

Productos

PARA ENVASAR Y FACTORIZAR

GUIA PARA EL
PROFESOR



SIMOC
MTN 2374

51 (07)
G 182 p.
GUÍA PROF.

DONACION P 900 / MINEDUC, 7.1.99

PRODUCTOS

Para envasar y factorizar
SUBSECTOR EDUCACIÓN MATEMÁTICA

GUÍA PARA EL PROFESOR

Grecia Gálvez
Dinko Mitrovich
Malva Venegas

30087



PROGRAMA DE MEJORAMIENTO
DE LA CALIDAD DE LAS ESCUELAS BÁSICAS
DE SECTORES POBRES

PRODUCTOS
PARA ENVASAR Y FACTORIZAR

Guía para el profesor

Elaborado por:

Grecia Gálvez
Dinko Mitrovich
Malva Venegas

Coordinación Editorial: Josefina Muñoz

Santiago, Chile, 1998.

Diseño y producción gráfica: Verónica Santana

Impresión: Toledo

Programa de Mejoramiento de la Calidad de las Escuelas
Básicas de Sectores Pobres (P900)

División de Educación General
Ministerio de Educación
Alameda 1371

N° de Inscripción: 104. 190

PRESENTACIÓN

El mundo actual con su creciente desarrollo científico y tecnológico, la complejización de las relaciones sociales y los cambios culturales que estamos viviendo, nos plantea a nosotros, los profesores, desafíos cada vez mayores con nuestros educandos.

La matemática, por su naturaleza, constituye una herramienta fundamental, ya que el mundo actual requiere de un mayor y mejor manejo de los conocimientos en este campo, como también de sus aplicaciones.

La enseñanza de la matemática permite desarrollar el pensamiento crítico, respetar la libertad de pensamiento, incentivar la participación, aplicar los conocimientos adquiridos a situaciones problemáticas accesibles y de interés para los alumnos.

En este marco nos corresponde preparar personas para asumir los nuevos cambios que nos depara el futuro.

¿Cómo aprenden matemática los niños?

Numerosos estudios realizados acerca de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática nos indican, cada vez con mayor certeza, que los niños no son simplemente receptores que acumulan información. Los alumnos construyen sus conocimientos a partir de sus experiencias previas, modificando viejas ideas cuando deben resolver nuevos desafíos.

Desde esta perspectiva, el maestro debe generar dentro del aula un clima donde los alumnos «hagan matemática», es decir, que visualicen relaciones dentro de un contexto general y no aislado, que les permita conocer, comprender y modificar el mundo que les rodea.

Es riquísimo observar cómo los alumnos aprenden matemática resolviendo problemas, cómo descubren y desarrollan distintas formas de razonamiento; cómo incorporan nuevos conocimientos y se los apropian, desarrollando una actitud positiva hacia el aprendizaje.

Para ello es fundamental enfatizar en la exploración de las preguntas más que en la repetición de las respuestas, en el pensamiento reflexivo más

que en la memorización, en el análisis de distintos procedimientos y estrategias más que en el ejercicio tipo y la respuesta única. Para lograr esto se torna relevante que los alumnos interactúen entre ellos y con el profesor en actividades de aprendizaje significativo, confrontando ideas y enriqueciendo el lenguaje y la comunicación.

¿Qué información es necesaria para evaluar?

Queremos lograr un aprendizaje de la matemática que permita desarrollar en los alumnos conocimientos y modos de pensar que posibiliten analizar, comprender y evaluar aspectos de la realidad. Para ello es necesario tener una mirada evaluativa durante el proceso.

Para potenciar el aprendizaje de conceptos y el desarrollo de un pensamiento reflexivo del alumno, se debe hacer énfasis en el razonamiento que él realiza. Esto implica, entre otras cosas, partir de las habilidades, experiencias, conocimientos que el alumno ya posee y respetar su ritmo de aprendizaje. En este sentido, el profesor debe concentrarse en observar:

- Las estrategias y procedimientos que utiliza el alumno.
- Los conceptos en que se apoya, por ejemplo, observar si en un problema de adiciones iteradas (repetitivas), utiliza adiciones o multiplicaciones.
- El manejo de los diversos medios de cálculo que utiliza: escrito, oral o con calculadora.
- La forma en que procesa y toma conciencia de sus errores, aprendiendo de ellos.

