ $= -\$23\ 000 + \$8\ 000 = -\$15\ 000$	<ul style="list-style-type: none"> • $-\\$85\ 000 - (-\\$15\ 000) =$ • $-\\$13\ 000 - (-\\$13\ 000) =$
Restar enteros de distinto signo	Saldo negativo y se descuenta al saldo. $-\$20\ 000 - \$15\ 000 = -\$35\ 000$	<ul style="list-style-type: none"> • $-\\$18\ 000 - \\$32\ 000 =$ • $-\\$21\ 000 - \\$19\ 000 =$
Sumar y restar (ejercicios mixtos)	Sin contextos, con y sin uso de calculadora: $-3 + (-5) - (+6) - (-15) + (+7) + (-3)$	

Para retroalimentar la actividad de estaciones y contrastar la información entre los distintos niveles de representación para la adición y la sustracción de enteros, se sugiere utilizar la diana:



https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#recuadros_articulo_8495_2

Evaluación formativa

Para verificar aprendizajes se sugiere considerar los siguientes criterios:

Indicador	Inicial	Intermedio	Avanzado
Interpretación de la información	Identifica el número en el lenguaje natural.	Identifica el número entero asociado a la situación.	Identifica el número entero asociado a la situación y viceversa.
	Escribe operaciones y números enteros	Interpreta la situación asociando contextos de adición o sustracción con la operatoria.	Interpreta la situación asociando contextos de adición o sustracción con la operatoria y viceversa.
Operatoria	Realiza sumas y restas con números naturales.	Realiza sumas y restas con números enteros.	Realiza sumas y restas con números enteros en problemas con o sin contexto.

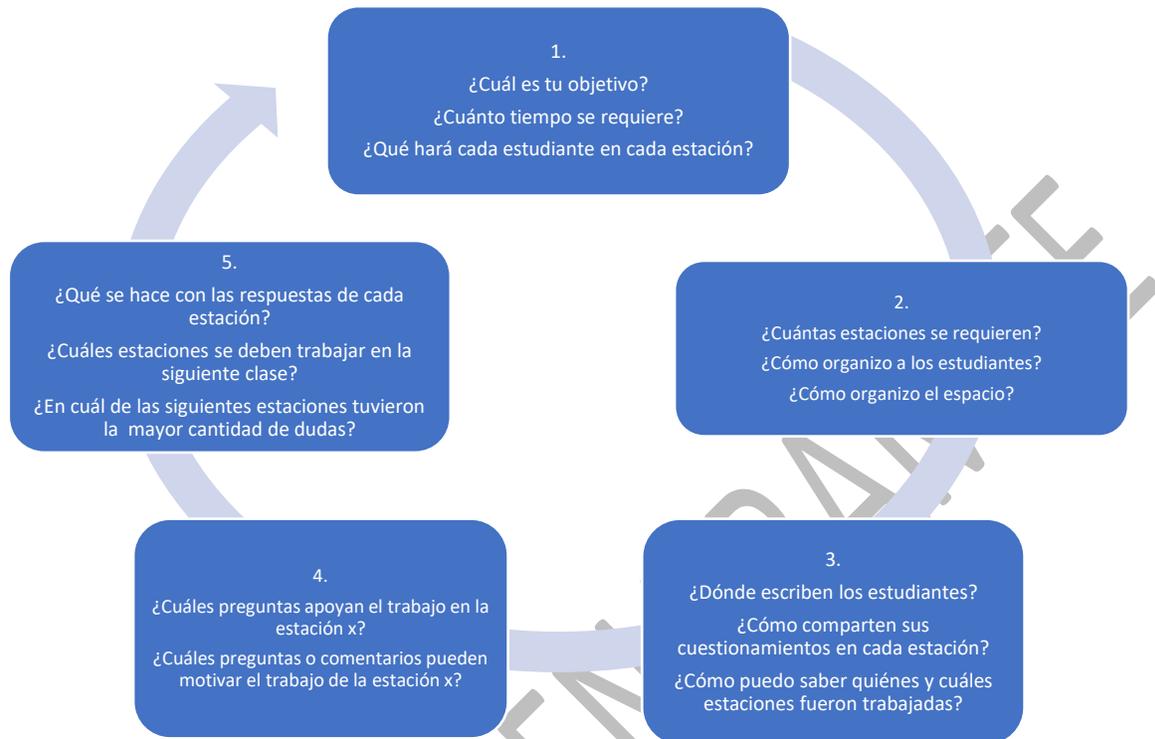
Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares: Se comprende que la representación de números enteros es un paso inicial en la comprensión de estos números, para hacer la transición del mundo real a lo abstracto, se sugiere entonces usar un termómetro de temperatura análogo, ya que este viene con una graduación y se podría incluso hacer la transferencia a los decimales negativos, esto dependiendo del contexto. La adición y sustracción de números enteros puede incluir reglas de operatoria, se sugiere considerar la explicación desde la situación real, sobre el significado del resultado, en este caso, se sugiere considerar los saldos a favor o en contra, ya que la interpretación de la información en relación con el deber dinero nos sirve también para la interpretación de la multiplicación y la división de números enteros.

Se sugiere utilizar la tecnología y medios de comunicación que estén disponible para los estudiantes. También, se sugiere planificar un módulo cero que considere las Nociones Básicas del módulo 2 del Nivel 1 de Educación Básica, relacionadas con la operatoria de números naturales. Enfocando el módulo a la selección de modelos, a la expresión de acciones y situaciones, como a resolver problemas utilizando la adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales.

Actitudes: para apoyar el desarrollo de la actitud de interesarse por las posibilidades que ofrece la tecnología, se sugiere valorar el uso de la calculadora para facilitar los cálculos, en este sentido se recomienda actividades de digitación de números enteros y el uso de parentesis para asegurar la obtención de resultados iguales.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo en estaciones: se sugieren las siguientes preguntas para guiar la implementación de las estaciones.



Anexo

Ficha pedagógica OA 1 de 7° Básico

https://www.curriculumnacional.cl/docente/629/articles-182659_recurso_pdf.pdf

Plan de clases OA 1 de 7° Básico

https://www.curriculumnacional.cl/docente/629/articles-212618_recurso_pdf.pdf

Actividad de desempeño 2

Propósito

Esta actividad busca que los estudiantes expresen acciones y situaciones cotidianas usando la multiplicación de números enteros. La deuda, el aumento o el pago de ella en un determinado tiempo, permite expresar una suma iterada en una multiplicación con números enteros. Por otra parte, se presenta el uso de la recta numérica para introducir la regla de los signos y la comprobación por medio del uso de la calculadora.

Objetivo de Aprendizaje

OA4. Expresar acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático, asumiendo posturas razonadas. **(Modelar)**

Conocimiento esencial

- Multiplicación de enteros.

Tiempo estimado

6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Multiplicación de números naturales.
- Adición de números enteros.

Desarrollo de la actividad

Situación experiencial

Se sugiere presentar una situación en la cual una persona acumula una deuda por un período de tiempo, con el propósito de conversar sobre la forma de expresar esta acción en términos numéricos o utilizando la metáfora de números rojos.



Algunas de las preguntas que pueden apoyar la descripción de la situación podrían ser:

- ¿Qué entendemos por una deuda?
- ¿Cómo expresamos esto con números enteros?
- ¿Qué operatoria resulta más conveniente de realizar?

Construcción del conocimiento

Para construir la multiplicación de números enteros se sugiere explicitar un caso de deuda de \$50 000 por un periodo de 6 meses, comprobando por medio de la suma iterada y utilizando la metáfora de los números rojos para expresar la deuda.

Mes	Cargo en \$	Construcción y verificación
ENE	50 000	<p>Se deben \$50 000, se puede escribir en color rojo \$50 000</p> <p>O bien se puede utilizar el signo menos para escribir la deuda:</p> <p>-\$50 000</p> <p>6 veces -\$50 000</p> <p>Cálculo: $6 \cdot (-\\$50\,000) = -\\$300\,000$</p> <p>El primer factor es un número natural.</p>
FEB	50 000	
MAR	50 000	
ABR	50 000	
MAY	50 000	
JUN	50 000	
Suma	300 000	

Práctica guiada

Para guiar la explicación de la operatoria en todos los casos de la multiplicación y antes de introducir la regla de los signos, se sugiere apoyar con la recta numérica y utilizar la regla de la conmutatividad de la multiplicación para el caso de tener el primer factor negativo.

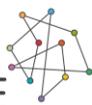
Caso	Ejemplo	Recta numérica
Positivo por negativo	$4 \cdot (-2)$ $= -2 + (-2) + (-2) + (-2)$ $= -8$	<p>4 sumandos de (-2)</p>
Negativo por positivo	$-4 \cdot 2$ Se aplica la propiedad conmutativa de la multiplicación $2 \cdot (-4) = -4 + (-4) = -8$	<p>2 sumandos de (-4)</p>
El signo menos	$-(4 \cdot 2) = (-1) \cdot (4 \cdot 2)$ El signo menos se entiende siempre como el factor (-1) y afecta al segundo factor, que podría ser un producto, una suma o una resta. $(-1) \cdot (4 \cdot 2) = (-1) \cdot 8$ $= -8$	<p>$-8 = (-1) \cdot 8$</p>

Se sugiere explicar a partir de los casos explicados y el caso ya conocido de multiplicación de números naturales la regla de los signos:

Regla de los signos				
+	·	+	=	+
+	·	-	=	-
-	·	+	=	-
-	·	-	=	+

Aplicar sin contexto la regla de los signos, explicando lo que se debería obtener como signo del producto y utilizando la multiplicación de números naturales:

Multiplicación	Signo del producto	Procedimiento / Producto
$12 \cdot (-3)$	-	$-12 \cdot 3 = -36$
$-3 \cdot 125$	-	$-3 \cdot 125 = -375$
$-8 \cdot (-13)$	+	$8 \cdot 13 = 104$
$12 \cdot 6$	+	$12 \cdot 6 = 72$
$125 \cdot (-8)$	-	$-125 \cdot 8 = -1\ 000$

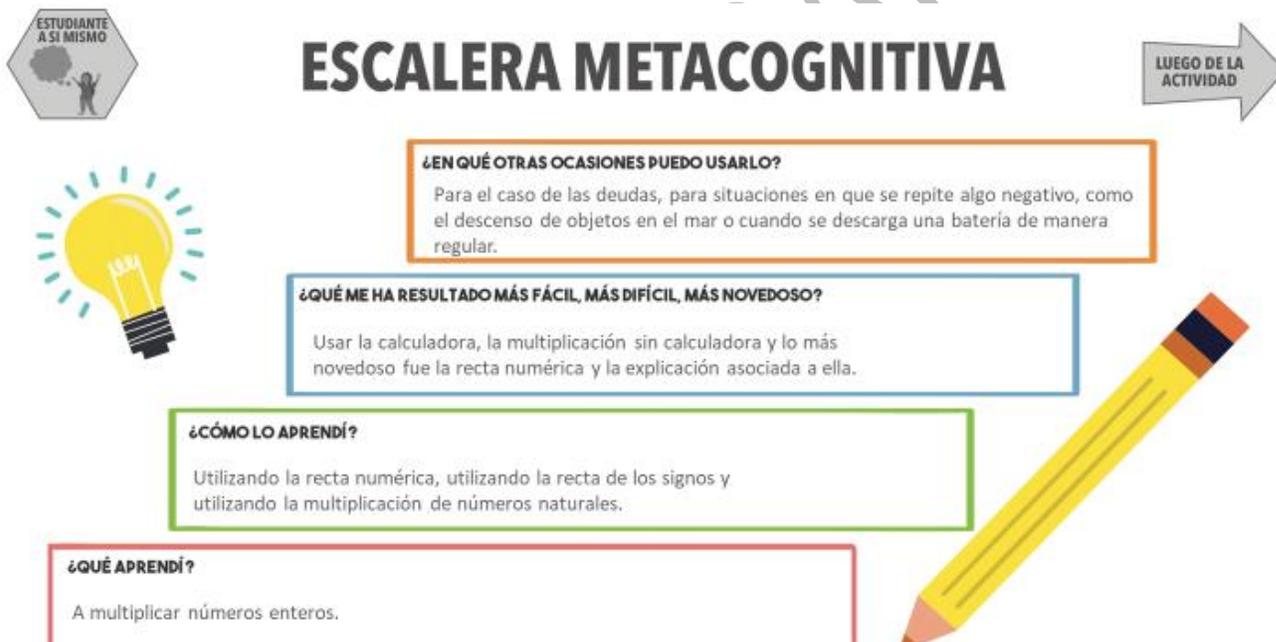


Práctica independiente

Se sugiere realizar un trabajo personal de selección de problemas relacionados con la multiplicación de números enteros, entre los contextos que se pueden trabajar, tanto para resolver un problema rutinario, como para practicar la creación de problemas, podrían estar:

- Descenso de una pirámide azteca, en vez de bajar peldaños de uno en uno, se puede hacer una bajada por la rampa que considera bajar 8 peldaños de 3m.
- Enfriar un alimento en etapas, que consideran la disminución de 3°C por hora.
- Acumular pérdidas de dinero de un monto similar, por varias semanas.
- Descargar una batería en varios días con la misma carga diaria, por ejemplo, 3 voltios en un día.
- Saldar una deuda en una cantidad de cuotas del mismo monto.
- Descender un peso desde la superficie de un barco a una determinada profundidad del mar.

Para realizar la retroalimentación los estudiantes pueden utilizar la escalera metacognitiva:



https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#recuadros_articulo_8495_2

Evaluación formativa

Para verificar aprendizajes se sugiere contemplar los siguientes criterios con los estudiantes

Criterio	Inicial	Intermedio	Avanzado
Multiplicación	Multiplica números naturales.	Multiplica números enteros.	Multiplica números enteros diferenciando cada caso.
Aplicación de reglas	Aplica reglas de manera indiferente.	Aplica la regla de los signos para realizar una multiplicación.	Aplica la regla de los signos para realizar una multiplicación previendo el signo.
Transferencia a otros contextos	Aplica la multiplicación en diferentes situaciones.	Aplica la multiplicación de enteros en algunas situaciones.	Aplica en diferentes situaciones la multiplicación de enteros según corresponda.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares: Se comprende que la habilidad de modelar es parte de un ciclo y que uno de sus pasos consiste en identificar el modelo que describe la acción, para luego escribir la expresión numérica que relaciona la acción real con una operación matemática. La multiplicación tiene en este contexto el sentido de repetir una cantidad, la cual puede ser positiva o negativa. Para el caso, en que el primer factor sea negativo se puede considerar la deuda en un período de tiempo anterior al presente, para esto, es necesario fijar el punto cero, es decir, el momento que se considerará pasado. La introducción de un tiempo negativo dependerá del contexto y de la explicación que se le dé a la multiplicación de un negativo por un negativo.

Actitudes: para apoyar el desarrollo de la actitud de asumir posturas razonadas se sugiere motivar las explicaciones sobre cómo se multiplican números enteros, su representación y el uso de propiedades ya conocidas. Además, se sugiere reforzar la elaboración de respuestas a los problemas planteados o creados, pidiéndoles la interpretación del resultado según el contexto.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo personal: se sugieren las siguientes motivaciones para promover el trabajo personal e independiente de otros:



Independencia.
Pensando las cosas por cuenta propia.



Confianza en lo que se sabe.
Generar seguridad en lo que se hace en cada paso. La confianza como facilitador de explicaciones propias y a otros.



Trabajar a su propio nivel.
En ciertos momentos es necesario saber dónde se está y trabajar al propio ritmo.



Practicar el autocontrol.
La tarea requiere de concentración y de fuerza de voluntad para volverse a un compañero o maestro para pedir ayuda directa.

Anexo

Ficha pedagógica OA 1 de 8° Básico

https://www.curriculumnacional.cl/docente/629/articles-182671_recurso_pdf.pdf

Plan de clases OA 1 de 8° Básico

https://www.curriculumnacional.cl/docente/629/articles-212619_recurso_pdf.pdf

Actividad de desempeño 3

Propósito

Esta actividad busca que los estudiantes expresen acciones y situaciones cotidianas usando la división de números enteros. La deuda, el aumento o el pago de ella en un determinado tiempo, permite expresar una resta iterada y a su vez en una división con números enteros. Por otra parte, se presenta el uso de la recta numérica para explicar la división de números enteros y la comprobación por medio del uso de la calculadora.

Objetivo de Aprendizaje

OA4. Expresar acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático, asumiendo posturas razonadas. **(Modelar)**

Conocimiento esencial

- División de números enteros.

Tiempo estimado

6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- División de números naturales.
- Sustracción de números enteros.

Desarrollo de la actividad

Situación experiencial

El docente presenta alguna situación cotidiana en la cual se adquiere una deuda entre varias personas y la repartición del pago se hace de manera equitativa. Un ejemplo, podría ser la adquisición de una casa por una cantidad de hijos, la cual tiene una hipoteca asociada y se decide repartir la deuda antes de venderla.



Les pide conversar en base a las siguientes nociones de la división y las estrategias que cada una de ellas podría desarrollar:

- La división como una resta iterada
- La división como una repartición
- La división de números naturales y su relación con la división de los números enteros.

Construcción de conocimiento

Para construir el conocimiento de la división de números enteros se trabaja un ejemplo numérico en la cual la deuda de la hipoteca asciende a \$8 000 000 y 4 hijos están dispuestos a asumir la deuda.

¿Qué deuda recae sobre cada hijo?

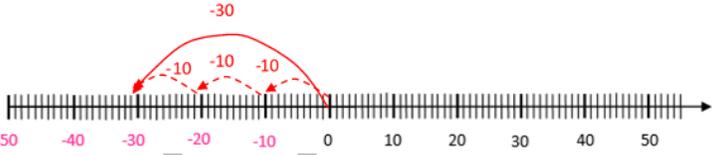
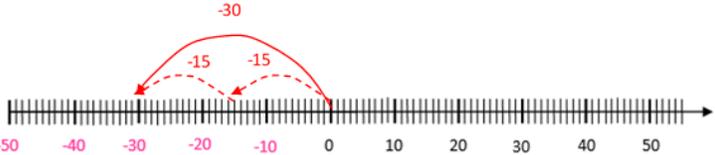
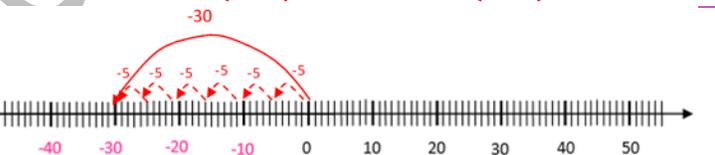
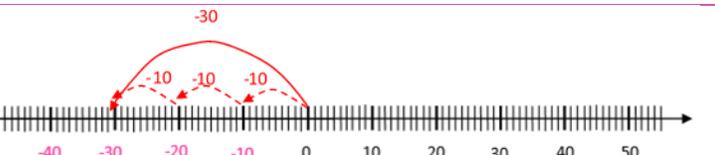
Repartición				Operación
				$-8\,000\,000 : 4$ $= -2\,000\,000$
-1 millón	-1 millón	-1 millón	-1 millón	
-1 millón	-1 millón	-1 millón	-1 millón	
Cada hijo debe pagar dos millones de pesos para saldar la deuda de la casa.				

El docente le pide a sus alumnos comentar y presentar nuevas situaciones en las cuales se reconoce el uso de la división de números negativos por números naturales:

- **Cambio climático:** Déficit de agua acumulada en 6 años de -72% . Si el déficit se acumuló año por año aproximadamente en porcentajes iguales, ¿cuál es el déficit anual?
- **Sociedad:** Participación en elecciones parlamentarias registra un total de -32% acumulados en los tres períodos anteriores.
- **Historia:** Línea del tiempo: Determinar cuántos lapsos de $-50\,000$ años ante de los *neandertaler* aparecía una especie de *homínidos*.

Práctica guiada

Para guiar la explicación de la operatoria en todos los casos de la división y antes de introducir la regla de los signos, se sugiere apoyar con la recta numérica y utilizar la multiplicación como operación inversa de la división para explicar caso por caso.

Caso	Ejemplos	Recta numérica
Negativo por positivo	$(-30):3 = -10$	 <p>Se divide un salto de (-30) en 3 saltos de (-10)</p>
	$(-30):2 = -15$	 <p>Se divide un salto de (-30) en 2 saltos de (-15)</p>
Negativo por negativo	$(-30):(-5) = 6$	 <p>Se divide un salto de (-30) en saltos de (-5), resultan 6 saltos.</p>
	$(-30):(-10) = 3$	 <p>Se divide un salto de (-30) en saltos de (-10), resultan 3 saltos.</p>

Se sugiere explicar a partir de los casos explicados y el caso ya conocido de división de números naturales la regla de los signos:

Regla de los signos				
+	:	+	=	+
+	:	-	=	-
-	:	+	=	-

-	:	-	=	+
---	---	---	---	---

Aplicar sin contexto la regla de los signos, explicando lo que se debería obtener como signo de la división y utilizando la división de números naturales:

División	Signo del cociente	Procedimiento / Cociente
$(-12):(+3)$	-	$-(12:3) = -4$
$(-125):(-5)$	+	$125:5 = 5$
$-(72):(-12)$	+	$72:12 = 6$
$-(1\ 000):(+8)$	-	$-(1\ 000:8) = -125$
$-(240):(-80)$	+	$240:80 = 3$

Práctica independiente

Se sugiere realizar un trabajo de estaciones relacionados con la división de números enteros en diferentes contextos, tanto para resolver un problema rutinario, como para practicar la digitación de los números en la calculadora o realizar cálculos mentales:

Estación	Situación general	Ejemplos
Dividir enteros positivos	<p>Situación: Repartir un monto de k pesos (\$) a n personas.</p> <p>Ejemplo: $\\$72\ 000 : 8 = \\$9\ 000$</p>	<p>Relacionados a la cantidad de veces que se reparte a una magnitud positiva.</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\\$15\ 000 : 6 =$ • $5\ 000m : 4 =$ • $2\ 400kg : 30 =$ • $\\$64\ 000 : 16 =$ • $2\ 500ml : 20 =$ • $90min : 6 =$
Dividir enteros de distinto signo	<p>Situación: Repartir una deuda de k pesos (\$) a n personas.</p> <p>Ejemplo: $(-\\$75\ 000) : 6 = -\\$12\ 500$</p>	<p>Relacionado al valor de una magnitud negativa que se obtiene cuando se reparte el total de una cantidad negativa.</p> <ul style="list-style-type: none"> • $(-\\$25\ 000) : 4 =$ • $(-500m) : 8 =$ • $(-72V) : 3 =$ • $(-\\$800\ 000) : 16 =$ • $(-\\$3\ 300\ 000) : 6 =$ • $(-55V) : 11 =$ • $(-\\$1200\ 000) = 24$
Dividir enteros negativos	<p>Situación: Dividir una magnitud negativa en partes del mismo monto negativo y preguntar cuántas partes resultan.</p> <p>Ejemplo: $(-600m) : (-50m) = 12$</p>	<p>Relacionado a la cantidad de partes en las que se divide la misma magnitud.</p> <ul style="list-style-type: none"> • $(-5\ 000V) : (-250V) =$ • $(-\\$75\ 000) : (-\\$5\ 000) =$ • $(-1\ 050m) : (-50m) =$

Para realizar la retroalimentación los estudiantes pueden utilizar la escalera metacognitiva:



https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#recuadros_articulo_8495_2

Evaluación formativa

Para verificar aprendizajes se sugiere contemplar los siguientes criterios con los estudiantes

Criterio	Inicial	Intermedio	Avanzado
División	Divide números naturales.	Divide números enteros.	Divide números enteros diferenciando cada caso.
Aplicación de reglas	Aplica reglas de manera indiferente.	Aplica la regla de los signos para realizar una división.	Aplica la regla de los signos para realizar una división previendo el signo.
Transferencia a otros contextos	Aplica la división en diferentes situaciones.	Aplica la división de números enteros según el contexto y en algunas situaciones.	Aplica en diferentes situaciones la división de enteros según corresponda.

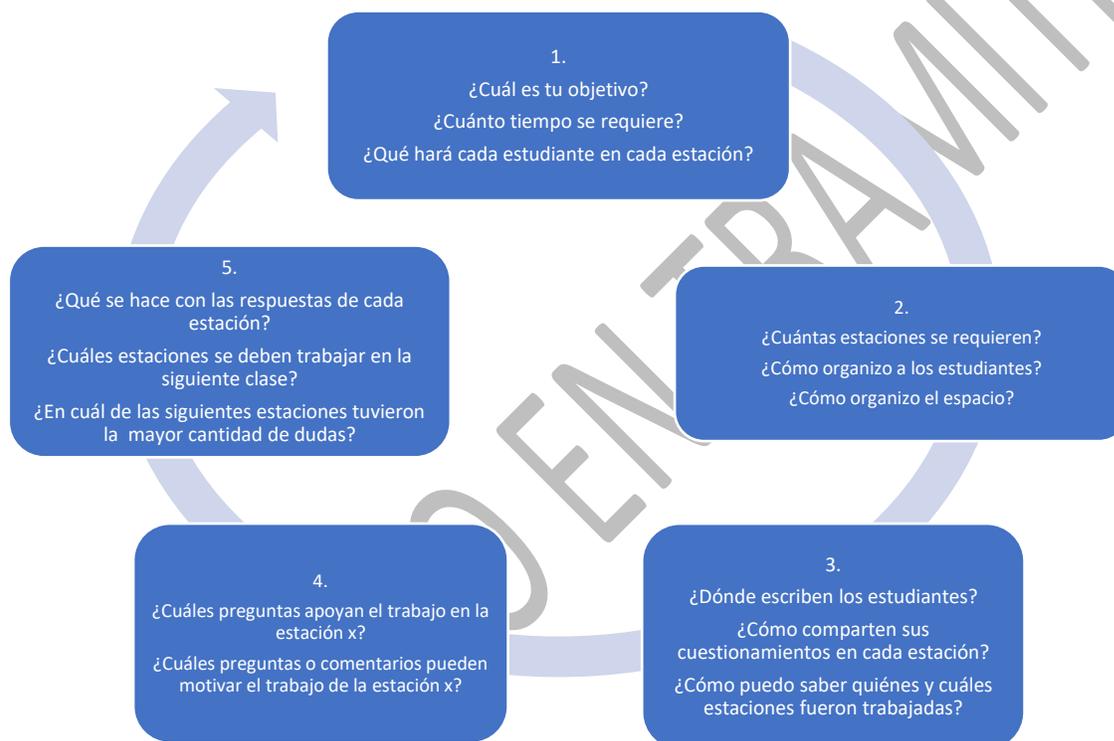
Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares: Se comprende que la habilidad de modelar es parte de un ciclo que uno de sus pasos consiste en identificar el modelo que describe la acción para luego escribir la expresión numérica que relaciona la acción real con una operación matemática. La división tiene en este contexto el sentido de repartir una cantidad, la cual puede ser positiva o negativa. Para el caso en que el dividendo y el divisor sean negativos, la división tiene el sentido de contar los saltos o las partes en las cuales se dividen estas cantidades negativas. A su vez, para el caso en que el divisor es negativo se

puede hacer una relación con la multiplicación como operación inversa o bien considerar el hecho del pasado en el caso de deudas, para esto, es necesario fijar el punto cero, es decir, el momento que se considerara pasado. La introducción de un tiempo negativo dependerá del contexto.

Actitudes: para apoyar el desarrollo de la actitud de asumir posturas razonadas se sugiere motivar las explicaciones sobre cómo se dividen números enteros, su representación y el uso de propiedades ya conocidas. Además, se sugiere reforzar la elaboración de respuestas a los problemas planteados o creados, pidiéndoles la interpretación del resultado según el contexto.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo en estaciones: se sugieren las siguientes preguntas para guiar la implementación de las estaciones.



Anexo

Ficha pedagógica OA 1 de 8° Básico

https://www.curriculumnacional.cl/docente/629/articles-182671_recurso_pdf.pdf

Plan de clases OA 1 de 8° Básico

https://www.curriculumnacional.cl/docente/629/articles-212619_recurso_pdf.pdf

Actividad de desempeño 4

Propósito

Esta actividad busca que el estudiante resuelva problemas, seleccionando estrategias y transfiriendo el conocimiento de la operatoria de números enteros a fracciones y decimales negativas. En esta actividad el estudiante ampliará su conocimiento a los números racionales, completando así la comprensión de la operatoria con números racionales.

Objetivo de Aprendizaje

OA6. Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones **(Resolver problemas)**

Conocimiento esencial

Adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones de números enteros.

Tiempo estimado

6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Adición y sustracción de números enteros.
- Multiplicación de números enteros.
- División de números enteros.
- Adición y sustracción de fracciones y decimales positivas.
- Multiplicación y división de fracciones y decimales positivas.

Desarrollo de la actividad

Situación experiencial

El docente reflexiona con sus estudiantes, sobre la ampliación de los conjuntos numéricos, considerando la operatoria de fracciones y decimales positivos, que han sido trabajadas en el nivel anterior. En este contexto, presenta a los estudiantes la situación de un refrigerador que también tiene un congelador y que sufrió un corte de luz, situación que le permitirá ampliar el ámbito numérico a los números racionales. Para esto, se sugiere detallar el contexto, precisando algunas cantidades numéricas y separando entre congelador y refrigerados. Indicando los momentos, en este caso después de encender la máquina, la temperatura baja a ritmos diferentes en el congelador y en el refrigerador. Se espera que la temperatura en el refrigerador llegue a temperaturas bajas, pero positivas, y que el congelador alcance temperaturas negativas. Se quiere calcular la temperatura que se dará después de un cierto tiempo en ambas partes.

Conexión interdisciplinar

Ciencias naturales
OA4 Nivel 3 EB

Temperatura $+8^{\circ}\text{C}$ después de un corte de luz



Temperatura $+22^{\circ}\text{C}$ después de un corte de luz



Congelador

Refrigerador

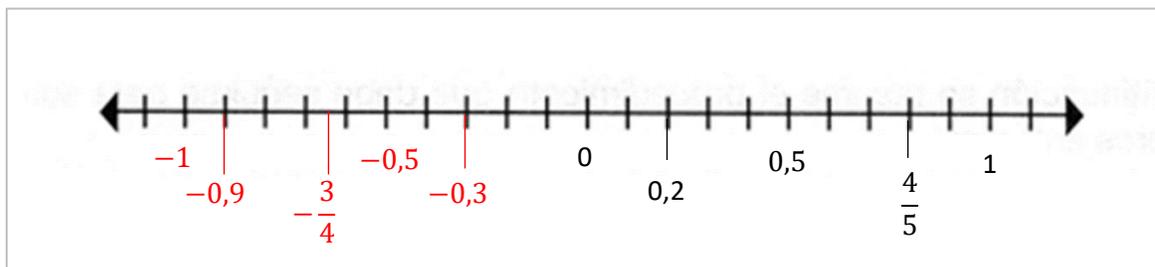
Algunas de las preguntas que podrían facilitar la comprensión del problema son:

- ¿Qué ocurre con los cortes de luz y los refrigeradores?
- ¿Por qué el cambio de temperatura es diferente en el congelador que en el refrigerador?
- ¿De qué manera nos sirven los números enteros?
- ¿Por qué deberíamos considerar decimales en el problema?

Construcción de conocimiento

Se sugiere ampliar el conocimiento sobre los números enteros, explicando cómo se representan los números decimales negativos en la recta numérica, para esto, se puede subdividir la recta numérica en décimos y marcar algunos números positivos y negativos, fracciones y decimales.

$$0,2, -0,3, \frac{4}{5}, -\frac{3}{4}, -0,9$$



Se sugiere explicar el cálculo con números racionales, que incluyen números enteros y números decimales y fraccionales positivos y negativos, utilizando la regla de los signos en los casos que sea necesario.

- $3 \cdot (-2,5) = -7,5$
- $(-8,3) \cdot 5 = -41,5$
- $\left(-\frac{4}{3}\right) \cdot 9 = -12$
- $400 \cdot (-22,5) = -9\ 000$

Práctica guiada

Para introducir la resolución de problemas, en particular, el identificar los datos, seleccionar estrategias y dar repuesta al problema, se sugiere incluir la siguiente estrategia procedimental, retomando la situación experiencial del refrigerador y el corte de luz.

Después haber vuelto la luz, la temperatura en el refrigerador cambia por $-7,5^{\circ}\text{C}$ en cada hora y el congelador cambia por $-12,5^{\circ}\text{C}$ en cada hora.

¿Qué temperatura tendrá cada parte después de dos horas?

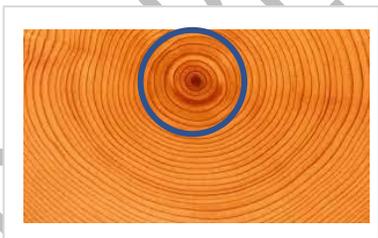
<p>Paso 1. Identificar la información.</p>	<p>Identificar la meta u objetivo que se quiere alcanzar.</p> <p>Identificar las restricciones o limitantes inherentes a la meta.</p> <p>Dar significado a las frases del contexto.</p> <p>Identificar la necesidad de obtener otros datos.</p> <p>Transformar información para categorizar y organizar.</p>	<p>La temperatura del refrigerador y del congelador.</p> <p>El contexto podría ser diferente, dependiendo de cada refrigerador.</p> <p>El refrigerador cambia en $-7,5^{\circ}\text{C}$ cada hora.</p> <p>El congelador cambia en $-12,5^{\circ}\text{C}$ cada hora.</p>
<p>Paso 2. Representar o calcular</p>	<p>Identificar modos diversos de superar o asumir las restricciones o limitantes.</p>	<p>Refrigerador:</p> $22^{\circ}\text{C} + 2 \cdot (-7,5^{\circ})$ $= 22^{\circ}\text{C} + (-15^{\circ}\text{C})$



Paso 3. Dar respuesta al problema	<p>Seleccionar una estrategia para el trabajo con la información (formas de organizar).</p> <p>Determinar el contenido matemático que permite asumir el logro de la meta.</p> <p>Seleccionar estrategias para sortear los obstáculos y encontrar soluciones.</p> <p>Aplicar conocimientos para obtener partes de la respuesta, una o varias respuestas.</p>	$= 22^{\circ}\text{C} - 15^{\circ}\text{C} = 7^{\circ}\text{C}$ <p>Congelador:</p> $8^{\circ}\text{C} + 2 \cdot (-12,5^{\circ})$ $= 8^{\circ}\text{C} + (-25^{\circ}\text{C})$ $= 8^{\circ}\text{C} - 25^{\circ}\text{C} = -17^{\circ}\text{C}$
	<p>Seleccionar una respuesta o solución eficaz.</p> <p>Ensayar la aplicación de la solución.</p> <p>Evaluar la eficacia de la respuesta.</p>	<p>Después de dos horas el refrigerador tiene 7°C y el congelador tiene -17°C.</p>

Práctica independiente

Se sugiere realizar un trabajo de estaciones relacionados con la resolución de problemas y utilizar la operatoria de racionales en diferentes contextos.

