

República de Chile

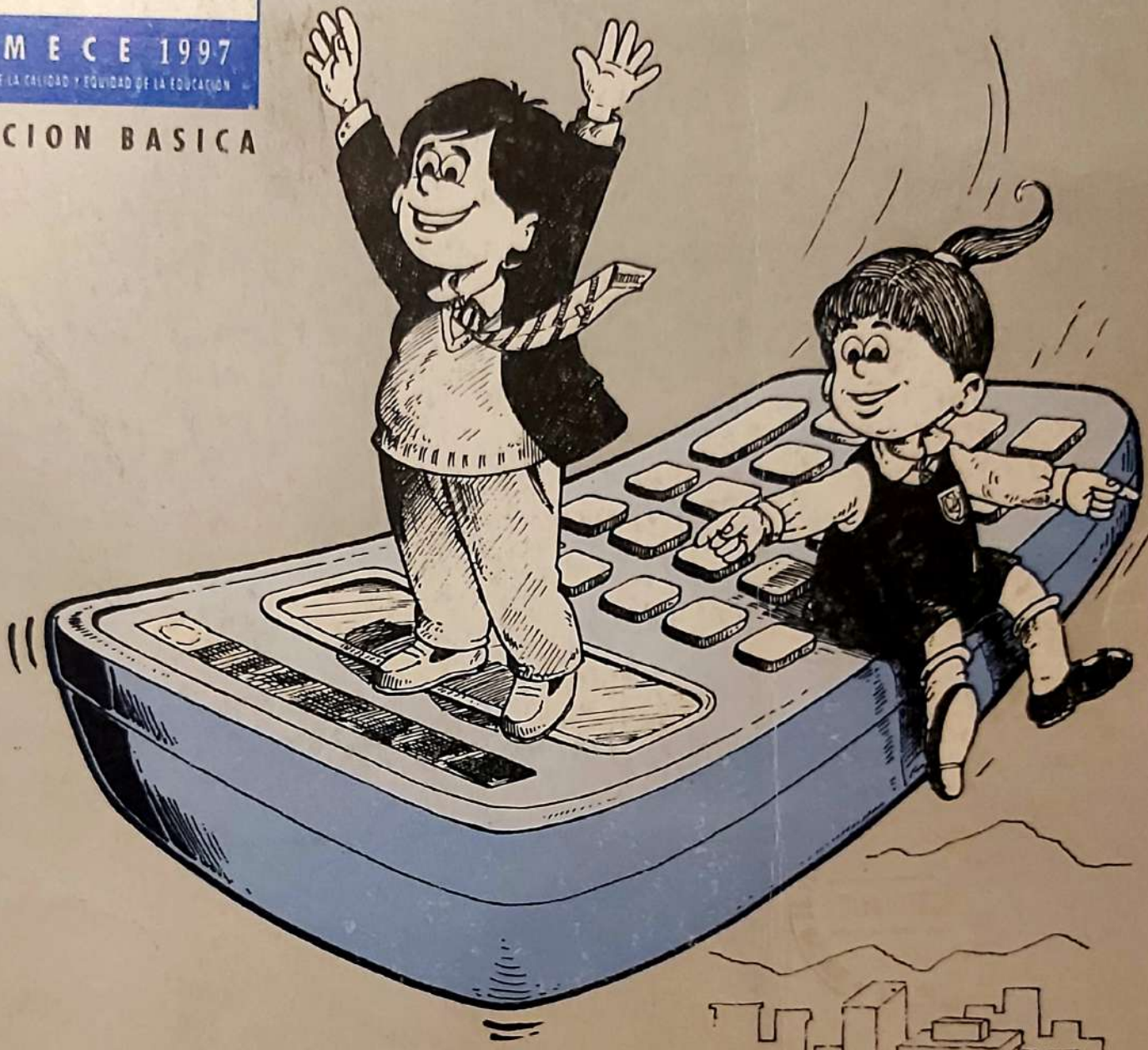


MINISTERIO
DE EDUCACION

1992 M E C E 1997

PERMANENTE MEJORAMIENTO DE LA CALIDAD Y EQUIDAD DE LA EDUCACION

EDUCACION BASICA



Aprendiendo Matemáticas con Calculadora

BIMBO
MTN 810

República de Chile



51 (07)
6183
2

DONACIÓN PROF. EDUARDO CASTRO SILVA, ABRIL 2000

APRENDIENDO MATEMATICAS CON CALCULADORA

30981



Grecia Gálvez P.
Silvia Navarro A.
Marta Riveros R.
Pierina Zanocco S.

Julio 1994

MINISTERIO DE EDUCACION

N° Inscripción: 90.293

**Prohibida su reproducción
sin previa autorización**

Hecho en Chile

Producción Gráfica:

Editorial ARGE Limitada

Bellavista 0309, Providencia

Fono: 735 3286

Impreso en:

OLIMPHO Taller Gráfico Fono: 5545665

Presentación

A pesar de su amplia difusión como instrumento generalizado en todos los niveles de la sociedad, la calculadora no había sido aún incorporada en nuestro medio como recurso técnico para la educación de los niños. La presente obra, con gran rigor metodológico y notable claridad didáctica, marca el inicio de su utilización como material educativo en las escuelas gratuitas del Sistema Nacional de Educación.

El MECE BASICA tiene como propósito principal dinamizar los ambientes escolares en que los alumnos trabajan activamente para lograr los aprendizajes. Todos los elementos curriculares, metodológicos e instrumentales que integran articuladamente la propuesta pedagógica del MECE BASICA se focalizan para impulsar el esfuerzo de los estudiantes que, trabajando en forma cooperativa y aprovechando sus motivaciones y experiencias previas, pueden realizar nuevas aventuras del conocimiento en el aula. La sala de clases ha pasado a ser un espacio rico en materiales para la exploración guiada por el profesor, en que la imaginación y creatividad del niño cobran una importancia fundamental.

La calculadora hace su entrada a la escuela a través de la presente obra, en este contexto del MECE BASICA, para abrir nuevas y motivantes dimensiones del aprendizaje de las matemáticas. Las autoras muestran acertadamente que la introducción de la calculadora en la sala de clases no es para sustituir el esfuerzo y la creación del alumno. Por el contrario, nos ayudan a superar esa limitada concepción, enseñando cómo su uso adecuado constituye un poderoso instrumento de desarrollo de los procesos cognitivos del niño, potenciando más y mejores aplicaciones de los conocimientos que van adquiriendo.

El libro está dirigido a los profesores, para acompañarlos en la familiarización del funcionamiento de la calculadora y su incorporación a la educación, a la escuela y al trabajo de aula sobre los temas matemáticos propios del programa escolar, proponiendo actividades de aprendizaje, incorporando comentarios sobre las posibles respuestas de los alumnos y sugiriendo aplicaciones posteriores.

Javier San Miguel B.
Coordinador Nacional
Programa MECE/BASICA

Índice

Presentación	
Introducción	5
Primera parte	
La calculadora en la escuela, un desafío para los profesores	7
I. Un nuevo material didáctico para aprender matemáticas	7
II. Familiarizándonos con la calculadora HL-812E	14
Segunda parte	
Actividades con calculadora, un incentivo para los alumnos	29
I. Actividades para primer y segundo año de educación básica	29
1. <i>Números y sistema de numeración</i>	30
2. <i>Operatoria aritmética</i>	39
II. Actividades para tercer y cuarto año de educación básica	46
1. <i>Números y sistema de numeración</i>	47
2. <i>Operatoria: adición y sustracción</i>	50
3. <i>Operatoria: multiplicación y división</i>	53
4. <i>Operatoria combinada</i>	61
III. Actividades para quinto y sexto de educación básica	62
1. <i>Sistema de numeración decimal</i>	63
2. <i>Operatoria: adición y sustracción</i>	68
3. <i>Operatoria: multiplicación y división</i>	71
4. <i>Números decimales</i>	80
IV. Miscelánea de actividades	85
1. <i>Escribiendo palabras con la calculadora</i>	86
2. <i>Conociendo mejor el teclado de la calculadora</i>	87
3. <i>Explorando regularidades</i>	88
4. <i>Jugando con decimales</i>	92

Introducción

El Programa MECE Básica, como parte de las acciones que realiza en favor del mejoramiento de la calidad de los aprendizajes de los alumnos, ha ofrecido a las Escuelas una cantidad de calculadoras para ser utilizadas como material didáctico en las salas de clase, lo que representa un interesante desafío de innovación metodológica.

Este texto está dirigido, muy especialmente, a los grupos de docentes que optaron por incorporar este material a su quehacer de aula y a todos los educadores interesados en conocer formas de apoyar el aprendizaje matemático de los niños.

La primera parte presenta antecedentes y orientaciones generales en relación a la incorporación de la calculadora como instrumento de apoyo para el aprendizaje de las matemáticas, e indicaciones específicas para el uso del modelo de calculadora básica que llegará a las escuelas. Se sugiere a los profesores abordar en grupo el análisis de estos primeros capítulos, así podrán apoyarse en la etapa de familiarización del uso del instrumento y compartir opiniones acerca de las estrategias y actividades que será conveniente utilizar para la incorporación de la calculadora en la unidad educativa y, muy especialmente, en los cursos en que se haya decidido iniciar un trabajo con este instrumento.

La segunda parte incluye conjuntos de actividades de aprendizaje matemático con calculadora para los distintos niveles de la Educación Básica, organizados de acuerdo a las grandes temáticas presentes en el Programa y un apartado de actividades recreativas y de exploración de otros temas que pueden desarrollarse con carácter complementario. Es recomendable que cada profesor realice una primera lectura de estos capítulos para formarse una idea global del contenido de los mismos, que luego se reúna con otros profesores a comentar lo leído y a compartir las actividades que, de acuerdo a los propósitos y/o temas planificados para sus clases, cada profesor ha decidido realizar.

Será deseable que los docentes comenten las actividades una vez realizadas con sus alumnos, intercambien sus experiencias y compartan sugerencias de modificación. Para que estos encuentros sean muy productivos, conviene observar con atención, en la sala de clases, durante las actividades con calculadora, las reacciones, intercambios y procedimientos de respuesta de los alumnos, recordar las intervenciones no previstas que el profesor tuvo que hacer o las modificaciones que introdujo en las actividades. La puesta en común de estas observaciones llevará a descubrir elementos relevantes, que permiten saber más acerca del proceso de aprendizaje de los alumnos y de las mediaciones exitosas que puede llevar a cabo el profesor en el aula. Es deseable tomar nota de las ideas y sugerencias más importantes a las que llega el grupo para poder luego comunicarlas en los encuentros que se organizarán con profesores de otras escuelas.

Se espera que el texto que hoy se ofrece sea enriquecido con el aporte de todos los profesores que asuman el desafío de utilizar la calculadora al servicio del mejoramiento de los aprendizajes matemáticos.

Las autoras agradecen a la Embajada de Francia por el aporte académico que significó la presencia de la Profesora Catherine Houdement del Instituto de Formación de Profesores de Rouen (Francia). Asimismo expresan su sincero reconocimiento a los profesores y supervisores que participaron en la experiencia sobre el uso de la calculadora en las clases de matemáticas, que se desarrolló en algunas escuelas durante el segundo semestre de 1993.

Primera parte

La calculadora en la escuela, un desafío para los profesores

I. Un nuevo material didáctico para aprender matemáticas

1. Un poco de historia

La inquietud del hombre por hacer cálculos numéricos en forma más rápida, minimizando los errores e involucrando cantidades cada vez mayores, es de larga historia; para lograrlo, a través de los siglos, ha buscado apoyo en los dedos de las manos, en nudos hechos con cordeles, en marcas sobre madera, en los ábacos, en algoritmos de cálculo con papel y lápiz, en máquinas mecánicas, eléctricas y, actualmente, electrónicas.

Las calculadoras de bolsillo aparecen hacia el año 1972; son el fruto de la tecnología al servicio del acto de "sacar cuentas". Posteriormente, los avances tecnológicos han permitido que bajen significativamente sus costos de producción, por lo que hoy se encuentran al alcance de una gran parte de la población.

Además, se han diferenciado para atender tareas de complejidad diversa. Actualmente es posible distinguir, sin ser exhaustivo, calculadoras científicas, científicas programables, aquellas que hacen gráficos, de tipo financiero y, por supuesto, la calculadora simple o básica, de uso más masificado, que generalmente tiene las teclas con los diez dígitos, las que corresponden a las operaciones básicas, las teclas $\boxed{=}$ y $\boxed{\cdot}$, una memoria que se activa con las teclas $\boxed{M+}$, $\boxed{M-}$ y \boxed{MR} ; algunas incorporan las teclas $\boxed{\sqrt{\quad}}$ y $\boxed{\%}$.

Un gran número de personas adultas, con distintos niveles de escolaridad, usa la calculadora simple para sacar cuentas más o menos largas o relativamente engorrosas, para cotejar cálculos y resultados en operaciones de compra y venta, etc. Pero, existen también personas adultas que experimentan sentimientos de temor y de rechazo frente a ella y que prefieren hacer sus cálculos usando papel y lápiz.