La interacción entre los niños es muy importante en la construcción del conocimiento y en la diversidad de las formas de pensar. Por lo tanto, la evaluación debe considerar también la capacidad de:

- Expresar ideas
- Comunicar los procedimientos usados
- Defender fundamentadamente sus puntos de vista
- Respetar y valorar la opinión de los otros

En la resolución de problemas es importante fomentar una constante reflexión y análisis de todo el proceso que realice el alumno. El resultado de un determinado problema será un elemento más a considerar en la evaluación.

Es deseable que en la calificación se reflejen los aspectos mencionados, ponderándolos de acuerdo a los criterios profesionales de cada educador.

Consideraciones para el uso del Cuaderno

Para que los niños trabajen con el Cuaderno de matemática «Productos. Para envasar y factorizar», es necesario considerar los siguientes aspectos:

- Se trata de un Cuaderno individual. Cada niño dispone de un ejemplar.
- Sin embargo, está diseñado para que los alumnos interactúen entre ellos.
- Es recomendable que, para trabajar con este Cuaderno, organice al curso en grupos de 4 ó 5 alumnos.
- Algunos niños van a ir más rápido y otros más lento. Es importante respetar sus ritmos individuales. Cuando quiera hacer un comentario a todo el curso, pida a los que van más rápido que retrocedan a la página tal, para comentar lo que respondieron.
- Esté alerta para atender a las consultas de los alumnos respecto a las instrucciones del cuaderno. Le recomendamos que, frente a las consultas de los niños intente siempre que sean ellos mismos los que encuentren las respuestas.
- Estimule a sus alumnos a compartir sus puntos de vista, que analicen los distintos procedimientos y a comparar sus respuestas. En el caso de que existan diferencias, motívelos a justificar sus razonamientos.
- Promueva entre los niños el respeto por las distintas formas de pensar y motívelos a buscar, entre varios razonamientos, el que permite resolver una situación de la mejor forma.
- Se sugiere revisar el Cuaderno de los alumnos con anterioridad, ya que, en ocasiones, se requieren algunos materiales específicos que deberán estar disponibles cuando sea necesario.
- Es recomendable que para trabajar con este material, cada grupo disponga de los elementos de apoyo para facilitar el aprendizaje, como cuerpos geométricos y calculadoras.

Los autores esperamos que este Cuaderno sea de utilidad para los estudiantes y profesores que pertenecen al Programa de las 900 Escuelas, y que nos hagan llegar comentarios que nos permitan mejorarlo en una próxima reedición.

INTRODUCCIÓN

El cuaderno «Productos. Para envasar y factorizar» ha sido diseñado para proporcionar experiencias que contribuyan al aprendizaje de algunos temas, correspondientes a Quinto y Sexto básico, en concordancia con los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos formulados en el Decreto 40, subsector Educación Matemática, aprobado por el Ministerio de Educación en enero de 1996.

Los contenidos matemáticos abordados en el cuaderno del alumno son, básicamente:

- descomposición multiplicativa de un número para identificar sus factores
- múltiplos de un número
- factores y divisores de un número
- números primos

A través de nuestra experiencia como profesores, nos hemos encontrado con escaso material que aborde estos tópicos. Por ello, nuestro esfuerzo en esta oportunidad está dirigido a contribuir a llenar un vacío e intentar abordar los contenidos a partir de situaciones que tengan mayor sentido y atractivo para los niños.

El cuaderno del alumno está organizado en 5 unidades:

1. Reponiendo Mercadería
2. Envasando Mercadería
3. Factorizando
4. Diseñando Envases
5. Qué hemos Aprendido

El punto de partida es una situación que viven dos muchachos que trabajan en un almacén como reponedores de mercadería. El hilo conductor está dado por diálogos que entablan entre ellos y que generan preguntas al alumno.

Es importante que éste interactúe simbólicamente con los niños de la historia, acepte los desafíos planteados y responda a las interrogantes.

El cuaderno avanza desde lo concreto del almacén, a situaciones donde el alumno deberá poner a prueba su imaginación para visualizar diferentes tipos de envases, hasta abstraer a expresiones basadas en la multiplicación y los factores. Una vez logrado ese grado de abstracción, podrá volver al plano de lo concreto, esta vez siendo él mismo quien diseñe y construya un envase determinado.