Problema	Secuencia procedimental
<p>Un árbol tiene un diámetro de 80mm. Se sabe que el diámetro aumenta cada año, un anillo de un grosor de aproximadamente $2,5\text{mm}$.</p>  <p>Determina el diámetro del árbol en 12 años más.</p>	<p>Paso 1. Crecimiento adicional en 12 años. $2,5\text{mm}$ cada año</p> <p>Paso 2. Crecimiento anual del diámetro en un año</p> $2 \cdot 2,5\text{mm} = 5\text{mm}$ $12 \cdot 5\text{mm} = 60\text{mm}$ <p>Diámetro total:</p> $80\text{mm} + 60\text{mm} = 140\text{mm}$ <p>Paso 3. El diámetro del árbol después de 12 años sería 140mm.</p>
<p>Una empresa genera saldos negativos mensuales de aproximadamente $-\\$2,5\text{millones}$.</p> <p>La empresa ya acumuló $-\\$7,5\text{millones}$. Se estima que la crisis dura 8 meses más.</p>	<p>Paso 1. Saldo negativo adicional en 8 meses. $-\\$7,5\text{millones}$ ya acumulados. $-\\$2,5\text{millones}$ mensuales.</p> <p>Paso 2.</p>



<p>Determina el saldo negativo adicional en 8 meses y el saldo total que acumulará la empresa.</p>	$8 \cdot (-\$2,5 \text{ millones}) = -\20 millones <p>Saldo negativo total: $-\\$7,5 \text{ millones} + (-\\$20 \text{ millones}) = -\\$27,5 \text{ millones}$ Paso 3. En 8 meses la empresa debe \$27,5 millones.</p>
<p>Debido a una sequía 5 años se acumuló ya un déficit total de agua de $-\\$52,5\%$ en las precipitaciones en comparación con los años anteriores.</p> <p>Determina el déficit anual si este se generó en partes iguales.</p>	<p>Paso 1. Déficit anual. $-\\$52,5\% \text{ déficit en 5 años.}$ Paso 2. $-52,5\% : 5 = -10,5\%$ Paso 3. El déficit anual promedio es de $-10,5\%$</p>
<p>Un crédito de consumo genera cargos mensuales en la cuenta bancaria de $-\\$75\,000$.</p> <p>Determina el cargo total que se genera en 18 meses.</p>	<p>Paso 1. Cargo en 18 meses. Cargos mensuales $-\\$75\,000$</p> <p>Paso 2. $18 \cdot (-\\$75\,000) = -\\$1\,350\,000$ Paso 3. En 18 meses el cargo total es de $-\\$1\,350\,000$.</p>

Se sugiere que el docente invite a sus estudiantes a revisar la siguiente lista de chequeo relacionada con la identificación de los datos, la selección de estrategias y la aplicación de los procedimientos a situaciones idénticas.



LISTA DE CHEQUEO

DURANTE O LUEGO DE LA ACTIVIDAD

	Logrado	Todavía puedo mejorar
Criterio 1: Explico las soluciones de los procedimientos utilizados	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Criterio 2: Identifico los datos y procedimientos en el problema	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Criterio 3: Identifico procedimientos a situaciones idénticas	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Criterio 4: Selecciono estrategias y aplico los procedimientos adecuados	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Mueve el ticket a la casilla que corresponda



<https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#plantillas>

Evaluación formativa

Para verificar aprendizajes, se sugiere considerar una pauta de evaluación con los siguientes criterios:

CRITERIO	PUNTAJE
Identifica el problema que debe desarrollar.	
Expresa un problema relacionado con la información.	
Identifica las variables del problema.	
Relaciona las variables en un modelo matemático que describe la situación.	
Aplica conocimientos, propiedades y relaciones de matemática para estudiar la situación y obtener respuestas.	
Determina al menos una respuesta posible al problema.	
Explica la respuesta utilizando los argumentos matemáticos utilizados en el paso 2.	
TOTAL	

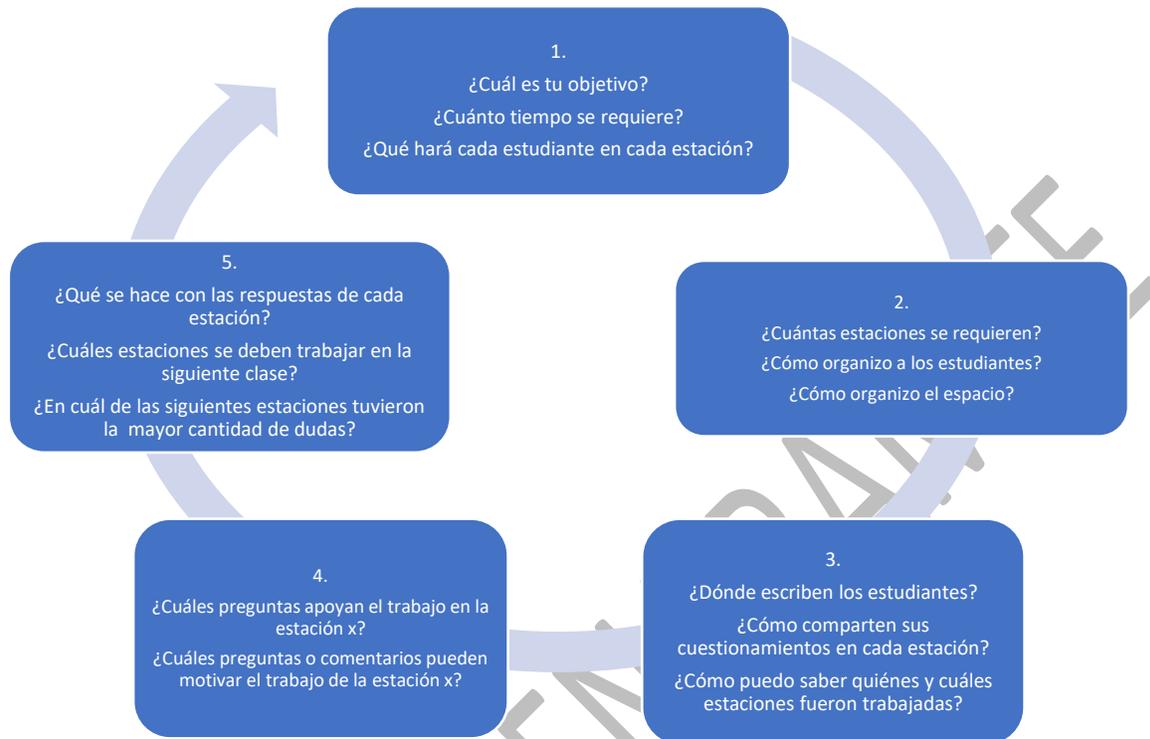
Escala			
3 = Experto [Claridad y detalle]	2 = Aprendiz [Vago pero adecuado]	1 = Novato [Superficial]	0 = Sin respuesta

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares: La secuencia procedimental de resolución de problemas se puede asociar tanto a problemas rutinarios como no rutinarios. En esta actividad, se trabajan problemas rutinarios entendiendo que estos desarrollan una parte importante de la habilidad y que ayudan, por una parte, a la identificación de la relación entre el contexto y la operatoria, como también, a la aplicación automatizada y segura de la operatoria con fracciones y decimales negativos.

Actitudes: para apoyar el desarrollo de las actitudes de la perseverancia y proactividad en los estudiantes se recomienda que al inicio de la clase el docente comunique el propósito de la clase, las estrategias didácticas que se utilizarán, cuál es el resultado esperado y para qué es importante aprender ese conocimiento y desarrollar esa habilidad. Esto permitirá a los estudiantes tener un mayor control sobre el aprendizaje. Asimismo, es importante generar un ambiente de trabajo adecuado en la sala de clases, monitoreando los tiempos de trabajo autónomo y de retroalimentación que favorezcan la proactividad. Además de usar tecnología como una calculadora la cual permite multiplicar o dividir fracción y decimal.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo en estaciones: se sugieren las siguientes preguntas para guiar la implementación de las estaciones.



Módulo obligatorio 2

Visión panorámica

<h3>Gran idea</h3> <p style="text-align: center;">Los objetos, procesos y fenómenos de nuestro entorno se organizan siguiendo patrones y reglas que pueden ser identificados, representados y descritos matemáticamente.</p>
<h3 style="text-align: center;">Objetivos de aprendizaje</h3> <p>OA2. Contrastar información entre distintos niveles de representación para un mismo contenido matemático, valorando las TIC como una oportunidad. (Representar)</p> <p>OA4. Expresar acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático, asumiendo posturas razonadas. (Modelar)</p> <p>OA5. Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas, trabajando con empatía y respeto. (Argumentar y comunicar)</p> <p>OA6. Seleccionar estrategias, y transferir a nuevas situaciones pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. (Resolución de problemas)</p>
<h3 style="text-align: center;">Conocimientos esenciales</h3> <ul style="list-style-type: none"> • Expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones lineales. • Proporciones directas e inversa. • Funciones lineales y afines.
<h3 style="text-align: center;">Tiempo estimado</h3> <p style="text-align: center;">6 semanas (24 horas)</p>

Propósito del módulo obligatorio 2

En el módulo 2 de la asignatura de matemática del Nivel 3 de Educación Básica, se espera que los estudiantes comprendan que *los objetos, procesos y fenómenos de nuestro entorno se organizan siguiendo patrones y reglas que pueden ser identificados, representados y descritos matemáticamente*. Los estudiantes describen el mundo utilizando sus propias palabras en conjunto con el conocimiento matemático que lo complementan para precisar, objetivar y predecir fenómenos y comportamientos con modelos lineales y que dan soluciones o respuestas a una situación.

Los Objetivos de Aprendizaje del módulo 2 desarrollan las habilidades de representar, modelar y argumentar y comunicar. En particular, este módulo desarrolla la expresión matemática de la búsqueda de una variable desconocida o expresa el comportamiento lineal utilizando la función lineal. También, se contrasta información entre distintos niveles de representación, por ejemplo, entre tablas, gráficos o expresión algebraica. Los estudiantes expresan acciones y situaciones cotidianas en el lenguaje de las ecuaciones o funcional, destacando las situaciones que son de proporcionalidad que permiten construir el conocimiento relacionado con la función lineal y afín. La argumentación y comunicación matemática, se desarrolla por medio de la estructura para resolver ecuaciones, entendiendo que lo que se escribe en el costado de este procedimiento es la explicación para obtener el siguiente paso de la secuencia de transformaciones equivalentes.

Los Objetivos de Aprendizaje del módulo 2 desarrollan las actitudes del siglo XXI del ámbito de las Maneras de pensar y las herramientas para trabajar, promoviendo la postura razonada y relacionada con el sentido de realidad para expresar las situaciones de la realidad por medio de modelos y regresando siempre a la situación real para dar una respuesta. Este módulo desarrolla en los estudiantes el interés por las herramientas que ofrece la tecnología para graficar, organizar la información y realizar cálculos, Además, este módulo promueve la valoración de las TIC como un medio para obtener información y trabajar la información para obtener nuevas representaciones, imágenes visuales del comportamiento de las situaciones y fenómenos de la realidad. Se espera que, durante el módulo, los estudiantes trabajen con empatía y respeto, entendiendo que cada proceso de aprendizaje es individual, que cada persona tiene su propio ritmo de aprendizaje y que la forma de expresar la comprensión puede tener varios caminos diferentes.

Ruta de Aprendizaje del Módulo obligatorio 2

Los objetos, procesos y fenómenos de nuestro entorno se organizan siguiendo patrones y reglas que pueden ser identificados, representados y descritos matemáticamente.

Actividad de desempeño 1:

Explican soluciones, procedimientos y reglas para resolver ecuaciones lineales con y sin un contexto asociado y para transferir a otras situaciones.

Actividad de desempeño 2:

Contrastan la proporcionalidad directa e inversa utilizando diferentes formas de representación y en diferentes contextos.

Actividad de desempeño 3: Expresan matemáticamente información de un cambio

comenzando con la proporcionalidad directa y construyendo la noción de función lineal.

Actividad de desempeño 4:

Expresan acciones y situaciones cotidianas utilizando la función lineal o afín y resolviendo problemas utilizando las ecuaciones.



Actividad de desempeño 1

Propósito

Esta actividad busca que los estudiantes expliquen soluciones, procedimientos y reglas para resolver ecuaciones lineales con y sin un contexto asociado, se espera que este procedimiento y el uso de las transformaciones equivalentes sea transferido a otras situaciones.

Objetivo de Aprendizaje

OA5. Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas, trabajando con empatía y respeto. **(Argumentar y comunicar)**

Conocimiento esencial

Ecuaciones lineales.

Tiempo estimado

6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Operaciones con números racionales.

DECRETO EN TRÁMITE

Desarrollo de la actividad

Situación experiencial

El docente presenta a los estudiantes la relación entre la incógnita, las condiciones para tener una ecuación y la relación con el uso de una letra en una expresión algebraica.

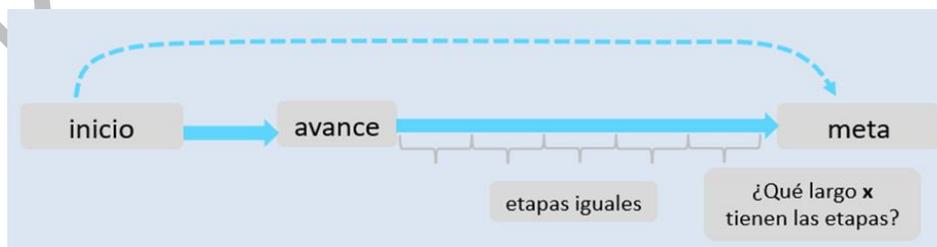


Algunas de las preguntas que pueden promover la construcción de una ecuación lineal y sus partes son:

- ¿Qué significado se puede dar a un valor desconocido?
- ¿Cómo podemos determinar un valor desconocido?
- ¿Qué condiciones se deben dar para poder encontrar algún valor desconocido?
- ¿Qué significado tiene la palabra incógnita en estos contextos?

Construcción de conocimiento

Para construir el conocimiento, se sugiere comenzar con un modelo generalizado de las condiciones que se dan para resolver una ecuación, que promueva la analogía con la recta numérica para explicar la forma de encontrar una solución y el desarrollo de un trabajo hacia atrás, para explicar las transformaciones equivalentes.



Se sugiere complementar este esquema con una situación cercana, comprobar la respuesta, conversar sobre las explicaciones y los pensamientos y cómo esto se traduce a un lenguaje matemático preciso. Además, se sugiere variar las condiciones iniciales para comparar las ecuaciones lineales.

Carla quiere comprar una entrada a un concierto que se realiza en 2 meses más. Las entradas más económicas se venden el día del concierto en \$15 000. Carla revisa su ahorro que es de \$4 500.

¿Cuánto dinero debe ahorrar mensualmente para poder comprar una entrada?

Pensamiento/explicación	Procedimiento matemático
No sé lo que debo ahorrar cada mes para lograr mi objetivo o quiero saber cuánto ahorrar cada mes para ir al concierto.	x : dinero que se debe ahorrar mensualmente.
Me quedan dos meses ¿Cuánto debo ahorrar cada mes para poder comprar la entrada?	$4\,500 + 2x = 15\,000$
Despejar x utilizando transformaciones equivalentes.	$4\,500 + 2x = 15\,000 \quad - 4\,500$ $2x = 10\,500 \quad : 2$ $x = 5\,250$
Respuesta: Carla debe ahorrar mensualmente \$5 250	
¿Qué pasa si ahorra \$5 250? Comprobamos.	$4\,500 + 2 \cdot 5\,250 = 15\,000$ $4\,500 + 10\,500 = 15\,000$ $15\,000 = 15\,000$
¿Qué pasa si no ahorra justamente esta cantidad mensual y ahorra menos? Por ejemplo, solo ahorra \$5 000	$4\,500 + 2 \cdot 5\,000 = 15\,000$ $4\,500 + 10\,000 = 15\,000$ $14\,500 \neq 15\,000$
¿Qué pasa si no ahorra justamente esta cantidad mensual y ahorra más? Por ejemplo, solo ahorra \$6 000	$4\,500 + 2 \cdot 6\,000 = 15\,000$ $4\,500 + 12\,000 = 15\,000$ $16\,500 \neq 15\,000$
¿Qué pasa si le quedan 4 meses para ahorrar?	$4\,500 + 4x = 15\,000$
Despejar x utilizando transformaciones equivalentes.	$4\,500 + 4x = 15\,000 \quad - 4\,500$ $4x = 10\,500 \quad : 4$ $x = 2\,625$
Respuesta: Carla debe ahorrar mensualmente \$2 625	

Práctica guiada

Se sugiere resolver ecuaciones lineales con y sin contexto. En las ecuaciones sin contexto, centrarse en la estructura de la ecuación el tipo de números, el uso de la calculadora y la explicación de cómo obtener el siguiente paso, indicando la transformación lineal que se hace cada vez.

Ecuación	Transformación equivalente
a) $5 + 2x = 13$ $2x = 8$ $x = 4$	$ - 5$ $: 2$
b) $3x - 6 = 12$ $3x = 18$ $x = 6$	$ + 6$ $: 3$
c) $5x + 4 = x + 28$ $5x = x + 24$ $4x = 24$ $x = 6$	$ - 4$ $ - x$ $: 4$
d) $-0,25x + 5 = 2x - 40$ $-0,25x = 2x - 45$ $-2,25x = -45$ $x = 20$	$ - 5$ $ - 2x$ $: (-2,25)$

Explicar el desarrollo de una ecuación lineal con contexto, por ejemplo, se quiere pavimentar una pista en un tramo de 36,5km de una autopista. La obra ya avanzó 21,5km. Para entregar la obra en el plazo estipulado, se debe terminar el trabajo en 5 semanas. Determina el tramo semanal en el cual se debe avanzar si se avanza en tramos iguales.



Pensamiento/explicación	Procedimiento matemático
Se desconoce el tramo que se debe pavimentar.	x : tramo a pavimentar
En 5 semanas debe estar listo el trabajo. Se tienen 21,5km listos ¿Cuánto se debe pavimentar semanalmente para lograr los 36,5km?	$21,5 + 5x = 36,5$

Despejar x utilizando transformaciones equivalentes.	$21,5 + 5x = 36,5 \quad - 21,5$ $5x = 15 \quad : 5$ $x = 3$
Respuesta: Se deben pavimentar 3km semanalmente.	
¿Qué ocurre si solo le quedan 2 semanas para pavimentar y terminar el trabajo?	
Se desconoce el tramo que se debe pavimentar.	x : tramo a pavimentar
En 2 semanas debe estar listo el trabajo. Se tienen 21,5km listos ¿Cuánto se debe pavimentar semanalmente para lograr los 36,5km?	$21,5 + 2x = 36,5$
Despejar x utilizando transformaciones equivalentes.	$21,5 + 2x = 36,5 \quad - 21,5$ $2x = 15 \quad : 2$ $x = 7,5$
Respuesta: Se deben pavimentar 7,5km semanalmente.	
¿Qué ocurriría si ya llevan 30km pavimentados?	
Se desconoce el tramo que se debe pavimentar.	x : tramo a pavimentar
En 5 semanas debe estar listo el trabajo. Se tienen 30km listos ¿Cuánto se debe pavimentar semanalmente para lograr los 36,5km?	$30 + 5x = 36,5$
Despejar x utilizando transformaciones equivalentes.	$30 + 5x = 36,5 \quad - 30$ $5x = 6,5 \quad : 5$ $x = 1,3$
Respuesta: Se deben pavimentar 1,3km semanalmente.	

Práctica independiente

Se sugiere hacer un trabajo de pares para comparar el desarrollo y variación de las condiciones iniciales de un problema con contexto. En la tabla se presenta una posibilidad de desarrollo del trabajo de pares.

Situación 1	Situación 2
El saldo de una cuenta corriente es de $-\$90\,000$. Hasta el final del año quedan 6 meses y el dueño de la cuenta quiere terminar el año en un saldo positivo de $\$100\,000$ depositando en su cuenta cada mes el mismo monto.	Un robot sumergible está en la profundidad de $-900m$ y debe sumergir en 5 fases al fondo del mar que se encuentra en la profundidad de $-2\,400m$.
¿Cuánto debe depositar mensualmente?	¿Cuánto se debe sumergir en cada fase?
¿Qué pasa si el saldo es de $-\$160\,000$?	¿Qué pasa si el robot está a $600m$ bajo el nivel del mar?
¿Qué ocurre si quiere tener un saldo positivo al final de año de $\$150\,000$?	¿Qué ocurre si el fondo del mar se encuentra a $3\,000m$ bajo el nivel del mar?

Para retroalimentar la actividad de pares, se sugiere utilizar la retroalimentación escalera metacognitiva:



VALORO - SUGIERO

DURANTE O LUEGO DE LA ACTIVIDAD

VALORO DE TU TRABAJO...

El uso de la tabla para organizar la información del contexto y de la ecuación.

El uso de colores para visualizar el cambio que se hace en las condiciones y cómo esto afecta a la ecuación lineal.

TE SUGIERO..

Escribir tus pensamientos en una sola frase, esto ayuda para ver el equivalente matemático y determinar el siguiente paso.

Escribir una frase completa de la respuesta, mencionando las unidades de medida que están involucradas en el contexto.

<https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#plantillas>

Evaluación formativa

Para verificar aprendizajes, se sugiere considerar una rúbrica con los siguientes criterios:

Criterio	Inicial	Intermedio	Avanzado
Ecuación lineal	Escribe una expresión algebraica.	Escribe una expresión algebraica que tiene la estructura de ecuación.	Escribe una expresión algebraica que tiene la estructura de ecuación y responde a la situación planteada.
	Encuentra un valor para la incógnita.	Resuelve una ecuación lineal.	Resuelve una ecuación lineal, utilizando en la explicación las transformaciones equivalentes.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares: entenderemos que la habilidad de argumentar y comunicar tiene varias componentes, una de ellas es la explicación del procedimiento utilizado, en este caso, la explicación se basa en las transformaciones equivalentes. Se sugiere no limitar el lenguaje propio de los estudiantes, admitiendo ciertas imprecisiones en el lenguaje asociado a las ecuaciones, ahora como docente procure no repetir este tipo de imprecisiones matemáticas y siempre ejemplificar utilizando las transformaciones equivalentes en ambos lados de la ecuación.

Se sugiere utilizar la tecnología y medios de comunicación que estén disponible para los estudiantes. También, se sugiere planificar un módulo cero que considere la operatoria con naturales, fracciones y decimales del módulo 1 del Nivel 2 de Educación Básica, teniendo como foco la identificación de datos dentro de un problema, la selección de estrategias para resolverlo y aplicando procedimientos adquiridos para dar una respuesta a la situación.

Actitudes: para apoyar el desarrollo de la actitud del trabajo con empatía y respeto, se sugiere un trabajo independiente de pares y una retroalimentación que se realice solo entre los estudiantes sin la intervención del docente. Para llevar a cabo esta experiencia, se recomienda tener una carpeta de la retroalimentación recibida en matemática, adjuntando el trabajo realizado y sugerir la lectura en privado de estas retroalimentaciones para promover una reflexión personal sobre el trabajo y la apreciación del compañero.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo grupal: se sugieren las siguientes motivaciones para promover el trabajo grupal en esta actividad:



Actividad dentro del horario de clases, el trabajo colaborativo y cómo ocurre debe ser observado en clases.



Entregar instrucciones precisas sobre lo que se espera al término del trabajo, entregar una rúbrica con los criterios y dejar uno o dos minutos para revisar la comprensión de las instrucciones.



La evaluación es grupal y se sugiere no evaluar hasta que se comprenda que la idea es contribuir para el logro de un objetivo común.



Decida con anterioridad la forma de organizar los grupos, ya sea de forma aleatoria o por coincidir con las propuestas o por nivel de comprensión del tema, considere siempre la cantidad de participantes por grupo y cantidad de la clase.



Decida con anterioridad los momentos en que los participantes del grupo se escuchan y toman las primeras decisiones para organizar lo que hará cada uno, como también el momento en que los grupos se escuchan entre sí.

DECRETO EN PROYECTO

Actividad de desempeño 2

Propósito

Esta actividad busca que los estudiantes comparen la proporcionalidad directa e inversa utilizando diferentes formas de representación y diferentes contextos. Para esto, los estudiantes caracterizan la proporcionalidad directa, determinando el factor de proporcionalidad, elaborando tablas donde las variables son proporcionales y graficando relaciones proporcionales.

Objetivo de aprendizaje

OA2. Contrastar información entre distintos niveles de representación para un mismo contenido matemático, valorando las TIC como una oportunidad. **(Representar)**

Conocimiento esencial

Proporciones directas e inversas

Tiempo estimado

6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Operatoria de números racionales.
- Elaboración de tablas.
- Determinar el patrón de una secuencia de números dados en tablas.

DECRETO EN TRÁMITE

Desarrollo de la actividad

Situación experiencial

El docente presenta a los estudiantes situaciones proporcionales (directa o inversa) y no proporcionales, relevando el uso de la palabra proporción que implica un factor, que para su determinación se requiere de ciertas condiciones entre las variables para que sea directa o inversamente proporcional.

Conexión interdisciplinar

Ciencias naturales
OA1 Nivel 3 EB



Algunas de las frases que pueden orientar el uso de las imágenes para introducir el tema de la proporcionalidad directa o inversa podrían ser:

- Mientras más kilos de frutas hay mayor es el precio.
- Mientras más trabajadores seamos menos tiempo nos demoramos.
- Mientras más tiempo trabajo más dinero gano.
- Mientras más pedaleo más distancia recorro.

Construcción de conocimiento

Para construir las nociones de proporcionalidad directa e inversa, se sugiere tener en cuenta las características de ambas y relacionar con una situación común.

Directa	Inversa																												
Precio de venta de frutas por kilogramos.	Tiempo de trabajo según la cantidad de trabajadores.																												
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Kilogramos</th> <th>Precio</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>\$600</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>\$1 200</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>\$1 800</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>\$2 400</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>\$3 000</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>\$3 600</td> </tr> </tbody> </table>	Kilogramos	Precio	1	\$600	2	\$1 200	3	\$1 800	4	\$2 400	5	\$3 000	6	\$3 600	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Tiempo</th> <th>Trabajadores</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>4,8</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table>	Tiempo	Trabajadores	1	24	2	12	3	8	4	6	5	4,8	6	4
Kilogramos	Precio																												
1	\$600																												
2	\$1 200																												
3	\$1 800																												
4	\$2 400																												
5	\$3 000																												
6	\$3 600																												
Tiempo	Trabajadores																												
1	24																												
2	12																												
3	8																												
4	6																												
5	4,8																												
6	4																												
Tiene una constante de proporcionalidad $k = \frac{y}{x} = y : x$	Tiene una constante de proporcionalidad $k = y \cdot x$																												

$k = \frac{1\ 800}{3} = 600$	$k = 12 \cdot 2 = 24$
Si x aumenta en el doble y aumenta en el doble.	Si x aumenta en el doble y disminuye a la mitad.
Tiene el par (0 0)	No tiene el par (0 0)
Si x disminuye a la mitad y disminuye a la mitad.	Si x disminuye a la mitad y aumenta al doble.
Su gráfico es una línea recta: $y = k \cdot x$	Su gráfico es una curva: $y = \frac{k}{x} ; x \neq 0$

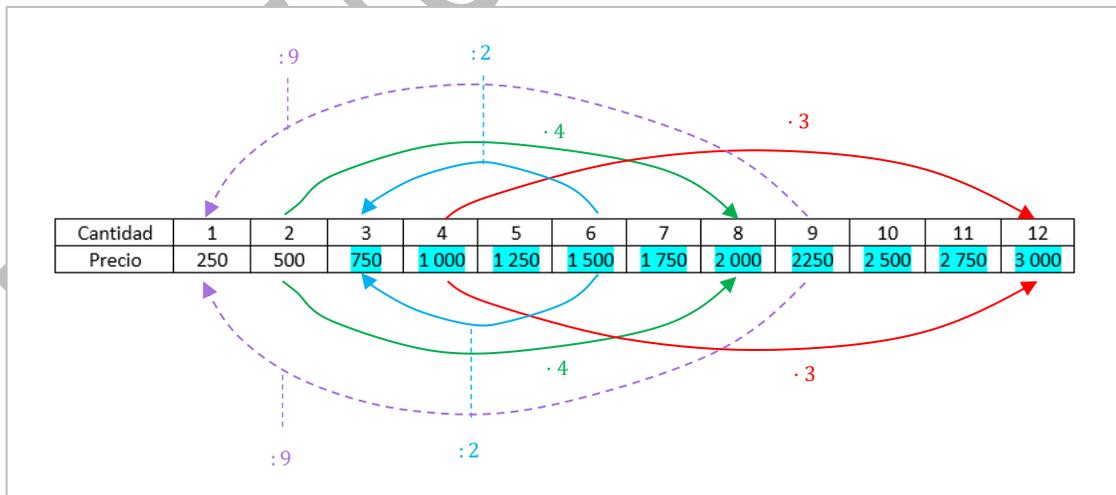
Práctica guiada

Se sugiere guiar el conocimiento de contrastar la proporcionalidad directa e inversa, utilizando dos contextos y ejemplificando el desarrollo de los problemas asociados a las situaciones.

Alina trabaja en un supermercado como cajera y muchas veces los clientes preguntan por el precio de una cantidad de productos cuando se llevan más de tres. Con el fin de tener los precios a la vista para las diferentes cantidades, Alina ha elaborado una tabla que comparte con sus compañeros del supermercado.

Cantidad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Precio	250	500										

Explicar el razonamiento de Alina para completar la tabla:

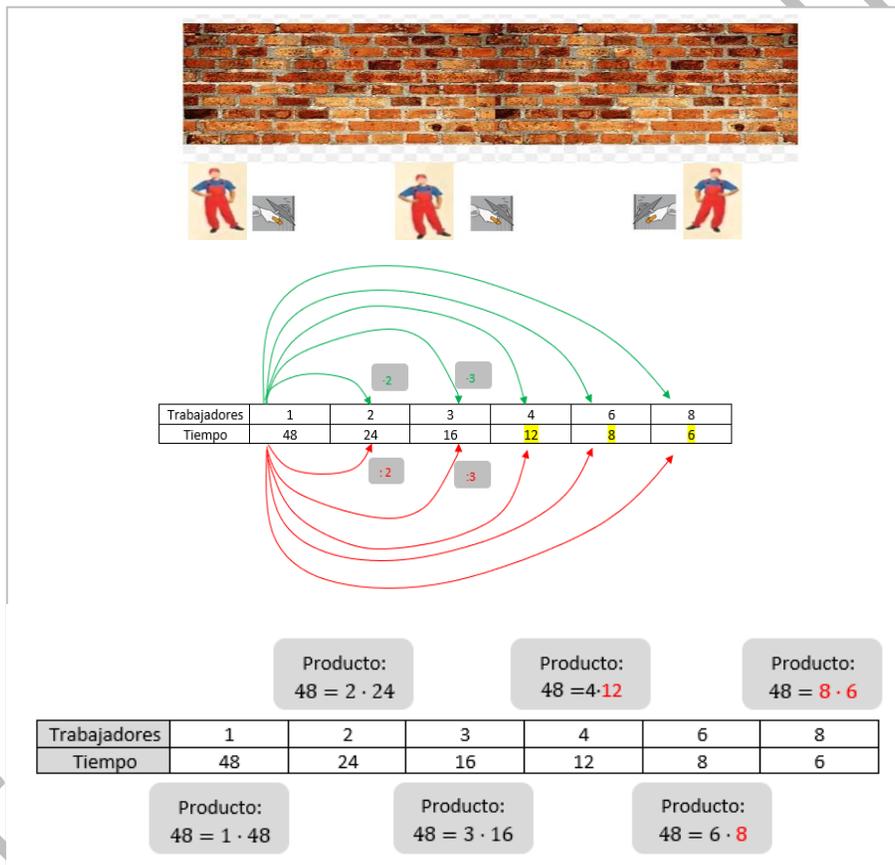


Propiedades de la proporcionalidad directa:

- Si se multiplica una cantidad por un número, el precio se multiplica por el mismo número y viceversa.
- Si se divide una cantidad por un número, el precio se divide por el mismo número y viceversa.
- El cociente entre el precio y la cantidad es siempre el mismo:
 $500:2 = 250$, $1\ 500:6 = 250$, $2\ 750:11 = 250$

Comparar esta propiedad con el desarrollo de una proporcionalidad inversa. Por ejemplo, con la situación de estucar un muro grande. Para realizarlo, un sólo trabajador necesita 48h de trabajo.