2. La calculadora y la educación

La era de la tecnología ha cambiado las necesidades de la educación. Actualmente, la calculadora es un objeto de la vida cotidiana, al alcance de los niños. Ellos la usan pero, generalmente no conocen todas sus potencialidades, ni tampoco sus limitaciones y tienden a rodearla de una aureola de magia y de infalibilidad.

Nos parece importante que los niños que hoy están en la Escuela Básica, futuros ciudadanos del siglo XXI, aprendan a manejar con destreza, al menos una calculadora simple. Ellos deben conocer sus características para poder usarlas eficazmente y desarrollar habilidades de control sobre el funcionamiento de la calculadora que les permitan evaluar los resultados que obtengan.

El uso eficaz de la calculadora requiere de la habilidad de controlar errores de tipeo y/o de funcionamiento del instrumento. El desarrollo de destrezas relativas al cálculo mental juega un rol muy importante para saber si los resultados que se obtienen en un cálculo hecho con calculadora, son o no correctos. No se trata de establecer mentalmente el resultado esperado, sino más bien de realizar un cálculo estimativo que permita, por lo menos, establecer el orden de magnitud del resultado esperado, o el intervalo al que pertenece dicho resultado.

Una objeción común es que el uso de la calculadora enfatiza mecanizaciones sin sentido y no apoya el desarrollo de la capacidad para pensar; esta objeción se debe a que se desconoce su uso didáctico, el cual puede potenciar el desarrollo de habilidades y estrategias intelectuales y preparar para el uso de calculadoras programables y de computadores; puede ser la puerta de entrada al mundo de la informática. La capacidad de pensar del ser humano se enriquece al aprender a usar la calculadora y otros aparatos electrónicos.

3. La calculadora y el aprendizaje de las matemáticas

La incorporación de la calculadora en la escuela no persigue sólo que los alumnos aprendan a usarla correctamente. Su propósito central es que este instrumento, diseñado para realizar cálculos, sea un apoyo para el aprendizaje de las matemáticas; que su uso razonado facilite la adquisición de conceptos matemáticos, de relaciones numéricas, de propiedades de las operaciones aritméticas, de destrezas de cálculo y favorezca el desarrollo de actitudes inherentes al aprendizaje de las matemáticas, como son las de proposición de conjeturas y búsqueda de respuestas.

Así como el ábaco, que siendo un instrumento diseñado para calcular, pasó a ocupar un lugar importante en las clases de matemáticas, para apoyar la comprensión del sistema de numeración decimal, la calculadora puede llegar a constituir un material didáctico de gran potencia para el aprendizaje de las matemáticas.

Algunos profesores han constatado que la calculadora puede transformarse en un valioso apoyo para sus alumnos cuando resuelven problemas; su uso permite centrarse en el desarrollo de procedimientos y estrategias para resolver los problemas propuestos y no dedicar la mayor cantidad del tiempo disponible a la realización de los cálculos.

En numerosas oportunidades, los profesores se ven obligados a proponer a sus alumnos, problemas que requieren cálculos sencillos, para poder dedicarle tiempo a lo fundamental de esta actividad; pero ese mismo hecho, de alguna manera, suele mutilar el nivel de dificultad en el que interesa trabajar y también puede distorsionar la realidad al utilizar cantidades que no corresponden a ella.

Aprender a usar la calculadora no significa, en ningún caso, poner en discusión la necesidad de que los niños aprendan las maneras tradicionales de realizar los cálculos numéricos y tampoco libera al profesor de su enseñanza.

El uso de la calculadora en las clases de matemáticas no puede ser indiscriminado, sino que debe ser controlado por el profesor. Es él quien determina en qué momento, durante cuánto tiempo, cuál actividad y con qué propósito, sus alumnos trabajan con calculadora.

En síntesis, se puede plantear que abrir las puertas de las escuelas a la calculadora, que en muchos casos ya ha entrado oculta en las mochilas de los alumnos, tiene como propósito central que los profesores la utilicen para hacer más accesibles los conceptos y destrezas matemáticas a todos los alumnos.

La calculadora puede usarse en todos los niveles de la escuela básica, para proporcionar oportunidades de aprendizaje. Para los niños más pequeños, un par de calculadoras en un rincón de la sala pueden ser un centro de atracción para que realicen manipulaciones de tipo exploratorio y comparen con los cálculos realizados con apoyo de otros materiales didácticos, o con lápiz y papel. Para los más grandes, una calculadora para cada equipo o pareja de niños puede llegar a ser un motivador apoyo para el aprendizaje de conceptos matemáticos.

La calculadora puede funcionar como material didáctico o como instrumento de cálculo. En ambos casos, contribuye a hacer más accesibles los conceptos y destrezas matemáticas a la mayoría de los alumnos.

Como material didáctico, la calculadora puede:

- Ayudar a la adquisición y consolidación de diversos conceptos y procesos matemáticos. Por ejemplo: el valor posicional de las cifras, la comprensión de la multiplicación como adiciones sucesivas y de la división como sustracciones sucesivas, los decimales y la operatoria con dichos números, etc.
- Contribuir al desarrollo de una actitud positiva hacia las matemáticas, proporcionando, en cierta medida, niveles de seguridad en los resultados obtenidos, una vez que los alumnos han aprendido a usarla eficazmente.
- Proporcionar retroalimentación inmediata a los cálculos hechos por los niños, abriendo posibilidades para corregir errores de cálculo y de comprensión.
- Ser utilizada en las clases de aritmética y también cuando aparecen números en las actividades de geometría, de medición, o de cualquier otra asignatura. Por ejemplo, para hacer cálculos con tiempos y distancias en las clases de educación física.

Como instrumento de cálculo, la calculadora puede:

- Dar oportunidades para que los niños exploren los números y descubran reglas y patrones, generando muchos ejemplos en muy poco tiempo.
- Dar la posibilidad de trabajar con cantidades más realistas, en la resolución de problemas, al ampliar el ámbito numérico dentro del cual los niños pueden obtener resultados confiables.
- Estimular en los niños la utilización de diversas estrategias para resolver los problemas.
- Permitir que, cuando los niños resuelven problemas, se centren en los procesos matemáticos, al reducir la dificultad de los cálculos.

4. La calculadora y su utilización en clases

Los niños algo saben sobre las calculadoras y tienen su opinión sobre las ventajas y desventajas de su uso. Es conveniente establecer acuerdos y reglas relativas a las condiciones de trabajo con la calculadora durante las clases y también en relación con las tareas que se realizan en el hogar.

Considerando que la calculadora es una ayuda para el aprendizaje de la matemática y no un objetivo independiente, las actividades que se proponen en este Manual están organizadas en torno a temas matemáticos propios de la Enseñanza Básica.

Se sugiere que el aprendizaje relativo al manejo de la calculadora se realice progresivamente, en función de las actividades que se vayan desarrollando; conviene, además, habituar a los alumnos a observar en la pantalla el efecto que provoca el tipeo de cada tecla; se trata de generar casi un acto reflejo entre tipear teclas y observar los cambios en la pantalla.

Una forma de utilizar la calculadora es negociar con los alumnos para que entren en el juego de anticipar, por los métodos habituales (cálculo mental o con apoyo en lápiz y papel), el resultado que obtendrán, antes de hacerlo aparecer en la pantalla, y luego compararlos. Si son distintos, establecer formas de detectar y corregir el error.

Una vez que han adoptado la práctica de plantear un ejercicio, buscar su respuesta, tipear en la calculadora y constatar si es o no correcto, pueden hacer una gran cantidad de ejercicios, en muy poco tiempo. Es conveniente que se habitúen a proponer nuevos ejercicios, y a resolverlos, cuando ya han terminado los que el profesor les ha planteado. Por ejemplo, si se les pidió que calculen el doble de 75, de 28 y de 43, ellos pueden pedirse a sí mismos, o a algunos de sus compañeros, el doble de otros números.

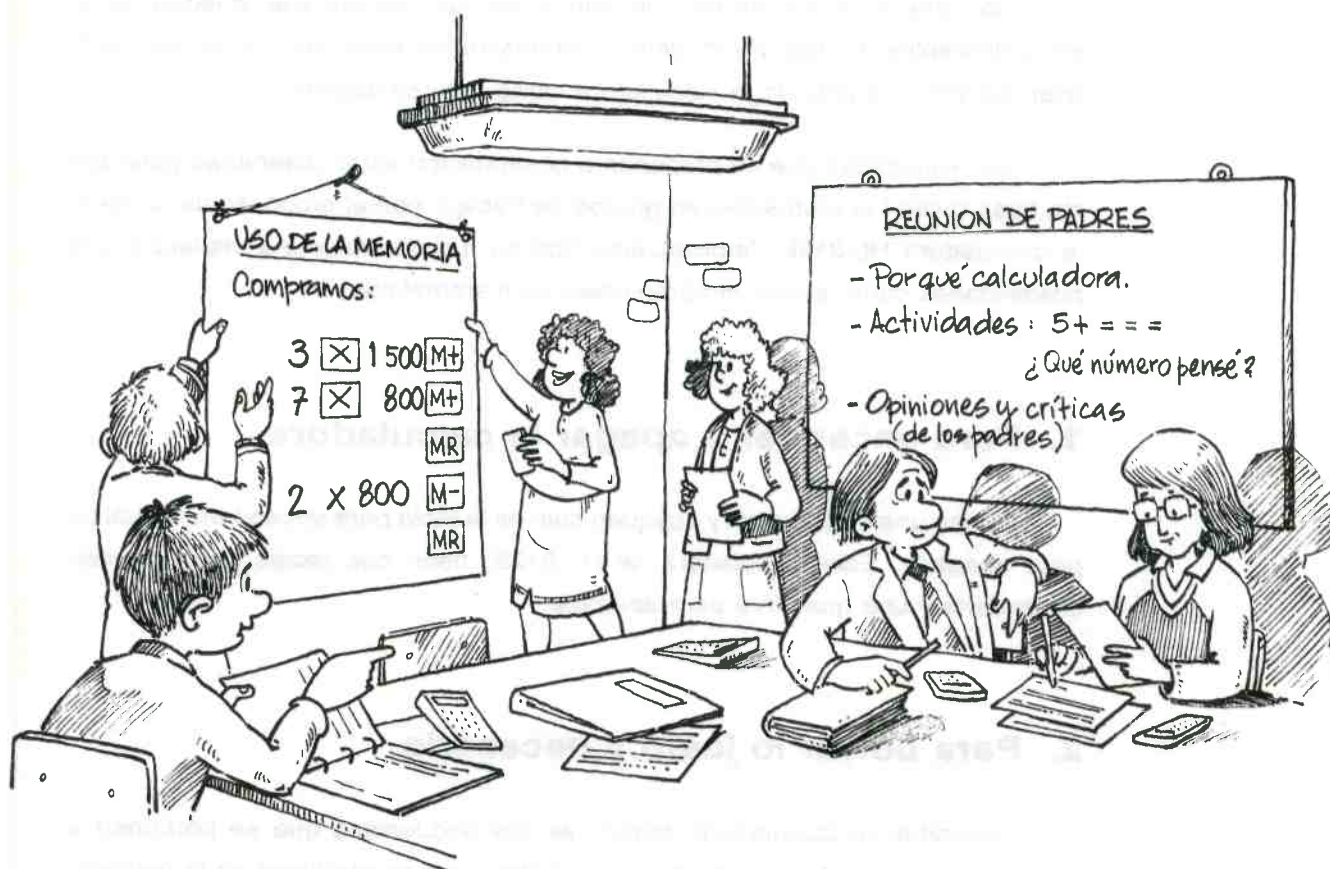
Si algunos niños no disponen de ningún procedimiento que les permita resolver el ejercicio sin calculadora, pueden recurrir a la calculadora para averiguar cuál es la respuesta correcta. Después de eso, es posible que logren establecer relaciones que les permitan anticipar el resultado que dará la calculadora, en un ejercicio similar. Si no es así, esos niños necesitan más explicación sobre el tema.

Si las actividades de dictado de números se dificultan mucho cuando el profesor les dice, por ejemplo: dieciocho millones quinientos veintisiete mil trescientos cuatro, es preferible dictarles dígito por dígito: uno, ocho, cinco, dos, siete, tres, cero, cuatro, y luego pedirles que, teniendo el número escrito en sus pantallas, lo lean.

Es conveniente que la calculadora entre gradualmente en las clases. Durante las primeras sesiones, es posible que los alumnos formulen numerosas y diversas preguntas; es importante estimularlos a que ellos exploren el teclado y descubran por sí mismos lo que hacen las diferentes teclas. Hay que explotar la natural curiosidad de los niños para impulsarlos a investigar en dominios que sólo más tarde sistematizarán, como los decimales o la raíz cuadrada. Es recomendable combinar momentos de exploración libre de la calculadora con actividades guiadas, en las que los niños enfrentarán desafíos, sometiéndose a las reglas indicadas por el profesor, como por ejemplo, poner 200 en la pantalla sin utilizar ni la tecla 2 ni la tecla 0.