Al final se ofrece una posibilidad para sintetizar lo aprendido, haciendo énfasis en los conceptos tratados y algunas aplicaciones.

Las actividades propuestas implican el uso de material concreto, el recurso del cálculo mental, así como el uso de la calculadora.

En el cuaderno se utilizan diferentes íconos que representan distintas actividades:

lápiz: indica que el alumno deberá escribir algún comentario o respuesta

cajita: indica el trabajo con material concreto

caras de niños: involucra un trabajo grupal (de dos o más niños), en la perspectiva de estimular la interacción para compartir ideas, razonamientos, analizar soluciones y errores.

lupa: indica ¡observa con detención!

Objetivos de aprendizaje:

Con las actividades de este Cuaderno se espera lograr que los alumnos:

- utilicen la multiplicación para calcular la cantidad de elementos ordenados en arreglos rectangulares bi y tri dimensionales;
- utilicen la notación $a \cdot b$ y $a \cdot b \cdot c$ para designar el producto de dos y de tres números a , b y c ;
- descompongan números en forma multiplicativa e identifiquen todos sus factores;

- identifiquen los múltiplos de un número;
- reconozcan e interpreten los factores de un número como sus divisores;
- descompongan números en sus factores primos;
- identifiquen y determinen números primos y compuestos;
- comprueben que la descomposición de un número compuesto en factores primos es única.

1. REPONIENDO MERCADERÍA

El cuaderno plantea situaciones en las que la forma ordenada en que se envasan las mercaderías en cajas, es aprovechada para calcular, mediante productos, la cantidad de objetos contenidos en un envase. Se propone la notación $a \cdot b$ y $a \cdot b \cdot c$ para indicar el número total de objetos envasados, según se trate de un artículo envasado en una o varias capas.

Para ayudar a los alumnos a comprender lo que están haciendo, propóngales que ordenen cubos u otros objetos iguales de los que dispongan en abundancia y que calculen cuántos hay.

Pídales que busquen diferentes formas de obtener la cantidad total de elementos, si éstos están ordenados como si estuvieran dentro de una caja. Plánteeles desafíos variando la cantidad de objetos en las filas, la cantidad de filas y capas, hasta lograr que lo calculen utilizando el producto de $a \cdot b \cdot c$, donde a representa la cantidad de elementos de cada fila, b la cantidad de filas y c la cantidad de capas.

Se espera que los alumnos valoren la notación porque permite calcular exactamente cuántos objetos hay en arreglos rectangulares simples y en capas, sin tener que sacar los objetos de la caja.

En el desarrollo del Cuaderno, los niños se encuentran en más de una ocasión con la disyuntiva de si $3 \cdot 4$ es lo mismo que $4 \cdot 3$. La notación propuesta está basada en la multiplicación, operación que es conmutativa, por lo tanto $a \cdot b$ es equivalente con $b \cdot a$.

Una buena justificación para los niños está en que $3 \cdot 4$ se puede interpretar como 3 filas con 4 objetos cada una y $4 \cdot 3$, como 4 filas de 3 objetos cada una. La diferencia sólo se encuentra en la posición del observador.

El significado de la notación $a \cdot b \cdot c = p$, donde p es la cantidad total de elementos que contiene una caja, será la base para introducir el concepto de factorización.

Aproveche el contexto de los niños trabajadores para abrir el tema con sus alumnos. Dé oportunidad a que ellos cuenten sus experiencias laborales e invítelos a buscar contenidos matemáticos en los trabajos que han debido desarrollar.

No permita comentarios descalificatorios de otros niños, al contrario, valore el trabajo como una experiencia de aprendizaje.

2. ENVASANDO MERCADERÍA

Envasar mercadería plantea la situación inversa a calcular la cantidad de objetos, es decir, dada una cantidad de objetos, se trata de determinar de qué forma es posible distribuirlos en una caja.

La idea de envasar mercadería tiene como objetivo proporcionar a los estudiantes un modelo concreto que les permita elaborar el concepto de factorización, inicialmente en dos y tres factores.