¿Cuántos horas demora el trabajo, si trabajan 2, 3 o 4 trabajadores en la misma obra?



Propiedades de la proporcionalidad inversa:

- Si se *duplica*, (*triplica*, *cuadruplica*, etc.) una magnitud, la otra se divide por 2 (3, 4, etc.).
- Las operaciones de multiplicar y dividir son operaciones *inversas*. Por lo tanto, la propiedad se llama *proporcionalidad inversa*.
- El producto entre los pares de números es constante.

Práctica independiente

Se sugiere hacer un trabajo en estaciones para determinar que situaciones son directa o inversamente proporcionales, trabajar con tablas y gráficos y resolver problemas de proporcionalidad directa o inversa. En el siguiente listado se presentan las situaciones y sus limitaciones para ser proporción directa o inversa.

Descripción	Limitaciones posibles
Masa y volumen, si la masa es homogénea.	Hay proporcionalidad directa sin restricciones.
Precio y cantidad.	Hay limitaciones del modelo de proporcionalidad directa, si hay rebajas por cantidades mayores.
Distancia recorrida y tiempo utilizado.	Si la velocidad se mantiene constante, hay proporcionalidad directa. Si el movimiento acelera o frena, la proporcionalidad se pierde.
Kilómetros y consumo de combustible.	Hay proporcionalidad directa si la velocidad se mantiene constante. Hay limitaciones por la aceleración y partidas de motor.
Respuestas correctas y nota.	Si existe proporcionalidad directa entre puntos y notas en la escala de "1 a 7", el promedio será la nota "4". Este modelo raras veces se aplica.
El lado de un cuadrado y el contenido de área.	No hay proporcionalidad directa porque al duplicar el lado se obtienen un cuadrado con el cuádruple del área.
El lado de un cuadrado y el largo del perímetro.	Siempre existe la proporcionalidad entre lado y el perímetro de un cuadrado porque con el doble del lado se obtiene un cuadrado con el doble de perímetro.
Largo y ancho de un rectángulo que tienen la misma área.	Ninguno de los lados puede llegar a 0 y ninguno puede llegar a el infinito.
Precio por alumno para un viaje en bus y cantidad de alumnos que viajan.	La cantidad de alumnos no puede llegar a 0, ni sobrepasar la capacidad máxima del bus.
Tiempo que necesitan trabajadores para una tarea y cantidad de trabajadores.	La cantidad de trabajadores es limitada por el entorno de trabajo.
Tiempo de llenado de una piscina y cantidad de llaves.	El llenado debe ser constante y no se puede tener 0 llaves.
La masa de un cuerpo y la aceleración con fuerza constante.	La masa no puede ser demasiado grande para generar la aceleración.
Presión del sonido y distancia frente a la fuente del sonido.	La distancia a la fuente del sonido no puede llegar a 0, en este caso, se estaría dentro de la fuente.
Fuerza y distancia del eje en una palanca.	La fuerza no puede ejercer si la distancia al eje es 0.
La densidad del material y el volumen.	A mayor densidad es menor el volumen.
La presión del aire y el volumen.	A mayor presión menos volumen.

Para el trabajo con tablas de proporcionalidad, se sugiere completar tablas, encontrar la constante de proporcionalidad y graficar. Algunos ejemplos de instrucciones y tablas son:

Instrucción	Tablas																																										
<p>Completa las tablas bajo el supuesto de la proporcionalidad directa.</p>	<table border="1" data-bbox="727 380 1432 491"> <tr><td>a</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td></tr> <tr><td>b</td><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$b:a$</td><td>2,5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1" data-bbox="727 527 1432 638"> <tr><td>x</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>16</td><td>20</td></tr> <tr><td>y</td><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$y:x$</td><td>1,5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	a	2	4	6	10	15	20	b	5						$b:a$	2,5						x	4	6	8	10	16	20	y	6						$y:x$	1,5					
a	2	4	6	10	15	20																																					
b	5																																										
$b:a$	2,5																																										
x	4	6	8	10	16	20																																					
y	6																																										
$y:x$	1,5																																										
<p>Completa las tablas bajo el supuesto de una proporcionalidad inversa.</p>	<table border="1" data-bbox="727 747 1432 858"> <tr><td>a</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td></tr> <tr><td>b</td><td>12</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$b \cdot a$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1" data-bbox="727 894 1432 1005"> <tr><td>x</td><td>5</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>16</td><td>20</td></tr> <tr><td>y</td><td>30</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$y \cdot x$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	a	2	4	6	10	15	20	b	12						$b \cdot a$							x	5	6	8	10	16	20	y	30						$y \cdot x$						
a	2	4	6	10	15	20																																					
b	12																																										
$b \cdot a$																																											
x	5	6	8	10	16	20																																					
y	30																																										
$y \cdot x$																																											
<p>En las siguientes tablas un par de números no cumple con la supuesta proporcionalidad de los demás pares. Márcalas en rojo.</p>	<table border="1" data-bbox="902 1157 1203 1339"> <tr><td>c</td><td>d</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td>6</td></tr> <tr><td>4</td><td>8</td></tr> </table> <table border="1" data-bbox="902 1375 1203 1558"> <tr><td>p</td><td>q</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td>5</td></tr> <tr><td>4</td><td>8</td></tr> </table> <table border="1" data-bbox="902 1593 1203 1776"> <tr><td>r</td><td>s</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td></tr> </table>	c	d	0	1	2	4	3	6	4	8	p	q	1	2	2	4	3	5	4	8	r	s	0	0	2	2	3	3	4	5												
c	d																																										
0	1																																										
2	4																																										
3	6																																										
4	8																																										
p	q																																										
1	2																																										
2	4																																										
3	5																																										
4	8																																										
r	s																																										
0	0																																										
2	2																																										
3	3																																										
4	5																																										

¿Cuál de las siguientes tablas no representa una proporcionalidad inversa? Marca en la tabla el par de números que no es correcto.

c	d
1	8
2	4
3	6
4	2

p	q
2	24
1	48
3	16
4	12

r	s
7,2	10
2	36
3	24
4	18

Marca en la tabla la cantidad a partir de la cual no hay proporcionalidad entre cantidad y precio de cuadernos escolares.

Cantidad c	0	2	4	6	8	10	20
Precio p	0	800	1 600	2 400	3 200	3 600	7 200
$p : c$	---						

DECRETO EN TRÁMITE

Para los problemas con contexto de proporcionalidad directa se sugieren algunos en la siguiente tabla.

Instrucción	Tablas																
¿En cuál de las dos situaciones hay una proporcionalidad directa o inversa?	<ul style="list-style-type: none"> La Familia de Rodrigo quiere obtener un crédito de consumo sobre el monto \$600 000. Se conversa las ventajas y desventajas de la amortización del crédito en diferentes cantidades de cuotas. Se puede pagar en 3, 6 o 12 cuotas. Francisca decide ahorrar semanalmente \$1 500 de su mesada para asistir a una fiesta del fin del año. Al inicio de febrero ella empieza a poner la primera “cuota” en su “chanchito de ahorro”. 																
Resuelve.	<p>En el tipo LOTO con 5 aciertos se puede repartir la suma de \$ 1 920 000 según los ingresos del sorteo actual.</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Porqué, la situación incorpora a una proporcionalidad inversa? Determina la ganancia de cada ganador si en total hay 1, 2, 3, 4, 6, etc. ganadores. Completa la siguiente tabla aplicando las propiedades de la proporcionalidad inversa. <table border="1"> <tr> <td>Ganador</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>Ganancia \$</td> <td>1 920 000</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	Ganador	1	2	3	4	6	8	15	Ganancia \$	1 920 000						
Ganador	1	2	3	4	6	8	15										
Ganancia \$	1 920 000																

Para retroalimentar la actividad y el aprendizaje de contrastar la proporcionalidad directa e inversa, se sugiere utilizar la lista de chequeo con los siguientes criterios:



LISTA DE CHEQUEO

DURANTE O LUEGO DE LA ACTIVIDAD

	Logrado	Todavía puedo mejorar
Criterio 1: Reconozco las diferencias entre la proporcionalidad directa e inversa	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Criterio 2: Puedo encontrar el factor de proporcionalidad directa	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Criterio 3: Puedo encontrar el factor de proporcionalidad inversa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Criterio 4: Completo tablas y resuelvo problemas en contexto	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Mueve el ticket a la casilla que corresponda



<https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#plantillas>

Evaluación formativa

Para verificar aprendizajes, se sugiere considerar una rúbrica con los siguientes criterios:

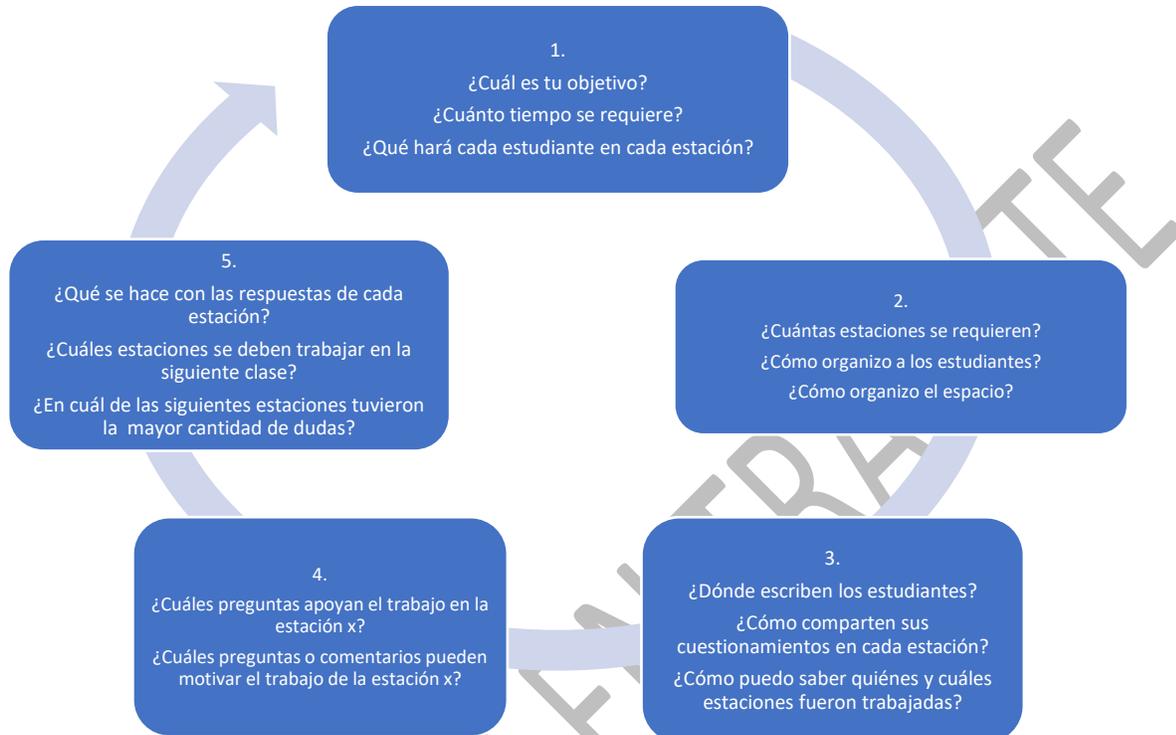
Criterio	Inicial	Intermedio	Avanzado
Proporcionalidad directa	Describe características de proporcionalidad.	Describe características de proporcionalidad directa.	Describe características de proporcionalidad directa y reconoce cuándo una situación no es directamente proporcional.
	Opera los parámetros dados para encontrar el factor de proporcionalidad.	Divide el parámetro dependiente por el parámetro independiente para obtener el factor de proporcionalidad directa.	Divide el parámetro dependiente por el parámetro independiente para obtener el factor de proporcionalidad directa y lo utiliza para encontrar otros valores.
Proporcionalidad inversa	Describe características de proporcionalidad.	Describe características de proporcionalidad inversa.	Describe características de proporcionalidad directa y reconoce cuándo una situación no es inversamente proporcional.
	Opera los parámetros dados para encontrar el factor de proporcionalidad.	Multiplica el parámetro dependiente por el parámetro independiente para obtener el factor de proporcionalidad inversa.	Multiplica el parámetro dependiente por el parámetro independiente para obtener el factor de proporcionalidad inversa y lo utiliza para encontrar otros valores.
Contextos	Relaciona el contexto con una proporcionalidad de manera indiferente.	Relaciona el contexto con una proporcionalidad directa o inversa según sea el caso.	Relaciona el contexto con una proporcionalidad directa o inversa según sea el caso y responde al problema planteado.
Tablas	Completa las tablas con valores.	Completa las tablas con valores que corresponde a la proporcionalidad directa o inversa.	Completa las tablas con valores que corresponden a la proporcionalidad directa o inversa y determina cuándo una tabla de valores no corresponde a una proporcionalidad.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares: para desarrollar la habilidad de representar, es necesario que los estudiantes transiten por los diferentes niveles de representación, que puedan obtener información de tablas y concluir el tipo de proporcionalidad, esta actividad se puede complementar con el gráfico de los valores y con las características del gráfico.

Actitudes: para apoyar el desarrollo de la actitud de la valoración de las TIC como una oportunidad, se sugiere utilizar la calculadora como un medio de tecnología y entrega de información, también se sugiere trabajar con planillas de cálculo que permitan organizar y contrastar la información más rápidamente.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo en estaciones: se sugieren las siguientes preguntas para guiar la implementación de las estaciones.



Actividad de desempeño 3

Propósito

Esta actividad busca expresar matemáticamente la información de un cambio lineal, comenzando con la proporcionalidad directa y construyendo la noción de función lineal. Para esto, los estudiantes consideran situaciones cotidianas y la noción de un antes y un después, incluyendo las nociones de variable independiente y dependiente, como también positivo y negativo.

Objetivo de Aprendizaje

OA4. Expresar acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático, asumiendo posturas razonadas. **(Modelar)**

Conocimiento esencial

- Proporcionalidad directa.
- Función lineal.

Tiempo estimado

6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Gráfico de pares ordenados.
- Calcular el factor de proporcionalidad directa.

DECRETO EN TRÁMITE

Desarrollo de la actividad

Situación experiencial

El docente presenta a los estudiantes una situación de recorrido de un tren rápido entre dos ciudades para relevar las nociones de variable independiente, dependiente y proporcionalidad directa que están involucrados.

Conexión interdisciplinar

Ciencias naturales

OA1 Nivel 3 EB



Algunas de las preguntas que pueden ayudar a incluir el nuevo vocabulario son:

- ¿Por qué decimos que el tren va rápido?
- ¿Cuál es el rol del tiempo en esta situación?
- ¿Qué papel tiene la distancia para decir que el tren va rápido?
- ¿Cómo se puede utilizar la proporcionalidad directa para describir la relación entre el tiempo y la distancia?
- ¿Qué nos dice el factor de proporcionalidad en este caso?

Construcción de conocimiento

Para construir el conocimiento se sugiere trabajar en detalle un problema con el mismo contexto de un tren, incluyendo datos numéricos, por ejemplo:

El tren está en la fase del viaje entre dos ciudades y se desplaza a una velocidad constante de

$$v = 180 \frac{km}{h}$$

¿Cómo se puede determinar el recorrido del tren en cualquier instante del viaje cuando el tren viaja en la modalidad de velocidad constante?

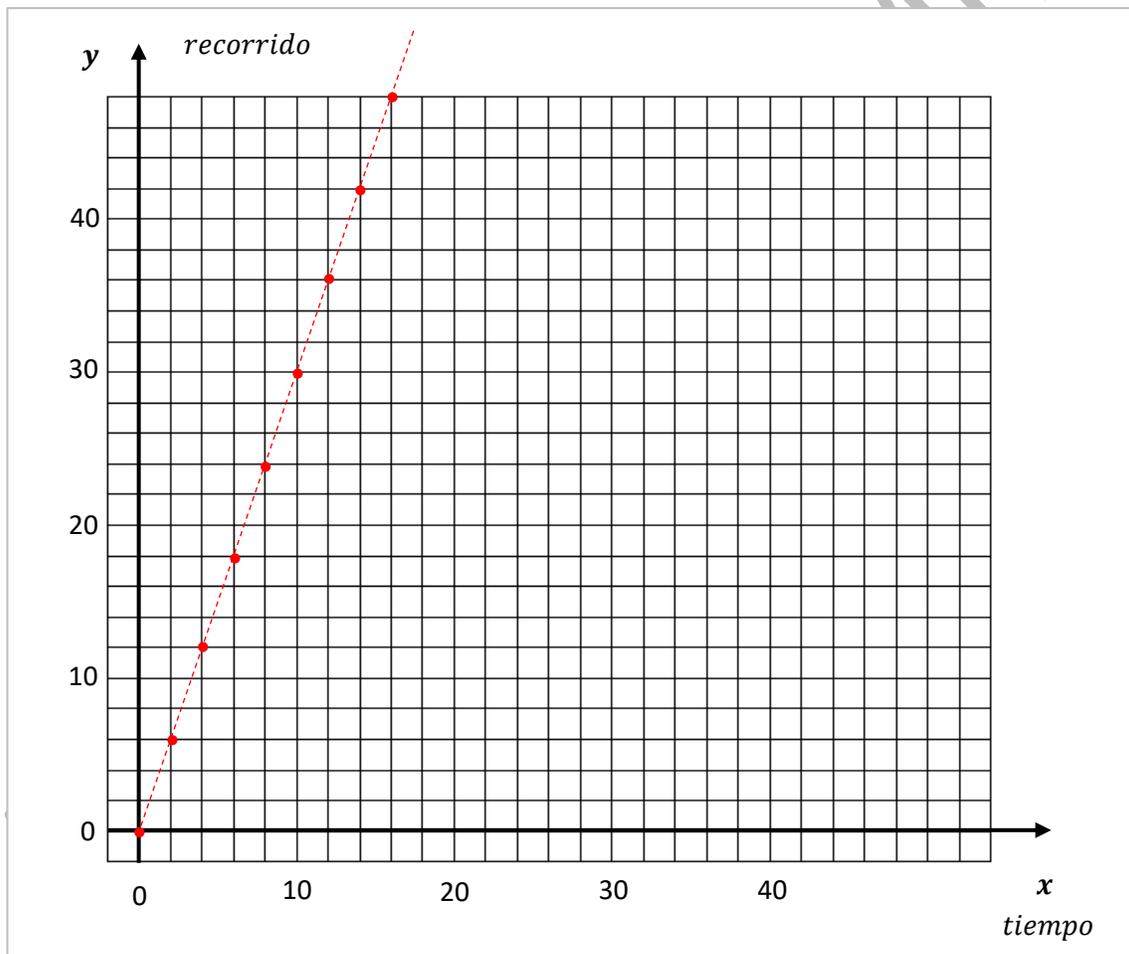
Para responder, se sugiere descomponer el problema en partes y trabajar cada una de ellas, explicando para qué se desarrolla cada parte.

- Determinar la velocidad en unidades de medida, más pequeña en vez de horas en minutos, esto permite elaborar una tabla y visualizar la variable independiente tiempo en relación con la variable dependiente distancia.

$$180 \frac{km}{h} = 180 \frac{km}{60min} = 3 \frac{km}{min}$$

Tiempo x [min]	0	5	10	15	20	25	30	35
Recorrido y [km]	0	15	30	45	60	75	90	105

- Determinar algunas distancias según el tiempo y viceversa, esto permite leer la tabla e interpretarla según el contexto. Por ejemplo, determina cuánto ha recorrido el tren en 25 minutos, esperando la redacción de una respuesta completa, el tren ha recorrido 75km en 25 minutos. Determina el instante en que el tren ha recorrido 90 kilómetros, relevando aquellas respuestas completas, tales como, el tren ha recorrido 90km a los 30min.
- Graficar los pares ordenados y completar con una línea punteada, relevando la continuidad del tiempo y del recorrido de la distancia, como también para introducir la función lineal visualmente.



Se sugiere precisar la noción de función lineal, respondiendo a las siguientes preguntas:

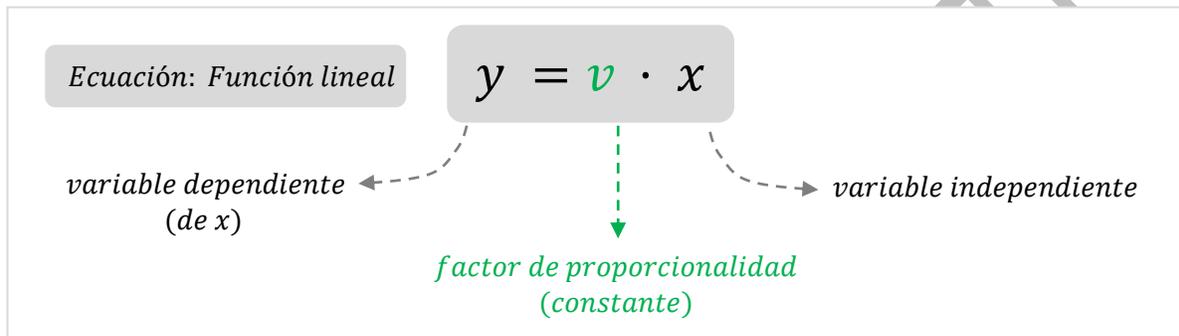
- ¿Qué propiedad existe entre el tiempo x y el recorrido y ?
- ¿Cómo se denomina esta propiedad?
- ¿Qué propiedad hay entre todos los pares de tiempo x y del recorrido y ?

La regularidad que existe entre el tiempo x y el recorrido y se denomina *función lineal*. Si se *duplica* el tiempo, (*triplica, divide por 2, divide por 3, etc.*) el recorrido se *duplica*, (*triplica, divide por 2, divide por 3, etc.*), esta propiedad se denomina *proporcionalidad directa* entre el recorrido y y el tiempo x . Los cocientes de los pares son todos constantes, no se debe considerar el cociente $\frac{0}{0}$.

$$\frac{15}{5} = \frac{30}{10} = \frac{45}{15} = \dots = \frac{105}{35} = \frac{y}{x} = \frac{3}{1} = 3$$

La constante de proporcionalidad es en este caso la velocidad del tren:

$$\frac{y}{x} = v$$



$$y = 3 \cdot x$$

Práctica guiada

Explicar la relación entre dos variables y determinar en varias situaciones cuál es la variable dependiente o independiente, algunas de las situaciones que se pueden trabajar son:

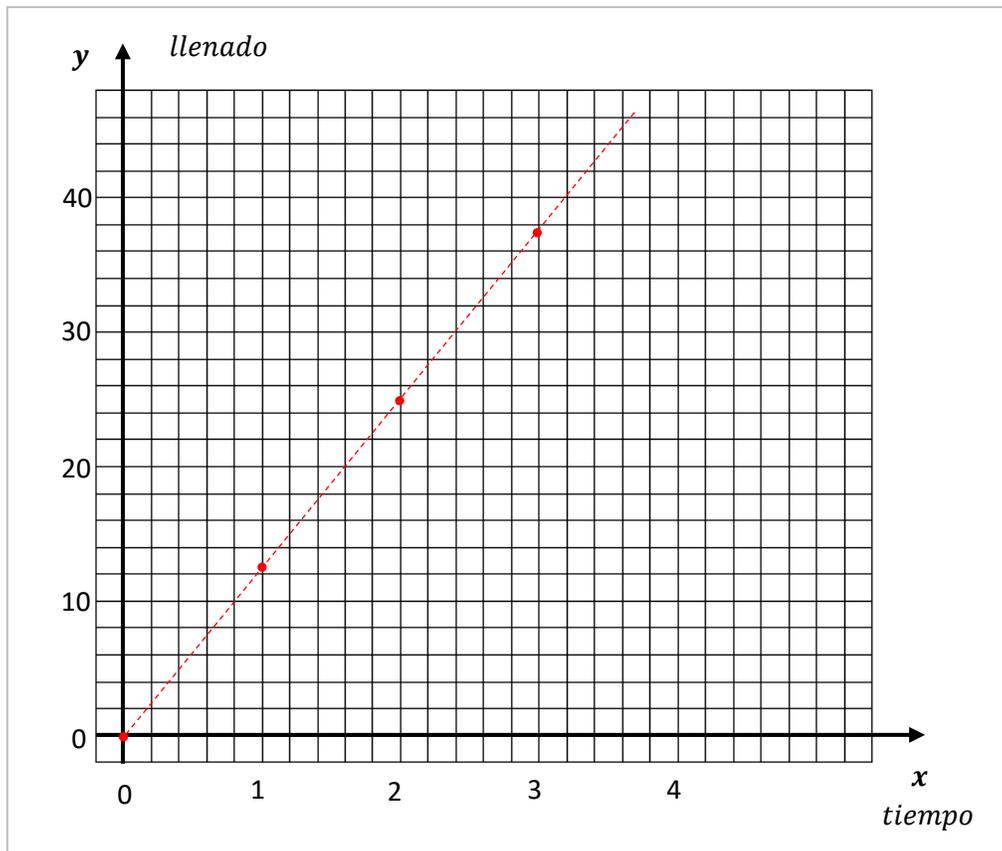
- Crecimientos de árboles o de plantas.
- Descargamiento de la batería de un celular en el uso.
- Ahorro regular de dinero.
- Promedio de notas escolares en el curso del año.
- Mejoramiento de notas con reforzamiento.
- Venta de vehículos en el verano.
- Derretimiento de nieve en la primavera.
- Temperatura diaria.
- Debilitamiento de la señal de una radioemisora.
- Llenado de un estanque.

Se sugiere ejemplificar el trabajo con una situación que sea lineal, por ejemplo, una bomba de agua tiene un caudal constante de $22,5 \frac{l}{min}$. Se quiere llenar un estanque y calcular el contenido del agua en dependencia del tiempo después de iniciar el llenado.

Dado que el caudal es constante y a la vez se tiene el factor m de proporcionalidad de la ecuación, se tiene que $m = 12,5$, la variable independiente x es el tiempo en minutos y la variable dependiente y es el llenado en litros l .

$$y = m \cdot x$$

$$y = 12,5 \cdot x$$



Transformación de las unidades $1m^3 = 2\,000l$.

Resulta la ecuación: $12,5 \cdot x = 2\,000 \quad | : 12,5$

$$x = 2\,000 : 12,5 = 180$$

En 180 minutos o en 3 horas se echan $2m^3$ en el estanque.

Práctica independiente

Se sugiere hacer un trabajo de estaciones para trabajar cada parte de los problemas relacionados con la función lineal. Algunas de las estaciones que se sugieren para esta actividad son:

Estación	Material	Instrucción	Organización
Variables	Hoja con un listado de situaciones/ hoja con las soluciones.	¿Cuál de las siguientes situaciones corresponden a una situación lineal? Identifica variable dependiente e independiente.	La hoja con las soluciones se encuentra al final del circuito de estaciones, la revisión es personal.
Elaboración de tablas	Hoja con una función lineal dada en su forma algebraica o en contexto / hoja con las tablas completas.	Elaborar una tabla de valores, si es necesario hacer transformaciones de unidades.	
Elaboración de gráficos	Hoja con una función lineal dada en su forma algebraica o en contexto.	Elaborar el gráfico de la función lineal, de forma manual o utilizando un programa online de libre disposición.	Tener a disposición un computador con un programa de libre disposición para comprobar las soluciones manuales.
Determinar parámetros según lo indicado	Hoja con tablas de valores correspondientes a la función lineal/Hoja de respuestas.	Determina el valor de la variable dependiente para el siguiente valor de la variable independiente/ Determina el valor de la variable independiente para el siguiente valor de la variable dependiente.	Hoja con el desarrollo completo se encuentra al final del circuito de estaciones, la revisión es personal
Contextos diversos	Diferentes problemas con diferentes contextos para elegir solo uno y desarrollarlo de manera completa.	Resuelve un problema a tu elección.	

Evaluación formativa

Para verificar aprendizajes, se sugiere considerar una rúbrica con los siguientes criterios:

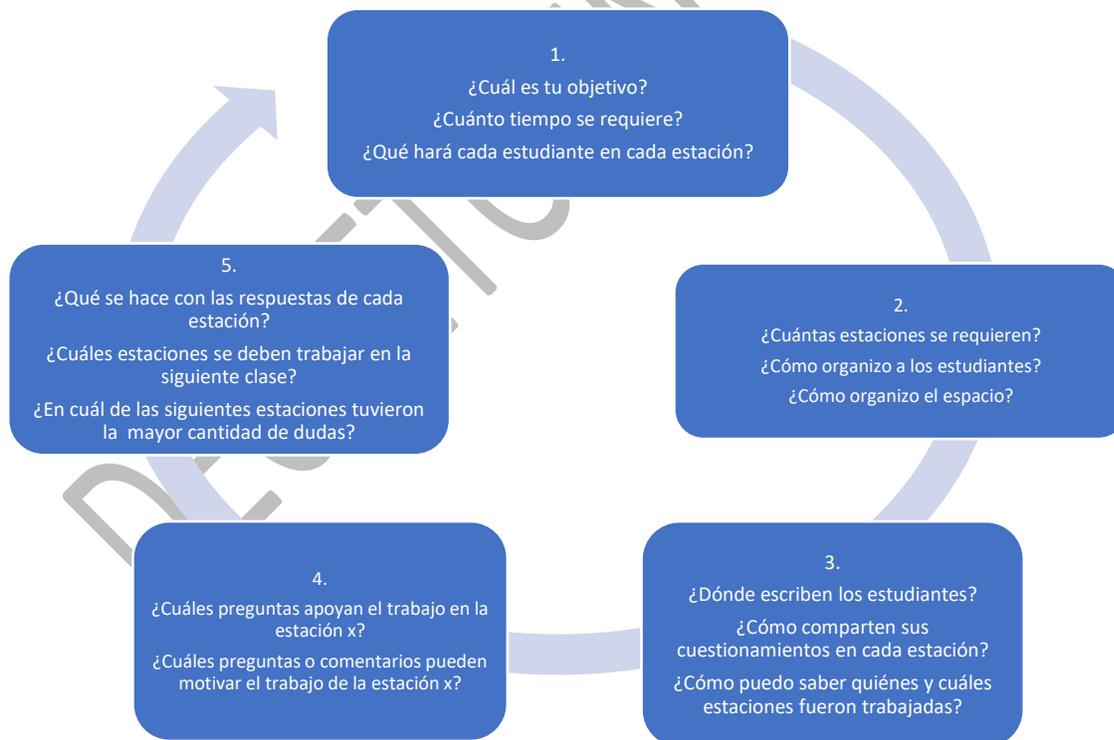
Criterio	Inicial	Intermedio	Avanzado
Función lineal	Relacionan la función lineal con un comportamiento proporcional.	Relacionan la función lineal con un comportamiento directamente proporcional.	Relacionan la función lineal con un comportamiento directamente proporcional y lo expresan algebraicamente.
	Elaboran tablas de valores.	Elaboran tablas de valores identificando variable dependiente e independiente.	Elaboran tablas de valores identificando variable dependiente e independiente y leen la tabla para responder a un problema.
	Grafican valores en el plano cartesiano.	Grafican valores de una función lineal en el plano cartesiano.	Grafican valores de una función lineal en el plano cartesiano y extraen información para responder a un problema dado.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares: entenderemos que el ciclo de modelación tiene un ciclo que se compone de varias partes, en esta serie de actividades se trata de reconocer a la función lineal como un modelo que describe ciertas situaciones, en particular situaciones de proporcionalidad directa. Uno de los obstáculos que se deben resolver en clases es la inclusión de los componentes negativos, para esto se sugiere trabajar con un antes o un después, en particular en el caso del tren, poniendo, por ejemplo, como tiempo de partida la mitad del trayecto y hablar de un antes y un después, con el mismo factor de proporcionalidad, asumiendo que esta se ha mantenido constante durante todo el viaje entre dos ciudades grandes.

Actitudes: para apoyar el desarrollo de la actitud de asumir posturas razonadas, se sugiere retomar el tema de la realidad y de las limitaciones del modelo lineal en el caso de que el tren pudiera mantener la velocidad constante todo el tiempo, algunas de las preguntas que se pueden incluir en la conversación son: ¿Qué sentido tiene la velocidad constante después de 20 horas? ¿Cuáles son las limitantes del modelo? ¿Cuáles son las diferencias entre el modelo y la realidad? ¿Qué restricciones se hacen a la función lineal para responder a la realidad?

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo en estaciones: se sugieren las siguientes preguntas para guiar la implementación de las estaciones.



Actividad de desempeño 4

Propósito

Esta actividad busca expresar matemáticamente la información de un cambio lineal, comenzando con la función lineal para extender a la función afín. Para esto, los estudiantes seleccionan el modelo correspondiente y aplican las ecuaciones para dar respuestas a los problemas propuestos.

Objetivo de Aprendizaje

OA4. Expresar acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático, asumiendo posturas razonadas. **(Modelar)**

OA6. Seleccionar estrategias, y transferir a nuevas situaciones pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolución de problemas)**

Conocimiento esencial

- Función lineal.
- Función afín.

Tiempo estimado

6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Gráfico de pares ordenados.
- Calcular el factor de proporcionalidad directa.
- Resolver ecuaciones lineales.

DECRETO EN TRÁMITE

Desarrollo de la actividad

Situación experiencial

Motivar la resolución de problemas con la presentación de una estrategia desarrollada por un técnico eléctrico.

¡Teníamos que avisar a qué hora llegaríamos y estábamos en un taco de 27 km!

¡¡¡Llevábamos ya 15 minutos!!!!

Pero yo, como eléctrico, sé que las demarcaciones de los postes están a una distancia de 50 metros y conté cuantos postes veía en un minuto... ¡solo 3 postes!

Algunas de las preguntas que pueden motivar la elaboración de una función afín y resolver el problema son:

- ¿Cómo se puede relacionar la situación con la función lineal?
- ¿Qué información entrega el dato de los 15 minutos?
- ¿Se considera la velocidad en esta situación?
- ¿Cómo resuelve el problema el eléctrico?