Al término de las actividades o durante su desarrollo, es recomendable que los alumnos se comuniquen entre ellos los procedimientos que han utilizado, las regularidades que han descubierto y los resultados obtenidos, con el fin de enriquecer la actividad; este proceso de interacción puede dar cabida al análisis de errores y de procedimientos, y a precisiones conceptuales.

Es muy importante informar a los padres y apoderados sobre la utilización que se hará de la calculadora para apoyar el aprendizaje de sus hijos y pupilos. Ellos necesitan expresar sus dudas, temores y objeciones sobre este tema; es necesario clarificarles que se trata de un uso controlado por parte de los profesores y que los alumnos aprenderán a trabajar con calculadora, pero también sin ella. Si lo consideran adecuado, propónganles algunas de las actividades que realizarán con los niños para que constaten que es necesario pensar y manejar conocimientos para realizarlas.



Los profesores y directivos de cada escuela se reunieron para tomar la decisión de incorporar la calculadora en el proceso de enseñanza y de aprendizaje. Ahora, con las calculadoras en la escuela, el trabajo grupal del equipo docente sigue siendo necesario; conviene que intercambien sus impresiones sobre la lectura de este Manual y que comenten periódicamente los resultados de las actividades que realizan en sus respectivas aulas, con el fin de sacarle el máximo provecho a este material didáctico.

II. Familiarizándonos con la calculadora HL-812E



Una calculadora de bolsillo, del tipo básico, es un instrumento electrónico diseñado para realizar cálculos aritméticos y que se puede utilizar como herramienta de cálculo y como material didáctico para facilitar el acceso a conceptos y destrezas matemáticas.

Las características de funcionamiento de las calculadoras pueden variar entre diferentes marcas y/o modelos; eventualmente esas características modifican las posibilidades de la calculadora como recurso didáctico.

Las actividades que se proponen a continuación están diseñadas para que las desarrollen los profesores en grupos de trabajo, con el propósito de conocer la calculadora HL-812E, familiarizarse con su funcionamiento y visualizar sus posibilidades como apoyo al aprendizaje de matemáticas.

1. Para encender y apagar la calculadora

Tomen una calculadora y busquen cuál es la tecla para encenderla y cuál es para apagarla. Esta calculadora, la HL-812E, tiene dos teclas que permiten encenderla y una que sirve para apagarla.

2. Para borrar lo justo y necesario

Enciendan la calculadora, tipeen las dos secuencias que se proponen a continuación y registren en la tabla los cambios que se producen en la pantalla.

Tecla que tipeo	3	0	+	5	C	8	=			
Veo en pantalla	3.	30.	30.							

Tecla que tipeo	3	0	+	5	AC	8	=			
Veo en pantalla										

¿Cuáles son las diferencias entre ambas secuencias?

¿Qué se puede concluir sobre la acción de las teclas \boxed{C} y \boxed{AC} a partir de los resultados obtenidos en ambas secuencias?

Las teclas \boxed{C} y \boxed{AC} sirven para borrar. Se diferencian en que \boxed{C} permite borrar sólo el número que está en la pantalla, en tanto que \boxed{AC} borra además todos los cálculos en proceso.

Tipeen ahora las siguientes secuencias y registren las observaciones en las tablas.

Tecla que tipeo	3	0	+	-	5	=				
Veo en pantalla	3.	30.								

Tecla que tipeo	3	0	-	:	5	=				
Veo en pantalla										

Si se tipean dos o más signos de operación, en forma consecutiva, el último sustituye al anterior.

3. Capacidad de la pantalla

Tipeen la secuencia de dígitos en orden creciente, a partir del 0, observen lo que sucede en la pantalla y respondan las siguientes preguntas: ¿hasta qué número se llega?, ¿cuál es la capacidad de dígitos de la pantalla?, ¿qué particularidad ofrece el número cero para ingresarlo en primer lugar?

La capacidad de la pantalla en esta calculadora se limita a ocho dígitos. Si se calcula $44\,444\,444 \boxed{+} 55\,555\,555$, se obtiene $99\,999\,999$ que es el número mayor que se puede registrar en la pantalla.

Calculen $27\,243\,164 \boxed{+} 96\,213\,625$. En pantalla se observa lo siguiente:

E 1.2 3 4 5 6 7 8

La letra E que aparece en el ángulo inferior izquierdo indica que el resultado supera la capacidad de la pantalla. El punto informa que, desde su ubicación hacia la derecha hay ocho cifras; en este ejemplo, de esas ocho cifras sólo aparecen siete.

El resultado de la adición propuesta es 123 456 789

4. La tecla [=] no significa sólo “igual”

Tipeen ahora la secuencia de teclas que se propone a continuación; observen los cambios que se van produciendo en la pantalla y registren sus observaciones en la tabla.

Tecla que tipeo	3	+	5	=	=	=	=	=	=	=
Veo en pantalla	3.	3.	5.							

Comenten los resultados obtenidos y respondan las siguientes preguntas: ¿aparecerá 100 en pantalla? ¿Por qué? ¿Qué características tienen los números que aparecen en esta secuencia?

A continuación, tipeen la secuencia: 11 [=] 2 [=] [=] [=] [=] ...

Observen los cambios que se van produciendo en la pantalla y registren sus observaciones en la tabla.

Tecla que tipeo	1	1	+	2	=	=	=	=	=	=
Veo en pantalla										

¿Qué números aparecerán en la secuencia? Si tipearan 20 veces la tecla [=] ¿qué número aparecería en pantalla? Compruébenlo y busquen una explicación al resultado obtenido.

En la primera secuencia propuesta, presionar la tecla [=] significó “sumar 5 al número que estaba en pantalla y calcular el resultado”. En la secuencia siguiente, en cambio, presionar la tecla [=] significó “sumar 2 al número que estaba en pantalla y calcular el resultado”.

Esta calculadora tiene incorporada la constante aditiva por la derecha, lo que permite sumar reiteradamente, el último sumando ingresado.

De esta particularidad deriva que presionar la tecla igual puede tener un significado distinto de calcular el resultado de una sola operación; puede significar que se suma un determinado número al que ya está en pantalla, se calcula ese resultado y ese es el nuevo número que aparece en la pantalla.

Si en este momento disponen de otras calculadoras, verifiquen si tienen o no constante aditiva. Hay calculadoras básicas que no tienen constante aditiva; también hay otras que se pueden programar con la secuencia $3 \boxed{+} \boxed{+}$ para que sumen sucesivamente 3. En esta calculadora también se puede programar la constante aditiva presionando las teclas $\boxed{+} 3 \boxed{=}$ o, también $3 \boxed{+} \boxed{=}$

Con la constante aditiva se pueden generar secuencias de números para analizar sus características, anticipar si determinados números pertenecen o no a esa sucesión numérica, a partir del número que está en la pantalla decir cuál es el siguiente y constatar, presionando la tecla $\boxed{=}$, si es correcto o no, etc.

Propongan en el grupo otros ejercicios que activen la constante aditiva, completen tablas "tipeo/veo" similares a las anteriores.

La constante aditiva en una calculadora puede apoyar la conceptualización de las tablas de multiplicar; consideren la secuencia siguiente:

$0 \boxed{+} 7 \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \dots$

¿Cuáles son los números que aparecen en pantalla? Compruébenlo con la calculadora.

También se puede introducir variaciones. Por ejemplo, observen el cambio que se produce en la pantalla si se tipea la siguiente secuencia; registren los números en la tabla.

$0 \boxed{+} 10 \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} 4 \boxed{=} \boxed{=}$

Tecla que tipeo										
Veo en pantalla										

Se puede decir que la calculadora ha quedado programada para sumar 10. Primero aparecen números terminados en 0; una vez que se presiona el 4, continúa sumando 10 al número que está en pantalla y, en consecuencia, se obtienen números terminados en 4; si se continuara presionando la tecla $\boxed{=}$ seguirían apareciendo números terminados en 4. Si a continuación se tipearan las teclas 9 $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ 107 $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$, ¿cuáles serían los números que aparecerían sucesivamente en la pantalla? Verifiquenlo con la calculadora.

5. Seguimos con la constante aditiva

En forma similar al punto anterior, se trata ahora de averiguar si hay una manera de restar un número en forma reiterada.

Para esto, realicen ahora la siguiente secuencia y registren en una tabla los resultados que obtengan.

30 $\boxed{-}$ 2 $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$...

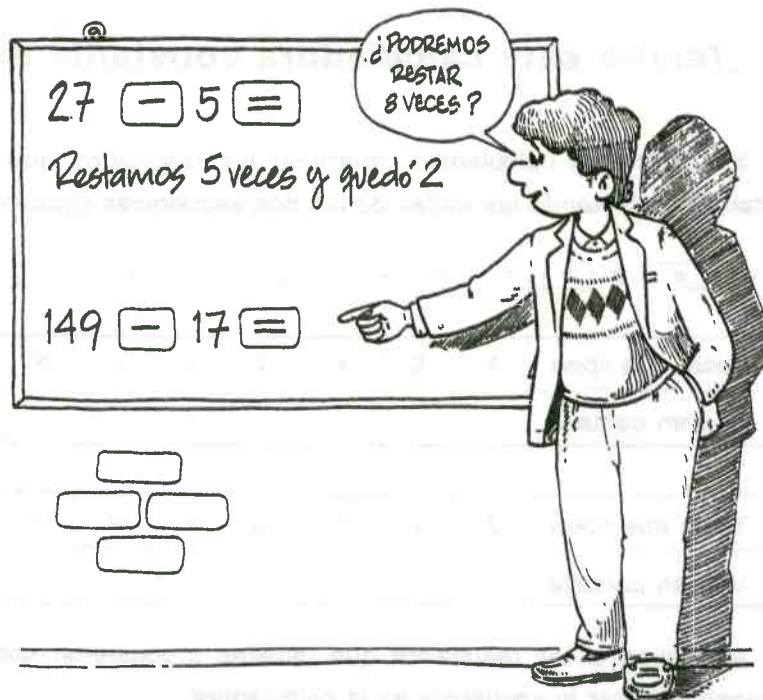
Tecla que tipeo	3	0	-	2	=	=	=	=		
Veo en pantalla										

Contesten las siguientes preguntas: ¿Aparecerá 0 en pantalla? ¿Qué número debería restar sucesivamente del 30 para que apareciera en pantalla el 1? ¿Por qué?

Con esta calculadora se puede restar reiteradamente un mismo número. Se podría decir que tiene constante "sustractiva", pero se considera que esta particularidad es expresión de la constante aditiva.

En síntesis, si una calculadora tiene incorporada la constante aditiva, presionar la tecla igual puede tener un significado distinto de calcular el resultado de una operación; puede significar que se suma o se resta un determinado número al que ya está en pantalla y se calcula el resultado, y ése es el nuevo número que aparece en la pantalla.

Propongan en el grupo otros ejercicios que activen la constante aditiva para restar y completen tablas similares a la anterior.



Hay calculadoras que se programan con la secuencia 3 \square - \square para restar reiteradamente el 3; a continuación, una vez que está programada, se puede introducir el número del que se quiere restar el 3.

En este tipo de ejercicios, aparecen rápidamente en pantalla números negativos; en el trabajo con los alumnos, se puede aprovechar la oportunidad para hablar de estos números en relación con hechos de la vida diaria: temperaturas bajo cero, edificios con varios subterráneos en los que el ascensor puede tener un tablero con números negativos, profundidades bajo el nivel del mar, deudas, etc.

En las calculadoras que no tienen incorporada la tecla \square +/- no es posible desarrollar muchas actividades con los números negativos. Aprovechando la constante aditiva se pueden proponer algunas secuencias como las siguientes:

$$27 \square - \square 10 \square = \square = \square = \square \dots$$

¿Cuál es el primer número negativo que aparecerá en pantalla? Y, ¿cuál es el último positivo que aparece en pantalla? Constaten si sus respuestas son correctas o no.

Anticipen los cinco primeros números que se generarán si se tipea

$$12 \square - \square 5 \square = \square = \square = \square \dots$$

Comprueben su respuesta con la calculadora.

6. ¿Tendrá esta calculadora constante multiplicativa?

Sin utilizar la calculadora, anticipen los resultados que aparecerán en la pantalla, completando las tablas de las dos secuencias siguientes:

10 2 y 2 10

Tecla que tipeo	1	0	x	2	=	=	=	=		
Veo en pantalla										

Tecla que tipeo	2	x	1	0	=	=	=	=		
Veo en pantalla										

Averigüen si los resultados que ustedes propusieron son o no los que se obtienen al hacer la secuencia en la calculadora.

Esta calculadora tiene incorporada la constante multiplicativa por la izquierda, es decir, multiplica reiteradamente por el primer factor ingresado.