Después que sus alumnos hayan trabajado con los cubos y cilindros buscando todas las maneras de envasar 12 objetos, sistematice, resaltando que existen 4 maneras de envasar los 12 objetos: $2 \cdot 2 \cdot 3$; $3 \cdot 2 \cdot 2$; $2 \cdot 6 \cdot 1$; $4 \cdot 3 \cdot 1$.

Revise con ellos las notaciones respectivas y discuta si todas ellas sirven para envasar productos que no se puedan envasar en cajas, como pasteles, por ejemplo. Vale la pena hacer pensar a los alumnos sobre cómo la forma y características de los objetos influye en la elección del envase.

En cuanto a la investigación, promueva que sus alumnos observen productos envasados que se encuentran en su ambiente comercial, destacando las diferentes formas de los envases.

Valore el esfuerzo de buscar la información y de presentarla en forma bien organizada. Que cuenten cómo lo hicieron, qué encontraron.

Proponga a sus alumnos que busquen distintas formas de comunicar los resultados de su investigación. Por ejemplo, una exposición o un informe oral ilustrado con láminas. Utilice esta actividad para evaluar cómo sus alumnos usan la notación y la valoran.

Plantee algunas situaciones problemáticas que puedan servir para motivar que entre los distintos grupos se propongan problemas, unos a otros, con la información que obtuvieron, por ejemplo:

- En una caja de detergente, los paquetes vienen distribuidos de la forma $5 \cdot 4 \cdot 3$, ¿cuántos vienen en la caja?

- Una caja cúbica que contiene un juguete en su interior, mide 30 cm de arista, ¿qué dimensiones deberá tener la caja que contenga 48 envases con estos juguetes con la distribución $4 \cdot 4 \cdot 3$?

3. FACTORIZANDO

Los niños han venido trabajando en la guía y ganando en experiencia en cuanto a buscar las distintas maneras en que es posible envasar una cantidad de objetos en una caja. Para ello han contado con el apoyo de cuerpos geométricos que les permiten simular las situaciones.

Ahora se les propone distribuir latas de bebidas. Se ha escogido en todas las situaciones un mismo objeto para evitar que la atención se centre en la forma del producto. Se han introducido nuevas variables. No se les indica la utilización de los cuerpos geométricos y se aumenta la cantidad de objetos a envasar. La idea es permitir a los niños la búsqueda de distintas estrategias para encontrar las factorizaciones posibles de las cantidades de artículos dados.

Por supuesto que si el niño lo desea, puede volver a utilizar los cuerpos geométricos como apoyo; sin embargo, se proponen cantidades de objetos mayores que los que tiene a disposición, para contribuir a que se independice de ellos.

Entre las cantidades de objetos se presentan números como el 17 y el 31, que por ser números primos sólo se podrán envasar en forma de una hilera. En relación a estos dos números, averigüe cómo sus alumnos enfrentaron y resolvieron el problema.

En la puesta en común de los resultados encontrados observe que hay cantidades de objetos que permiten varias distribuciones diferentes y otros sólo una.

El juego llamado LOS RECTANGULOS, de la página 11, permite ejercitar la descomposición de números en dos factores, es decir, cómo distribuir objetos en una caja, con una sola capa. La idea es motivar a los niños a buscar una estrategia ganadora.

Con este juego los niños se darán cuenta que algunos números se pueden descomponer de distintas maneras en dos factores. En esta búsqueda de todas las descomposiciones posibles en dos factores para registrarlas en una tabla, se espera que también aparezca la factorización $1 \cdot n$.

Aprovechando las estrategias desarrolladas con el juego, los alumnos tendrán que factorizar números, primero en dos factores, después en tres y más si es posible. Después que sus alumnos, trabajando en grupo, hayan descompuesto en dos factores los números propuestos en el cuadro, discuta con ellos cómo lo hicieron y analice los diferentes métodos propuestos.



Permita que los alumnos sigan jugando ocasionalmente este juego (Los Rectángulos), mientras continúan con el desarrollo del cuaderno, ya que el concepto de número primo, así como la factorización en dos factores, que están tratados más adelante, les ayudará a lograr mejores estrategias.

Es importante estudiar, a partir de los distintos métodos que los niños propusieron, las propiedades que tienen los factores y relacionarlas con los divisores. Aunque son los mismos números, conceptualmente tienen un significado diferente.