Conexión interdisciplinar

Ciencias naturales
OA1 Nivel 3 EB

Construcción de conocimiento

Se sugiere construir el conocimiento de la función afín considerando primero la función lineal que está detrás de esta situación y explicar cómo se resuelve y se concluye sobre el tiempo de demora.

Desplazamiento en 1 minuto

$$3 \cdot 50m = 150m$$

$$v = \frac{150m}{1min} = 150 \frac{m}{min}$$

Transformando a $\frac{km}{h}$

$$150 \frac{m}{min} = \frac{60 \cdot 150m}{h}$$

$$= \frac{9000m}{h} = 9 \frac{km}{h}$$


Pero yo, como eléctrico, sé que los postes están a una distancia de 50 metros y conté cuantos postes veía en un minuto... ¡solo 3 postes!



Así, se encuentra el factor de proporcionalidad y la relación entre las variables.

$$y = 9 \cdot x$$

Donde x está en horas e y es la velocidad en $\frac{km}{h}$.

¡¡¡¡Llevábamos ya 15 minutos!!!!



Desplazamiento en 15 minutos

$$y = 9 \cdot x$$

$$x = 15 \text{ min} = \frac{1}{4} h = 0,25h$$

$$y = 9 \cdot 0,25 = 2,25$$

En 15 minutos solo habíamos recorrido 2,25km...

Finalmente, expresar la función afín que se relaciona con la situación, agregando lo que ya se ha recorrido a la expresión algebraica de la función lineal.

¡Teníamos que avisar a qué hora llegaríamos y estábamos en un taco de 27 km!



La ecuación que describía la situación era:

$$y = 9 \cdot x + 2,25$$

Y cómo el taco era de 27 km entonces

$$27 = 9x + 2,25 \quad | -2,25$$

$$24,75 = 9x \quad | :9$$

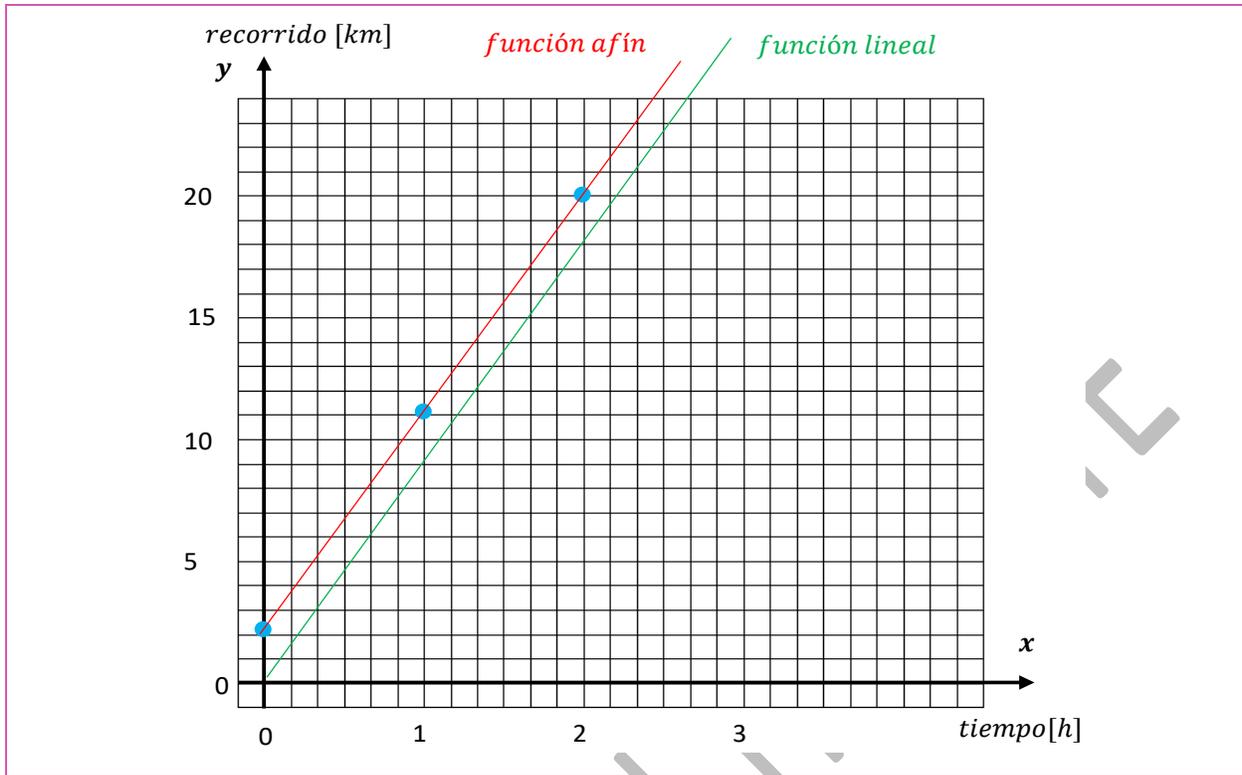
$$x = 24,75 : 9 = 2,75$$

La demora en el taco era de 2 horas y 45 minutos.

Relevar las diferencias entre ambos tipos de funciones para esta situación:

Función lineal	Función afín
$y = mx$	$y = mx + c$
$y = 9x$	$y = 9x + 2,25$

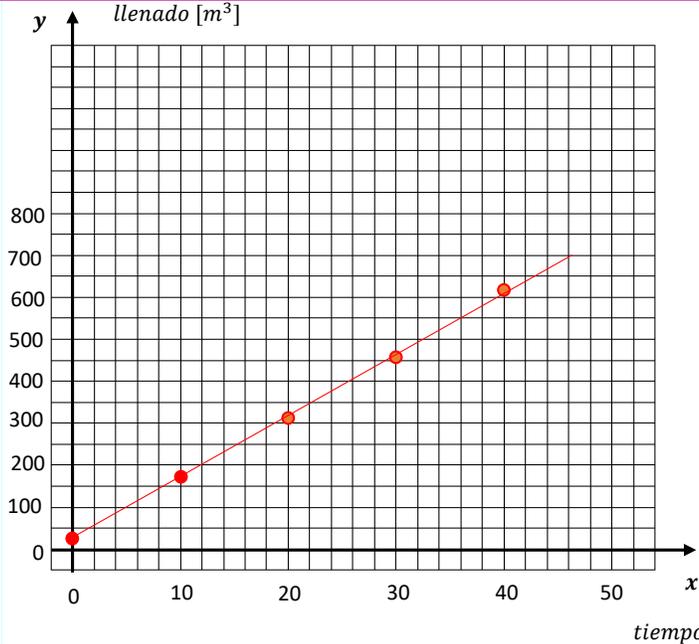
DECRETO 17.121



Práctica guiada

Motivar la resolución de problemas relacionados con otras situaciones diferentes a la velocidad, por ejemplo, el llenado de una piscina.

Contexto	Se avisa que se está llenando la piscina para el campeonato y tiene ahora un avance de $25m^3$ de llenado. Se les dice a los competidores que se trabaja con una bomba que tiene un rendimiento de $250 \frac{l}{min}$.												
Elaboración de la función afín	$y = mx + c$ <p>Se conoce $c = 25m^3$ y es razonable de calcular el tiempo en horas.</p> <p>Transformar el rendimiento de la bomba en $\frac{m^3}{h}$</p> $250 \frac{l}{min} = \frac{250l}{min} \cdot \frac{60}{60} = \frac{15\,000l}{60min} = \frac{15\,000l}{1h} = \frac{15m^3}{h} = 15 \frac{m^3}{h}$ $y = 15x + 25$												
Elaboración de una tabla	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="background-color: #e91e63; color: white;">x</td> <td>0</td> <td>10</td> <td>20</td> <td>30</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #e91e63; color: white;">y</td> <td>25</td> <td>175</td> <td>325</td> <td>450</td> <td>625</td> </tr> </table>	x	0	10	20	30	40	y	25	175	325	450	625
x	0	10	20	30	40								
y	25	175	325	450	625								

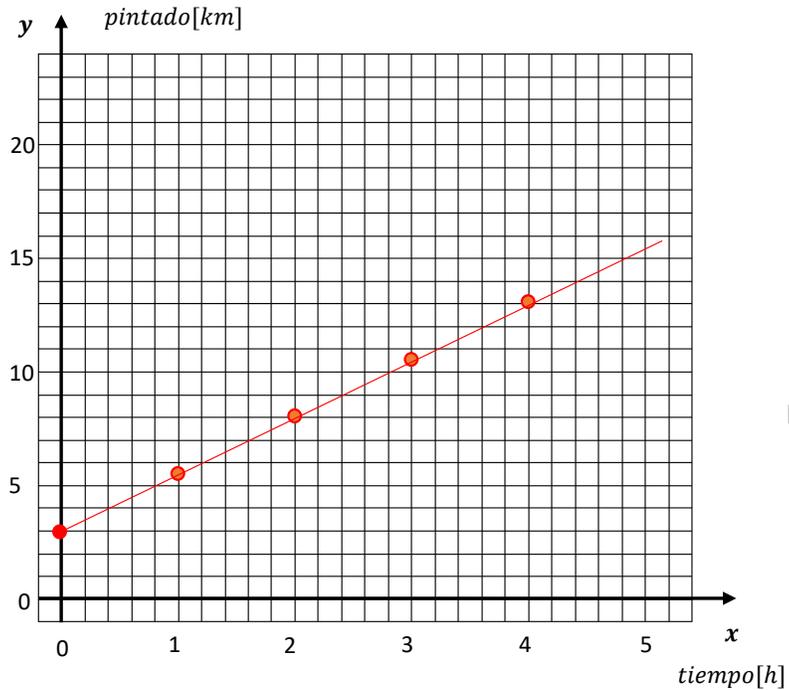
Elaboración de un gráfico	
Responder a un problema	<p>El largo de la piscina es de 25m, el ancho es de 12,5m y se llena la piscina hasta una altura de 2,00m. Determina el volumen del agua en la piscina cuando esté llena.</p> $V = 25m \cdot 12,5m \cdot 2m = 625m^3$ <p>Si el campeonato es en 2 días ¿alcanzará a estar llena la piscina?</p> $y = 15x + 25$ $625 = 15x + 25 \quad -25$ $600 = 15x \quad :15$ $40 = x$
Respuesta	En 40 horas la piscina estará llena y tendrán 8 horas para practicar.

Práctica independiente

Se sugiere hacer un trabajo personal de desarrollo de un problema con contexto y utilizando el mismo formato de la práctica guiada. Un posible problema y su desarrollo se muestra en la siguiente tabla.

Contexto	<p>En una ruta se quiere pintar el eje central. La máquina trabaja con una velocidad de $2,5 \frac{km}{h}$. En la foto se muestra una parte pintada que en su totalidad ha avanzado por $3km$.</p>													
Elaboración de la función afín	$y = 2,5x + 3$ <p>Dónde y es la distancia recorrida en kilómetros y x es el tiempo en horas</p>													
Elaboración de una tabla	<table border="1"> <tr> <td style="background-color: #cccccc;">x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #cccccc;">y</td> <td>2,5</td> <td>5,5</td> <td>8</td> <td>10,5</td> <td>13</td> </tr> </table>		x	0	1	2	3	4	y	2,5	5,5	8	10,5	13
x	0	1	2	3	4									
y	2,5	5,5	8	10,5	13									

Elaboración de un gráfico



Responder a un problema

¿Cuánto se logra pintar en 4 horas?

$$x = 4$$

$$y = 2,5 \cdot 4 + 3 = 10 + 3 = 13$$

¿En qué momento se logran los 15km?

$$y = 15$$

$$15 = 2,5x + 3 \quad | -3$$

$$12 = 2,5x \quad | :2,5$$

$$4,8 = x$$

Respuesta

En 4 horas más el eje pintado tendrá un largo de 13 kilómetros

En 4,8 horas tendrá 15 kilómetros de eje pintado.

DECRETO

Para retroalimentar la actividad y el aprendizaje de la aplicación de la fórmula de segundo grado, se sugiere utilizar la pausa reflexiva:



PAUSA REFLEXIVA



- ¿Qué relación podría establecer entre la variable dependiente e independiente?
- ¿Qué me está costando aprender de la función lineal o función afín?
- ¿Cómo podría diferenciar un contexto afín de uno lineal?
- ¿Qué me podría ayudar a aprender más sobre la función afín?

<https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#plantillas>

Evaluación formativa

Para verificar aprendizajes, se sugiere considerar una rúbrica con los siguientes criterios:

Criterio	Inicial	Intermedio	Avanzado
Función afín	Diferencia entre una expresión algebraica afín y una lineal	Diferencia entre una expresión algebraica afín y una lineal, indicando la constante que se agrega.	Diferencia entre una expresión algebraica afín y una lineal, indicando la constante que se agrega y según el contexto.
	Grafica valores de una tabla.	Grafica una función afín.	Grafica una función afín, identificando que es la traslación de una función lineal.
	Reconoce contextos directamente proporcionales.	Reconoce contextos que son lineales.	Reconoce contextos que son lineales y afines.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares: entenderemos que el desarrollo de la habilidad de modelar tiene un ciclo que comienza con la descripción de la situación utilizando o seleccionando un modelo. En esta actividad se espera que el estudiante conozca un nuevo modelo, denominado función afín, reconociendo que se compone de un modelo lineal al cual se le agrega y que esto último se visualiza como una traslación de la función lineal en el gráfico. El trabajo con la resolución de problemas se trabaja desde la descomposición en partes del problema y tratando de desarrollar una estrategia más completa y con pasos que luego el estudiante podrá ir seleccionando o realizando de manera más directa para responder al problema.

Actitudes: para apoyar el desarrollo de la actitud de pensar con perseverancia y proactividad, se sugiere que el trabajo personal incluya todas las etapas presentadas en la práctica guiada, desarrollando en detalle para comprender y encontrar aquellos detalles que no son tan fácilmente internalizados.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo personal: se sugieren las siguientes motivaciones para promover el trabajo personal e independiente de otros:



Independencia.
Pensando las cosas por cuenta propia.



Confianza en lo que se sabe.
Generar seguridad en lo que se hace en cada paso. La confianza como facilitador de explicaciones propias y a otros.



Trabajar a su propio nivel.
En ciertos momentos es necesario saber dónde se está y trabajar al propio ritmo.



Practicar el autocontrol.
La tarea requiere de concentración y de fuerza de voluntad para volverse a un compañero o maestro para pedir ayuda directa.

Módulo obligatorio 3

Visión panorámica

Gran idea

Las propiedades de las figuras 2D o 3D pueden ser descritas, calculadas y comparadas según teoremas, atributos como su forma y sus medidas.

Objetivos de aprendizaje

OA3. Usar modelos matemáticos dados para comprender fenómenos, asumiendo posturas razonadas. **(Modelar)**

OA4. Expresar acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático, asumiendo posturas razonadas. **(Modelar)**

OA5. Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas, trabajando con empatía y respeto. **(Argumentar y comunicar)**

OA6. Seleccionar estrategias, y transferir a nuevas situaciones pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolución de problemas)**

Conocimientos esenciales

- Expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones lineales.
- Área y volumen de prismas rectos con diferentes bases y cilindros.
- Teorema de Pitágoras.

Tiempo estimado

6 semanas (24 horas)

Propósito del módulo obligatorio 3

En el módulo 3 de la asignatura de matemática del Nivel 3 de Educación Básica, se espera que los estudiantes comprendan que *las propiedades de las figuras 2D o 3D pueden ser descritas, calculadas y comparadas según teoremas, atributos como su forma y sus medidas*. Entendiendo que la comprensión se logra cuando el estudiante realiza varios procesos desde lo experiencial hasta lo abstracto y simbólico de la matemática, utilizando en este caso procedimientos, fórmulas y proposiciones como el teorema de Pitágoras.

Los Objetivos de Aprendizaje del módulo 3 desarrollan las habilidades de modelar, resolver problemas, argumentar y comunicar. En particular, este módulo desarrolla la utilización de modelos, expresados en fórmulas de área de figuras 2D y volumen de figuras 3D o en utilizando el teorema de Pitágoras para describir la situación de posiciones que involucran un triángulo rectángulo y sus medidas. Las acciones que se describen en estos contextos son en su mayoría estáticas y corresponden a esquemas elaborados en base o de aproximaciones a figuras geométricas conocidas. Este módulo construye nuevos conocimientos que permiten elaborar explicaciones más precisas de lo que se hace y para qué se hace tal o cual procedimiento, se incluye en estas explicaciones el uso de definiciones y de reglas de la geometría, en particular de la estructura de ciertos cuerpos, sus redes y de las medidas de la superficie y del volumen. En este nivel se amplían las estrategias de la resolución de problemas incluyendo las expresiones algebraicas generalizadas para describir perímetros, áreas y volúmenes.

Los Objetivos de Aprendizaje del módulo 3 desarrollan las actitudes del siglo XXI del ámbito de las Maneras de pensar, las Maneras de trabajar y las maneras de vivir en el mundo, promoviendo el desarrollo de varias actitudes. La actitud de perseverar en torno a metas en la resolución de un problema o en la elaboración de esquemas que den una idea geométrica de la situación y desarrolla la actitud de trabajar con respeto y empatía para encontrar soluciones colaborativas. Este módulo brinda oportunidades para desarrollar la actitud de asumir posturas razonadas según el contexto y la realidad que los rodea.

Ruta de Aprendizaje del Módulo obligatorio 3

Las propiedades de las figuras 2D o 3D pueden ser descritas, calculadas y comparadas según teoremas, atributos como su forma y sus medidas.

Actividad de desempeño 1: Expresan acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático para indicar cantidades desconocidas de diferentes objetos.

Actividad de desempeño 2: Explican soluciones y procedimientos de la solución de ecuaciones lineales utilizando la reducción de expresiones algebraicas semejantes y las transformaciones equivalentes.

Actividad de desempeño 3: usan modelos matemáticos del área y volumen de prismas

rectos con diferentes bases para comprender fenómenos de espacio y transporte.

Actividad de desempeño 4:

Seleccionan estrategias asociadas al teorema de Pitágoras para encontrar medidas de objetos que no son accesibles físicamente y transfieren a diferentes situaciones.



Actividad de desempeño 1

Propósito

Esta actividad busca expresar acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático para indicar cantidades desconocidas de diferentes objetos. Especialmente, estas cantidades desconocidas se refieren a medidas de lados y por lo tanto son utilizadas para expresar de manera general, perímetros y áreas de figuras 2D o de recorridos en figuras planas.

Objetivo de Aprendizaje

OA4. Expresar acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático, asumiendo posturas razonadas. **(Modelar)**

Conocimiento esencial

- Expresiones algebraicas
- Ecuaciones lineales
- Inecuaciones lineales.

Tiempo estimado

6 horas

Diagnóstico

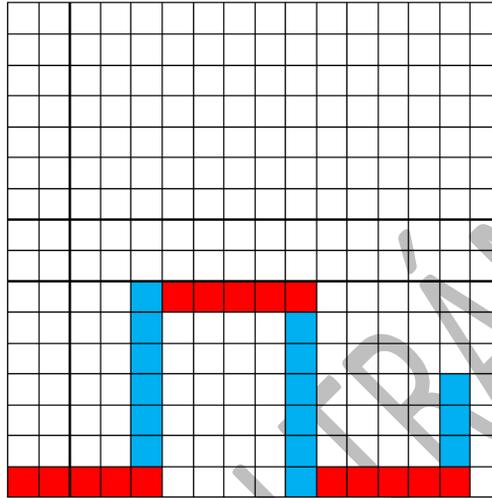
En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Cálculo de perímetro de cuadrados y rectángulos.
- Calcular el área de cuadrados y rectángulos.
- Transformaciones de unidades de medidas asociadas a la longitud.

Desarrollo de la actividad

Situación experiencial

El docente presenta a los estudiantes una situación para usar el lenguaje natural para describir un camino y relacionar esta actividad con algunos de los principios básicos de la programación de un vehículo robot que se desplaza en una red.

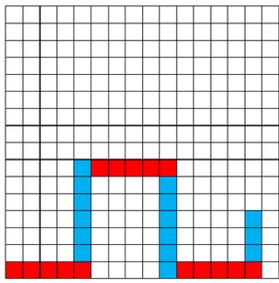
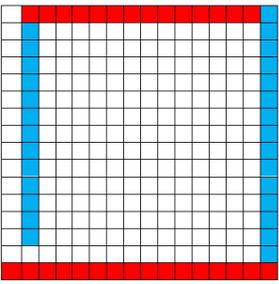
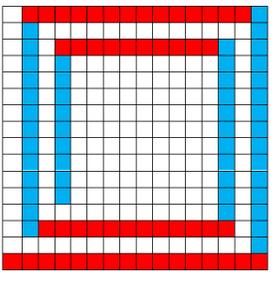
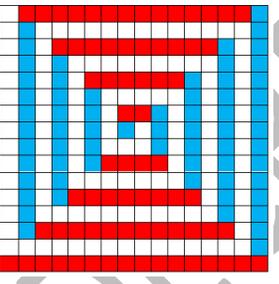


Una de las actividades en pareja que pueden promover la expresión de acciones cotidianas utilizando el lenguaje matemático es:

- Describe a tu compañero el camino realizado por la cuncuna.
- Javier dice 5 rojos a la izquierda y 6 azules hacia arriba y 5 rojos hacia la izquierda, están de acuerdo con esto ¿dónde comenzó? ¿Qué le faltó? ¿Cómo continuar?
- Determina algunas condiciones para comenzar y terminar.
- Encuentren en pareja otra forma de expresar el camino que va 5 pasos hacia la derecha, 6 pasos hacia arriba, 5 pasos hacia la derecha, 6 pasos hacia abajo, 5 pasos hacia la derecha, 3 pasos hacia arriba.

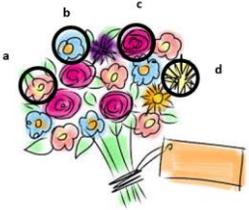
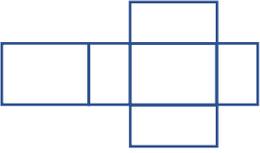
Construcción de conocimiento

Para construir el conocimiento se sugiere traducir este camino en lenguaje matemático utilizando las expresiones x para rojo e y para azul, o bien x para movimientos horizontales e y para movimientos verticales. También puede ser considerado la unidad de medida cuadrados y el conteo de estos para indicar la cantidad de veces que se repiten y los símbolos de adición y sustracción para denotar agregar o eliminar pasos en el camino. Las direcciones hacia la derecha y hacia arriba se definen positivas. Las direcciones hacia la izquierda y hacia abajo se definen negativas.

Camino	Expresión verbal	Expresión algebraica
	5 pasos hacia la derecha, 6 pasos hacia arriba, 5 pasos hacia la derecha, 6 pasos hacia abajo, 5 pasos hacia la derecha, 3 pasos hacia arriba.	$5x + 6y + 5x - 6y + 5x + 3y$
	Se pintan 16 cuadrículas hacia la derecha, 15 cuadrículas hacia arriba, 14 hacia la izquierda, 13 hacia abajo.	$16x + 15y - 14x - 13y$
	Se pintan 16 cuadrículas hacia la derecha, 15 cuadrículas hacia arriba, 14 hacia la izquierda, 13 hacia abajo, luego se pintan 12 cuadros rojos a la derecha, 11 azules hacia arriba, 10 rojos a la izquierda y 9 azules hacia abajo.	$16x + 15y - 14x - 13y + 12x + 11y - 10x - 9y$
	Cada vuelta tiene 2 horizontales y 2 verticales, los largos de los segmentos disminuyen en uno, se comienza con 16. Los largos de los de los segmentos horizontales corresponden a números pares y los largos de los segmentos verticales corresponden a números impares. Se acaba cuando se llega a 1.	$16x + 15y - 14x - 13y + 12x + 11y - 10x - 9y + 8x + 7y - 6x - 5y + 4x + 3y - 2x - y$

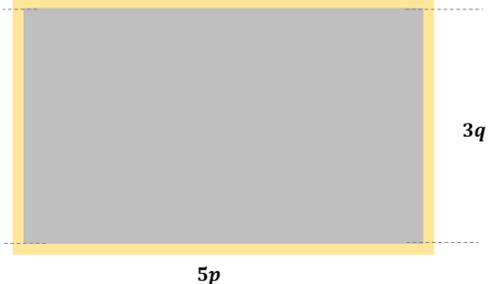
Práctica guiada

Para guiar el expresar las situaciones cotidianas desconocidas utilizando expresiones algebraicas, se sugiere traducir desde situaciones que incluyen diferentes tipos de objetos, relacionando estas diferencias con un tipo de letra y relevando la medida o cantidad que puede estar involucrada en esta variable desconocida.

Situación	Descripción verbal	Expresión algebraica
	<p>El precio del ramo de flores es desconocido. Este ramo de flores está compuesto de 4 diferentes tipos de flores, 4 azules, 5 rosadas, 4 rojas y 2 con forma de estrella.</p>	$5a + 4b + 4c + 2d$
	<p>Camilo quiere 15 ramos iguales y no sabe cuánto le costará.</p>	$15 \cdot 5a + 15 \cdot 4b + 15 \cdot 4c + 15 \cdot 2d$ $= 75a + 60b + 60c + 10d$
	<p>El costo de un trozo de Kuchen necesita ser precisado. Está compuesto de 18 pedazos de durazno, 13 frutillas, 10 rodajas de kiwi y 3 moras.</p>	$18w + 10x + 3y + 13z$
	<p>Camilo quiere hacer 12 y quiere venderlos y hacerlos todos iguales.</p>	$12 \cdot 18w + 12 \cdot 10x + 12 \cdot 3y + 12 \cdot 13z$ $= 216w + 120x + 36y + 156z$
	<p>El envío de juguetes tiene relación con el peso que tiene. Se desconoce el peso de cada figura 3D. La caja se compone de prismas: 6 triangulares, 6 cuadrados y 9 rectangulares, y 3 cilindros.</p>	$6t + 6c + 9r + 3d$
	<p>Determinar el perímetro de figuras. En esta red hay 3 diferentes medidas.</p>	$2x + 4y + 8z$

Práctica independiente

Se sugiere hacer un trabajo de pares en la cual cada integrante expresa de manera verbal una situación con valores desconocidos y la pareja debe escribir de manera algebraica o viceversa. En la tabla se muestra un ejemplo de trabajo de pares, en el cual solo se presenta la figura y la expresión algebraica.

Figura	Expresión
	$5p + 3q + 5p + 3q = 10p + 6q$

Para retroalimentar la actividad y el aprendizaje de la traducción de un lenguaje a otro, se sugiere utilizar ¿cómo seguimos avanzando?:



¿CÓMO SEGUIMOS AVANZANDO?

DURANTE O LUEGO DE LA ACTIVIDAD

Nombre: _____

¿Cómo seguimos avanzando?

Tu trabajo se destaca por:

 Expresar todos los objetos diferentes que están relacionados en la situación utilizando letras.

Puedes mejorar:

 Considerando otras situaciones de perímetros o costos en diferentes situaciones.

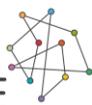
Fecha: / /

<https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#plantillas>

Evaluación formativa

Para verificar aprendizajes, se sugiere considerar una rúbrica con los siguientes criterios:

Criterio	Inicial	Intermedio	Avanzado
Expresiones algebraicas	Utiliza letras, números y símbolos de operaciones.	Utiliza letras, números y símbolos de operaciones para expresar una situación en lenguaje algebraico.	Utiliza letras, números y símbolos de operaciones para expresar una situación en lenguaje algebraico, dando sentido a cada uno de los términos.
	Traduce desde lo verbal a lo algebraico.	Traduce desde lo verbal a lo algebraico y viceversa.	Traduce desde lo verbal a lo algebraico y viceversa, identificando cada término con cada frase.



Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares: entenderemos que expresar utilizando diferentes lenguajes es parte de la habilidad de modelar, ya que permitirá luego describir las situaciones utilizando ecuaciones, modelos numéricos, funcionales, geométricos, estadísticos o probabilísticos. El uso de las expresiones algebraicas es un paso anterior al modelamiento y la traducción de un lenguaje a otro permite identificar aquellos elementos que participan en la situación y cuántos de ellos están involucrados, para esto se sugiere identificar las letras con lo desconocido e indicar que esto debe responder a un valor numérico que no se conoce por el momento.

Se sugiere utilizar la tecnología y medios de comunicación que estén disponible para los estudiantes. También, se sugiere planificar un módulo cero que considere la operatoria con naturales, fracciones y decimales del módulo 1 del Nivel 2 de Educación Básica, teniendo como foco la identificación de datos dentro de un problema, la selección de estrategias para resolverlo y aplicando procedimientos adquiridos para dar una respuesta a la situación.

Actitudes: para apoyar el desarrollo de la actitud de asumir posturas racionales, se sugiere relacionar la habilidad de modelar siempre con la realidad y con resultados que sean reales.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo grupal: se sugieren las siguientes motivaciones para promover el trabajo grupal en esta actividad:

Actividad dentro del horario de clases, el trabajo colaborativo y cómo ocurre debe ser observado en clases.

Entregar instrucciones precisas sobre lo que se espera al término del trabajo, entregar una rúbrica con los criterios y dejar uno o dos minutos para revisar la comprensión de las instrucciones.

La evaluación es grupal y se sugiere no evaluar hasta que se comprenda que la idea es contribuir para el logro de un objetivo común.

Decida con anterioridad la forma de organizar los grupos, ya sea de forma aleatoria o por coincidir con las propuestas o por nivel de comprensión del tema, considere siempre la cantidad de participantes por grupo y cantidad de la clase.

Decida con anterioridad los momentos en que los participantes del grupo se escuchan y toman las primeras decisiones para organizar lo que hará cada uno, como también el momento en que los grupos se escuchan entre sí.

Actividad de desempeño 2

Propósito

Esta actividad busca explicar soluciones y procedimientos de la solución de ecuaciones lineales utilizando la reducción de expresiones algebraicas semejantes y las transformaciones equivalentes para dar respuestas a los valores desconocidos de la situación.

Objetivo de Aprendizaje

OA5. Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas, trabajando con empatía y respeto. **(Argumentar y comunicar)**

Conocimiento esencial

Ecuaciones lineales.

Tiempo estimado

6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Operatoria con números racionales.
- Transformación de unidades de medida.

Desarrollo de la actividad

Situación experiencial

El docente presenta a los estudiantes una situación en que una empresa planifica una salida de fin de año, considerando las condiciones de pago que normalmente se tienen al contratar un servicio.



Para la salida de los colegas de la empresa se inscribieron 21 personas y se reservó por un gasto total de \$237 500.

El día de la salida no llegaron 2 personas...

¿Cuánto deberá pagar cada uno?

Algunas de las preguntas que pueden motivar las explicaciones de la forma de obtener lo que deberá pagar cada uno son:

- ¿Qué información nos entregan?
- ¿Qué se sabe y que no se sabe?
- ¿Qué rol tiene el signo igual en esta situación?
- ¿De qué otra forma se puede resolver este problema?

Construcción de conocimiento

Para introducir la explicación de las formas de proceder al resolver una ecuación lineal, el docente podría construir el procedimiento de resolución de ecuaciones indicando que todos los caminos tienen que llegar al mismo resultado y que lo importante es la explicación que justifica los pasos del procedimiento.

Elaboración de la ecuación

Explicación 1

Ese día llegaron 19 personas

$$237\,500 : 19 = x$$

Explicación 2

El monto total corresponde a lo que pagan cada uno de los participantes, en este caso, eran al inicio 21 y faltaron 2

$$237\,500 = (21 - 2) \cdot x$$

Esquema de la explicación 3

x : monto a pagar por cada uno.



<p>21 personas gasto total</p> <p style="text-align: center;">$21x - 2x = 237\,500$</p> <p style="text-align: center;">↓</p> <p style="text-align: center;">no llegaron 2 personas</p>	
Ecuación	
<p style="text-align: center;">$237\,500 : 19 = x$ $12\,500 = x$</p>	<p>Se utiliza la calculadora o el algoritmo de la división para obtener el valor de x</p>
<p style="text-align: center;">$237\,500 = (21 - 2) \cdot x$ $237\,500 = 19 \cdot x$: 19 $237\,500 : 19 = x$ $12\,500 = x$</p>	<p>Se realiza la resta primero utilizando la regla de los paréntesis.</p> <p>Se divide por 19 o se multiplica por $\frac{1}{19}$ así se despeja la x ya que al multiplicar por el inverso de 19 se obtiene 1.</p> <p>Se utiliza la calculadora o el algoritmo de la división para obtener el valor de x</p>
<p style="text-align: center;">$21x - 2x = 237\,500$ $19x = 237\,500$: 19 $x = 237\,500 : 19$ $x = 12\,500$</p>	<p>Se utiliza la reducción de términos semejantes.</p> <p>Se divide por 19 o se multiplica por $\frac{1}{19}$ así se despeja la x ya que al multiplicar por el inverso de 19 se obtiene 1.</p> <p>Se utiliza la calculadora o el algoritmo de la división para obtener el valor de x</p>
Respuesta	
<p>Cada uno deberá pagar \$12 500 por la salida de colegas de la empresa.</p>	

Práctica guiada

Para guiar las explicaciones que se dan en el procedimiento de resolver ecuaciones, se sugiere utilizar la transformación equivalente como explicación para obtener el siguiente paso y el valor de x . Considerar ecuaciones con contexto y sin contexto.