Hagan otros ejercicios que permitan activar la constante multiplicativa y registren los resultados en tablas.

Si disponen de otras calculadoras, averigüen si tienen o no constante multiplicativa; en algunas se activa la constante multiplicativa por medio de la secuencia 3 .

Realicen las secuencias 3 ... y 3 ...

Considerando los resultados que aparecen en la pantalla, ¿cuáles son los cálculos que hace la calculadora en ambos casos?

¿Qué sucede con esta secuencia? 2 5 3

La constante multiplicativa puede permitir el desarrollo de actividades de apoyo al aprendizaje de las tablas de multiplicar y también al concepto de potencia.

Por ejemplo, realicen la siguiente secuencia y completen la tabla.

$$7 \boxed{\times} 1 \boxed{=} 2 \boxed{=} 3 \boxed{=} \dots$$

Tecla que tipeo	7	x	1	=	2	=	3	=	4	=	5	=
Veo en pantalla												

En el trabajo con los alumnos, antes de presionar la tecla $\boxed{=}$ se puede pedir que anticipen el resultado y lo comprueben con la calculadora. En forma similar, también se puede trabajar las "tablas saltadas" con una secuencia del tipo siguiente:

$$9 \boxed{\times} 1 \boxed{=} 7 \boxed{=} 5 \boxed{=} 10 \boxed{=} 9 \dots$$

Tecla que tipeo	9	x	1	=	7	=	5					
Veo en pantalla												

Para visualizar las potencias de un número, de 2 por ejemplo, se tipea la siguiente secuencia:

$$2 \boxed{\times} 1 \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=}$$

¿Cuál es el valor de 2^{20} ?

¿Cuáles son las potencias de 10? ¿En qué potencia de 10 se sobrepasa la capacidad de la pantalla?

Realicen la siguiente secuencia y registren los cambios en una tabla.

$$0 \boxed{-} 2 \boxed{=} \boxed{\times} 1 \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \dots$$

Tecla que tipeo	0	-	2	=	x	1	=	=				
Veo en pantalla												

¿Por qué se producen los cambios alternados de signo?

Se podría programar la calculadora para que multiplique un número negativo por cualquier número positivo, por medio de secuencias como la que sigue:

$$0 \boxed{-} 5 \boxed{\times} 3 \boxed{=} 4 \boxed{=} ; \text{ en este caso se multiplica por } -5.$$

7. ¿Tendrá constante que permita dividir sucesivamente?

Para averiguar si es posible dividir reiteradamente por un mismo número, realicen la secuencia que se propone y completen la tabla.

$$100 \div 2 = = = =$$

Tecla que tipeo	1	0	0	:	2	=	=	=	=	
Veo en pantalla										

¿Qué tipo de número aparece en esta secuencia?

Esta calculadora tiene incorporada, por la derecha, la constante que permite dividir reiteradamente por el mismo número.

En la generalidad de las calculadoras, la coma decimal se simboliza con la tecla \cdot en tanto que en nuestra realidad escolar es más habitual el uso de la coma; es posible que progresivamente se unifiquen estas convenciones de notación. También, a veces se produce confusión de la tecla \cdot con el símbolo de la multiplicación, que en la calculadora es \times .

Propongan otras secuencias que activen la división reiterada por un mismo número.

¿Qué sucede con la secuencia $97 \div 0 = = \dots$?

Si al tipear se comete un error matemático, como es el caso de dividir por cero, en la izquierda de la pantalla aparece la letra E y el 0 a la derecha, indicando que no se puede realizar ese cálculo.

Realicen ahora esta secuencia y observen los resultados en la pantalla:

$$1000 \div 10 = = =$$

En cualquier secuencia que involucre la constante para dividir, si se continúa presionando el signo $=$, a partir de cierto momento hay un número que comienza a repetirse en la pantalla. ¿Qué número es ése y por qué se produce esta reiteración?

Como la pantalla de esta calculadora tiene una capacidad máxima de 8 dígitos, las cifras que siguen más allá del octavo lugar “se eliminan”; si el excedente son cifras decimales, no aparece ninguna indicación en la pantalla. De manera comparable, en el cálculo con papel y lápiz, también se hace un corte o una aproximación en las cifras decimales tomando en cuenta la necesidad de precisión de quien hace el cálculo.

8. Uso de la memoria

Consideren este problema: Marianela compra los siguientes artículos de escritorio, a los precios que se indican.

5 cuadernos a \$ 325 cada uno.

8 lápices de pasta a \$ 48 cada uno.

2 cajas de clips a \$ 478 cada una.

4 blocks borrador a \$ 390 cada uno.

Ella dispone de \$ 4 200 para hacer esas compras; si le falta dinero, deberá decidir qué deja de comprar.

Marianela toma su calculadora HL-812E y procede a hacer los cálculos por medio de la siguiente secuencia:

5 325 8 48 2 478 4 390

Atenta a tipear bien las teclas, no pone mucha atención a los resultados que aparecen en la pantalla. Cuando terminó su secuencia, podía asegurar que no se había equivocado al tipear; sin embargo, el resultado era claramente erróneo.

Realicen la secuencia propuesta por Marianela y establezcan la diferencia entre los cálculos realizados por la calculadora y los que corresponden al problema.

Ante esta situación, decidió hacer los cálculos parcialmente y anotar esos resultados en un papel.

Calculó: 5 325 y anotó ese resultado en un papel;

8 48 y así sucesivamente.

Para calcular el total, sumó esos resultados parciales. Obtuvo 4 525 como resultado.

Este mismo proceso es posible hacerlo con esta calculadora utilizando las teclas que activan la memoria. La secuencia es la siguiente:

5 325 8 48
 2 478 4 390

Así se obtiene 4 525 en la pantalla.

Como Marianela disponía sólo de \$ 4 200, tenía que dejar de comprar alguno de los artículos de la lista.

Para establecer la diferencia entre 4 525 y 4 200, considerando que tiene 4 525 en la memoria, usa la siguiente secuencia:

4 200 y así obtiene la diferencia 4 525 - 4 200

De acuerdo a los precios de sus compras decide llevar cuatro cuadernos y no cinco.

La memoria funciona como una caja, que contiene un número, al cual se le puede sumar (con) o restar (con) el número que aparece en la pantalla.

Con se puede llevar a pantalla el número que está en la memoria, cada vez que se necesite.

Con se borra la memoria, o sea, queda 0 en la memoria; también se borra al apagar la calculadora. La memoria no se borra si se presiona la tecla

En la pantalla, en el ángulo superior izquierdo aparece una letra M cuando la memoria está activada.

En la secuencia propuesta anteriormente se puede obviar todos los signos que se ubican antes de cada ; al presionar la tecla la calculadora establece el resultado de la operación que se ha tipeado, suma éste a lo que estaba anteriormente en la memoria y reemplaza el número de la memoria por esta nueva suma.

Estos signos [=] se incluyen para facilitar el control sobre el tipeo; así por ejemplo, si en el primer cálculo, 5×325 , se tipeara 5×35 , al mirar la pantalla después de tipear [=] se tomaría conciencia del error y se podría rehacer el cálculo antes de introducir el resultado a la memoria.

Resuelvan, a continuación, los dos problemas siguientes:

Hay \$ 3 720 en la Caja y don Pedro agregó el dinero recibido por la venta de 5 cuadernos, a \$ 430 cada uno. ¿Cuánto dinero hay ahora en la Caja?

Cuando don Pedro sacó la cuenta del mes, contabilizó la venta de 3 720 cuadernos, a \$ 430 cada uno; en ese momento Pilar le dijo que agregara los 5 cuadernos de ese mismo precio que acababa de vender. ¿Cuánto es el monto de dinero que corresponde a la venta de ese tipo de cuadernos, en el mes?

En ambos problemas intervienen los mismos números, sin embargo, se resuelven de distinta manera.

En el primero, se calcula: $3\,720 + 5 \times 430 =$

En el segundo, en cambio: $(3\,720 + 5) \times 430 =$

Para evitar dobles interpretaciones, en matemática existe la siguiente convención, relativa a la prioridad entre operaciones:

- En ausencia de paréntesis, primero se resuelven las potencias, luego las multiplicaciones y las divisiones, por último las adiciones y sustracciones.
- Si hay paréntesis, primero se resuelven los cálculos del interior de éste, aplicando la regla anterior.

Para averiguar si una calculadora tiene o no integrada la prioridad de las operaciones, se puede ingresar una secuencia como $10 \div 2 \times 5 =$. El resultado correcto es 20; si la calculadora da 60, está indicando que hace los cálculos de acuerdo al orden en que los ingresan, lo que se puede visualizar en la siguiente tabla.

Tecla que tipeo	1	0	÷	2	x	5	=	
Veo en pantalla	1.	10.	10.	2.	12.	5.	60.	

9. Explorando la tecla $\sqrt{\square}$

Calcular una raíz es el proceso inverso de elevar a potencia; extraer raíz cuadrada de un número es, en consecuencia, el proceso inverso de elevar al cuadrado.

$$\text{Así: } 8^2 = 8 \times 8 = 64, \quad \sqrt{64} = 8$$

$$11^2 = 11 \times 11 = 121, \quad \sqrt{121} = 11$$

Al tipear: 9 $\sqrt{\square}$ se obtiene 3

Al tipear: 4 $\sqrt{\square}$ se obtiene 2

¿Cuál será la raíz cuadrada de un número entre 4 y 9, por ejemplo $\sqrt{5}$?
Si ese número existe, debe estar entre 2 y 3.

Busquen, sin usar la tecla $\sqrt{\square}$, el valor de $\sqrt{5}$; o sea, determinen un número que multiplicado por sí mismo sea igual a 5. Por ejemplo, pueden calcular $2,5 \times 2,5$ y en función del resultado variar el número que se multiplica por sí mismo, para aproximarse más a 5. Una vez que hayan encontrado una aproximación con tres cifras decimales, tipeen 5 $\sqrt{\square}$; multipliquen ese número por sí mismo, ¿obtienen 5? El resultado que da la calculadora es también una aproximación decimal.

Realicen ahora la siguiente secuencia y anoten los números que aparecen en la pantalla.

$$1 \sqrt{\square}; 2 \sqrt{\square}; 3 \sqrt{\square}; 4 \sqrt{\square}; 5 \sqrt{\square}; 6 \sqrt{\square}; 7 \sqrt{\square}; 8 \sqrt{\square}; 9 \sqrt{\square};$$

Considerando los números anotados se puede observar que $\sqrt{2}$ y $\sqrt{3}$ son dos números que se ubican entre los enteros 1 y 2; siguiendo con la secuencia, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$ y $\sqrt{8}$ son números mayores que 2 y menores que 3 y así se podría continuar.

Estimen entre qué par de enteros se ubican los números $\sqrt{250}$; $\sqrt{2504}$; $\sqrt{2,5}$; $\sqrt{0,25}$; averigüen aproximaciones decimales para estos números, usando la calculadora.

10. Usemos la tecla $\%$

Realicen esta secuencia:

50 \times 24 $\%$ 30 $\%$ 62 $\%$ 81 $\%$ 1 200 $\%$

Ahora prueben esta otra:

\div 2 $=$ 24 $=$ 30 $=$ 62 $=$ 81 $=$ 1 200 $=$

Comparen los resultados obtenidos. En la primera, la calculadora ha quedado programada para calcular el 50 % de las cantidades que se tipean. En la segunda, ha quedado programada para dividir por 2, esto es, para calcular la mitad de cualquier número.

Realicen secuencias análogas a las anteriores para calcular el 10%, el 1%, el 25% y establezcan las relaciones entre el cálculo de porcentajes y el cálculo de fracciones de un número.

Establezcan a continuación secuencias de ese tipo para calcular 200% , 500%, 150%.

Resuelvan el siguiente problema y averigüen cómo podrían resolverlo usando la calculadora.

En esta lista se anotaron los dos puntajes que obtuvieron los postulantes a un trabajo, en una prueba escrita y en otra oral; la primera se pondera en un 65% y la segunda en un 35% ¿Cuáles son los puntajes finales? Los puntajes varían de 1 a 20.

Nombre	Escrito (65%)	Oral (35%)
Alvarez Eliana	16	14
Gallardo Eduardo	17	13
Lara M.Inés	15	18
Montes Alfonso	18	15
Valenzuela Josefina	19	12

Se sugiere probar la siguiente secuencia para cada caso:

65 \times 16 $\%$ $M+$ 35 \times 14 $\%$ $M+$ MR

Si se utilizara esta secuencia sería necesario presionar dos veces **MR** al término de cada cálculo, para borrar el número que está guardado en la memoria.

Consideren ahora la situación siguiente:

En la Casa Eva, Diego es el responsable de fijar los precios de las mercaderías a la venta. Por fin de temporada se hará una rebaja de un 12,8% en todos los abrigos. Hay cinco tipos de abrigo cuyos precios son \$ 35 400, \$ 48 200, \$ 56 790, \$ 59 990 y \$ 78 450

Diego hace la siguiente secuencia en su calculadora HL-812E.