Por ejemplo: 6 es un **factor** de 48, porque se puede encontrar un número, el 8, de tal manera que 6 multiplicado por 8 es 48. Por otro lado, 6 es divisor de 48, porque al dividir 48 entre 6, nos da un número entero, en este caso el 8.

Hasta ahora, sus alumnos han usado el término divisor como componente del algoritmo de la división. En esta parte de la guía aparece el concepto de divisor como aquel número que divide exactamente a otro.

Por ejemplo, los divisores de 24 son: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, porque todos ellos lo dividen exactamente. En cambio 5 no es divisor de 24, porque aunque está contenido en él, no lo divide exactamente.

Los alumnos han podido determinar qué números entre 2 y 50 son primos y cuáles son compuestos. Con seguridad, podrían continuar clasificando números entre primos y compuestos, avanzando otro tramo en la secuencia numérica. Pregúnteles, ¿cómo saber si un número es primo?, ¿existen infinitos números primos? Luego de comentar sobre los números compuestos, ¿qué relación tienen con los anteriores?

Sería esperable que algún niño preguntara qué ocurre con el número 1 en esta clasificación.

Si aceptamos la definición de número primo como aquél que tiene sólo dos divisores, el 1 y el mismo número, podemos concluir que el 1 no pertenece a esta categoría, ya que tiene sólo un divisor, él mismo. De la misma forma, si entendemos que un número es compuesto, cuando es posible descomponerlo en factores distintos de 1, obviamente el 1 tampoco corresponde a esta categoría.

La actividad planteada en La Criba de Eratóstenes intenta entregar algunos elementos de la historia de las matemáticas y, a su vez, acercar al niño a razonamientos sencillos e interesantes que ellos pueden compartir y que hacen esta disciplina más amistosa. Pida a sus alumnos que analicen qué ventajas y desventajas tiene.

El juego LOS FACTORES PRIMOS permite a los niños llegar a concluir que todo número compuesto se puede descomponer en un producto de factores primos y que, además, esta descomposición es única.

Respecto a los juegos que hemos propuesto en este material, es necesario, como docentes, reflexionar sobre el papel de actividades lúdicas en el aprendizaje, como elemento de apoyo para desarrollar habilidades, para profundizar conocimientos o para aproximarse a nuevos conceptos.

Recomendamos tener presente que en los juegos no se espera que los niños encuentren la estrategia ganadora en un tiempo predeterminado. De hecho, es recomendable que lo jueguen mientras les resulta interesante y, por lo general, los niños mantienen el interés por un juego, mientras no descubren la estrategia para ganar.

Además, es preciso señalar que en el desarrollo de los juegos, muchas veces el papel del profesor pareciera que se reduce prácticamente a explicar las reglas del juego. Sin embargo, es para nosotros fundamental su participación mientras los niños juegan, para señalar, por ejemplo, si una regla no fue correctamente interpretada o para plantear nuevos obstáculos a los niños que terminan rápido.

Es también una excelente oportunidad para detectar los razonamientos que están detrás de cada jugada y estrategia, así como las diferentes maneras en que los niños se relacionan e interactúan.

4. DISEÑANDO ENVASES

Con las actividades desarrolladas en el Cuaderno, los niños han tenido la oportunidad de observar distintos tipos de envases, calcular la cantidad de artículos que ellos contienen, organizar diversas cantidades de productos en arreglos bi y tri dimensionales.

Ahora queremos pedirles que construyan un envase que les permita guardar una cantidad determinada de productos. En el fundamento de esta actividad, aparece la necesidad de que cada niño reflexione, se anticipe, prevea las posibles dificultades, tome medidas para minimizar errores, en fin, desarrolle su capacidad de anticipación en las decisiones que va tomando.

El hecho de trabajar en parejas supone también el desarrollo de competencias en el plano personal, que les permitan ponerse de acuerdo, consensuar y compartir decisiones, resolver diferencias de opinión, así como hacerse responsables por un producto final.

Es recomendable que el profesor apoye la realización de una exposición con los envases construidos por los niños, permitiendo así reconocer habilidades destacadas o muestras de especial creatividad.

5. ¿QUE HEMOS APRENDIDO?

En esta última parte de la guía le estamos proponiendo una síntesis de los temas abordados en el Cuaderno para los alumnos, a modo de evaluación.