Situación	Elaboración de la ecuación
	<p>En el primer vaso hay 5 veces una cierta cantidad x de agua y en el segundo vaso hay 3 veces la misma cantidad x de agua. Si se echan 300ml al primer vaso y 900ml al segundo vaso, ambos vasos tienen la misma cantidad de agua.</p> <ul style="list-style-type: none"> → x: cantidad de agua desconocida → Primer vaso: $5x + 300$ → Segundo vaso: $3x + 900$ → Ambos tienen la misma cantidad: $5x + 300 = 3x + 900$



Ecuación	Transformación equivalente
$5x + 300 = 3x + 900$	$ - 300$
$5x = 3x + 600$	$ - 3x$
$2x = 600$	$: 2$
$x = 300$	
Verificación	Respuesta
$5 \cdot 300 + 300 = 3 \cdot 300 + 900$ $1\ 800 = 1\ 800$	La cantidad desconocida de agua en cada vaso es de 300ml

Se sugiere presentar tres tipos diferentes de ecuaciones lineales, única solución, sin solución e infinitas soluciones.

Tipo A: La ecuación tiene una sola solución.

Resuelve la siguiente ecuación y verifica la solución.

$$\begin{aligned}
 5x - 12 + 2x &= 26 - x - 6 && | \text{reducir las expresiones} \\
 7x - 12 &= 20 - x && | +x + 12 \\
 8x &= 32 && | : 8 \\
 &&& x = 4
 \end{aligned}$$

Verificación:

$$\begin{aligned}
 5 \cdot 4 - 12 + 2 \cdot 4 &= 26 - 4 - 6 \\
 20 - 12 + 8 &= 16 \\
 16 &= 16
 \end{aligned}$$

Es una igualdad. La solución es correcta.

Tipo B: La ecuación no tiene solución.

Resuelve la siguiente ecuación y verifica la solución.

$$\begin{aligned}
 8x + 7 + 2x &= 4x + 6x - 3 && | \text{reducir las expresiones} \\
 10x + 7 &= 10x - 3 && | -10x \\
 &&& 10 \neq -3
 \end{aligned}$$

No es una igualdad. La ecuación no tiene solución.

Tipo C: La ecuación tiene infinitas soluciones

$$\begin{aligned}
 4x - 28 + 2x &= 2 + 6x - 30 && | \text{reducir las expresiones} \\
 6x - 28 &= 6x - 28 && | -6x \\
 &&& -28 = -28
 \end{aligned}$$

Es una igualdad que se cumple para cualquier valor de x . La ecuación tiene infinitas soluciones.

Práctica independiente

Se sugiere hacer un trabajo personal de resolver ecuaciones, presentando siempre la transformación equivalente y verificando el resultado. Algunos ejemplos desarrollados se muestran a continuación.

- $3x + 15 - 5x = 2x + 35 + 6x$

$$\begin{aligned} 3x + 15 - 5x &= 2x + 35 + 6x && | \text{reducir términos semejantes} \\ -2x + 15 &= 8x + 35 && | + 2x - 35 \\ -20 &= 10x && | : 10 \\ -2 &= x \end{aligned}$$

Verificación: $3 \cdot (-2) + 15 - 5 \cdot (-2) = 2 \cdot (-2) + 35 + 6 \cdot (-2)$

$$\begin{aligned} -6 + 15 + 10 &= -4 + 35 - 12 \\ -19 &= -19 \end{aligned}$$

Es una igualdad. La solución es correcta.

- $-2,5x + 4,25x + 21 = 5 - 2,25x$

$$\begin{aligned} -2,5x + 4,25x + 21 &= 5 - 2,25x && | \text{reducir las expresiones} \\ 1,75x + 21 &= 5 - 2,25x && | + 2,25x - 21 \\ 4x &= -16 && | : 4 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

Verificación: $-2,5 \cdot (-4) + 4,25 \cdot (-4) + 21 = 5 - 2,25 \cdot (-4)$

$$\begin{aligned} 10 - 17 + 21 &= 5 + 9 \\ 14 &= 14 \end{aligned}$$

Es una igualdad. La solución es correcta.

- $-4x + 6 + 1,25x = -3,5x + 8,5 + 0,75x$

$$\begin{aligned} -4x + 6 + 1,25x &= -3,5x + 8,5 + 0,75x && | \text{reducir las expresiones} \\ -2,75x + 6 &= -2,75x + 8,5 && | - 2,75x \\ 6 &= 8,5 \end{aligned}$$

No es una igualdad. La ecuación no tiene solución.

Para retroalimentar la actividad personal se sugiere utilizar la pausa reflexiva:



PAUSA REFLEXIVA

DURANTE LA ACTIVIDAD

- ¿Qué relación podría establecer entre la explicación y las transformaciones equivalentes?
- ¿Qué paso del procedimiento de la resolución de la ecuación me está costando aprender?
- ¿Qué me podría ayudar a aprender más?

<https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#plantillas>

Evaluación formativa

Para verificar aprendizajes, se sugiere considerar una rúbrica con los siguientes criterios:

Criterio	Inicial	Intermedio	Avanzado
Ecuación lineal	Escribe una igualdad utilizando letras, símbolos de operatoria y números.	Escribe una ecuación lineal utilizando el símbolo igual, letras, símbolos de operatoria y números.	Escribe una ecuación lineal utilizando el símbolo igual, letras, símbolos de operatoria y números y que corresponde al contexto presentado.
	Encuentra un valor para la incógnita.	Encuentra un valor para la incógnita siguiendo el procedimiento de la resolución de ecuaciones lineales.	Encuentra un valor para la incógnita siguiendo el procedimiento de la resolución de ecuaciones lineales, indicando las transformaciones equivalentes.
	Explica el procedimiento de resolución de problemas utilizando sus propias ideas.	Explica el procedimiento de resolución de problemas utilizando las transformaciones equivalentes.	Explica el procedimiento de resolución de problemas utilizando las transformaciones equivalentes y apoyándose en la verificación de la solución.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares: entenderemos que la habilidad de argumentar y comunicar requiere de una ejemplificación de lo que se entiende por un argumento y para esto se recomienda comenzar con ejemplificar una explicación matemática utilizando definiciones y propiedades de la operatoria. En este desempeño, se espera que los estudiantes relacionen cada paso con las transformaciones equivalentes y que estas se utilicen como una explicación de lo que se hace para lograr encontrar la solución de la ecuación. También se espera que los estudiantes comprendan que la verificación es parte de la explicación, que se usa como un complemento y que permite hablar de veracidad de la afirmación.

Actitudes: para apoyar el desarrollo de la actitud de trabajar con empatía y respeto, se sugiere compartir la rúbrica previamente y discutir sobre lo que se entiende por una explicación propia y una explicación basada en los conocimientos matemáticos que se trabajan en clases. Esto permitirá prevenir los malentendidos, respetar lo acordado y diferenciar luego de la clase, cuáles son las explicaciones esperadas y cuáles de ellas corresponden a explicaciones propias, que podrían ser válidas en otros contextos o bien consideradas como comprensibles, pero no suficientes.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo personal: se sugieren las siguientes motivaciones para promover el trabajo personal e independiente de otros:



Independencia.
Pensando las cosas por cuenta propia.



Confianza en lo que se sabe.
Generar seguridad en lo que se hace en cada paso. La confianza como facilitador de explicaciones propias y a otros.



Trabajar a su propio nivel.
En ciertos momentos es necesario saber dónde se está y trabajar al propio ritmo.



Practicar el autocontrol.
La tarea requiere de concentración y de fuerza de voluntad para volverse a un compañero o maestro para pedir ayuda directa.

Actividad de desempeño 3

Propósito

Esta actividad busca usar modelos matemáticos del área y volumen de prismas rectos con diferentes bases para comprender fenómenos de espacio y transporte de objetos.

Objetivo de Aprendizaje

OA3. Usar modelos matemáticos dados para comprender fenómenos, asumiendo posturas razonadas. **(Modelar)**

Conocimiento esencial

Área y volumen de prismas rectos con diferentes bases y cilindros.

Tiempo estimado

6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

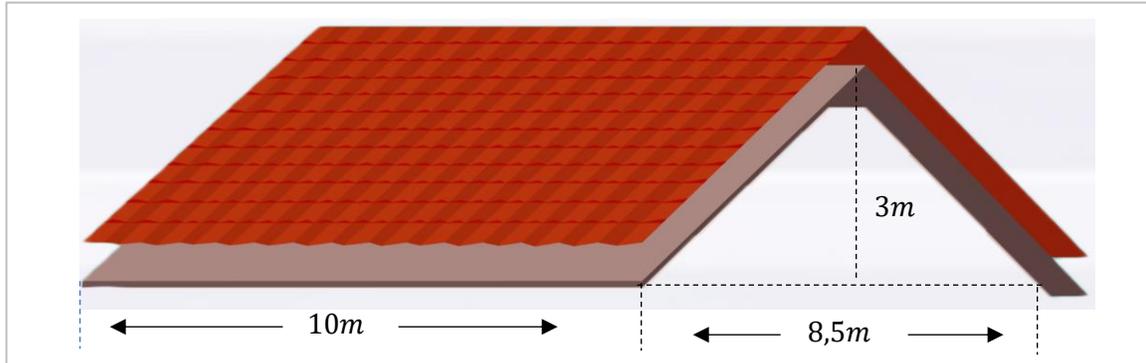
- Medidas de triángulos.
- Medidas de cuadrados.
- Medidas de rectángulos.
- Caracterización de figuras 2D y 3D más conocidas.

DECRETO EN TRÁMITE

Desarrollo de la actividad

Situación experiencial

El docente presenta a los estudiantes una situación propia de un dibujante técnico, como lo es medir y calcular ciertas estructuras de una casa, ya sea para la compra de material o para evaluar la resistencia de la construcción con ayuda del ingeniero.



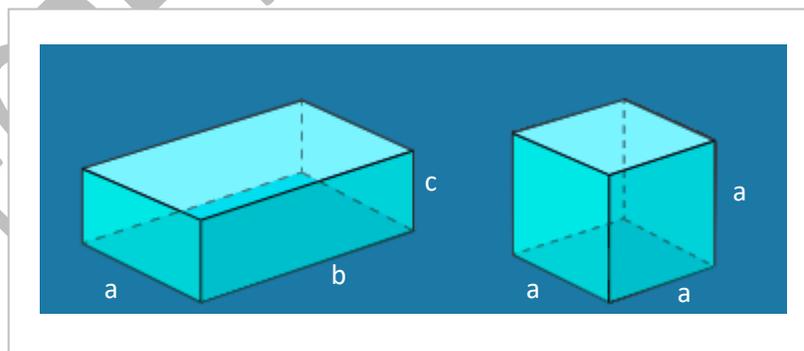
Algunas de las preguntas que pueden motivar la introducción de los conceptos relacionados al cálculo de volumen o del área son:

- ¿Para qué se incluyen las medidas en los planos?
- ¿De qué manera relacionamos el volumen con el espacio?
- ¿Qué significado le damos al área?

Construcción de conocimiento

Para construir el conocimiento se sugiere comenzar con una pregunta y a partir de las respuestas intuitivas desarrollar la fórmula del volumen de un prisma rectangular y de un cubo.

¿Cómo se calcula el volumen del prisma rectangular y del cubo?



Volumen del prisma rectangular: $V = a \cdot b \cdot c$

Volumen del cubo: $V = a \cdot a \cdot a$

¿De qué manera nos sirve esta información para calcular el volumen del techo de una casa?

$$V = a \cdot b \cdot h = (a \cdot b)$$

Con $B = a \cdot b$

$$V = B \cdot h$$

En palabras se puede decir que el volumen de un prisma de base rectangular se calcula con el producto entre el área de la base y la altura.

$$V = a \cdot a \cdot h = (a \cdot a) \cdot h = a^2 \cdot h$$

Con $B = a^2$

$$V = a^2 \cdot h$$

En palabras se puede decir que el volumen de un prisma de base cuadrada se calcula con el producto entre el área de la base y la altura.

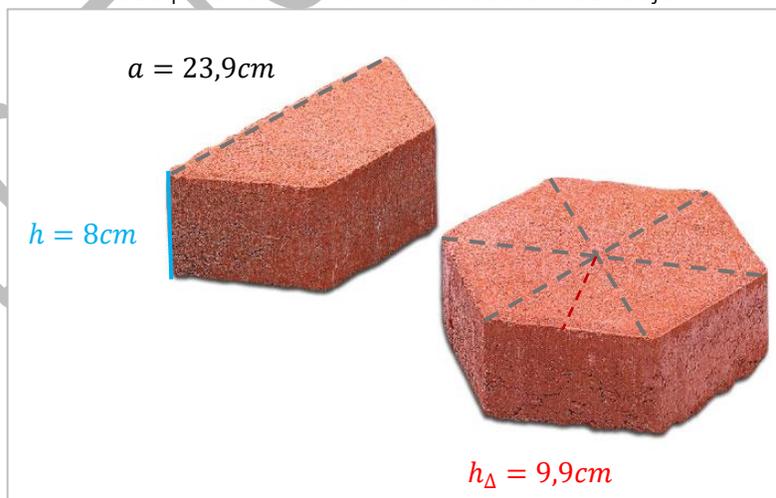
Entonces, el techo se puede considerar como prisma con una base triangular, por ejemplo, el triángulo frontal, y la altura que es el largo de la casa. Con las medidas resulta:

$$V = B \cdot h = \frac{1}{2} 8,5m \cdot 3m \cdot 10m = 127,5m^3$$

Práctica guiada

Para guiar la comprensión del cálculo del volumen, se sugiere desarrollar un problema en contexto, por ejemplo:

Se quiere adoquinar un patio con adoquines de forma de un hexágono regular. Las medidas de los adoquines se muestran en el recuadro de abajo.



Se sugiere determinar el volumen de cada adoquín, tener condiciones de espacio para poner los adoquines y considerar un porcentaje de pérdida de adoquines.

Un adoquín entero se puede descomponer en 6 prismas de base de un triángulo equilátero.



- La base de triángulo es la mitad de $23,9\text{cm}$ y se calcula en $0,5 \cdot 23,9\text{cm} = 11,95\text{cm}$
La altura h_{Δ} del triángulo es $9,9\text{cm}$
El área de un triángulo es de $A_{\Delta} = 0,5 \cdot 11,95\text{cm} \cdot 9,9\text{cm} \approx 59,15\text{cm}^2$
- El volumen del prisma es de $V = B \cdot h$. Con el área basal de $B = 59,15\text{cm}^2$ y la altura $h = 8\text{cm}$.
El volumen de un adoquín es de
$$V = 59,15\text{cm}^2 \cdot 8\text{cm} = 473,20\text{cm}^3 = 0,47320\text{l}$$
- Para un área adoquinada de $1,10\text{m}^2$ se necesitan 28 adoquines enteros y 7 adoquines medios.
El patio tiene las medidas de 10m de largo y $8,8\text{m}$ de ancho. Determina la cantidad de adoquines, si se estima un 5% de pérdida por recorte.
- Área del patio $A = 10\text{m} \cdot 8,8\text{m} = 88\text{m}^2$
Cantidad de piedras $88 : 1,10 = 80$ Son 80 áreas de $1,10\text{m}^2$.
Cantidad de adoquines enteros: $80 \cdot 28 = 2\,240$
Cantidad de adoquines medios: $80 \cdot 7 = 560$
Aumento de la cantidad por el recorte de 5%: $2\,240 \cdot 0,05 = 112$
Aumento de la cantidad por el recorte de 5%: $560 \cdot 0,05 = 28$
Cantidad total: $2\,240 + 112 = 2\,352$ (enteros) $560 + 28 = 588$ (medios)
- La densidad del material del adoquín es de $1\,500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. ¿Qué masa total tiene el pedido de los adoquines para el patio? ¿Se puede transportar con un camión que puede cargar 3 toneladas?
Para determinar la masa se calcula el volumen total de los adoquines.
Volumen de los adoquines enteros. $2\,352 \cdot 0,4732\text{l} \approx 1\,113\text{l}$
Volumen de los adoquines medios $0,5 \cdot 588 \cdot 0,4732\text{l} \approx 139\text{l}$
Volumen total de los adoquines $1\,113\text{l} + 139\text{l} = 1\,252\text{l} = 1,252\text{m}^3$
Masa total de los adoquines $M = 1,252\text{m}^3 \cdot 1\,500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1\,878\text{kg} = 1,878\text{toneladas}$
El camión puede transportar la carga.

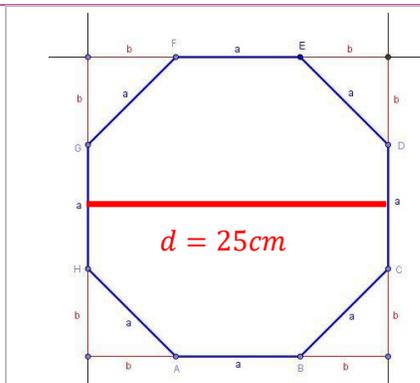
Práctica independiente

Se sugiere hacer un trabajo grupal para desarrollar un problema a elección del grupo, aplicando la fórmula del volumen o del área. A continuación, se muestran dos ejemplos y su desarrollo.

Problema	Desarrollo
<p>En la foto se muestran cuatro columnas de madera del tipo <i>Bongossi</i> que se utilizan para la construcción de un puente sobre un riachuelo. El diámetro d del octágono es $d \approx 25\text{cm}$ y la altura es $h = 3,6\text{m} = 360\text{cm}$.</p> 	<p>1. La forma del área de la base es un octágono regular.</p> <p style="text-align: center;">$d \approx 25\text{cm}$.</p> <p>Los segmentos b miden aproximadamente $0,7a$. Para obtener el área de la base se deben cortar del cuadrado cuatro triángulos de área $\frac{b^2}{2}$ El diámetro es la suma $a + 2b$. Con las aproximaciones se obtiene: $25 = a + 2 \cdot 0,7a = 2,4a$ $a = \frac{25}{2,4} \approx 10,4$ y $b = \frac{25 - 10,4}{2} \approx 7,3$</p>



1. Las columnas se consideran prismas. Determina la forma del área de la base.
2. Determina aproximadamente el volumen de una columna.
3. Determina la masa de una columna si 1cm^3 de la madera tiene una masa de $1,1\text{g}$



El área de la base es

$$d^2 - 4 \cdot \frac{b^2}{2} =$$

$$d^2 - 2 \cdot b^2 = 25^2 \text{cm}^2 - 2 \cdot 7,3^2 \text{cm}^2$$

$$= 625 \text{cm}^2 - 106,58 \text{cm}^2$$

$$\approx 518 \text{cm}^2$$

Área de la base $B = 518 \text{cm}^2$

2. Para el volumen de la columna se considera $h = 3,6\text{m} = 360\text{cm}$

Volumen de la columna

$$V = B \cdot h = 518 \text{cm}^2 \cdot 360 \text{cm} = 208\,800 \text{cm}^3$$

3. Masa de la columna

$$M = 208\,800 \text{cm}^3 \cdot 1,1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$= 229\,680 \text{g} = 229,680 \text{kg}$$



¿Cuál es el volumen de la barra de chocolate?

Supuesto: Como se ve en la foto, un pedazo tiene aproximadamente la forma de un prisma de base de un triángulo equilátero cuyos lados miden $3,6\text{cm}$.

El grosor de un pedazo se estima en $0,8\text{cm}$. El grosor es la altura h del prisma.

La altura h_{Δ} de un triángulo equilátero se estima en 90% del lado a .

$$h_{\Delta} = 0,9 \cdot 3,6 \text{cm} = 3,24 \text{cm} \approx 3,2 \text{cm}$$

El área del triángulo equilátero es de

$$A = 0,5 \cdot 3,6 \text{cm} \cdot 3,2 \text{cm} = 5,76 \text{cm}^2 \approx 5,8 \text{cm}^2$$

El área de base del prisma es $G = 5,8 \text{cm}^2$

El volumen de un pedazo se calcula en

$$V = G \cdot h = 5,8 \text{cm}^2 \cdot 0,8 \text{cm} = 4,64 \text{cm}^3 \approx 4,6 \text{cm}^3$$

En la barra hay 12 pedacitos. El volumen total es de $V_t = 12 \cdot 4,6 \text{cm}^3 = 55,2 \text{cm}^3$

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares: entenderemos que la habilidad de modelar requiere de un ciclo que comienza con la descripción de la situación, para luego continuar con la aproximación a un modelo matemático que puede ser funcional, en este caso el uso de fórmulas y el reconocer las partes involucradas de las fórmulas, sientan el precedente de esta parte del modelamiento y que permite establecer una relación entre el mundo real y la matemática. Se sugiere complementar estos problemas con aquellos en los cuales el contexto es solo una figura geométrica que tiene los datos, esto permitirá al estudiante internalizar el uso de la fórmula de manera directa.

Actitudes: para apoyar el desarrollo de la actitud de asumir posturas racionales, se sugiere relacionar la habilidad de modelar y los resultados del desarrollo de problemas contextualizados comparándolos con la realidad y comprobando que estos resultados son posibles en la realidad.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo grupal: se sugieren las siguientes motivaciones para promover el trabajo grupal en esta actividad:



Actividad dentro del horario de clases, el trabajo colaborativo y cómo ocurre debe ser observado en clases.

Entregar instrucciones precisas sobre lo que se espera al término del trabajo, entregar una rúbrica con los criterios y dejar uno o dos minutos para revisar la comprensión de las instrucciones.

La evaluación es grupal y se sugiere no evaluar hasta que se comprenda que la idea es contribuir para el logro de un objetivo común.

Decida con anterioridad la forma de organizar los grupos, ya sea de forma aleatoria o por coincidir con las propuestas o por nivel de comprensión del tema, considere siempre la cantidad de participantes por grupo y cantidad de la clase.

Decida con anterioridad los momentos en que los participantes del grupo se escuchan y toman las primeras decisiones para organizar lo que hará cada uno, como también el momento en que los grupos se escuchan entre sí.

Colaborar

Actividad de desempeño 4

Propósito

Esta actividad busca la selección de estrategias asociadas al teorema de Pitágoras para encontrar medidas de objetos que no son accesibles físicamente. Se espera conocer y aplicar el teorema de Pitágoras para encontrar todas las medidas de un triángulo y resolver problemas con y sin contexto.

Objetivo de Aprendizaje

OA6. Seleccionar estrategias, y transferir a nuevas situaciones pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolución de problemas)**

Conocimiento esencial

Teorema de Pitágoras.

Tiempo estimado

6 horas

Diagnóstico

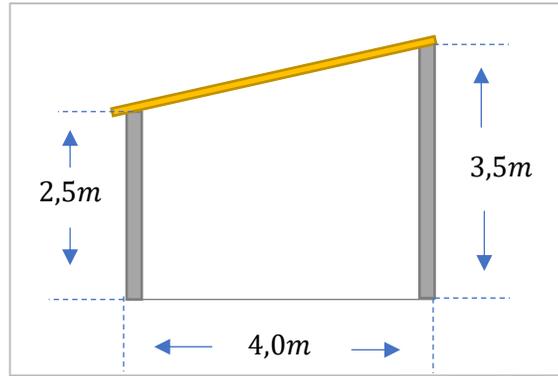
En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Transformación de medidas.
- Cálculo de área de cuadrados y triángulos.
- Caracterización de un triángulo rectángulo.

Desarrollo de la actividad

Situación experiencial

El docente presenta a los estudiantes el dibujo técnico de un anexo para un techado de una casa. Se quiere calcular el largo de la viga según las medidas del dibujo. La viga debe sobresalir del poste izquierdo por 0,5m.

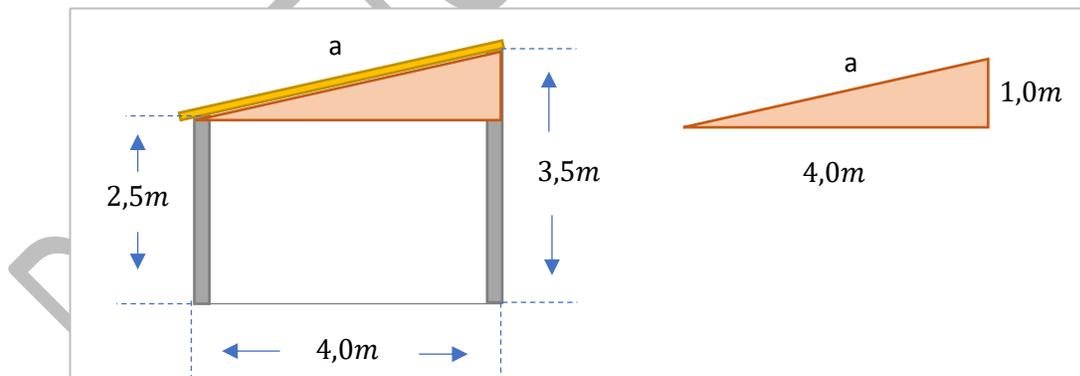


Algunas de las preguntas que pueden motivar la consideración del teorema de Pitágoras son:

- ¿Qué triángulo conveniente podría ser considerado?
- ¿Qué información tenemos y cuál falta?
- ¿Por qué son importantes los ángulos rectos para resolver el problema?

Construcción de conocimiento

Para construir el conocimiento de selección de estrategias, en particular la aplicación del teorema de Pitágoras para resolver el problema, se sugiere marcar el triángulo rectángulo y verificar las condiciones para la aplicación del teorema.



En el triángulo rectángulo la hipotenusa a es el largo de la viga. El cateto menor es la diferencia entre las alturas de los postes $3,5m - 2,5m = 1m$ y el cateto mayor es de $4m$. Se aplica el teorema de Pitágoras:

$$a^2 = 4^2 + 1^2$$

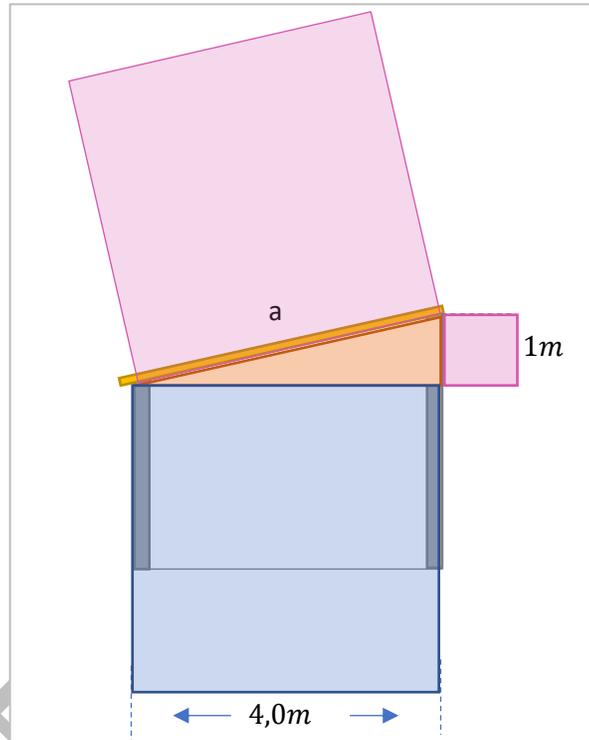
$$a^2 = 16 + 1$$

$$a^2 = 17 \quad | \text{raíz cuadrada}$$

$$a = \pm\sqrt{17}$$

Se puede limitar la solución a $+\sqrt{17} \cong 4,12$ porque las medidas deben ser positivas y elaborar la respuesta completa, la viga debe medir 4,62m considerando que debe sobresalir en 0,5m.

A partir de esta aplicación se puede conversar sobre lo que dice el teorema de Pitágoras usando las áreas y explicando por qué funciona el teorema considerando algunos triángulos que no son rectángulos para notar la diferencia.



Práctica guiada

Se sugiere guiar la resolución de problemas y la aplicación del teorema de Pitágoras, elaborando un dibujo esquemático de la situación, identificando el triángulo rectángulo que está en la situación y marcando con una letra lo que se busca, aplicar el teorema de Pitágoras para encontrar esta medida, despejar la incógnita utilizando la calculadora, explicando la extracción de la raíz para casos particulares y elaborar la respuesta. Se sugiere el esquema de tres pasos para resolver el problema.

Carola quiere comprarse un nuevo televisor por internet. El modelo que les gusta tiene una diagonal de pantalla de 43", que se lee 43 pulgadas y la diagonal del televisor se estima en total de 44", además se considera que la altura de las patas es de 5cm. Se sabe que la razón entre el largo a y el ancho b de los televisores de nueva generación es de 16:9. En la casilla de la repisa del living queda un espacio del ancho de 100cm y de la altura de 65cm.

¿Alcanza el televisor en la repisa del living?

Paso 1.
Identificar la información.

44" diagonal del televisor → transformar a centímetros

$$1'' = 2,5cm$$

$$44'' = 44 \cdot 2,5cm$$

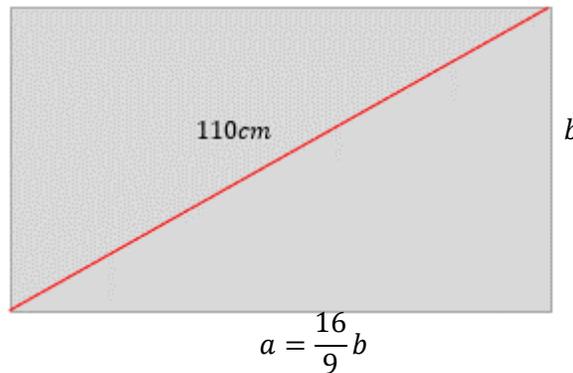
$$44'' = 110cm$$

La razón entre el largo a y el ancho b de los televisores de nueva generación es de

$$16:9$$

$$\frac{a}{b} = \frac{16}{9}$$

$$a = \frac{16}{9}b$$



Repisa de ancho de $100cm$ y de la altura de $65cm$.

Paso 2.
Aplicar el teorema de Pitágoras

$$110^2 = \left(\frac{16}{9}b\right)^2 + b^2$$

$$12\ 100 = \frac{256}{81}b^2 + b^2$$

$$12\ 100 = \left(\frac{256}{81} + 1\right)b^2$$

$$12\ 100 = \frac{337}{81}b^2 \quad | \cdot \frac{81}{337}$$

$$2\ 908,31 = b^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{2\ 908,31} = b$$

$$54 \approx b$$

Entonces

$$a = \frac{16}{9}b$$

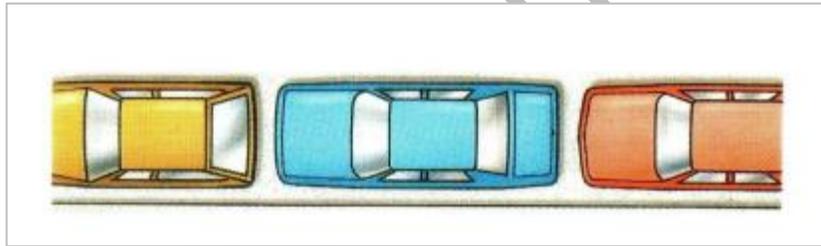
Paso 3. Dar respuesta al problema	$a = \frac{16}{9} \cdot 54$ $a = 96$
	<p>El ancho de la repisa es de 100cm y el ancho del televisor es de 96cm, el alto de la repisa es de 65cm y el alto del televisor es de 54cm, si se agregan las patas de 5cm, se tiene un alto del televisor de 59cm, entonces Carolina puede comprar el televisor y ponerlo en el espacio de la repisa.</p>

Práctica independiente

Se sugiere hacer un trabajo grupal con dos tipos de problemas, con contexto y utilizando el mismo procedimiento de la práctica guiada y un problema de completar tablas aplicando directamente el teorema de Pitágoras.

Andrés encontró su auto azul casi encerrado entre dos autos. Quedan 30cm de separación entre cada uno de los dos autos. El auto de Andrés tiene un largo $l = 4,80m$ y un ancho de $a = 1,80m$.

¿Es posible geoméricamente sacar el auto de Andrés?



Paso 1. Identificar la información.	<p>Se puede desahaparcar, si la diagonal d del auto cabe en la distancia de los dos autos vecinos.</p>
Paso 2. Aplicar el	$d^2 = 480^2 + 180^2$ $d^2 = 230\,400 + 32\,400$

teorema de Pitágoras	$d^2 = 262\,800$ $d = \pm\sqrt{262\,800}$ <p>Se excluye el valor negativo $d = \sqrt{262\,800} \approx 513$</p>
Paso 3. Dar respuesta al problema	El ancho disponible entre los dos autos es de $480\text{cm} + 30\text{cm} + 30\text{cm} = 540\text{cm}$ y la diagonal del auto es de 513cm, por lo tanto, se consta geoméricamente que el espacio que tiene Andrés es suficiente para sacar el auto del estacionamiento.

Completar tablas del tipo:

<i>cateto a</i>	<i>cateto b</i>	<i>hipotenusa c</i>
30	40	
	15	30
1 200		2 000
a	2a	100

Para retroalimentar la actividad grupal sugiere utilizar la diana:

DIANA

ESTUDIANTE A ESTUDIANTE

LUEGO DE LA ACTIVIDAD

NIVELES

- Excelente
- Bueno
- Medianamente Logrado
- Puede mejorar

Mueve el pin azul al nivel que corresponda para cada criterio

CRITERIO 1:
Identificas los datos y elaboras un esquema.

CRITERIO 2:
Reconoces el triángulo rectángulo y lo que se requiere para responder al problema.

CRITERIO 3:
Aplicas el teorema de Pitágoras reconociendo catetos e hipotenusa.

CRITERIO 4:
Elaboras una respuesta que responde al problema.