35 400 **=** 10 **%** , y anota \$ 31 860 como el precio rebajado; continúa en forma similar con los otros precios. ¿Es correcto el cálculo realizado?

Segunda parte

Actividades con calculadora, un incentivo para los alumnos

I. Actividades para primer y segundo año de educación básica

En este subciclo no es necesario enseñar específicamente el funcionamiento de la calculadora. Basta que los niños sepan cómo prenderla y apagarla, que identifiquen los números en el teclado, y que se habitúen a mirar la pantalla cada vez que tipean una tecla. Lo demás vendrá progresivamente.

Temario

1. Números y sistema de numeración

- 1.1. Para aprender los números del 0 al 9
- 1.2. Para avanzar en el conocimiento de los números, hasta 99
- 1.3. Para desarrollar la habilidad de contar
- 1.4. Para establecer relaciones de orden en la serie numérica
- 1.5. Para afianzar el concepto de valor posicional de las cifras

2. Operatoria aritmética

- 2.1. Para ejercitar las **descomposiciones** aditivas de un número
- 2.2. Para desarrollar las habilidades de sumar y restar mentalmente
- 2.3. Para visualizar la sustracción como operación inversa de la adición
- 2.4. Para desarrollar la comprensión de la adición y de la sustracción
- 2.5. Para introducir la multiplicación y la división con calculadora

1. Números y sistema de numeración

1.1. Para aprender los números del 0 al 9

Explorando

Encender la calculadora con la tecla **AC** o **C**

Identificar el sector donde están las teclas con números.

Elegir una tecla de este sector y tipearla varias veces, hasta llenar la pantalla.

Mostrarla a otros compañeros: ¿Qué número apreté? ¿Cuántas veces apareció?

Borrar la pantalla con la tecla **AC** o **C**, elegir otra tecla y repetir el ejercicio.

Apagar la calculadora, con la tecla **OFF**, antes de guardarla.



La forma de los números

Observar los números en la pantalla de la calculadora y compararlos con los de otros instrumentos, como relojes digitales, taxímetros, etc. Compararlos también con los de las teclas de la calculadora y los de sus libros de texto.

Formar los números, tal como aparecen en la pantalla, con palitos de fósforos. Cada palito representa una barra negra.

Investigar: ¿Con cuántos palitos se hace el 1? ¿Y el 8?

¿Qué números se puede hacer con seis palitos, sin que sobre ninguno? ¿Y con cinco?

Buscando el número que falta

Observar la disposición de los números en el teclado y compararla con la que aparece en otros instrumentos, como los teléfonos digitales.

Tipear los números de mayor a menor, en orden. Leerlos. ¿Cupieron todos en la pantalla?

Para jugar Tipear los números del 1 al 9, en orden, saltándose uno cualquiera. Mostrar la pantalla a otros compañeros: ¿Qué número falta?

Tipear los números en orden decreciente, del 9 al 1. ¿Hasta cuál podemos llegar?

Diferenciando los números

Tipear pares de números difíciles de diferenciar y leerlos en la pantalla.

Por ejemplo: dos, cinco, dos, cinco, etc.

nueve, seis, seis, nueve, etc.

Números conocidos

Tipear números que conozcan y mostrarlos a otros niños para que los lean.

Ejemplos: La edad de cada niño

El número de su casa

El número de personas de su familia

Su canal de T.V. preferido

El año en que estamos

Un teléfono que se sepan



1.2. Para avanzar en el conocimiento de los números, hasta 99

¿Cuál viene ahora?

Averiguar cuál es el número que sigue a un número ya conocido, cuando no lo sepan o no estén seguros.

Por ejemplo: ¿Qué número sigue al 39?

Para encontrarlo se puede tipear: 39 1

Análogamente, pueden encontrar el número que antecede, por ejemplo, al 20, si no lo saben, tipeando: 20 1

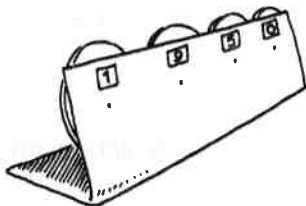
¡Aparecen todos!

Recorrer la serie de los números, leyendo cada uno.

Para ello, tipear 1 ... y en la pantalla irán apareciendo los números naturales, en orden creciente.

¿Hasta dónde pueden llegar, leyéndolos?

¿Pueden explicar cómo se van formando?



Esta actividad se puede complementar con un ábaco o un contador, para que los niños capten las regularidades existentes en la formación de los números, aunque todavía no sepan leerlos todos, ni descomponerlos en decenas y unidades.

De atrás pa' delante

Recorrer la serie de los números en orden decreciente, leyéndolos.

Para ello, tipear un número que se encuentre dentro del ámbito conocido, por ejemplo 30, y luego tipear: 1 ...

En la pantalla aparecerá la serie de los números en orden decreciente, a partir del primer número tipeado.

Tratar de ir anticipando cuál será el próximo.

Dando saltos

Recorrer la serie de los números avanzando, por ejemplo, de 2 en 2.

Tipear $\boxed{+} \boxed{2} \boxed{=} \boxed{=}$... y en la pantalla irán apareciendo los números pares, en orden creciente.

En forma análoga, pueden avanzar de 3 en 3, de 5 en 5, etc., observando y leyendo los números que aparecen

De diez en diez

Recorrer la serie de los múltiplos de diez.

Tipear $\boxed{+} \boxed{10} \boxed{=} \boxed{=}$

Observar los números que aparecen en la pantalla, leyéndolos.

En forma análoga, se puede ejercitar la lectura de:

Los múltiplos de 100, tipeando $\boxed{+} \boxed{100} \boxed{=} \boxed{=}$...

Los múltiplos de 50, tipeando $\boxed{+} \boxed{50} \boxed{=} \boxed{=}$...

El dictado

El profesor descompone el 100 en dos sumandos.

Dicta estos números a los alumnos, pidiéndoles que los tipeen y los sumen.

Ejemplo: $37 \boxed{+} \boxed{63} \boxed{=}$

Si los alumnos obtienen 100, esto significa que lograron tipear correctamente ambos sumandos.

En forma análoga, el profesor descompone el 1000 en dos sumandos y los dicta, para ejercitar la escritura de números de tres cifras.

A los niños que sistemáticamente tipean mal, conviene hacerles un dictado escrito, para descubrir el tipo de error que cometen.

1.3. Para desarrollar la habilidad de contar

¿Cuántos hay?

El profesor asigna a los alumnos, por parejas, colecciones de objetos suficientemente numerosas, de modo que contarlas les signifique un desafío.

Encender la calculadora, tipeando \boxed{AC} o \boxed{C}

Tipear $\boxed{+}$ 1

Mientras un alumno desplaza uno a uno los objetos de la colección que van a contar, otro va tipeando la tecla $\boxed{=}$

A medida que cuentan, van diciendo los números, a coro.

Cada pareja necesitará un poco de práctica, para coordinarse bien.

Con este procedimiento pueden llegar hasta números que no conocen. En tal caso, preguntan qué número quedó en la pantalla y lo copian.

Cuentan varias veces una misma colección e intercambian colecciones con otras parejas, hasta estar seguros de que han contado correctamente.

El reparto de números

De acuerdo a la experiencia de los alumnos, en consultorios, supermercados u otro lugar donde atiendan por turnos, simular una de tales situaciones.

Escribir un número por cada alumno, en forma correlativa, y distribuirlos al azar.

Tipear en una calculadora $\boxed{+}$ 1 $\boxed{=}$ $\boxed{=}$... e ir diciendo el número que aparece. El niño que tiene el número correspondiente debe entregarlo para "tomar su turno".

Esta actividad puede hacerse varias veces, haciendo notar que cada niño debe tomar un solo papel y que cada papel debe tener un número diferente.

Según qué franja de la serie numérica estén aprendiendo, se puede simular que el número que le tocó al primer niño es, por ejemplo, el 72, y distribuir los otros números de allí en adelante. En tal caso, tipear en la calculadora:

72 $\boxed{+}$ 1 $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$...

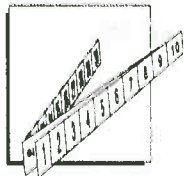
Contando hacia atrás

Para simular la salida de un cohete.

Tipear 10 $\boxed{-}$ 1 $\boxed{=}$ $\boxed{=}$...

En la pantalla aparecen los números, en orden decreciente.

El profesor estimula a los alumnos para que digan el número que aparecerá, antes de tipear la tecla $\boxed{=}$



Esta actividad se puede complementar con la cinta numerada, para que los niños observen la serie de los números en orden creciente y decreciente.

1.4. Para establecer relaciones de orden en la serie numérica

El sucesor del sucesor

Tipear un número y leerlo en la pantalla.

Tipear $\boxed{+}$ 1 $\boxed{=}$ y aparecerá su sucesor.

Si se tipea repetidamente $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$... irá apareciendo cada vez el sucesor del número que se encuentra en la pantalla.

El antecesor del antecesor

Tipear un número y leerlo en la pantalla.

Tipear $\boxed{-}$ 1 $\boxed{=}$ y aparecerá su antecesor.

Si se tipea repetidamente $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$... irá apareciendo cada vez el antecesor del número que se encuentra en la pantalla.

Buscando sucesores

Tipear 10 $\boxed{+}$ 1 $\boxed{=}$. Con esto, la calculadora queda programada para sumar 1.

Tipear un número y escribir en el cuaderno su sucesor.

Tipear $\boxed{=}$ para comprobar si el sucesor fue escrito correctamente.

Sin borrar, tipear otro número y repetir el ejercicio de anticipar el sucesor.

Ejemplo: Tipeo 189. Escribo 1 810. Aparece 190 en la pantalla. Corrijo: el sucesor de 189 es 190.

Buscando antecesores

Tipear $10 - 1 =$. La calculadora queda programada para restar 1.

Tipear un número y escribir en el cuaderno su antecesor.

Tipear $=$ para comprobar si el antecesor fue escrito correctamente.

Sin borrar, tipear otro número y repetir el ejercicio de anticipar el antecesor.

Ejemplo: Típeo 300. Escribo 209. Aparece 299 en la pantalla.

Corrijo: el antecesor de 300 es 299.

¿Quién es mayor?

Cada niño dice su edad o la de algunos de sus familiares.

Elegir la edad de dos personas. Responder: ¿Quién es menor?

Para comprobar cuál es la respuesta correcta, tipear en la calculadora

$+ 1 = = = \dots$

De las dos edades, la que primero aparece corresponde a la persona de menor edad.

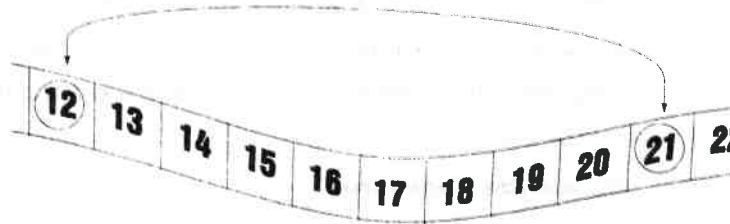
Ejemplo: Jaime tiene 12 años y Teresa 21.

En la calculadora apareció primero el 12.

Jaime es menor que Teresa.

Teresa es mayor que Jaime.

Lo verifican con la cinta numerada.



En una bolsa, echar tarjetas con números escritos.

Sacar dos tarjetas al azar y anotar los números en el pizarrón. ¿Cuál es mayor?

Si hay dudas, o respuestas contradictorias, comprobar con la calculadora.

Ejemplo: Manolo opina que 31 es mayor que 18.

Para comprobarlo, tipea $18 + 1 = = = \dots$. Si logra llegar a 31, quiere decir que 31 está "después" de 18 y, por lo tanto, es mayor.

Buscando números

El profesor escribe un número en el pizarrón, por ejemplo, el número total de páginas de un libro. Típear ese número.

Buscar, con la calculadora, números que sean menores, correspondientes al número de páginas de libros del mismo tipo, pero más delgados. Anotarlos en el pizarrón.

Buscar, con la calculadora, números que sean mayores, correspondientes al número de páginas de libros del mismo tipo, pero más gruesos. Anotarlos en el pizarrón.

El profesor escribe dos números en el pizarrón, por ejemplo, los precios de dos objetos.

Buscar, con la calculadora, números que estén entre esos dos números, correspondientes a precios intermedios. Se anotan.

1.5. Para afianzar el concepto de valor posicional de las cifras

¡Córrese al pasillo!

Elegir dos dígitos, por ejemplo: 9 y 4

Típear el 9 y observar la pantalla. Leer el número. Sin borrar, típear el 4. ¿Qué le pasa al 9? Leer el número.

El profesor pide que repitan el ejercicio hasta que los niños observen que, al introducir el 4, el 9 toma el lugar de las decenas y el 4 el de las unidades. Anotar el número formado y borrar la pantalla.

Ahora, típear primero el 4 y luego el 9. ¿Qué número aparece? Anotarlo. ¿Por qué no aparece el mismo número en los dos casos?