<https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#plantillas>

Evaluación formativa

Para verificar aprendizajes, se sugiere considerar una rúbrica con los siguientes criterios:

Criterio	Inicial	Intermedio	Avanzado
Teorema de Pitágoras	Identifica los datos escribiéndolos nuevamente en el cuaderno.	Identifica los datos y elabora un esquema.	Identifica los datos y elabora un esquema que corresponde al problema.
	Dibuja un triángulo rectángulo.	Reconoce el triángulo rectángulo que está involucrado en la situación.	Reconoces el triángulo rectángulo que está involucrado y lo que se requiere para responder al problema.
	Escribe el teorema de Pitágoras.	Aplica el teorema de Pitágoras reconociendo catetos e hipotenusa.	Aplica el teorema de Pitágoras reconociendo catetos e hipotenusa según la situación y el esquema previamente elaborado.
	Elabora una respuesta.	Elabora una respuesta utilizando los datos obtenidos de la aplicación del teorema de Pitágoras.	Elabora una respuesta utilizando los datos obtenidos de la aplicación del teorema de Pitágoras y que responde al problema.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares: entenderemos que la habilidad de resolver problemas se compone de varias acciones, una de ellas es aplicar para poder transferir a otras situaciones, en este desempeño, la aplicación del teorema de Pitágoras juega el rol principal, relevando lo que se pudo lograr con esta aplicación para dar respuestas a problemas que son reales. Sin embargo, no se descarta la posibilidad de aplicar el teorema de Pitágoras sin contexto para internalizar las condiciones iniciales y una aplicación netamente geométrica.

Actitudes: para apoyar el desarrollo de la actitud de pensar con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones, se sugiere resolver problemas en tres partes y dar espacio para la elaboración de esquemas propios para describir la situación geoméricamente.



Orientaciones para organizar e implementar el trabajo grupal: se sugieren las siguientes motivaciones para promover el trabajo grupal en esta actividad:



Actividad dentro del horario de clases, el trabajo colaborativo y cómo ocurre debe ser observado en clases.



Entregar instrucciones precisas sobre lo que se espera al término del trabajo, entregar una rúbrica con los criterios y dejar uno o dos minutos para revisar la comprensión de las instrucciones.



La evaluación es grupal y se sugiere no evaluar hasta que se comprenda que la idea es contribuir para el logro de un objetivo común.



Decida con anterioridad la forma de organizar los grupos, ya sea de forma aleatoria o por coincidir con las propuestas o por nivel de comprensión del tema, considere siempre la cantidad de participantes por grupo y cantidad de la clase.



Decida con anterioridad los momentos en que los participantes del grupo se escuchan y toman las primeras decisiones para organizar lo que hará cada uno, como también el momento en que los grupos se escuchan entre sí.

DECRETO EN PROYECTO

Módulo obligatorio 4

Visión panorámica

Gran idea

El comportamiento de los datos y la probabilidad de eventos aleatorios compuestos pueden ser descritos y representados.

Objetivos de aprendizaje

OA1. Expresar matemáticamente información del entorno y de problemas utilizando diversas representaciones interesándose por las posibilidades que ofrece la tecnología **(Representar)**

OA3. Usar modelos matemáticos dados para comprender fenómenos, asumiendo posturas razonadas. **(Modelar)**

OA6. Seleccionar estrategias, y transferir a nuevas situaciones pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolución de problemas)**

Conocimientos esenciales

- Razones.
- Porcentajes.
- Experimentos aleatorios.
- Frecuencia absoluta.
- Frecuencia relativa.
- Probabilidad.

Tiempo estimado

6 semanas (24 horas)

Propósito del módulo obligatorio 4

En el módulo 4 de la asignatura de matemática del Nivel 3 de Educación Básica, se espera que los estudiantes comprendan que *el comportamiento de los datos y la probabilidad de eventos aleatorios compuestos pueden ser descritos y representados*. Entendiendo que la comprensión de la probabilidad se basa en nociones intuitivas y teóricas que permiten calcular y caracterizar las situaciones azarosas que nos rodean. Este módulo considera situaciones de juegos y experimentos aleatorios que permiten abstraer el concepto y a la vez aplicar de manera directa en un contexto simplificado el concepto probabilístico que caracteriza a esa clase de situaciones.

Los Objetivos de Aprendizaje del módulo 4 desarrollan la habilidad de representar, modelar y resolver problemas, conociendo y aplicando las razones, el porcentaje, la frecuencia absoluta y relativa, como también conociendo los experimentos aleatorios y la regla de Laplace para determinar la probabilidad de ciertos eventos o sucesos. En particular, la relación entre la frecuencia relativa y el cálculo del porcentaje dan cuenta de cómo descubrir la regla para determinar la probabilidad, la razón que se encuentra entre los casos posibles y los casos totales describen el experimento y la probabilidad teórica en los casos en que el objeto o la situación tiene una constitución equiprobable. La aplicación del cálculo de porcentajes debe ser extendida y transferida a otras situaciones cotidianas en las cuales se tiene un descuento o un aumento de porcentaje sobre un valor total. Para esto, se puede retomar el trabajo con decimales y fracciones, como también recurrir a diferentes estrategias para calcular el porcentaje.

Los Objetivos de Aprendizaje del módulo 4 desarrollan las actitudes del siglo XXI del ámbito de las Maneras de pensar, Maneras de vivir en el mundo y Maneras de trabajar, promoviendo la actitud de perseverar frente a tareas o metas específicas que se presentan en las actividades, promoviendo la proactividad por medio de la orientación hacia el cambio y anticipando panoramas. Se promueve la actitud de asumir posturas razonadas, comparando el conocimiento, cálculos y resultados con la realidad, razonando sobre su significado según el contexto. En este módulo, también se consideran las maneras de trabajar desarrollando la actitud de interesarse por las posibilidades que ofrece la tecnología, tanto para ofrecer oportunidades de trabajo con la probabilidad, como con los porcentajes y el trabajo organizado en planillas de cálculo.

Ruta de Aprendizaje del Módulo obligatorio 4

¿Cómo estudiamos las situaciones de incerteza?

Actividad de desempeño 1: Expresan las razones y porcentajes que se encuentran en diferentes contextos, utilizando diversas representaciones.

Actividad de desempeño 2: Usan los modelos de frecuencia absoluta y relativa para comprender el fenómeno de la aleatoriedad y de la probabilidad de ocurrencia de un suceso o evento.

Actividad de desempeño 3: Usan el modelo de Laplace para comprender y determinar la probabilidad, para luego aplicarla en diferentes situaciones.

Actividad de desempeño 4: Seleccionan estrategias para resolver problemas que involucran razones, porcentajes y probabilidades.



DECRETO EN TRÁMITE

Actividad de desempeño 1

Propósito

Esta actividad busca expresar las razones y porcentajes que se encuentran en diferentes contextos, utilizando diversas representaciones. Las representaciones para utilizar para las razones y porcentajes son aquellas que relacionan dos cantidades en reparticiones equitativas o por medio de conteo de dos características.

Objetivo de Aprendizaje

OA1. Expresar matemáticamente información del entorno y de problemas utilizando diversas representaciones interesándose por las posibilidades que ofrece la tecnología (**Representar**)

Conocimiento esencial

- Razones
- Porcentaje

Tiempo estimado

6 horas

Diagnóstico

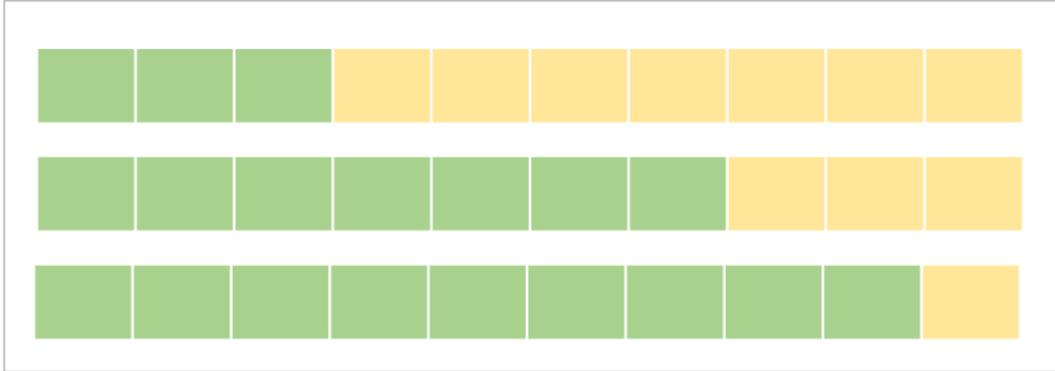
En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Conversión de fracción a decimales.
- Operatoria de números racionales.
- Identificar la fracción como parte-todo.

Desarrollo de la actividad

Situación experiencial

El docente presenta una situación de descarga o instalación, que puede ser de batería o de un programa, donde se muestra su avance por medio de barras. En el recuadro de abajo se observan tres fases de la descarga en las cuales se quiere saber cuánto falta para la instalación completa.



Para introducir el concepto de razón y porcentaje se sugieren las siguientes preguntas:

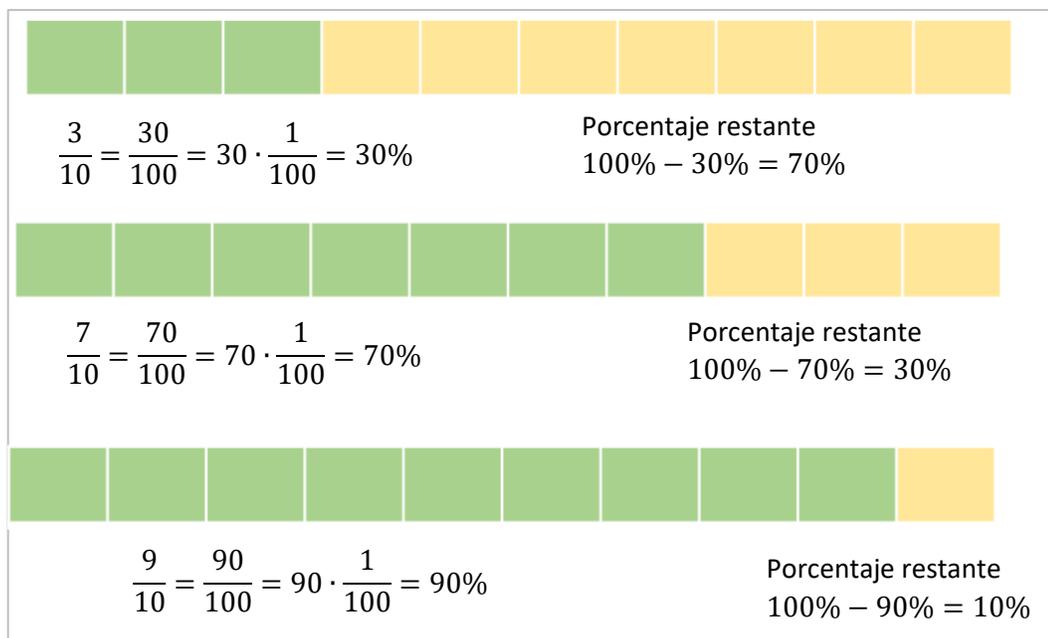
- ¿Qué describe el cambio de color?
- ¿Qué parte del total se está representando en estas fases?
- ¿De qué manera nos entrega la información el teléfono o el computador cuando se realizan estas descargas?
- ¿Cuántas fracciones podríamos escribir con esta información?
- ¿Qué significado tiene cada una de estas fracciones?

Construcción de conocimiento

Para construir el conocimiento sobre los porcentajes se sugiere considerar el contexto anterior, comenzar con las fracciones amplificando para obtener un denominador de 100, relacionarlo con la palabra porcentaje y su símbolo. También se sugiere considerar una nueva variable que puede ser cantidad de agua o bien tiempo para determinar el porcentaje de una cantidad.

Las consideraciones que se deberían tener presentes para el contexto de descarga son:

- Para obtener información sobre el estado de la instalación en curso, es necesario saber qué parte del total del tiempo ha transcurrido. Esta parte se representa favorablemente en porcentajes.
- Representar el estado de la instalación del programa en fracciones sabiendo que la barra entera representa el total de la instalación.
- Identificar el estado de la descarga en porcentajes y el porcentaje que falta.
- Considerar el tiempo de *6min*, para calcular en las tres fases el tiempo restante para la instalación completa.



Cálculo de porcentaje de una cantidad		
70% de 6min	30% de 6min	10% de 6min
Transformar de porcentaje a decimal		
70% = 0,70	30% = 0,30	10% = 0,10
Multiplicar por la cantidad		
$0,70 \cdot 6min = 4,20min$	$0,30 \cdot 6min = 1,80min$	$0,10 \cdot 6min = 0,60min$
Transformar a segundos		
$4,20 \cdot 60s = 252s$	$1,80 \cdot 60s = 108s$	$0,60 \cdot 60s = 36s$
Elaborar la respuesta		
La instalación se demora 252s más.	La instalación se demora 180s más.	La instalación se demora 36s más.

Práctica guiada

Se sugiere hacer una transferencia entre razones y porcentajes considerando el lenguaje verbal para describir diferentes situaciones.

Transforma las siguientes expresiones verbales en fracciones y porcentajes.

- Un día por otro $\rightarrow \frac{1}{2}$ de los días $\rightarrow \frac{1}{2} = \frac{50}{100} \rightarrow 50\%$ de los días
- Tres de cada cinco $\frac{3}{5} \rightarrow \frac{3}{5} = \frac{60}{100} \rightarrow 60\%$ de del todo
- Lleve tres, pague dos $\rightarrow \frac{2}{3} \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{66,6}{100} \rightarrow 66,6\%$ del precio original



- Cada tres días $\rightarrow \frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{33,3}{100} \rightarrow 33,3\%$ de los días
- Nueve de diez personas $\rightarrow \frac{9}{10} \rightarrow \frac{9}{10} = \frac{90}{100} \rightarrow 90\%$ de las personas
- Cinco de veinte casos $\rightarrow \frac{5}{20} \rightarrow \frac{5}{20} = \frac{25}{100} \rightarrow 25\%$ de los casos
- La cuarta parte $\rightarrow \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{25}{100} \rightarrow 25\%$ de todo
- Una botella a \$200, tres a \$500 \rightarrow Se paga por botella $\$500:3 = \$166,6$ en vez en vez de \$200. Razón precio nuevo con precio original $\frac{166,6}{200}$
 $\frac{166,6}{200} = 0,833 \rightarrow$ Se paga $83,3\%$ del precio original
- Una botella a \$300, dos a \$500 \rightarrow Se paga por botella $\$500:2 = \250 en vez de \$300. Razón precio nuevo con precio original $\frac{250}{300}$
 $\frac{250}{300} = 0,833 \rightarrow$ Se paga $83,3\%$ del precio original

Práctica independiente

Se sugiere un trabajo grupal, donde algunos explican las dos estrategias presentadas en el desarrollo de un problema y donde también se calculan porcentajes de una cantidad de manera rápida y eficiente utilizando la calculadora. En la tabla se muestra un ejemplo de problema que se resuelve de dos maneras diferente.

Una tienda de bicicletas realiza una venta especial reduciendo los precios de todos sus modelos en un 20%. Al pasar por la caja, se aplica un 5% de descuento adicional al precio rebajado. En la tienda de la competencia venden todos modelos con un 25% de descuento. Amaya quiere comprar una bicicleta que en ambas tiendas tienen un precio de \$250 000. ¿Qué tienda se puede recomendar a la Ainara para obtener la mayor rebaja?	
Estrategia 1	Estrategia 2
Primera tienda: precio con la rebaja de un 20%. 20% de \$250 000 $0,20 \cdot \$250\ 000 = \$50\ 000$ Precio rebajado $\$250\ 000 - \$50\ 000 = \$200\ 000$ Rebaja en la caja de 5% de \$200 000 $0,05 \cdot \$200\ 000 = \$10\ 000$ Precio final $\$200\ 000 - \$10\ 000 = \$190\ 000$ Segunda tienda: 25% de \$250 000 $0,25 \cdot \$250\ 000 = \$62\ 500$ Precio final $\$250\ 000 - \$62\ 500 = \$187\ 500$ La otra tienda es recomendable para Amaya, porque tiene un menor precio final.	Se calcula en general sin considerar el precio particular de un artículo. 20% de la primera rebaja y en la segunda rebaja se reduce el 5% del 20% $0,05 \cdot 20\% = 1\%$ En total se aplica $20\% + 1\% = 21\%$ al precio original. La otra tienda es recomendable para Amaya, porque ella aplica una rebaja de un 25% al precio original.
¿Qué piensas de las estrategias?	



Se sugiere también considerar problemas sin contexto, por ejemplo, de completar con elementos faltantes una tabla con diferentes tipos de cálculo de porcentaje:

Ejemplo con fracciones:	un quinto de	800g	$\frac{1}{5} \cdot 800g = \frac{1 \cdot 800g}{5} = \frac{800}{5} g = 160g$
Ejemplo con porcentajes:	20% de	800g	$0,20 \cdot 800g = 160,00g$
Ejemplo con Porcentajes:	30% de	1 200/	$0,30 \cdot 1\ 200/ = 360,00/$
Ejemplo con porcentajes:	87,5% de	200kg	$0,875 \cdot 200kg = 175kg$
Ejemplo con porcentajes:	105% de	\$3 000 000	$1,05 \cdot \$3\ 000\ 000 = \$3\ 150\ 000$
Ejemplo con porcentajes:	0,5% de	\$70 000 000	$0,005 \cdot \$70\ 000\ 000 = \$350\ 000$

Para retroalimentar la actividad grupal se sugiere utilizar la retroalimentación grupal:



RETROALIMENTACIÓN GRUPAL



<p>CRITERIOS CON MAYOR PORCENTAJE DE LOGRO</p> <p>Transformar de fracción a decimal y de decimal a porcentaje.</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	<p>CRITERIOS CON MENOR PORCENTAJE DE LOGRO</p> <p>Calcular el porcentaje de una cantidad cualquiera en la resolución de problemas con contexto.</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	<p>SUGERENCIAS PARA MEJORAR</p> <p>Marcar con color el porcentaje que se busca y la cantidad total con otro color, luego transformar el porcentaje a decimal y multiplicar.</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>
--	---	---

<https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#plantillas>

Evaluación formativa

Para verificar aprendizajes, se sugiere considerar una rúbrica con los siguientes criterios:

Criterio	Inicial	Intermedio	Avanzado
Razones	Traduce del lenguaje verbal a lenguaje matemático.	Traduce del lenguaje verbal a lenguaje matemático basándose en las razones que están involucradas en la situación.	Traduce del lenguaje verbal a lenguaje matemático basándose en las razones que están involucradas en la situación y viceversa.
Porcentaje	Transforma de fracción a porcentaje.	Transforma de fracción a porcentaje y de decimal a porcentaje.	Transforma de fracción a porcentaje, de decimal a porcentaje y viceversa.
	Escribe el símbolo de porcentaje luego de realizar algún cálculo.	Determina el porcentaje de una cantidad.	Determina el porcentaje de una cantidad, la cantidad total y el porcentaje.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares: para desarrollar la habilidad de representar el mismo contenido y expresar los porcentajes utilizando diferentes representaciones, se sugiere comenzar con lo que ya saben los estudiantes, convirtiendo fracciones a decimales y transfiriendo desde el denominador 100 al símbolo de porcentaje. Se sugiere escribir la razón que describe la situación y desde ahí, utilizar la calculadora o de forma manual determinar el porcentaje.

Se sugiere utilizar la tecnología y medios de comunicación que estén disponibles para los estudiantes. También, se sugiere planificar un módulo cero que considere la operatoria con naturales, fracciones y decimales del módulo 1 del Nivel 2 de Educación Básica, teniendo como foco la identificación de datos dentro de un problema, la selección de estrategias para resolverlo y aplicando procedimientos adquiridos para dar una respuesta a la situación. Si el contexto y las necesidades de la clase lo requieren, se sugiere considerar en este módulo introductorio, los gráficos trabajados en el módulo 4 del Nivel 1 de Educación Básica.

Actitudes: para apoyar el desarrollo de la actitud de interesarse por las posibilidades que ofrece la tecnología, se sugiere utilizar la calculadora en los momentos que se indiquen, los cuales pueden ser al final de la práctica independiente y cómo un medio para verificar resultados. Valorar el uso de la calculadora significa en esta actividad, verla como un apoyo para realizar los cálculos.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo grupal: se sugieren las siguientes motivaciones para promover el trabajo grupal en esta actividad:



Colaborar

- 

Actividad dentro del horario de clases, el trabajo colaborativo y cómo ocurre debe ser observado en clases.
- 

Entregar instrucciones precisas sobre lo que se espera al término del trabajo, entregar una rúbrica con los criterios y dejar uno o dos minutos para revisar la comprensión de las instrucciones.
- 

La evaluación es grupal y se sugiere no evaluar hasta que se comprenda que la idea es contribuir para el logro de un objetivo común.
- 

Decida con anterioridad la forma de organizar los grupos, ya sea de forma aleatoria o por coincidir con las propuestas o por nivel de comprensión del tema, considere siempre la cantidad de participantes por grupo y cantidad de la clase.
- 

Decida con anterioridad los momentos en que los participantes del grupo se escuchan y toman las primeras decisiones para organizar lo que hará cada uno, como también el momento en que los grupos se escuchan entre sí.

Actividad de desempeño 2

Propósito

Esta actividad busca usar los modelos de frecuencia absoluta y relativa para comprender el fenómeno de la aleatoriedad y de la probabilidad de ocurrencia de un suceso o evento. Se espera relacionar la noción de razón y porcentaje con la noción de probabilidad en situaciones lúdicas, de la vida diaria y de experimentos aleatorios.

Objetivo de Aprendizaje

OA3. Usar modelos matemáticos dados para comprender fenómenos, asumiendo posturas razonadas. (Modelar)

Conocimiento esencial

- Experimentos aleatorios.
- Frecuencia absoluta.
- Frecuencia relativa.
- Probabilidad.

Tiempo estimado

6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Elaboración de una tabla de conteo.
- Identificación de la fracción como una razón.
- Convertir de fracción a decimal.
- Convertir de decimal a porcentaje.

Desarrollo de la actividad

Situación experiencial

El docente presenta varias situaciones en las cuales rige el azar y que son experimentos aleatorios o pueden ser interpretables como experimentos aleatorios. Estas se categorizan en situaciones lúdicas, de la vida diaria y experimentos aleatorios.

Conexión interdisciplinar
Ciencias naturales
OA4 Nivel 3 EB

a. Experimentos aleatorios con objetos lúdicos o juegos de mesa

girar la rueda de fortuna sacar bolitas lanzar dados sacar nipes

b. Experimentos aleatorios con objetos de la vida diaria

medir porotos lanzar chinchas lanzar monedas medir gravillas

c. Situaciones diarias interpretables como experimentos aleatorios

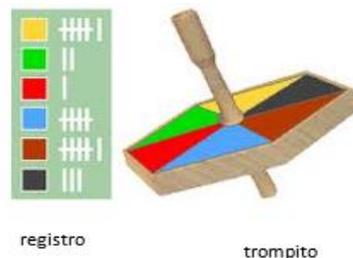
registrar fases de semáforos registrar tiempos de espera registrar cantidad de personas registrar grupos sanguíneos

Algunas de las preguntas que pueden orientar a la necesidad de calcular la probabilidad son:

- ¿Cuáles son las posibilidades en cada caso?
- ¿Cómo se realiza un experimento aleatorio?
- ¿En qué casos se puede calcular la probabilidad?

Construcción de conocimiento

Para introducir el cálculo de la probabilidad usando la frecuencia absoluta o relativa se sugiere comenzar con un experimento y una tabla de conteo.



Algunas preguntas que pueden guiar la construcción de conocimiento son:

- ¿Por qué se habla de experimento aleatorio el hacer girar el trompo?
- ¿De qué nos informa la tabla de conteo?

Se sugiere organizar la tabla de conteo utilizando la noción de razón, frecuencia absoluta y frecuencia relativa.

	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa/decimales	Porcentaje
Amarillo	6	$\frac{6}{23} \approx 0,26$	26%
Verde	2	$\frac{2}{23} \approx 0,09$	9%
Rojo	1	$\frac{1}{23} \approx 0,04$	4%
Azul	5	$\frac{5}{23} \approx 0,22$	22%
Café	6	$\frac{6}{23} \approx 0,26$	26%
Negro	3	$\frac{3}{23} \approx 0,13$	13%
Total	23	1	100%

Se sugiere elaborar frases con la probabilidad y el porcentaje obtenido en el experimento, por ejemplo, el color amarillo salió con una probabilidad de 26% en el experimento de hacer girar 23 veces el trompito.

Práctica guiada

Para guiar el uso de los modelos de frecuencia absoluta y relativa, se sugiere comparar dos experimentos aleatorios para concluir sobre la forma de calcular la probabilidad de cada suceso.

Vero y Carlos deciden lanzar la moneda para ver quien gana. Vero lanza 40 veces y Carlos 50 veces, aquí se muestran sus resultados absolutos.

Carlos



Vero

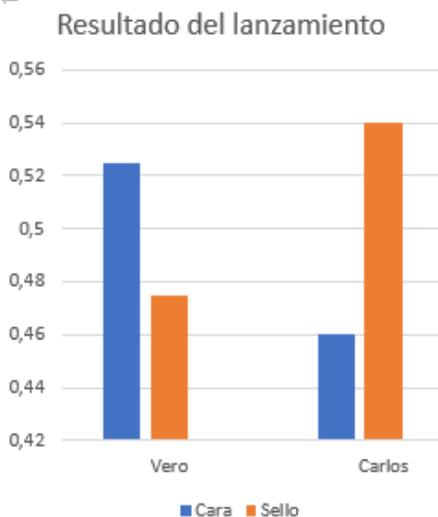


Carlos dice: *Yo tengo más caras que sellos.* Vero contesta: *Obvio, pero yo tengo más resultados de cara que tu considerando la cantidad de lanzamiento.*
 ¿Qué ayuda a Vero a justificar su afirmación?

	Carlos		Vero	
	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
cara	23	$\frac{23}{50} = 0,460$	21	$\frac{21}{40} = 0,525$
sello	27	$\frac{27}{50} = 0,540$	19	$\frac{19}{40} = 0,475$

En lo absoluto, $23 > 21$ pero en lo relativo, en este caso a la cantidad de lanzamiento 53% es mayor que 46%, por lo tanto, Vero tiene razón y en muchos casos para comparar se requiere del cálculo del porcentaje. Otra posible respuesta que se puede derivar desde estos resultados es que, si siguen lanzando, cada vez se acercaran más al 50% y en ese caso, dará lo mismo cual parte de la moneda se haya elegido, mientras más lanzamientos se hagan, más difícil será determinar un ganador entre cara y sello.

Se sugiere comparar utilizando un gráfico que se puede realizar de forma manual o utilizando alguna planilla de cálculo.



Práctica independiente

Se sugiere hacer un trabajo de pares para realizar el experimento y comparar resultados tanto de lo absoluto como de lo relativo, conjeturando en cada caso lo que ocurriría con el porcentaje si el experimento se hiciera con muchos más lanzamientos, giros o sacadas. En la tabla se muestran sugerencias de algunos experimentos.

Experimento.	Instrucción a la pareja.
 <p data-bbox="435 615 602 636">girar la rueda de fortuna</p>	<p data-bbox="824 506 1382 636">Elaborar una rueda de la fortuna y girar 50 y 80 veces. Elaborar una tabla de conteo y calcular la frecuencia relativa y los porcentajes de cada color.</p>
 <p data-bbox="459 789 578 810">sacar bolitas</p>	<p data-bbox="824 653 1382 856">Elaborar una urna con una caja de zapatos y poner 5 objetos iguales, pero de diferente color que puedan ser extraídos sin mirar. Sacar 20 y 40 veces. Elaborar una tabla de conteo y calcular la frecuencia relativa y los porcentajes de cada color. ¿Qué objeto salió más veces?</p>
 <p data-bbox="475 993 578 1014">lanzar dados</p>	<p data-bbox="824 873 1382 1003">Lanzar lanzar tres dados y anotar la suma, un integrante lanza 30 veces y el otro lanza 40 veces, grafican los resultados. ¿Qué suma sale más veces?</p>
 <p data-bbox="418 1119 505 1140">sacar nipes</p>	<p data-bbox="824 1024 1382 1184">Sacar una carta de un set de 5 naipes del mismo color y dos cartas tienen el mismo número. Comparar las frecuencias relativas después de realizar una extracción de una carta 50 veces y 60 veces.</p>

Para retroalimentar la actividad de pares, se sugiere utilizar la estrategia Valoro - Sugiero:



VALORO - SUGIERO

DURANTE O LUEGO DE LA ACTIVIDAD

VALORO DE TU TRABAJO...

La elaboración de la tabla con la frecuencia absoluta y relativa

La forma de convertir de decimal a porcentaje y la forma de explicarme cómo se hace esto.

Gracias.

TE SUGIERO..

Aproximar el decimal a la centésima, así es más fácil indicar a qué porcentaje corresponde.

Organizar tu trabajo en tablas y comparar tus resultados con los míos, utilizando también la frecuencia relativa y no tan solo la absoluta.

<https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#plantillas>

DECRETO EN MI

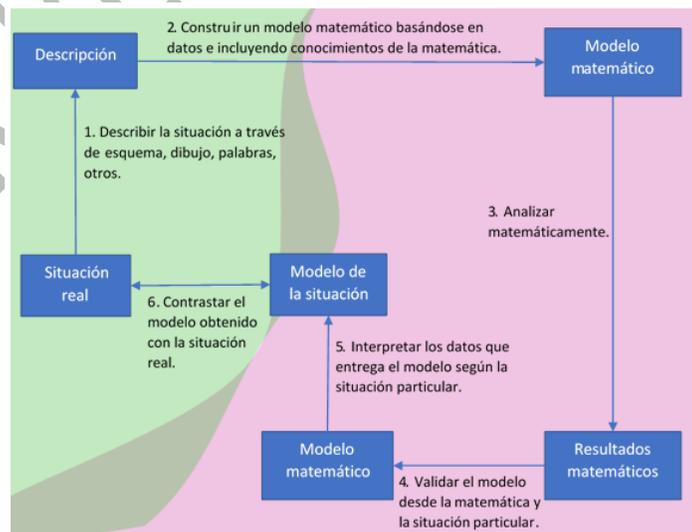
Evaluación formativa

Para verificar aprendizajes, se sugiere considerar una rúbrica con los siguientes criterios:

Criterio	Inicial	Intermedio	Avanzado
Frecuencia absoluta	Elabora una tabla.	Elabora una tabla de frecuencia absoluta de algunos sucesos del experimento aleatorio.	Elabora una tabla de frecuencia absoluta de todos los sucesos del experimento aleatorio.
Frecuencia relativa	Elabora una tabla.	Elabora una tabla de frecuencia relativa de algunos sucesos del experimento aleatorio.	Elabora una tabla de frecuencia relativa de todos los sucesos del experimento aleatorio.
	Incluye una suma	Incluye la suma de la frecuencia relativa.	Incluye la suma de la frecuencia relativa, ajustando las aproximaciones para obtener uno.
	Escribe decimales y porcentajes.	Convierte de decimales a porcentajes.	Convierte de decimales a porcentajes, elaborando frases de probabilidades sobre el experimento.
Comparación	Elabora una tabla comparativa.	Elabora una tabla comparativa y reconoce diferencias y similitudes.	Elabora una tabla comparativa, reconoce diferencias y similitudes, identificando la diferencia en el cálculo del porcentaje.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares, en esta actividad se desarrolla parte de la habilidad de modelar, es aquella que corresponde a los pasos del trabajo en el mundo de la matemática que permiten dar respuesta a una situación real. Según el modelo propuesto del desarrollo de la habilidad de modelar:



Este desempeño contribuye al paso 3, dónde previo a dar una respuesta se hace un trabajo desde la frecuencia absoluta a la frecuencia relativa para luego interpretar estos resultados en virtud del experimento aleatorio. Esta actividad va un poco más allá, tratando de visualizar el cálculo de la probabilidad de los sucesos independiente del experimento, para esto se sugiere preguntar qué ocurriría si el experimento se repite muchas veces más.

Actitudes: para apoyar el desarrollo de la actitud de asumir posturas razonadas, se sugiere en las actividades relacionadas con la modelación revisar siempre el contexto real, esto significa que una vez que se obtienen un resultado o se concluya un valor o una generalización, se vuelva al experimento real realizado y se revise o resignifique en términos de lo real.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo grupal: se sugieren las siguientes motivaciones para promover el trabajo grupal en esta actividad:

Colaborar

- Actividad dentro del horario de clases, el trabajo colaborativo y cómo ocurre debe ser observado en clases.
- Entregar instrucciones precisas sobre lo que se espera al término del trabajo, entregar una rúbrica con los criterios y dejar uno o dos minutos para revisar la comprensión de las instrucciones.
- La evaluación es grupal y se sugiere no evaluar hasta que se comprenda que la idea es contribuir para el logro de un objetivo común.
- Decida con anterioridad la forma de organizar los grupos, ya sea de forma aleatoria o por coincidir con las propuestas o por nivel de comprensión del tema, considere siempre la cantidad de participantes por grupo y cantidad de la clase.
- Decida con anterioridad los momentos en que los participantes del grupo se escuchan y toman las primeras decisiones para organizar lo que hará cada uno, como también el momento en que los grupos se escuchan entre sí.

Actividad de desempeño 3

Propósito

Esta actividad busca usar el modelo de Laplace para comprender y determinar la probabilidad, para luego aplicarla en diferentes situaciones. Se espera relacionar la razón entre los casos posibles y los casos totales para construir la regla de Laplace para el cálculo de la probabilidad de un suceso.

Objetivo de Aprendizaje

OA3. Usar modelos matemáticos dados para comprender fenómenos, asumiendo posturas razonadas. **(Modelar)**

Conocimiento esencial

- Probabilidad.

Tiempo estimado

6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Convertir de fracciones a porcentaje.
- Elaboración de tablas de frecuencia relativa.

Desarrollo de la actividad

Situación experiencial

El docente presenta una situación conocida sobre medios de transporte utilizados para llegar al trabajo y la relaciona con la probabilidad de encontrar a una persona con una característica inicial, en este caso el tipo de transporte que utiliza, relevando los casos posibles y los casos totales para formar la razón y determinar el porcentaje.

Conexión interdisciplinar

Ciencias naturales

OA4 Nivel 3 EB



400 personas van al trabajo a pie o en transporte público.



100 personas van en bicicleta al trabajo.



300 personas van al trabajo en auto particular.

Algunas de las preguntas que pueden motivar la relación de la situación con la probabilidad son:

- ¿Cuál es el total de personas que van al trabajo?
- ¿Cuál es la frecuencia relativa en cada caso?
- ¿Cuál es la probabilidad de encontrarse con alguien en el trabajo que se venga en bicicleta?

Construcción de conocimiento

Para introducir el uso del modelo de Laplace, se sugiere ordenar en una tabla de conteo y de frecuencia relativa los datos de la situación anterior.

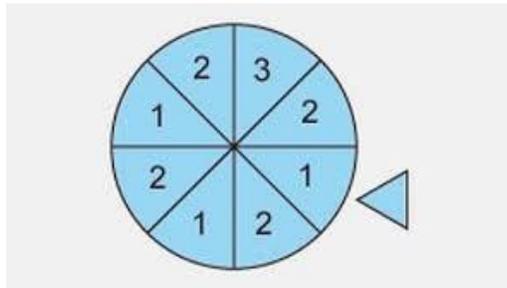
Tipo de transporte	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Porcentaje	Cálculo de la probabilidad según Laplace
A pie o en transporte público (p)	400	$\frac{400}{800} = 0,5$	50%	$P(p) = \frac{400}{800} = 0,5$
Bicicleta (b)	100	$\frac{100}{800} = 0,125$	12,5%	$P(b) = \frac{100}{800} = 0,125$
Auto privado (a)	300	$\frac{300}{800} = 0,375$	37,5%	$P(a) = \frac{300}{800} = 0,375$
Total	800	1	100%	1

Se sugiere comparar la frecuencia relativa con el cálculo de la probabilidad, especificando que en el primer caso se refiere a tener una frecuencia absoluta y en el segundo caso es una generalización que sirve en cualquier caso y que la regla de Laplace siempre se calcula como:

$$P = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos totales}}$$

Práctica guiada

Para guiar la aplicación de la regla de Laplace para determinar la probabilidad de diferentes sucesos, se sugiere determinar la probabilidad en el caso de una rueda de la fortuna como en el siguiente ejemplo:

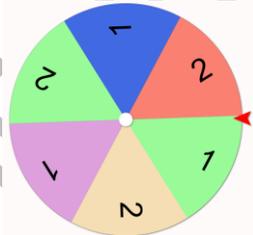


Suceso	Probabilidad
Obtener el número 1	<p>Hay 3 números 1 y 8 números en total</p> $P(1) = \frac{3}{8} = 0,375 = 37,5\%$ <p>Frase: hay un 37,5% de probabilidad de obtener un número 1 al girar la rueda de la fortuna.</p>
Obtener el número 2	<p>Hay 4 números 2 y 8 números en total</p> $P(2) = \frac{4}{8} = 0,5 = 50\%$ <p>Frase: hay un 50% de probabilidad de obtener un número 2 al girar la rueda de la fortuna.</p>
Obtener el número 3	<p>Hay 1 números 3 y 8 números en total</p> $P(3) = \frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$ <p>Frase: hay un 12,5% de probabilidad de obtener un número 3 al girar la rueda de la fortuna.</p>
Obtener un número par	<p>Hay 4 números pares y 8 números en total</p> $P(2) = \frac{4}{8} = 0,5 = 50\%$

	Frase: hay un 50% de probabilidad de obtener un número par al girar la rueda de la fortuna.
Obtener un número impar	<p>Hay 4 números impares y 8 números en total</p> $P(2) = \frac{4}{8} = 0,5 = 50\%$ <p>Frase: hay un 50% de probabilidad de obtener un número impar al girar la rueda de la fortuna.</p>

Práctica independiente

Se sugiere hacer un trabajo personal de aplicación de la regla de Laplace en diferentes situaciones y para diferentes sucesos.

Situación	Acción
 <p>Lanzar un dado de 6 caras.</p>	Determinar la probabilidad de obtener un 1 al lanzar el dado, hacer la tabla con todos los eventos que se tienen en el caso del lanzamiento de un dado.
 <p>Lanzar un dado de 20 caras</p>	Determinar la probabilidad de obtener un 1 al lanzar el dado, hacer la tabla con todos los eventos que se tienen en el caso del lanzamiento de un dado.
 <p>Girar la rueda de la fortuna.</p>	Determinar la probabilidad de obtener un 1 al hacer girar la rueda, hacer la tabla con todos los eventos que se tienen en el caso de hacer girar esta rueda de la fortuna.

Para retroalimentar la actividad de transferencia de la aplicación de la regla aditiva, se sugiere utilizar la pausa reflexiva:



PAUSA REFLEXIVA

DURANTE LA ACTIVIDAD

- ¿Qué relación podría establecer entre la frecuencia relativa y la regla de Laplace?
- ¿Qué me está costando aprender para comprender las probabilidades?
- ¿Cómo podría profundizar en el cálculo de probabilidades?
- ¿Qué me podría ayudar a aprender más?

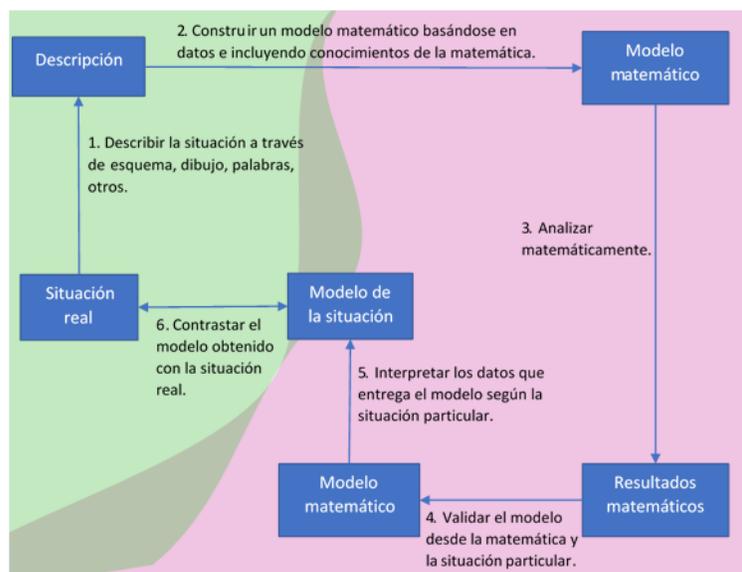
Evaluación formativa

Para verificar aprendizajes, se sugiere considerar una rúbrica con los siguientes criterios:

Criterio	Inicial	Intermedio	Avanzado
Regla de Laplace	Elabora frases utilizando la probabilidad.	Relaciona la frecuencia relativa o con la regla de Laplace.	Relaciona la frecuencia relativa o con la regla de Laplace diferenciando entre los experimentos aleatorios y la generalización.
	Realiza cálculos que incluyen las fracciones y los decimales.	Determina la probabilidad de un evento utilizando la regla de Laplace.	Determina la probabilidad de un evento utilizando la regla de Laplace según el contexto planteado.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares: en esta actividad se desarrolla parte de la habilidad de modelar, es aquella que corresponde a los pasos del trabajo en el mundo de la matemática que permiten dar respuesta a una situación real. Según el modelo propuesto del desarrollo de la habilidad de modelar:



Este desempeño contribuye al paso 3, dónde previo a dar una respuesta se hace un trabajo aplicando la regla de Laplace para luego utilizar esta información en virtud de la situación.

Actitudes: para apoyar el desarrollo de la actitud de asumir posturas razonadas, se sugiere en las actividades relacionadas con la modelación revisar siempre el contexto real, esto significa que una vez que se obtienen un resultado o se concluya un valor o una generalización, se vuelva y se revise o resignifique en términos de lo real.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo personal: se sugieren las siguientes motivaciones para promover el trabajo personal e independiente de otros:



Independencia.
Pensando las cosas por cuenta propia.



Confianza en lo que se sabe.
Generar seguridad en lo que se hace en cada paso. La confianza como facilitador de explicaciones propias y a otros.



Trabajar a su propio nivel.
En ciertos momentos es necesario saber dónde se está y trabajar al propio ritmo.



Practicar el autocontrol.
La tarea requiere de concentración y de fuerza de voluntad para volverse a un compañero o maestro para pedir ayuda directa.

Actividad de desempeño 4

Propósito

En esta actividad se seleccionan estrategias para resolver problemas que involucran razones, porcentajes y probabilidades, teniendo a su disposición la frecuencia absoluta, relativa, la regla de Laplace y el cálculo del porcentaje.

Objetivos de Aprendizaje

OA6. Seleccionar estrategias, y transferir a nuevas situaciones pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolución de problemas)**

Conocimiento esencial

- Regla de Laplace.
- Frecuencia absoluta.
- Frecuencia relativa.
- Porcentajes.

Tiempo estimado

6 horas

Diagnóstico

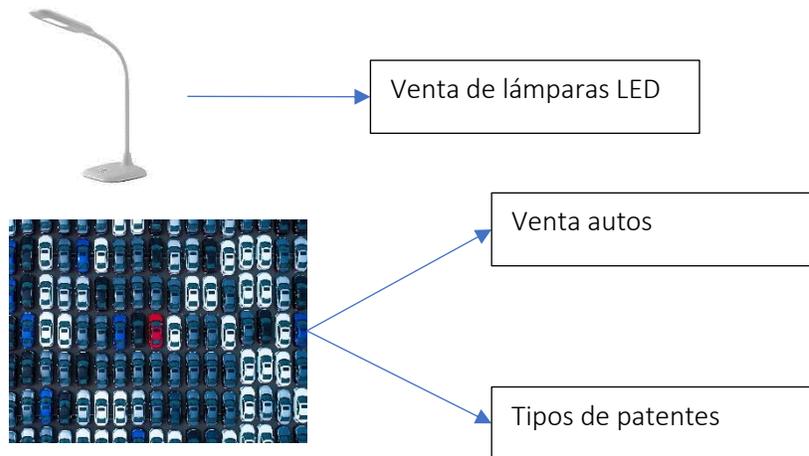
En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Operatoria con decimales.
- Operatoria con fracciones.
- Elaboración de tablas de conteo.

Desarrollo de la actividad

Situación experiencial

El docente presenta a los estudiantes algunas situaciones que pueden ser trabajadas en clases y en las cuales se tiene un problema relacionado con el porcentaje y las probabilidades.



Algunas de las preguntas que pueden motivar la relación de la situación con el porcentaje y la probabilidad son:

- ¿Cómo podemos relacionar el porcentaje con la probabilidad?
- ¿Cómo podemos relacionar estas situaciones con la probabilidad?
- ¿Qué información numérica nos falta para responder a un problema?

Construcción de conocimiento

Para introducir el concepto de seleccionar la estrategia se sugiere resolver un problema de probabilidades en un contexto de venta de lámparas LED.

Francisca, Lorena y Federico participan de un taller de electrónica que ofrece el colegio y deciden confeccionar lámparas LED de escritorio, para esto requieren de una gran cantidad de ampollitas LED. En el mercado por internet hay varias ofertas e informaciones sobre la calidad y la cantidad de ampollitas LED que vienen con defecto.

- La empresa **A** informa, que en un envío de gran cantidad se debe calcular con 1,5% de mercancía defectuosa.
- Sobre los LED de la empresa **B** un instituto de control de calidad avisa que en una muestra de 5 000 LED encontraron 80 LED con defecto.
- Un cliente de la empresa **C** dio a conocer en su evaluación, que la razón entre los LED con defecto al total de los LED es de 1 a 50.

¿Qué decisión en la compra de LED debe tomar este grupo del taller de electrónica, para contar con una menor cantidad de LED con defecto?

¿Con qué cantidad de LED con defecto deberán contar si comprarán 3 000 LED?

Para responder, se debe relevar la universalidad del concepto de porcentaje y trabajar la información bajo este concepto.

Empresa A	Empresa B	Empresa C
1,5% de mercancía defectuosa.	5 000 LED encontraron 80 LED con defecto $80:5\,000 = 0,016 = 1,6\%$	1 a 50 $1:50 = 0,02 = 2\%$
La empresa A es la conveniente.		
La compra de 3 000 LED en la empresa A conlleva $0,015 \cdot 3\,000 = 45$ LED con defecto	La compra de 3 000 LED en la empresa B conlleva $0,016 \cdot 3\,000 = 48$ LED con defecto	La compra de 3 000 LED en la empresa C conlleva $0,02 \cdot 3\,000 = 60$ LED con defecto
La probabilidad de encontrar LED con defecto en la empresa A es de 1,5%	La probabilidad de encontrar LED con defecto en la empresa A es de 1,6%	La probabilidad de encontrar LED con defecto en la empresa A es de 2%

Práctica guiada

Se sugiere motivar la resolución de problemas seleccionando una estrategia que incluya el porcentaje y la probabilidad en un contexto. Por ejemplo, considerando el tipo de patentes de los automóviles en Chile, sabiendo que el parque automovilístico el año 2019 era de aproximadamente 5 400 000 de autos (https://curriculumnacional.cl/link/https://regiones.ine.cl/documentos/default-source/region-ii/estadisticas-r2/boletinesinformativos/boletines-parque-vehicular/boletin-pv-2020.pdf?sfvrsn=69dfad4a_6)

y que hay 1 600 000 con el tipo de patente con dos letras y 4 cifras y el resto con 4 letras y 2 cifras. Andrea vive en el centro una ciudad y hace sus observaciones de 400 autos cerca de un semáforo. Entre los autos registrados hay 88 autos con dos letras y 4 cifras. Daniel vive en una zona rural y hace sus observaciones cerca del cruce de las dos calles principales y registra 300 autos. Entre los autos registrados hay 105 autos con dos letras y 4 cifras.

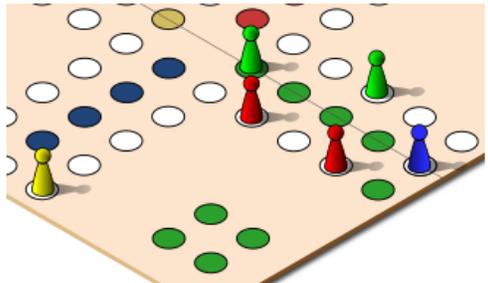
¿Con qué probabilidad se puede ver un auto con patente de 2 letras y 4 cifras?

Probabilidad	Rural (experimento)	Ciudad (experimento)
$P(p) = \frac{1\,600\,000}{5\,400\,000}$ $= 0,301886292 \approx 30\%$	$f_r = \frac{105}{300} = 0,35 = 35\%$	$f_r = \frac{88}{400} = 0,22 = 22\%$

Comparación con la realidad: En ambas muestras no hay coincidencia con la probabilidad teórica. Esto se debe a la baja cantidad de los autos en cada muestra. En la ciudad el porcentaje de autos es menor que en la zona rural, esto podría tener como causa que en la ciudad se compran más frecuentemente autos nuevos y el parque de autos se renueva más rápidamente con autos de 4 letras y 2 cifras.

Práctica independiente

Se sugiere hacer un trabajo personal de resolución de problemas seleccionando la estrategia más conveniente para dar respuesta. Se sugiere el desarrollo de varios problemas entre ellos el siguiente, donde la selección de la probabilidad es directa:

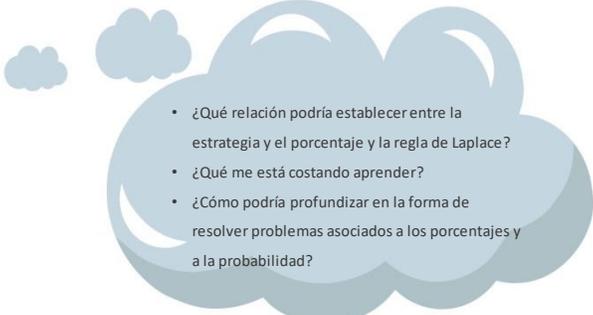
Problema	Solución
 <p>Determina las siguientes probabilidades que se pueden tener en un solo lanzamiento.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Que la figura verde llegue a la zona de entrada final. • Que la figura azul eche afuera a una figura roja. • La figura roja menos avanzada eche afuera a la figura amarilla. • La figura roja más avanzada eche afuera a la figura amarilla. 	<ul style="list-style-type: none"> • Con uno de los lanzamientos 4,5,6 la figura verde llega a la zona de entrada. Son 3 casos. La probabilidad es de $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ • Con uno de los lanzamientos 2 o 4 la figura azul echa la más cercana o más lejana figura roja. Son 2 casos. La probabilidad es de $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ • La figura roja menos avanzada no puede alcanzar la figura amarilla. Hay 0 casos. La probabilidad es 0. • La figura roja más avanzada puede echar la figura amarilla con un 5. Hay 1 caso. La probabilidad es de $p = \frac{1}{6}$

Para retroalimentar la actividad se sugiere utilizar la pausa reflexiva:



PAUSA REFLEXIVA





- ¿Qué relación podría establecer entre la estrategia y el porcentaje y la regla de Laplace?
- ¿Qué me está costando aprender?
- ¿Cómo podría profundizar en la forma de resolver problemas asociados a los porcentajes y a la probabilidad?

<https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#plantillas>

Evaluación formativa

Para verificar aprendizajes, se sugiere considerar una rúbrica con los siguientes criterios:

Criterio	Inicial	Intermedio	Avanzado
Porcentaje y regla de Laplace	Calcula porcentajes.	Calcula porcentajes y aplica la regla de Laplace.	Transfiere desde el porcentaje a la probabilidad y viceversa.
	Describe la regla de Laplace.	Aplica la regla de Laplace para responder al problema.	Aplica la regla de Laplace según el contexto para dar respuesta al problema.
	Elabora una respuesta	Elabora una respuesta que incluye la probabilidad y el porcentaje.	Elabora una respuesta que incluye la probabilidad y el porcentaje y da una solución al problema planteado.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares: entenderemos que el desarrollo de la habilidad de resolver problemas implica una serie de otras habilidades, en este caso, la aplicación de la regla de Laplace y la relación entre el porcentaje y la probabilidad. Se sugiere promover el uso de tablas para organizar la información del problema, sobre todo cuando hay varias situaciones iniciales para comparar.

Actitudes: **Actitudes:** para apoyar el desarrollo de la actitud de pensar con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones, se sugiere resolver problemas en tres partes y dar espacio para la aplicación en varios contextos de la regla de Laplace.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo personal: se sugieren las siguientes motivaciones para promover el trabajo personal e independiente de otros:



Independencia.
Pensando las cosas por cuenta propia.



Confianza en lo que se sabe.
Generar seguridad en lo que se hace en cada paso. La confianza como facilitador de explicaciones propias y a otros.



Trabajar a su propio nivel.
En ciertos momentos es necesario saber dónde se está y trabajar al propio ritmo.



Practicar el autocontrol.
La tarea requiere de concentración y de fuerza de voluntad para volverse a un compañero o maestro para pedir ayuda directa.

Módulos electivos

DECRETO EN TRÁMITE

Módulo Aprendizaje Basado en proyecto

Visión panorámica

Gran idea

Los objetos, procesos y fenómenos de nuestro entorno se organizan siguiendo patrones y reglas que pueden ser identificados, representados y descritos matemáticamente.

Objetivos de aprendizaje

OA1. Expresar matemáticamente información del entorno y de problemas utilizando diversas representaciones interesándose por las posibilidades que ofrece la tecnología **(Representar)**

OA3. Usar modelos matemáticos dados para comprender fenómenos, asumiendo posturas razonadas. **(Modelar)**

Conocimientos esenciales

- Proporciones directa e inversa.
- Funciones lineales y afines.

Tiempo estimado
6 semanas (24 horas)

DECRETO EN TRÁMITE

Este proyecto tiene como objetivo la reflexión acerca de las ocasiones en las cuales se puede atribuir como persona y comunidad al medioambiente sobre todo en el contexto de cambio climático que afectara cada vez más a Chile en los próximos años y décadas.

Para iniciar, los estudiantes dialogan acerca del aporte directo y personal para contravenir o mitigar la escasez del agua que conlleva también razonamientos de energía eléctrica. Luego, a partir de los problemas reconocidas denominan el proyecto y fijan el producto que debe resultar y ser entregado a la comunidad escolar.

A continuación, inician el proyecto que incluye la realización experimentos para poder cuantificar desperdicios, gastos y ahorros en el uso del agua. A base de los experimentos modelan matemáticamente mediante funciones lineales todas las situaciones de ahorro y desperdicio de agua.

Nombre del proyecto

AHORRO DE AGUA EN MI CASA PARA DAR RECOMENDACIONES DEL USO A MI COMUNIDAD

Situación central

Aportar con ahorro de recursos como agua y energía al cuidado del medio ambiente.

Propósito

Demostrar el efecto positivo que puede generar el manejo responsable de agua y de energía eléctrica tanto para el medioambiente como para los gastos financieros en el hogar.

Objetivos de Aprendizaje

Matemática

OA1. Expresar matemáticamente información del entorno y de problemas utilizando diversas representaciones interesándose por las posibilidades que ofrece la tecnología **(Representar)**

OA3. Usar modelos matemáticos dados para comprender fenómenos, asumiendo posturas razonadas. **(Modelar)**

Ciencias (Nivel 3 de Ed. Básica)

OA1. Formular predicciones sobre objetos, procesos y fenómenos a partir de la observación. **(Observar y plantear preguntas)**

Preguntas

- ¿Dónde se producen desperdicios de agua? Y ¿Cómo se los pueden cuantificar?
- ¿Qué materiales experimentación se pueden usar?
- ¿Qué conceptos matemáticos están detrás de las regularidades que se pueden observar?
- ¿Cómo se pueden representar matemáticamente los resultados?
- ¿Qué recomendaciones se pueden dar a mi familia y a los demás?
- ¿En qué contexto más global se encuentran los resultados del proyecto?

Tipo de Proyecto Interdisciplinario

- Matemática
- Ciencias Naturales
- Ciencias Sociales

Productos

- Juegos al azar creados para la realización de una rifa escolar.
- Utilidades de la rifa como donación a un proyecto social.

Habilidades y actitudes para el Siglo XXI

- Creatividad e innovación
- Pensamiento crítico
- Trabajo colaborativo
- Uso de la información

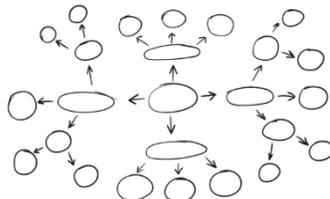
Recursos

Materiales para realizar la investigación de campo, tales como, recipientes, papelógrafo y lápices.

Etapas

Etapa 1

En esta etapa los alumnos elaboran un mapa conceptual acerca de la problemática del manejo responsable y sustentable de agua y energía en la casa. Este mapa debería contener ideas entre otros como:



- Ahorro de agua por evitar o reparar desperfectos en los conductos y llaves.
- Ahorro de agua por el gasto responsable en las situaciones diarias de
- Ducharse o bañarse
- Lavarse los dientes
- Rasurarse

Etapa 2

En esta etapa los estudiantes responden a lo siguiente:

- ¿Cuál será el producto del proyecto?
 - Elaboración de una carta emotiva a la familia y parientes que incluye los resultados y recomendaciones para el uso responsable del agua

- Confección de etiquetas adhesivas para colocarlas en lugares donde se gasta el agua
- Confección de trípticos para extender a terceros.
- Distribución en grupos y repartición de las tareas.
- Organización cronológica:
 - Elaboración de una carta Gantt

	1	2	3	4	5	6
Elección tema/producto						
Organización						
Experimentos						
Modelamiento						
Elaboración producto						

- Presentación de resultado parciales
 - Resultado de los experimentos que investigan el desperdicio del agua
 - Resultado de los experimentos que mitigan el desperdicio del agua
 - Funciones lineales que modelan el desperdicio del agua en dependencia del tiempo (horas, días, meses y año)
 - Funciones lineales que modelan el gasto reducido del agua en dependencia del tiempo (horas, días, meses y año)
- Organización logística:

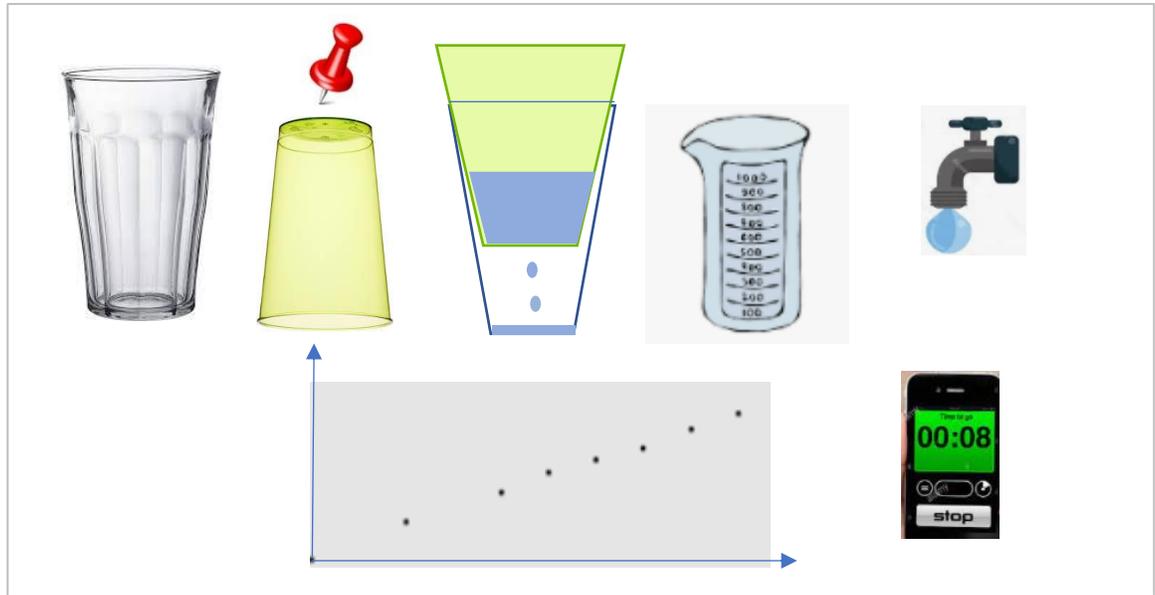


- Adquisición de materiales de experimentos
- Adquisición de materiales para los carteles
- Disposición de salas de trabajo o de experimentos

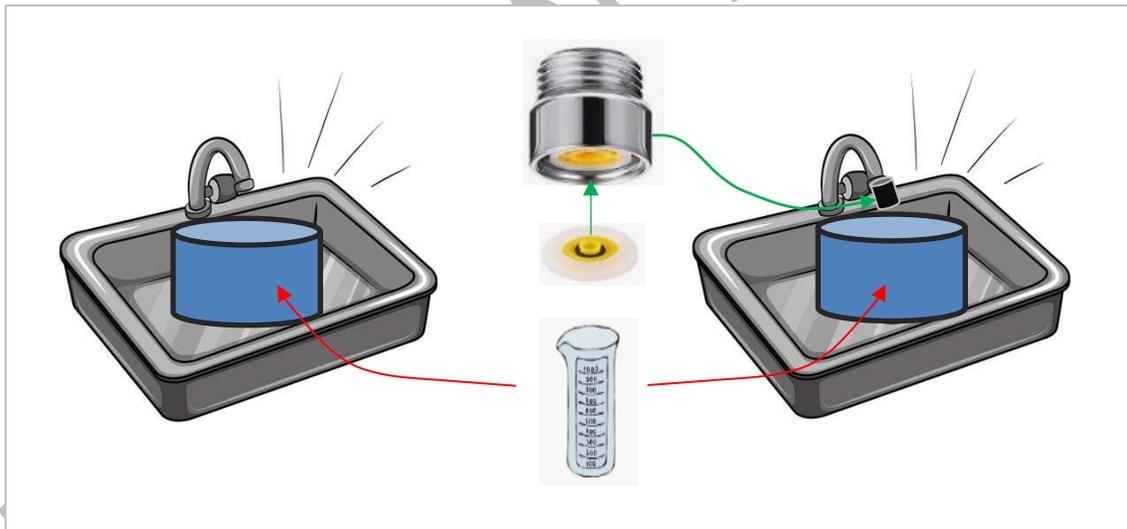
Etapa 3

Realización de experimentos, en esta etapa los alumnos realizan experimentos sencillos en situaciones del desperdicio o ahorro de agua.

Experimento 1: Determinar la pérdida de agua por goteo tomando la hora hasta que se llene un vaso degradado u otro medidor con cierta cantidad de agua en *ml*. Representar el resultado en $\frac{ml}{min}$.

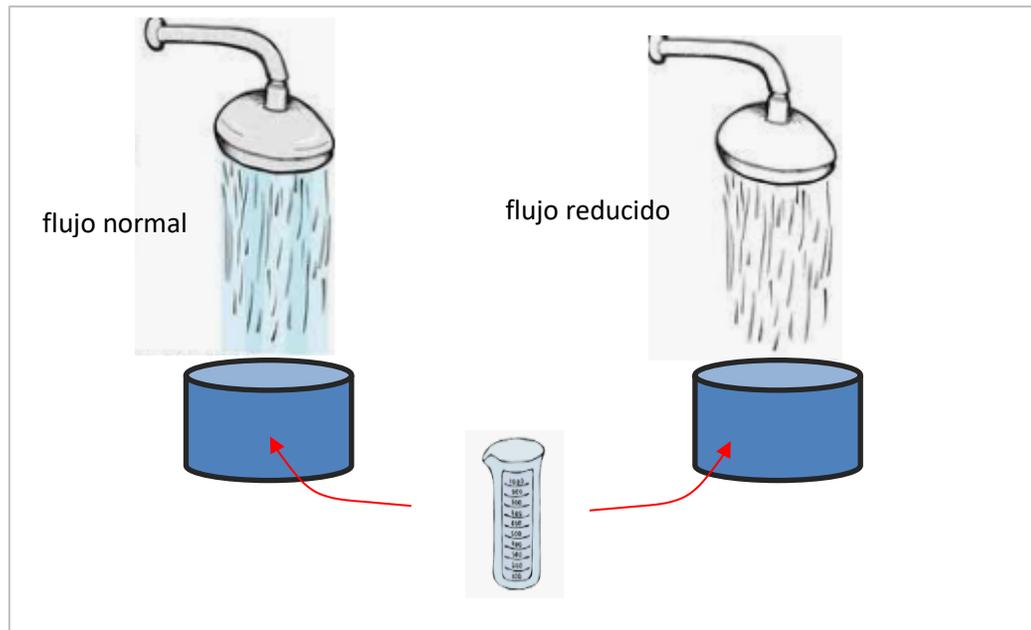


Experimento 2: Medir el flujo del agua por la llave con y sin *reductor* (*limitador*) de agua. Reducción del flujo del agua por medio de un “reductor” de agua.



- Se abre la llave al “máximo”, se echa agua en un recipiente durante 10 *segundos* y se mide el agua en la unidad de *ml*.
- Se coloca el reductor del agua en la llave y se repite el experimento anterior midiendo el agua en el recipiente.

Experimento 3: Reducción del flujo del agua mediante una “cabeza” ajustable de la ducha.



- Se abre la llave al “máximo” manteniendo la cabeza de la ducha en posición “*flujo normal*”, se echa agua en un recipiente durante **10 segundos** y se mide el agua en la unidad de **ml**.
- Se abre la llave al “máximo” manteniendo la cabeza de la ducha en posición “*flujo reducido*”, se echa agua en un recipiente durante **10 segundos** y se mide el agua en la unidad de **ml**.

Etapa 4

Modelamiento del desgaste o del ahorro de agua con los resultados de los experimentos.

Lavar la loza y el servicio con las siguientes suposiciones:

- Almuerzo para una familia
- Agua gastada con “*flujo normal*” y permanente
- Agua gastada con “*flujo reducido*”, y permanente
- Agua gastada con “*flujo normal*” y con interrupciones según la fase del procedimiento
- Agua gastada con “*flujo reducido*” y con interrupciones según la fase del procedimiento

Lavarse los dientes con las siguientes suposiciones:

- Estimar el tiempo de lavarse los dientes junto con gargarizar sin interrumpir el flujo de agua.
- Estimar el tiempo necesario para mojar el cepillo de dientes.
- Estimar el tiempo necesario en el cual recorre agua de la llave si se interrumpe el flujo del.
- Modelar el gasto imprudente del agua sin interrumpir el flujo del agua.
- Modelar el gasto prudente del agua con interrumpir el flujo del agua.
- Modelar en ambos casos el gasto de agua si se arma un reductor del agua.

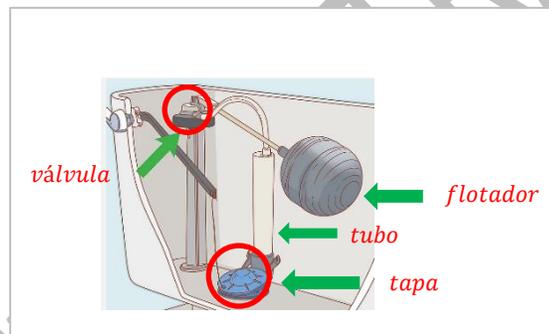
Lavarse las manos con las siguientes suposiciones:

- Estimar el tiempo de lavarse las manos sin interrumpir el flujo de agua.
- Estimar el tiempo necesario para mojar las manos.
- Estimar el tiempo necesario en el cual recorre agua de la llave si se interrumpe el flujo del agua según las fases de lavarse las manos.
- Modelar el gasto imprudente del agua sin interrumpir el flujo del agua.
- Modelar el gasto prudente del agua con interrumpir el flujo del agua.
- Modelar en ambos casos el gasto de agua si se arma un reductor del agua.