Elegir tres dígitos, por ejemplo: 3, 8, 5

Típear uno de ellos y leerlo en la pantalla. Ej: 3

Sin borrar, típear otro. Ej: 8

¿Qué pasó con el 3? (Cambió de valor: de 3 a 30)

Sin borrar, típear el tercero. Ej: 5

Analizar lo que pasó: El 3 pasó a 30 y después a 300

El 8 pasó a 80

El 5 quedó en 5

Elegir otro orden de tipeo, de los mismos tres dígitos. Ej: 5 3 8. Analizar el cambio de valor de los números, a medida que van siendo ingresados.

Combinando dígitos

Tipear números de tres cifras en la calculadora, de acuerdo a las reglas que siguen:

Para las centenas sólo se puede elegir: 2 ; 1 ; 3

Para las decenas sólo se puede elegir: 5 ; 9 ; 0

Para las unidades sólo se puede elegir: 4 ; 7 ; 6

Leer y anotar los números que van apareciendo.

¿Cuántos números diferentes logran formar?



Es conveniente relacionar los números formados con el material de billetes. La cifra de las centenas corresponde a la cantidad de billetes de \$ 100, la de las decenas a la cantidad de billetes de \$ 10 y la de las unidades a la cantidad de billetes de \$ 1.

Elegir tres dígitos y tipearlos en distinto orden.

Ejemplo: Si los dígitos elegidos son: 3 ; 7 ; 4 es posible formar los números 374, 743, 473, etc.

Leer y anotar cada número formado y descomponerlo oralmente en centenas, decenas y unidades.

Desafío: Escribir en la pantalla 853, tipeando los números en el orden: 385. Se puede usar otros números y signos.

(Solución: 3 800 50)

Cambiando sin borrar

Tipear tres dígitos, por ejemplo: 3 4 6

Observar el número que aparece en la pantalla y leerlo: "trescientos cuarenta y seis". Descomponer oralmente este número en: 3 centenas, 4 decenas y 6 unidades.

Sin borrar el número, ¿qué hacer para cambiar el 6 por un 7?

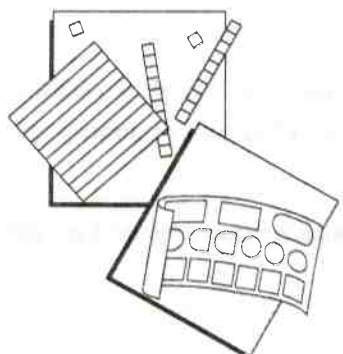
(Tipear 1)

Sin borrar el número, ¿qué hacer para cambiar el 4 por un 5?

(Tipear 10)

Sin borrar el número, ¿qué hacer para cambiar el 3 por un 4?

(Tipear 100)



Esta actividad se puede complementar con el material: "Fichas, barras y placas". El número tipeado originalmente se representa por:

3 placas, 4 barras y 6 fichas

Al agregar 1 ficha (+ 1) se obtiene: 347

Al agregar 1 barra (+ 10) se obtiene: 357

Al agregar 1 placa (+ 100) se obtiene: 457

Sólo con unos y ceros

Poner un número de dos o tres cifras en la calculadora.

Parece fácil, pero hay una restricción: sólo se puede usar las teclas

1 ; 0 ; $+$; $=$

Ejemplo: Poner 23.

Pueden hacerlo como $10 + 10 + 1 + 1 + 1$

Pero también como $+ 10 = = + 1 = = =$

2. Operatoria aritmética

2.1. Para ejercitar las descomposiciones aditivas de un número

De la suma a los sumandos

El profesor escribe un número en el pizarrón y pide que busquen, usando la calculadora, sumas de dos sumandos que den por resultado ese número.

Ejemplo: 7

Los niños las encuentran y las anotan en su cuaderno:

$$7 = 3 + 4 = 6 + 1 \dots \text{etc.}$$

Pueden buscarlas sistemáticamente, preguntándose:

¿Cuánto hay que sumarle a 1 para obtener 7? ¿Y a 2?, etc.

Con sólo cuatro números

El profesor escribe en el pizarrón los números 1; 3; 4; 6 y pide que, sumando todos o algunos, formen todos los números que puedan y los anoten.

Ejemplo: $1 + 3 + 4 = 8$

Los niños comparan las distintas maneras que encuentran para formar un mismo número.

De la suma y un sumando, al otro sumando

El profesor dicta, por ejemplo, el número 7.

Los niños lo tipean en sus calculadoras.

El profesor pide que busquen, con la calculadora, el otro sumando, para que la suma sea 15.

Pueden probar diversos números, fijándose cada vez en el resultado que obtienen, hasta encontrar el que sirve. Anotan el ejercicio: $7 + 8 = 15$

Para jugar

7	8	9
4	5	6
1	2	3

Entre dos niños, con una calculadora.

El primero tipea un dígito.

El segundo tipea $+$, otro dígito e $=$.

Si aparece 10 en la calculadora, gana.

Observan la configuración, en el teclado, de los números que suman 10 (posiciones simétricas, respecto a la tecla 5).

Estas mismas actividades se pueden realizar en un ámbito numérico mayor. Por ejemplo, el profesor dicta 50, 65 o 70, y pide que agreguen otro sumando para que la suma sea 100. También los niños pueden jugar a llegar a 100, en parejas.



2.2. Para desarrollar las habilidades de sumar y restar mentalmente

La máquina que suma

Tipear $5 + 5 =$

La calculadora queda programada para sumar 5 a cualquier número que se tipee. Esto es, se transformó en "la máquina que suma 5".

Tipear un número, dentro del ámbito que los niños conocen.

Ejemplo: 9

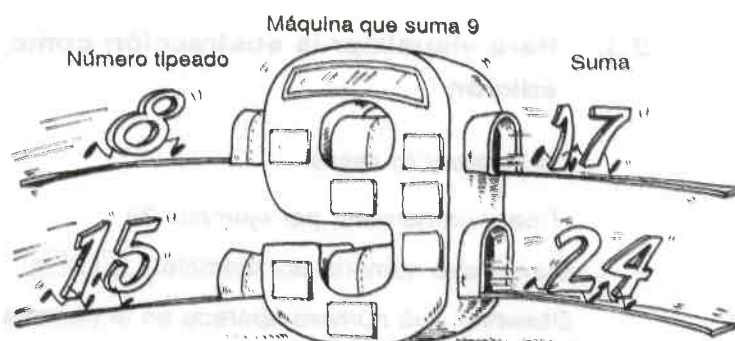
Calcular mentalmente la suma de $9 + 5$ y escribirla.

Comprobar, tipeando $=$, si el cálculo mental fue correcto.

Tipear otro número y repetir el ejercicio.

Crear máquinas que sumen otros números y utilizarlas para ejercitar el cálculo mental.

Ejemplo:



La máquina que resta

Tipear $5 - 3 =$

La calculadora queda programada para restar 3 a cualquier número que se tipee. Esto es, se transformó en "la máquina que resta 3".

Tipear un número, dentro del ámbito que los niños conocen.

Ejemplo: 11

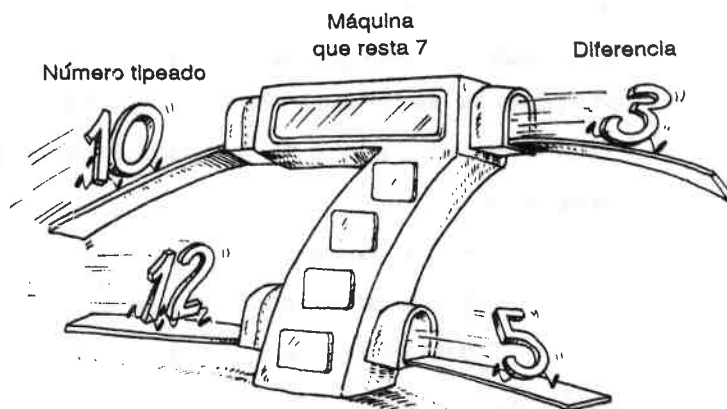
Calcular mentalmente la diferencia $11 - 3$ y escribirla.

Comprobar, tipeando $=$, si el cálculo mental fue correcto.

Tipear otro número y repetir el ejercicio.

Crear máquinas que resten otros números y utilizarlas para ejercitar el cálculo mental.

Ejemplo:



2.3. Para visualizar la sustracción como operación inversa de la adición

Lo sumo y lo resto

Tipear un número, por ejemplo: 35

Sumar otro número, por ejemplo: $+ 7 =$

Observar qué número aparece en la pantalla.

Restar el mismo número que antes se sumó: $- 7 =$

Observar qué número aparece en la pantalla. ¿Qué relación tiene con el primer número tipeado? ¿Por qué?

Se repite la actividad con otros números hasta que los niños sean capaces de anticipar, sin equivocarse, qué número aparecerá en la pantalla al tipear la tecla $=$ por segunda vez.

Lo resto y lo sumo

Tipear un número, por ejemplo: 84

Restar otro número, por ejemplo: $- 19 =$

Observar qué número aparece en la pantalla.

Sumar el mismo número que antes se restó: $+ 19 =$

Observar qué número aparece en la pantalla. ¿Qué relación tiene con el primer número tipeado? ¿Por qué?

Se repite la actividad con otros números hasta que los niños sean capaces de anticipar, sin equivocarse, qué número aparecerá en la pantalla al tipear la tecla [=] por segunda vez.

Haciendo y deshaciendo

El profesor pide a los niños que inventen secuencias de sumas y restas que dejen en la pantalla el primer número ingresado.

Ejemplos: 69 [+] 12 [-] 7 [-] 12 [+] 7 [=]
22 [-] 10 [+] 2 [+] 4 [+] 4 [=]

Para jugar Inventar una secuencia de sumas y restas que dejen la pantalla en 0, y proponerla a otros compañeros.

2.4. Para desarrollar la comprensión de la adición y de la sustracción

Armando sumas y restas

El profesor escribe tres números en el pizarrón y pide que busquen, usando la calculadora, sumas y restas donde aparezcan estos tres números.

Ejemplo: 8 ; 3 ; 5

Los niños encuentran y anotan:

3	[+]	5	[=]	8
8	[-]	3	[=]	5
5	[+]	3	[=]	8
8	[-]	5	[=]	3

Buscando el sumando perdido

Completar adiciones donde falta un sumando.

Ejemplo: 7 [+] ... [=] 19

Pueden hacerlo por ensayo y error, probando varios números hasta encontrar el que corresponde.

O bien, pueden darse cuenta que haciendo 19 [-] 7 [=] encuentran directamente el número que necesitan.

Conmutando

Sumar dos números, por ejemplo: $9 + 13 =$

Sumar los mismos números, invirtiendo el orden en que se ingresan:

$13 + 9 =$

¿Qué sucede con los resultados? ¿Por qué?

Desafío: Buscar dos números de cuatro cifras y ver si esta propiedad se cumple.

Buscando minuendo y sustraendo

Buscar ejercicios de sustracción cuyo resultado sea un número dado.

Ejemplo: $\dots - \dots = 12$

Pueden probar considerando un número mayor que 12 como minuendo y restándole diversos números hasta llegar a 12.

Pero también pueden elegir un número cualquiera como sustraendo y darse cuenta que, si lo suman a 12, obtienen directamente el minuendo. Por ejemplo: $5 + 12 = 17$, de donde se puede concluir que $17 - 5 = 12$.

2.5. Para introducir la multiplicación y la división con calculadora**Contando de dos en dos**

El profesor plantea una situación en que sea necesario contar de dos en dos.

Ejemplo: Para saber cuántos zapatos lustró Luis, si atendió a 6 personas.

Los niños pueden hacer: $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$

Pero también: $+ 2 = = = = = =$

En este caso, tipean la tecla $=$ una vez por cada persona.

Con la calculadora se puede obtener este mismo resultado haciendo:

$6 \times 2 =$ (6 veces 2).

Manteniendo la situación, el profesor puede variar la pregunta:

¿... si atendió a 4 personas?

¿... si atendió a 8 personas?, etc.

Vamos de compras

El profesor propone la compra de artículos que vienen envasados de a 3, de a 5 o de a 10.

Ejemplo: Tiras con 3 botones

Paquetes con 5 velas

Paquetes con 10 cajas de fósforos

Una señora compra 3 paquetes de velas, ¿cuántas velas?

Los niños calculan mentalmente el resultado y luego lo comprueban con la calculadora.

Pueden hacer: $5 + 5 + 5 =$

O bien: $+ 5 = = =$

O también: $3 \times 5 =$

Hacen varios ejercicios para cada artículo comprado, variando la cantidad comprada. Anotan cada resultado y luego los ordenan para facilitar su consulta

Ejemplo: $1 \times 5 = 5$

$2 \times 5 = 10$

$3 \times 5 = 15$ etc.

Haciendo otra pregunta

Para introducir la división, el profesor puede retomar alguna de las situaciones anteriores cambiando el lugar de la pregunta y de los datos.