Ducharse versus bañarse en la tina con el gasto de 150l:

- Estimar el tiempo de ducharse sin interrumpir el flujo de agua.
- Estimar el tiempo de ducharse con interrumpir el flujo de agua.
- Modelar el ahorro de agua, utilizando una cabeza de ducha con flujo reducido

Pérdida de agua en el estanque del inodoro: En la imagen se muestra el dibujo esquemático del estanque.



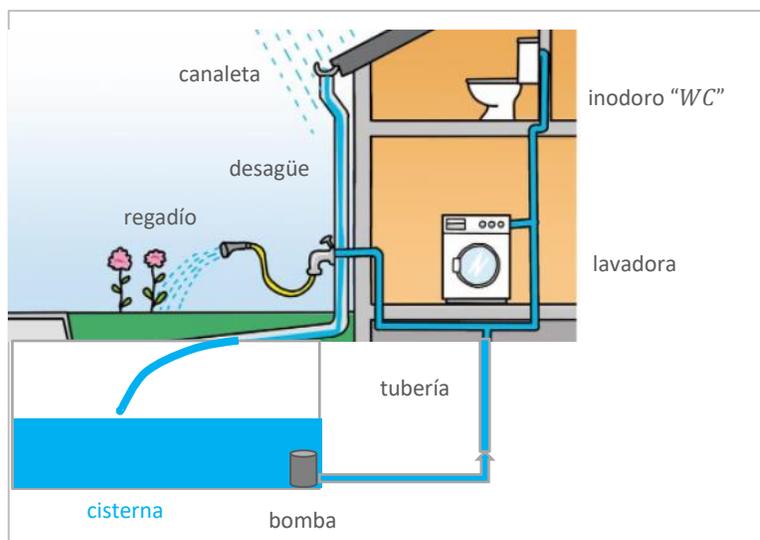
- Estimar la pérdida de agua por un defecto en la válvula por la cual entra permanentemente agua que se pierde por tubo corriendo a la taza.
- Estimar la pérdida de agua por un defecto en la tapa por la cual filtra permanentemente agua que se pierde corriendo a la taza.

Ahorrar agua en el estanque del inodoro:



- Modelar el ahorro de agua por reducir el volumen interior del estanque. Calcular la reducción del volumen del estanque según el volumen la botella de agua. Un estanque se llena normalmente con 9 litros de agua.

Casa de ahorro de agua:



- Estimar el área del techo y reducirla por 25% (debido a la inclinación)
- Determinar la cantidad de agua caída al techo en una lluvia de la cual se conoce el registro en la unidad de $\frac{mm}{m^2}$. Recuerda: Si se registra la caída de $1 \frac{mm}{m^2}$, se ha caído **1l en $1m^2$**
- Modela el ahorro de agua en el regadío del jardín.
- Modela el ahorro de agua en el lavado de ropa.
- Modela el ahorro de agua en el baño.

Etapa 5

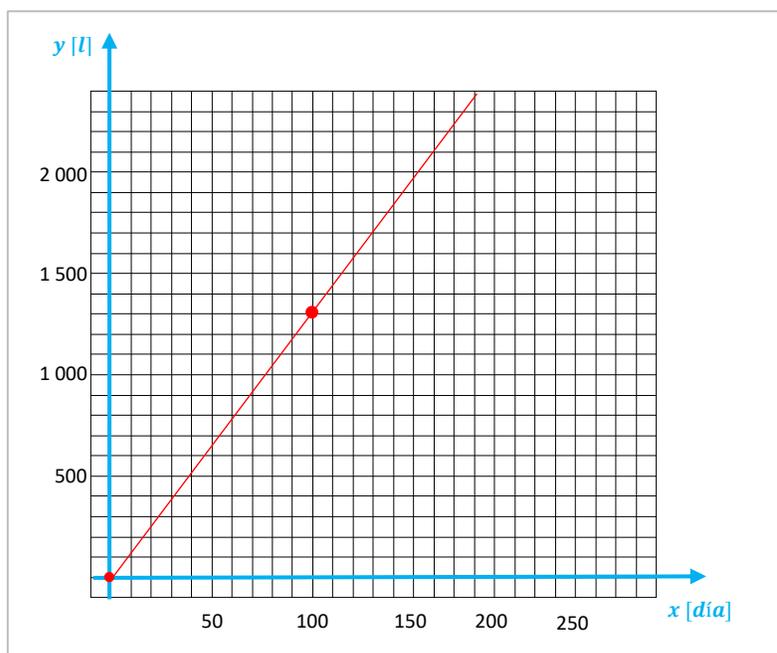
En esta etapa los alumnos elaboran a base de los resultados de los experimentos o de los modelamientos las funciones lineales o afines, junto con sus gráficos, que modelan en cada una de las situaciones el gasto y el ahorro tanto del agua como de energía, ambos en dependencia del tiempo.

Función lineal f del desperdicio del agua por desperfectos en las llaves o conductos del agua en dependencia del tiempo (horas, días, semanas, meses, año). Ejemplo de un resultado posible: $9 \frac{ml}{min} =$

$$540 \frac{ml}{h} = 12\,960 \frac{ml}{día} \approx 13 \frac{l}{día}$$

Función lineal f en dependencia del tiempo x en *días*.

$$f(x) = 13 \cdot x$$

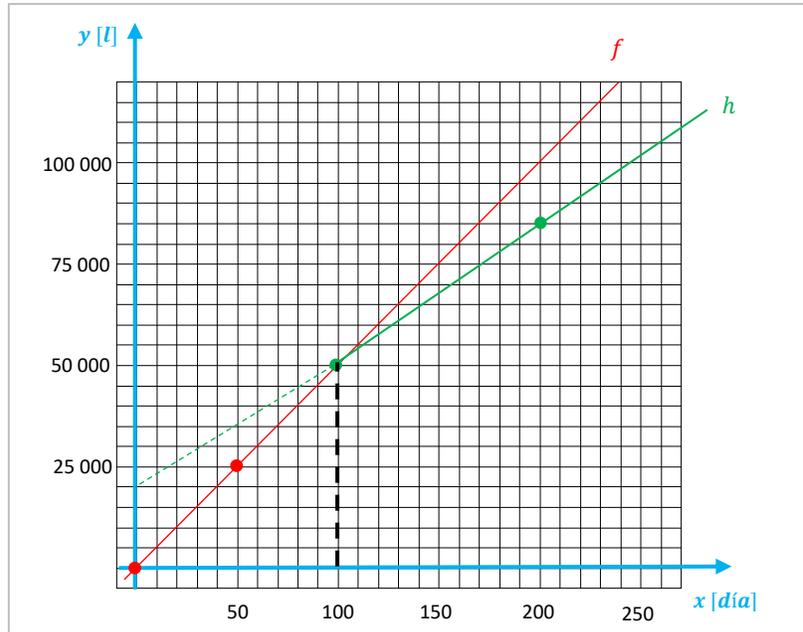


Función lineal del ahorro del agua por el gasto responsable en dependencia del tiempo (horas, días, semanas, meses, año). Ejemplos, con reductor en la llave, con cabeza de ducha ajustable, con tiempo reducido en lavarse los dientes y las manos, con la reducción del espacio en el estanque del inodoro. Función lineal g del gasto del agua, sin ahorro, para una Familia de 4 personas que tiene un gasto de $500 \frac{l}{día}$.

$$g(x) = 500 \cdot x$$

En dependencia del tiempo x en días. Función afín h si se ahorran diariamente, a partir del “día 100” el volumen de $200l$ considerando todas las posibilidades de ahorrar. Gasto nuevo $300 \frac{l}{día}$

$h(x) = 300 \cdot x$ en dependencia del tiempo x en días.



Contrastar los resultados del modelamiento de gasto y ahorro diario con un “calculador de agua” que están disponibles en el internet, por ejemplo, en (<https://www.esval.cl/calcula.html>)

Actividad	Descripción	Cantidad	Unidad
LA DUCHA	Minutos que tardas en la ducha	5	Minutos
EL WC	Veces que utilizas en WC al día	6	Cantidad
LA LLAVE	Minutos que dejas abierta la llave al cepillar tus dientes	2	Minutos
LAS MANOS	Minutos que abres la llave cuando te lavas las manos	2	Minutos
LA LLAVE	Minutos que dejas correr el agua al lavar la loza	6	Minutos
LAVAR	Cargas de lavadora que usas en promedio a la semana	0	Cantidad
TU CONSUMO ES:		240.0	lts.

Determinar el ahorro mensual en dinero según el precio por metro cúbico que es válido en tu comuna.

Etapa 6

En esta etapa los estudiantes preparan y realizan la presentación final.

- Elaboración de una carta dirigida a la familia y parientes que contiene los resultados de la investigación y todos los consejos de ahorrar agua para aportar al cuidado del medio ambiente y mitigar los efectos de sequía conlleva el cambio climático. Además, se menciona el ahorro significativo de dinero.
- Se agregan carteles plastificados, advirtiendo el uso responsable de agua que se colocan en lugares donde suelen ocurrir los gastos de agua, cocina, baño, ducha entre otros.

Evaluación

Se sugiere la siguiente rúbrica de evaluación del proceso del proyecto:

Aspectos para evaluar	Puntaje por aspecto	Puntaje obtenido por alumno
Planteamiento del problema		
Identifica el problema que el grupo puede responder por medio de la ejecución de un proyecto.	3	
Identifica varios problemas que el grupo podría responder por medio de la ejecución de varios proyectos.	2	
Identifica un problema que no es posible de responder por medio de la ejecución de un proyecto.	1	
No identifica un problema.	0	
Diseño teórico		
Diseña los experimentos para responder al problema planteado y extraer información para modelar la situación y presentar una solución razonable a la situación particular.	3	
Diseña los experimentos para responder al problema planteado y extraer información para modelar la situación.	2	
Diseña los experimentos para responder al problema planteado.	1	
No contribuye al diseño de un experimento.	0	
Determinaciones para el desarrollo del proyecto		
Participa de forma proactiva en la toma de decisiones para llevar a cabo el experimento y obtener datos que permitan encontrar una solución razonable.	3	
Participa de forma proactiva en la toma de decisiones para llevar a cabo el experimento y obtener datos.	2	
Participa de forma proactiva en la toma de decisiones para llevar a cabo el experimento.	1	
No contribuye en la toma de decisiones ni a la elaboración de experimentos.	0	
Elaboración de la presentación, de la carta y de los carteles.		

Toma un rol proactivo en la elaboración de la presentación, la carta y los carteles y muestra conocimiento del experimento, de los resultados y de las conclusiones.	3	
Toma un rol proactivo en la elaboración de la presentación y muestra conocimiento del experimento.	2	
Toma un rol proactivo en la elaboración de la presentación, la carta y los carteles.	1	
No participa en la elaboración de la presentación, de la carta o de los carteles.	0	
Elaboración de la publicidad		
Contesta y argumenta todas las preguntas que entran en la información acerca de la publicidad. Participa de forma proactiva en la elaboración de los medios de propagación.	3	
Contesta y argumenta algunas preguntas que entran en la información acerca de la publicidad. Participa en la elaboración de los medios de propagación.	2	
Atribuye a las respuestas de las preguntas y a la elaboración de los medios de propagación.	1	
No atribuye a las respuestas de las preguntas ni a la elaboración de los medios de propagación.	0	
Total		

Presentación de los resultados

Los estudiantes muestran sus resultados a la comunidad y presentan a los otros las cartas o carteles para el cuidado del agua en la casa familiar.

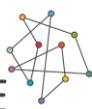
Criterios de habilidades siglo XXI

Se sugiere usar rúbricas y criterios relacionados con habilidades del siglo XXI de Pensamiento creativo e innovación, Pensamiento crítico, y Trabajo colaborativo, como también de Diseño del proyecto y la Presentación del trabajo que se muestran en el texto Metodología de Aprendizaje basado en Proyectos, páginas 21 a 29 en https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-140166_recurso_pdf.pdf

Módulo Aprendizaje basado en Problemas

Visión panorámica del Módulo Electivo 3

Aprendizaje Basado en Problemas	
Las propiedades de las figuras 2D o 3D pueden ser descritas, calculadas y comparadas según teoremas, atributos como su forma y sus medidas.	
<p>Objetivos de aprendizaje</p> <p>OA6. Seleccionar estrategias, y transferir a nuevas situaciones pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. (Resolución de problemas)</p>	
<p>Conocimientos esenciales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones lineales. • Área y volumen de prismas rectos con diferentes bases y cilindros. 	
<p>Tiempo estimado</p> <p>6 semanas (24 horas)</p>	



Propósito

En este módulo electivo se busca desarrollar las habilidades de representar, resolver problemas y modelar utilizando la metodología del aprendizaje basado en problemas. Para esto, se propone el problema *Un nuevo cambio de casa*¹⁵. El problema de “hacer más efectiva la mudanza” es un ejemplo de la vida diaria en el cual los alumnos se identifican con la situación y aplican varios conocimientos básicos como la operatoria con números racionales, cálculo de volúmenes y transformación de unidades métricas.

La primera fase de la resolución del problema involucra el modelamiento del “espacio de carga” de una furgoneta y de la “cantidad máxima” de paquetes normados que caben en ello. La determinación de la “cantidad máxima” se debe a la condición de desarrollar la mudanza dentro de 5 horas. En este procedimiento se aplican conocimientos geométricos básicos acerca de volumen y área, tanto para cálculo del volumen del espacio de carga como del volumen de una caja. Además, se involucra la relación entre volumen y área para determinar la cantidad de niveles de carga que lleva finalmente a la cantidad máxima de las cajas que caben en la furgoneta. La segunda fase de la resolución del problema requiere el modelamiento de las etapas de la mudanza como los tiempos de cargar, viajar y descargar, que lleva a la solución que indica el número de los viajes con la carga máxima de la furgoneta. Matemáticamente se requiere la operatoria con números racionales y la resolución de ecuaciones lineales.

Preparación

Para que los estudiantes se preparen para el problema se sugiere plantear el contexto de una mudanza desde un lugar a otro lugar, organizada y realizada en forma particular.

- ¿Qué medio de transporte puedo utilizar?
- ¿Qué volumen aproximado tienen mis bienes para mudar?
- ¿Cuáles son las medidas de las cajas de mudanza?
- ¿Cuántas cajas necesito para empacar mis bienes?
- Considerando la cantidad de las cajas, ¿qué medio de transporte de mudanza es el adecuado?
- ¿Cuáles son las condiciones del arriendo?
- ¿Cuáles son los parámetros del viaje en la mudanza?

En el sentido de modelar desde el propio entorno, se sugiere anotar todas las respuestas y a partir de ellas generar diferentes categorías, por ejemplo, podría ser la parte netamente geométrica (etapa 1) o logística (etapa 2) de la mudanza propia.

Presentación del problema

Para presentar el problema del módulo, se sugiere entregar el problema impreso y por medio de la escucha activa y lectura comprensiva, promover que los estudiantes registren detalles de la situación de una mudanza organizada y realizada en particular con un auto temporalmente arrendado.

¹⁵ La elaboración del problema fue realizada por la Dra. Rita Borromeo-Ferri de la Universidad de Kassel, Alemania, 2021.

Josefa junto con su esposo se muda de casa. Con el objetivo de ahorrar dinero Josefa y Carlos deciden planificar, organizar y realizar la mudanza de los bienes, que no son muebles, por sí mismo. Como tú puedes ver en las fotos, ellos arriendan una furgoneta con un espacio de carga que puedes calcular aproximadamente estimando y relacionando la estatura de un hombre adulto con las dimensiones de la furgoneta. Para un ahorro adicional, deciden arrendar la furgoneta por 5 horas. Esta condición implica aprovechar el espacio de carga de la furgoneta con una cantidad máxima de cajas en cada viaje que realizarán.



- Ayuda a Josefa y Carlos de encontrar una solución óptima para cargar la furgoneta con la cantidad máxima de cajas de mudanza. La empresa arrendadora de la camioneta delimita el arriendo a 5 horas.
- Confecciona un dibujo de ayuda para anotar tus ideas para que Josefa y Carlos puedan empezar con la mudanza.



Algunas consideraciones para enfrentar el problema

- Desarrollo de respuestas y consideraciones sobre Estimación del volumen de la mudanza para empacar en las cajas. Recopilar información acerca de las dimensiones de las cajas de mudanza normadas para determinar el volumen de ellas. Elegir uno de los formatos de las cajas normadas. Estimación del volumen del espacio cargable de la furgoneta que se basa en las informaciones, no exactas, que traen las fotos como estatura aproximada del hombre en relación con las dimensiones de la furgoneta. Determinar matemáticamente, a base de la estimación anterior, la cantidad máxima de cajas que caben en el espacio de carga de la furgoneta.

- Empaque y desempaque de los bienes de la mudanza.
 - Empaque de los bienes en las cajas
 - Cargamento de la furgoneta con las cajas
 - Descarga de las cajas en la nueva dirección
- Recopilación de información, acerca del viaje desde la dirección actual a la dirección nueva.
 - Largo del viaje, situación de tránsito en el curso del día, duración del viaje entregada por applets del celular, posibles tacos según horario.
- Preguntas previas que permiten acercarse al problema, tales como ¿Qué significa realizar una mudanza “óptima”? ¿Qué parámetros influyen en la optimización? ¿Cuántos viajes se pueden realizar en las cinco horas disponibles?

Los estudiantes asocian la situación con el objetivo de realizar una mudanza óptima en la cual influyen todas las consideraciones anteriormente descritas.

Investigación

- ¿Dónde encontrar la información que me falta?
 - Los estudiantes buscan información acerca de empresas de arrendamiento de tipos de vehículos de mudanza aptos para transportar el volumen estimado.
 - Los estudiantes buscan información acerca del arrendamiento por el día completo o de algunas horas.
 - Los estudiantes buscan información acerca del viaje entre la dirección actual y la dirección nueva mediante applets disponibles en sus celulares.
 - A esta información pueden agregar algunos supuestos que modifican la información de distancia y de duración
- En el caso de no modelar el espacio de carga de la furgoneta los alumnos pueden recopilar información respectiva buscando descripciones del modelo vía internet.

Evaluar una solución del problema

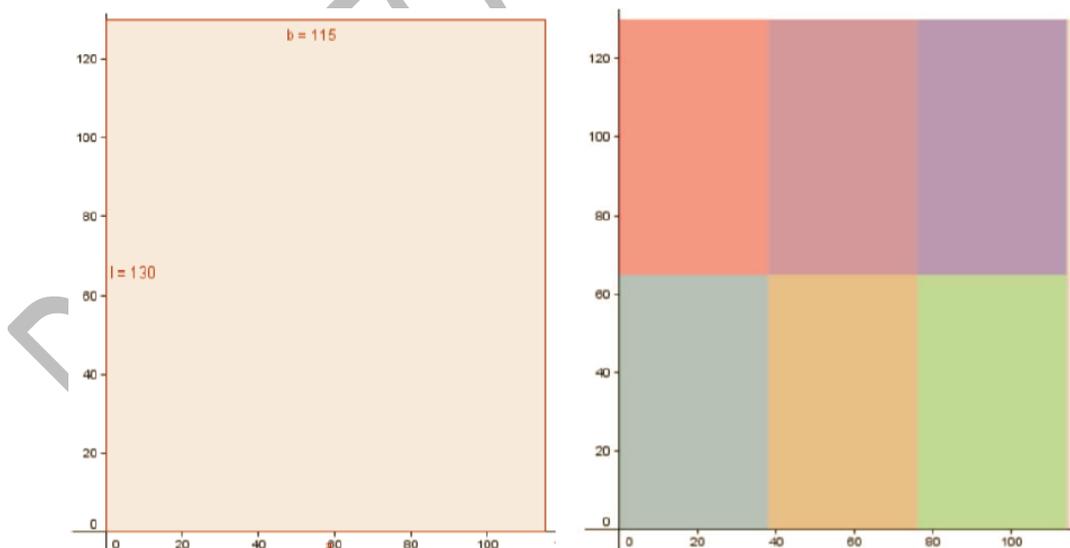
Recuerda que el ejemplo no es solución única y tienen el puro objetivo de guiarte un poco en el procedimiento de la resolución del problema. Para evaluar una solución al problema se considera un caso particular, en este caso la llamaremos la mudanza de Josefa y Carlos de Viña del Mar, donde se ubica la casa actual, hasta la ubicación de la nueva casa en Valparaíso.

Exploración geométrica:

- Estimación del volumen de los bienes de la mudanza, por ejemplo $4,5m^3$
- Determinación del volumen de carga de la furgoneta.
 - Estatura estimada del hombre en la foto aproximadamente $1,85m$
 - Altura del espacio de carga (considerar la altura de las ruedas) puede resultar $1,15m$

- Según la foto se puede hacer el supuesto que el espacio de carga tenga la forma aproximada de un cubo con la arista $a = 1,15m$ cuyo volumen se calcula en $V_0 = (1,15m)^3 \approx 1,52m^3$
- Determinación del volumen de una caja que ofrecen las empresas de mudanza, por ejemplo *largo* $l = 65cm$, *ancho* $a = 36cm$ y *altura* $h = 38cm$.
El volumen se calcula en $V = l \cdot a \cdot h = 0,65m \cdot 0,36m \cdot 0,38m = 0,089m^3$
- Primera estimación de la cantidad c de las cajas que caben en el espacio de carga de la furgoneta

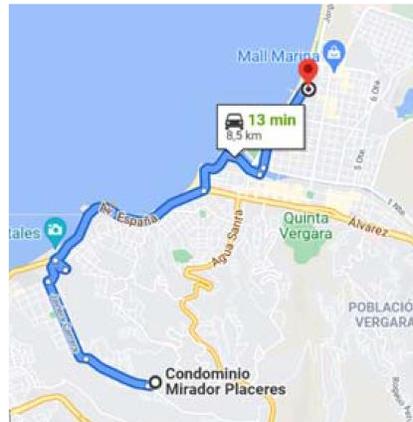
$$c = \frac{V}{V_0} = \frac{1,52m^3}{0,089m^3} \approx 17,1$$
- Conjetura acerca de la pregunta si esta estimación es suficiente o si hay que considerar más parámetros del espacio de carga, como, por ejemplo: ¿Cuántas cajas caben en un nivel? ¿Cuántos niveles de cajas se pueden apilar? ¿Se “pierde” espacio porque una “media caja” o “fracción de una caja” no se puede considerar?
- Se puede reconocer que con el supuesto de la forma cúbica del espacio de carga caben 3 niveles apilados y 3 cajas según su ancho, pero se pierde espacio según el largo de las cajas porque no caben dos cajas. Se requiere un largo mínimo del espacio de carga de $2 \cdot 0,65m = 1,30m$.
- Se reemplaza el primer supuesto con otro que supone la forma de un prisma rectangular con el ancho $1,15m$ y la altura $1,15m$ y un ancho más largo.
Por tal motivo se repite la estimación comparando la altura del espacio de la altura con la “profundidad (horizontalmente hacia adentro)”. Así se puede estimar que en esta profundidad caben por lo menos dos cajas del largo $0,65m$ de cada una.
- Se confecciona un dibujo del área rectangular de la base del espacio de carga y otro dibujo en el cual se muestra la distribución de las cajas en el primer nivel.



- Resulta que caben 6 cajas en el primer nivel.
- Gracias a la forma supuesta de un prisma rectangular caben en total $3 \cdot 6 = 18$ cajas.

Exploración de la duración de la mudanza:

- Determinación de la distancia viática entre la dirección actual y la dirección nueva.
 - Se puede utilizar un applet disponible en los celulares para determinar la ruta y el tiempo estimado, por ejemplo, como se muestra en la siguiente imagen.



- Se supone que el tiempo informado por el applet se haya hecho bajo condiciones ideales y se redondea a 20 min considerando fases de semáforos o algunas situaciones imprevistas
- Para la fase del empaque se pueden considerar dos variantes:
 - **Se empaca en el día de la mudanza**
Se estiman 30 min para el empaque de los bienes en 18 cajas y 15 min para la carga del auto que incluye el transporte de las cajas desde la habitación al auto.
 - Para la fase de la descarga las 18 cajas se puede estimar igualmente 15 min que incluye el transporte de las cajas desde el auto a la habitación.
 - En total se requiere $30 \text{ min (empaque)} + 30 \text{ min (carga y descarga)} + 40 \text{ min (viaje ida y vuelta)} = 100 \text{ min}$ por cada fase de la mudanza.
 - Para tres fases serían 54 cajas de un contenido total de aproximadamente $4,8 \text{ m}^3$ ($54 \cdot 0,089 \text{ m}^3 = 4,806 \text{ m}^3$) en exactamente 5 horas.
Como en el cálculo del tiempo no hay margen de error y se decide empacar los bienes de mudanza antes del día de la mudanza.
 - **Ya se tiene los paquetes empacados al día de la mudanza**
 - Se necesitan 15 min para cargar 18 cajas en la furgoneta más 20 min del viaje de ida redondeado a 40 min . Para la vuelta se necesitan otras 40 min que se suma a 80 min en total por cada fase de la mudanza.
 - Con 3 viajes de 18 cajas se pueden transportar 54 cajas en las cuales caben los $4,8 \text{ m}^3$ de los bienes de mudanza. Las 3 fases de la mudanza requieren $3 \cdot 80 \text{ min} = 240 \text{ min}$.
Queda un margen de error para imprevistos de 1 hora.

Comunicar

Los resultados obtenidos son comunicados y comparados entre ellos, por ejemplo, los puentes que tienen el arco sobre

- ¿Qué operaciones son utilizadas en mi modelo en comparación con otros?

Se sugiere comunicar la propuesta de mudanza, el proceso y el modelo utilizando alguna de estas posibilidades:

- Afiche
- Presentación
- Informe
- Díptico
- Video
- Poster

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares: Se sugiere relevar los siguientes conceptos.

- La medición de los bienes mudados mediante el volumen en m^3 y no por el peso.
- La determinación del volumen de prismas rectos y en los casos especiales de cubos y de prismas rectangulares.

$$V = a^3 \text{ o } V = a \cdot b \cdot c$$

- La transformación de unidades de longitud de cm a m y viceversa.
- La determinación de la cantidad c de cajas en un espacio mayor, conociendo el volumen V_0 de la caja y el volumen V del espacio mayor. Despejar una ecuación lineal a una de las variables:

$$V = c \cdot V_0 \Leftrightarrow c = \frac{V}{V_0}$$

- La determinación la cantidad k de los niveles de la carga apilada conociendo la cantidad c de las cajas y la cantidad c_n de cajas por nivel. Despejar una ecuación lineal a una de las variables.

$$C = k \cdot c_n \Leftrightarrow k = \frac{C}{c_n}$$

- La determinación del tiempo total de la mudanza elaborando una expresión algebraica que involucra factores y sumandos.

Para focalizar el desarrollo de habilidades: Aunque esta actividad desarrolla varias de las habilidades de matemática, se sugiere focalizar el desarrollo en solo una de ellas, para esto se puede tener presente la siguiente estrategia interrogativa para enfocar el desarrollo de la habilidad de construir el modelo:

- ¿Qué relaciones matemáticas se pueden observar en los datos?
- ¿Cómo dependen los datos entre sí y con otros?
- ¿Qué propiedades se pueden distinguir de los datos?
- ¿Cómo podemos deducir los parámetros del modelo?
- ¿Cuáles de los datos coinciden con el modelo?, ¿se encuentran cerca o difieren significativamente del modelo?

- ¿Qué limitaciones tiene el modelo?

Además, de poner a disposición de los estudiantes un organizador gráfico que puede ser utilizado como bitácora para la construcción del modelo:

¿Qué relaciones matemáticas se pueden observar en los datos?				
Constante	Crecimiento	Decrecimiento	Periódico	Cuadrático
↓	↓	↓	↓	↓
¿Cómo dependen los datos entre sí y con otros?				
¿Qué propiedades se pueden distinguir de los datos?				
¿Cómo podemos deducir los parámetros del modelo?				
↔				
¿Cuáles de los datos coinciden con el modelo?, ¿se encuentran cerca o difieren significativamente del modelo?				
¿Qué limitaciones tiene el modelo?				

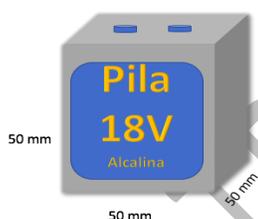
https://www.curriculumnacional.cl/docente/629/articles-248166_recurso_pdf.pdf

Problemas anexos

Según el contexto, se puede ofrecer a los estudiantes en este módulo electivo el desarrollo de problemas que promueven el pensamiento matemático desde las dimensiones del contenido y las estrategias.

La caja de reciclaje¹⁶

Carla está promoviendo el reciclaje en su barrio. Ella se comprometió con sus vecinos a recolectar las pilas de 18V para luego llevarlas a una planta de reciclaje en donde pueden separar el mercurio de otros metales y el resto de los materiales que constituyen las pilas pueden ser recuperados. De este modo, se recicla un residuo peligroso y se evita que pueda contaminar el ambiente y perjudicar la salud de las personas



Carla ha recolectado 20 pilas del tipo 18V, iguales a las de la imagen, y quiere construir una caja donde ponerlas de manera ordenada.

Carla aprendió a construir una caja de madera sin tapa, utilizando la menor cantidad de madera para ahorrar material.

¿Cuál es la forma y las dimensiones de la caja que contiene las 20 pilas?

Propósito

El propósito del problema es profundizar los contenidos trabajados en el módulo 3, poniendo en juego habilidades como la resolución de problemas, la argumentación y la comunicación. En este problema esperamos que los estudiantes resuelvan el problema poniendo en práctica los conceptos de área y volumen de prismas y cilindros, así como utilizar operaciones matemáticas básicas pertinentes. Para ello esperamos que los estudiantes encuentren estrategias, probándolas y discutiendo con sus compañeros, validando, explicando y argumentando con sus palabras las estrategias utilizadas para encontrar las cajas indicadas que contengan las pilas, optimizando el material de construcción de estas.

¹⁶ Problema elaborado por ARPA-Matemática, Universidad de Chile.

Desarrollo de la actividad

Momentos y/o situaciones posibles en la resolución del problema	Sugerencias y/o ejemplos de preguntas o acciones del docente
Comprensión del problema.	<p>Se sugiere leer comprensivamente el problema e identificar la información. Se sugiere complementar la lectura con preguntas que apunten a reconocer los elementos que contiene el enunciado, por ejemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué recicla Carla? • ¿Qué forma y tamaño (volumen) tiene las pilas que reciclará Carla? • ¿Dónde juntará o guardará las pilas? • ¿Puede construir cualquier tipo de caja, de cualquier tamaño? • ¿Cuántas caras debe tener la caja de reciclaje? • ¿Qué aprendió Carla en su clase de tecnología?
Mediación de los obstáculos.	<p>Para organizar la distribución de las pilas en la caja se sugiere realizar las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo puedes guardar pilas (de esta forma cúbica) en una caja? • ¿De cuántas filas y/o columnas están organizadas las pilas? • ¿En tu caja puedes poner una pila sobre otra? ¿Cuántas? <p>Si los estudiantes no han identificado cómo organizar las pilas para ocupar la menor cantidad de material en la construcción de la caja (de madera sin tapa), se sugiere darles libertad para construir una caja sin la restricción de ahorro de material y luego, por ejemplo, preguntar:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuánta madera ocuparon para realizar esta caja? ¿cómo podemos saberlo? • ¿podré hacer una caja donde pueda guardar las 20 pilas pero que me demande menor cantidad de madera? • ¿importa cómo organizo las pilas en la caja? ¿de qué otra manera puedo ubicar las pilas? <p>En caso de que los estudiantes construyeran la caja con el menor material posible, pero no han relacionado que el material ocupado, depende de la organización de las 20 pilas, se puede pedir que construyan una caja para 20 pilas sin poner una sobre otra. ¿Cuánta madera utilizarán?</p> <p>Si los estudiantes no han logrado encontrar una estrategia para resolver el problema, se sugiere bajar el nivel de dificultad, por ejemplo, bajando el ámbito numérico de 50 mm a 1 cm y/o 20 pilas a solo 10 pilas.</p>

<p>Fomentar la explicación de las estrategias utilizadas.</p>	<p>Para reconocer la o las estrategias de resolución de este problema, el docente podría por ejemplo realizar las siguientes preguntas</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué hicieron para construir la caja de reciclaje? • ¿Cuál es el área total de madera utilizada en la caja? • ¿Cuántas cajas construyeron para dar con la caja de menor material? • ¿Cómo quedaron organizadas las pilas? • ¿Cuántas maneras distintas hay de organizar las pilas? <p>Para profundizar en el razonamiento, se sugiere realizar las siguientes preguntas</p> <ul style="list-style-type: none"> • si su caja tuviera tapa, ¿será aún está la caja donde se utiliza la menor cantidad de madera? • ¿Qué volumen ocupan las 20 pilas? • ¿Qué volumen tienen las cajas que construyeron? ¿Cuánto es el área total en madera que ocuparon en cada una de ellas? • ¿Por qué el área total de madera cambia si no cambia el volumen? <p>Una vez que los estudiantes lograron encontrar una estrategia para resolver el problema y explican claramente, su solución y estrategia, además de responder las preguntas de profundización se sugiere entregar la extensión del problema (ver punto 5)</p>
---	--

Extensión

Como extensión de este problema, es decir, un problema similar, pero con mayor dificultad, se propone variar la forma y/o tamaño de los objetos que se quieren reciclar.

La caja del reciclaje para pilas tipo D (Extensión)

Carla ha recolectado 20 pilas tamaño D (como la de la imagen) para llevarlas a una planta de reciclaje. Si Carla quiere construir una caja de cartón donde ponerlas ordenadas, pero utilizando la menor cantidad de madera.

¿Qué forma y dimensiones tiene la caja?