Ejemplo: Doña Rita tiene 20 velas, ¿cuántos paquetes compró?

Los niños calculan el resultado mentalmente, o con apoyo en material concreto.

Luego, en la calculadora, pueden verificar su resultado haciendo:

$20 - 5 = - 5 =$..., hasta que aparezca en la pantalla el número 0.

El número de veces que restaron 5 corresponde al número de paquetes comprados.

También pueden hacer: $20 \div 5 = =$..., hasta que aparezca el 0 en la pantalla. El número de veces que tipearon la tecla $=$ corresponde al número de paquetes comprados.

Por último, pueden hacer $20 \div 5 =$ y encontrar directamente la respuesta, mediante una división.

II. Actividades para tercer y cuarto año de educación básica

En este subciclo los alumnos pueden trabajar en forma más autónoma con la calculadora. Cada vez que realicen una nueva actividad, conviene estimularlos para que la practiquen entre ellos, por parejas o en grupos pequeños.

Al igual que en el primer subciclo las actividades se centran en el aprendizaje del sistema de numeración decimal y de las operaciones aritméticas.

Temario

1. Números y sistema de numeración

- 1.1. Para afianzar el conocimiento de la serie numérica
- 1.2. Para ejercitar las relaciones de orden

2. Operatoria: adición y sustracción

- 2.1. Para ejercitar las descomposiciones aditivas
- 2.2. Para profundizar la comprensión de la sustracción
- 2.3. Para comprender las relaciones entre adición y sustracción

3. Operatoria: multiplicación y división

- 3.1. Para afianzar los conceptos de multiplicación y división
- 3.2. Para facilitar la memorización de las combinaciones multiplicativas básicas
- 3.3. Para ejercitar las descomposiciones multiplicativas
- 3.4. Para visualizar a la división como operación inversa de la multiplicación
- 3.5. Para profundizar la comprensión de la multiplicación y de la división

4. Operatoria combinada

- 4.1. Para relacionar entre sí las operaciones básicas

1. Números y sistema de numeración

1.1. Para afianzar el conocimiento de la serie numérica

Recorriendo los números, sólo con unos y ceros

Tipear $\boxed{+} \boxed{1} \boxed{=} \boxed{=}$..., y leer cada número, hasta que empiecen a aparecer números de dos cifras.

Sin borrar, tipear $\boxed{+} \boxed{10} \boxed{=} \boxed{=}$..., y leer cada número, hasta que empiecen a aparecer números de tres cifras.

Sin borrar, tipear $\boxed{+} \boxed{100} \boxed{=} \boxed{=}$..., y leer cada número, hasta que empiecen a aparecer números de cuatro cifras.

Continuar avanzando, sumando de 1 000 en 1 000, de 10 000 en 10 000, etc.

¿Hasta dónde pueden llegar, sin equivocarse en la lectura?

Para continuar la ejercitación, pueden retroceder de 100 en 100, tipeando: $\boxed{-} \boxed{100} \boxed{=} \boxed{=}$..., de 1 000 en 1 000, etc.

Para facilitar la lectura de los números, el profesor puede orientar la separación de las cifras en dos clases: la clase de las unidades, donde hay unidades, decenas y centenas, y la clase de los miles, donde hay unidades, decenas y centenas de mil.

Clase:			Miles			Unidades		
C	D	U	C	D	U	C	D	U
6	4	8	3	2	1			

Para practicar lo anterior, elegir seis dígitos diferentes, tipearlos en distinto orden y leerlos.

Un péndulo en la recta numérica

Tipear un número que sepan leer.

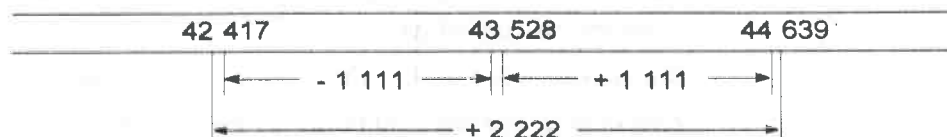
Ejemplo: 43 528

A partir de este número, imaginar un péndulo que avanza una unidad, vuelve a su lugar y luego retrocede una unidad. ¿A qué números llega? Escribirlos.

Los alumnos comprueban que este péndulo llega al sucesor (+1) y al antecesor (- 1) del número tipeado.

Desde el mismo número, imaginar un péndulo que avanza una decena, vuelve a su lugar y después retrocede una decena. ¿A qué números llega? Escribirlos. ¿Cuánto hay que sumarle al menor de ellos, para obtener el otro? (el doble de lo que se desplazó hacia cada lado). Continuar ampliando el movimiento del péndulo a una centena, una unidad de mil, 3 centenas, etc. Al final, escribir algunas de las oscilaciones del péndulo, indicando cuánto se desplazó y hasta dónde llegó.

Ejemplo:



Como aplicación de esta ejercitación el profesor puede proponer que tipeen el año en que estamos. Desde allí, encontrar en qué año estábamos hace 10 años, hace 50 años, y en qué año estaremos dentro de 25 años, de 100 años, de 500 años, etc. ¿Qué edad tendremos en 25, o en 50 años más?

¡Están atrapados!

El profesor escribe en el pizarrón dos números, cercanos entre sí.

Ejemplo: 5 995 y 6 002

¿Cuáles números están entre estos dos?

Los alumnos los escriben en su cuaderno.

Para comprobar si lo hicieron correctamente tipean:

5995 1 ..., hasta llegar a 6 002.

Hasta que desaparezca

Para jugar Dos niños, con una calculadora.

El primer niño tipea un número de más de 3 cifras. Lo anotan. *Ejemplo:* 78 524

Por turno, cada niño pide al otro que haga desaparecer un número, esto es, que lo reemplace por un 0. Por ejemplo, si dice: "Haz desaparecer el 8", el otro niño debe hacer, en una sola jugada:

8 000

El que se equivoca, pierde. Ponen otro número y recomienzan el juego.

1.2. Para ejercitar las relaciones de orden

Fabricando números mayores y menores

El profesor dicta cinco dígitos para que los alumnos los tipeen.

Ejemplo: 3 9 7 5 2

Leen el número que tienen en la pantalla y lo anotan.

El profesor pide que encuentren un número que sea mayor que éste en:

- 2 centenas. Tipean $\boxed{+}$ 200 $\boxed{=}$ y comparan.
- 6 unidades de mil. Tipean $\boxed{+}$ 6 000 $\boxed{=}$ y comparan.

El profesor vuelve a dictar cinco dígitos para que los alumnos los tipeen.

Ejemplo: 3 4 0 5 8

Leen el número que tienen en la pantalla y lo anotan.

El profesor pide que encuentren un número que sea menor que éste en:

- 7 unidades. Tipean $\boxed{-}$ 7 $\boxed{=}$ y comparan.
- 2 decenas de mil. Tipean $\boxed{-}$ 20 000 $\boxed{=}$ y comparan.

¿Qué hay que hacer para transformar 13 849 en 15 849 sin borrar? ¿Cuál de estos dos números es mayor?

Los alumnos concluirán que cuando sumaron, obtuvieron un número mayor y cuando restaron, uno menor.

Sucesores y antecesores

El profesor propone desafíos como los siguientes: Se busca un número que, sumado a su sucesor, de 41. ¿Qué número es?

Los niños pueden buscarlo con la calculadora por tanteo, aproximándose progresivamente al resultado correcto. Es probable que no dividan 41 por 2 para encontrar más directamente el número buscado. Esto no impide que el objetivo de la actividad, que es la ejercitación de la relación entre un número y su sucesor, se cumpla.

Se busca un número que, sumado a su antecesor, de 39. ¿qué número es?

Se busca un número que, sumado a su sucesor, de 84. ¿qué número es?

Después de buscarlo por los procedimientos que conocen y de intercambiar opiniones, los niños concluirán que ese número no existe. Razón: La suma de un número y de su sucesor es, siempre, un número impar.

2. Operatoria: adición y sustracción

2.1. Para ejercitar las descomposiciones aditivas

Descomponiendo en dos sumandos

El profesor dicta, por ejemplo, el número 250. Los niños lo tipean.

El profesor pide que ingresen a la calculadora, el otro sumando, para que la suma sea 500.

Anotan el ejercicio: $250 + 250 = 500$

Para jugar Entre dos niños, con una calculadora.

El primero tipea un número próximo a 250, como 245, por ejemplo.

El segundo tipea $+$, otro número e $=$. Si aparece 500 en la calculadora, gana. Ganará más fácilmente si se da cuenta que, como el primer niño dijo un número 5 unidades menor que 250, él debe sumar 5 a 250 y tipear 255.

Estas mismas actividades se pueden realizar en un ámbito numérico mayor. Por ejemplo, el profesor dicta 500 y pide que agreguen otro sumando para que la suma sea 1000. Después, los niños juegan a llegar a 1000, con diversos sumandos, en parejas.

Con teclas prohibidas

El profesor pide que pongan en la pantalla el número 321.

Deben encontrar formas de hacerlo sin usar las teclas: 1 2 3

Los alumnos encuentran maneras de descomponer los números dados en sumandos que contengan otros dígitos, como:

$99 + 99 + 79 + 44$. También pueden sumar un número con "dígitos permitidos" y ver si obtienen otro de la misma clase:

$321 + 444 = 765$. Concluyen que obtendrán el número requerido al tipear: $765 - 444 =$

Luego, el profesor propone otros ejercicios similares, como pedir que pongan el número 509 sin usar las teclas: 0 5 9

2.2. Para profundizar la comprensión de la sustracción

La diferencia es la misma

Tippear un ejercicio de sustracción, por ejemplo: $53 \boxed{-} 29 \boxed{=}$

Anotarlo: $53 - 29 = 24$

Elegir un número, sumarlo al minuendo y también al sustraendo.

Ejemplo: 13

$$53 \boxed{+} 13 \boxed{=}$$

$$29 \boxed{+} 13 \boxed{=}$$

Hacer la sustracción entre los resultados obtenidos.

¿Cuánto es? ¿Qué observan?

Ver si sucede lo mismo al sumar cualquier otro número al minuendo y al sustraendo del primer ejercicio. ¿Por qué?

Elegir un número menor que 29. Restarlo del minuendo y también del sustraendo. Ejemplo: 17

$$53 \boxed{-} 17 \boxed{=}$$

$$29 \boxed{-} 17 \boxed{=}$$

Hacer la sustracción entre los resultados obtenidos.

¿Qué número se obtiene?

¿Sucederá lo mismo al restar cualquier otro número del minuendo y del sustraendo del primer ejercicio? ¿Por qué? Probar con otros números.

A través de estos ejercicios los alumnos constatarán que, en un ejercicio de sustracción, el resultado no se altera si se suma o se resta un mismo número a minuendo y sustraendo. Por esta razón es posible reemplazar:

$$827 \boxed{-} 98 \text{ por } 829 \boxed{-} 100 \text{ (sumando 2)}$$

y resolver el ejercicio mediante cálculo mental. También se puede reemplazar:

$$1\ 000 \boxed{-} 358 \text{ por } 999 \boxed{-} 357 \text{ (restando 1)}$$

y transformar así una sustracción con reserva en otra equivalente, sin reserva.

Al derecho y al revés

Escribir un número de dos cifras. Ejemplo: 45

Escribirlo "al revés", esto es: 54

Con la calculadora, sustraer el número menor del mayor:

$$54 \boxed{-} 45 \boxed{=}$$
 Anotar el resultado.

Realizar el mismo ejercicio con otros números de dos cifras.

Comparar los resultados: ¿Cuántos resultados diferentes obtuvieron? ¿Cuál fue el menor? ¿Cuál fue el mayor? ¿De qué depende el resultado?

Los niños advertirán que, como resultados, obtienen el número 9 y sus múltiplos, hasta 9×8 . El resultado de la sustracción depende de la diferencia entre los dos dígitos elegidos; mientras más próximos, menor es.

2.3. Para comprender las relaciones entre adición y sustracción

Tres números amigos

El profesor escribe dos números en el pizarrón, dentro del ámbito que los niños ya manejen.

Ejemplo: 3 560 y 2 150

Sumar estos dos números con la calculadora, primero en el orden que están escritos, luego en el orden inverso.

$$3\ 560 \boxed{+} 2\ 150 \boxed{=}$$

$$2\ 150 \boxed{+} 3\ 560 \boxed{=}$$

Los alumnos comprueban que, en ambos casos, la suma es 5 710 (por la propiedad conmutativa de la adición).

Con la calculadora, hacer las dos restas siguientes:

$$5\ 710 \boxed{-} 3\ 560 \boxed{=}$$

$$5\ 710 \boxed{-} 2\ 150 \boxed{=}$$

Los alumnos observan que, en ambos casos, el resultado es el "tercer número amigo".

¿Qué número pensé?

El profesor piensa un número, lo anota en un papel y lo tipea, sin mostrarlo a los alumnos. Ejemplo: 836

Lo transforma, tipeando y diciendo en voz alta: "le sumo 5, le resto 48, le sumo 14". Escribe en el pizarrón el número obtenido: 807.

Los alumnos deben averiguar el número pensado por el profesor. Para ello, tendrán que invertir el proceso, por ejemplo, restando 14, sumando 48 y restando 5.

Para jugar Dos niños, con una calculadora.

El primer niño piensa un número, lo anota secretamente en su cuaderno y lo tipea. Luego lo transforma, diciendo en voz alta qué números sumó o restó. Muestra el número obtenido y entrega la calculadora a su compañero, quien debe averiguar qué número pensó.

3. Operatoria: multiplicación y división

3.1. Para afianzar los conceptos de multiplicación y división

De la adición a la multiplicación

Tipear, por ejemplo: $7 + 7 = 14$

Y luego: $4 \times 7 = 28$

Comprobar que, en ambos casos, el resultado es el mismo, y corresponde a cuatro veces siete.

Realizar el mismo ejercicio con otros números, hasta que los niños se convenzan de que se trata de dos formas equivalentes de calcular un producto.

De la sustracción a la división

Tipear, por ejemplo: $32 - 8 = 24$

Y luego, $32 \div 8 = 4$

Comprobar que el cociente, en la división exacta, corresponde al número de veces que hay que restar el divisor del dividendo, para llegar a cero. Este cociente también corresponde al número de veces que hay que sumar el divisor para obtener el dividendo. En el ejemplo: $8 + 8 = 16$

hay que sumar 8 cuatro veces, hasta llegar a 32.

Realizar el mismo ejercicio con otros números, hasta que los niños se convenzan de que se trata de formas equivalentes de calcular un cociente, en una división exacta.

En el caso de la división con resto, tipear, por ejemplo:

$30 \div 7 = 4 \text{ R } 2$, hasta obtener en la pantalla un número menor que 7. El cociente es el número de veces que se restó el divisor y el resto es el número que quedó en la pantalla, distinto de cero.

También se puede sumar varias veces el divisor, para aproximarse al dividendo. En el ejemplo: $7 + 7 + 7 + 7 = 28$

hay que sumar 7 cuatro veces para llegar a 28; sumando el resto (2) se obtiene el dividendo (30).

3.2. Para facilitar la memorización de las combinaciones multiplicativas básicas

La máquina que multiplica

Tipear $2 \times 1 =$

La calculadora queda programada para multiplicar por 2 cualquier número que se tipee. Esto es, se transformó en "la máquina que duplica".

Tipear un número, dentro del ámbito que los niños conocen.

Ejemplo: 7. Calcular mentalmente el doble de 7 y escribirlo.

Comprobar, tipeando $=$, si el cálculo mental fue correcto.

Tipear otro número y repetir el ejercicio.

Crear máquinas que multipliquen por otros números y utilizarlas para la ejercitación de las tablas de multiplicar.

Ejemplo:



En forma análoga, al tipear $4 \div 2 =$ la calculadora se transforma en "la máquina que calcula la mitad".

Para jugar Entre varios niños, con una calculadora.

Un niño programa la calculadora, secretamente, para que multiplique por un número. Por ejemplo, tipea 7 \times . Por turno, los niños restantes dicen un número. El que tiene la calculadora lo tipea, presiona la tecla $=$ y lee el número que aparece en la pantalla. Por ejemplo: 8 $=$ 56. Los niños van anotando el número que dijeron y el que salió en la pantalla, hasta descubrir por qué número está multiplicando la calculadora. Está prohibido decir 1, porque entonces aparecería directamente el número que están buscando.

Relaciones que facilitan el aprendizaje

Tipear	3	x	2	=	4	=	8	=
Ver en pantalla	3.	3.	2.	6.	4.	12.	8.	24.

Anotar los productos obtenidos. ¿Qué relación hay entre ellos? (Cada uno es el doble del anterior)

Tipear otros dígitos y multiplicarlos por 2, por 4 y por 8. ¿Sucede lo mismo?

Es conveniente continuar con otros números hasta que para los niños esté claro que, en cualquier caso, obtendrán un resultado al multiplicar por 2, el doble de éste al multiplicar por 4 y otra vez el doble al multiplicar por 8.

Tipear	7	x	3	=	6	=	1	2	=
Ver en pantalla	7.	7.	3.	21.	6.	42.	1.	12.	84.

Anotar los productos obtenidos y buscar alguna relación entre ellos. (Cada uno es el doble del anterior)

Tipear otros dígitos y multiplicarlos por 3, por 6 y por 12. ¿Sucede lo mismo?

Nuevamente, los niños constatarán que, para cualquier número, cada producto es el doble del anterior al multiplicar por 3, por 6 y por 12.

Tipear	4	x	1	=	1	0	=	5	=
Ver en pantalla	4.	4.	1.	4.	1.	10.	40.	5.	20.

Anotar los productos resultantes y buscar relaciones entre ellos.

Tipear otros dígitos y multiplicarlos por 1, por 10 y por 5. ¿Qué observan?

Esta vez, obtendrán series formadas por el número elegido (4), el mismo número en el lugar de las decenas y cero en el de las unidades (40) y, finalmente, la mitad del resultado anterior (20).

Tipear	8	x	1	0	=	9	=		
Ver en pantalla	8.	8.	1.	10.	80.	9.	72.		

Anotar los productos y compararlos.

Tipear otros dígitos y multiplicarlos por 10 y por 9. ¿Encuentran alguna relación?

Los niños se darán cuenta que el segundo producto puede obtenerse restando al primero el número elr gido.

En el ejemplo: $8 \times 9 = 80 - 8$

Si los alumnos ejercitan suficientemente las relaciones encontradas, podrán usarlas para reconstruir resultados que no recuerden, a partir de otros que sí recuerden.

Multiplicando por diez

Tipear $10 \times 3 = 5 = 9 = 7 = \dots$

Los niños concluyen que multiplicar por 10 equivale a agregar un cero.

Tipear $10 \times 87 = 521 = 148 = \dots$

Comprueban que su hipótesis es correcta, para cualquier número que tipeen.

Multiplicando por cien

Tipear $100 \times 2 = 8 = 9 = 5 = \dots$

Los niños concluyen que multiplicar por 100 equivale a agregar dos ceros.

Tipear $100 \times 48 = 352 = 714 = \dots$

Comprueban que su hipótesis es correcta, para cualquier número que tipeen.

3.3. Para ejercitar las descomposiciones multiplicativas

Del producto a los factores

El profesor escribe un número en el pizarrón y pide que busquen por tanteo, usando la calculadora, multiplicaciones de dos factores que den por producto ese número.

Ejemplo: 36

Los niños las encuentran y las anotan en su cuaderno:

$$36 = 4 \times 9 = 3 \times 12 \dots \text{etc.}$$

Eventualmente podrían buscarlas sistemáticamente, preguntándose: ¿Cuánto es 36 dividido por 2? ¿Y por 3?, etc. Si resulta un cociente entero, anotan tanto el cociente como el divisor, como factores. Si el cociente resulta ser decimal, lo descartan y no anotan nada.

Del producto y un factor, al otro factor

El profesor dicta, por ejemplo, el número 7. Los niños lo tipean en sus calculadoras.

El profesor pide que busquen, con la calculadora, el otro factor, para que el producto sea 91.

Pueden probar diversos números hasta encontrar el que sirve. Anotan el ejercicio: $7 \times 13 = 91$

También pueden darse cuenta que haciendo:

$91 \div 7 =$ encuentran directamente el número que necesitan.

3.4. Para visualizar a la división como operación inversa de la multiplicación

Lo multiplico y lo divido

Tipear	9	x	7	=	:	7	=	
Ver en pantalla	9.	9.	7.	63.	63.	7.	9.	

¿Qué relación tiene el número que ahora está en la pantalla con el primer número tipeado? ¿Por qué?

Se repite la actividad con otros números hasta que los niños sean capaces de anticipar, sin equivocarse, qué número aparecerá en la pantalla al tipear la tecla $=$ por segunda vez.

Lo divido y lo multiplico

Tipear	5	6	:	8	=	x	8	=
Ver en pantalla	5.	56.	56.	8.	7.	7.	8.	56.

¿Qué relación tiene el número que está ahora en la pantalla con el primer número tipeado? ¿Por qué?

Se repite la actividad con otros números hasta que los niños sean capaces de anticipar, sin equivocarse, qué número aparecerá en la pantalla al tipear la tecla [=] por segunda vez. Es necesario tomar la precaución de dividir por un número que sea divisor exacto del que se tipeó en primer término.

Haciendo y deshaciendo

El profesor pide a los niños que inventen secuencias de multiplicaciones y divisiones que dejen en la pantalla el primer número ingresado.

Ejemplos:

Tipear	1	2	x	3	:	2	x	2	:	3	=
Ver en pantalla	1.	12.	12.	3.	36.	2.	18.	2.	36.	3.	12.

Tipear	7	x	1	0	:	5	:	2	=
Ver en pantalla	7.	7.	1.	10.	70.	5.	14.	2.	7.

Para jugar: Inventar una secuencia de multiplicaciones y divisiones que dejen la pantalla en 1, y proponerla a otros compañeros.

¿Qué número pensé?

El profesor piensa un número, lo anota y lo tipea, sin mostrarlo a los alumnos.

Ejemplo: 47

A medida que tipea, va diciendo: "lo multiplico por 6 y lo divido por 3".

Escribe en el pizarrón el número obtenido: 94

Los alumnos deben averiguar el número pensado por el profesor. Para ello, tendrán que invertir el proceso: multiplicar por 3 y dividir por 6.

3.5. Para profundizar la comprensión de la multiplicación y de la división

Armando multiplicaciones y divisiones

El profesor elige tres números, los anota en el pizarrón y pide que busquen, usando la calculadora, multiplicaciones y divisiones donde aparezcan estos tres números.

Ejemplo: 48 ; 6 ; 8

Los niños encuentran y anotan: $6 \times 8 = 48$

$48 : 8 = 6$

$8 \times 6 = 48$

$48 : 6 = 8$

Conmutando

Multiplicar dos números, por ejemplo: $15 \times 22 =$

Multiplicar los mismos números, invirtiendo el orden en que se ingresan:

$22 \times 15 =$

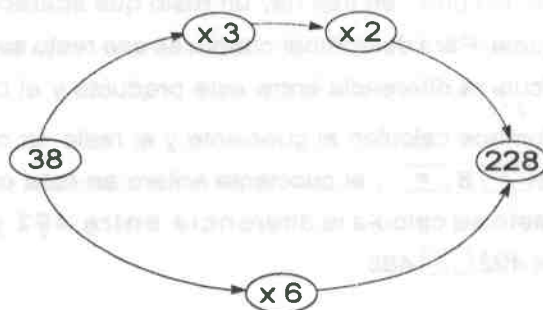
¿Qué sucede con los resultados? ¿Por qué?

Desafío: Elegir dos números de 4 cifras y ver si la propiedad encontrada se cumple.

Asociando

Tipear	3	8	x	3	=	x	2	=
Ver en pantalla	3.	38.	38.	3.	114.	114.	2.	228.

¿Será posible obtener 228 multiplicando 38 por un solo número? ¿Qué número podrá ser?



Es posible que los alumnos piensen que ese número es 5, la suma de 3 y 2. Conviene estimularlos, para que prueben sus hipótesis.

Concluirán que, multiplicando por 6, se obtiene el mismo resultado que multiplicando por 3 y luego por 2.

Multiplicar un número por 2 y luego por 4. Comparar el resultado con el que se obtiene al multiplicar el mismo número por 8.

Comparar el producto obtenido al multiplicar un número por 3 y por 5, con el producto obtenido al multiplicarlo por 15.

Concluirán que, para cualquier par de factores que tomen, da lo mismo multiplicar un número por cada uno de ellos, sucesivamente, que multiplicarlo por el producto.

Buscando dividendo y divisor

A partir de un solo número, buscar ejercicios de división cuyo cociente sea ese número.

Ejemplo: ... $\boxed{:}$... $\boxed{=} 15$

Pueden probar considerando un número mayor que 15 como dividendo y dividiéndolo por diversos números, para ver si logran llegar a 15.

Pero también pueden elegir un número cualquiera como divisor y darse cuenta que, si lo multiplican por 15, obtienen directamente el dividendo. Por ejemplo: $3 \boxed{\times} 15 \boxed{=} 45$,

de donde se puede concluir que $45 \boxed{:} 3 \boxed{=} 15$.

La división con resto

Pedir a los alumnos que hagan las siguientes divisiones y que anoten los ejercicios con los resultados en sus cuadernos.

$$20 \boxed{:} 4 \boxed{=} \dots \quad 21 \boxed{:} 4 \boxed{=} \dots \quad 22 \boxed{:} 4 \boxed{=} \dots ;$$

$$23 \boxed{:} 4 \boxed{=} \dots \quad 24 \boxed{:} 4 \boxed{=} \dots$$

Los alumnos pueden observar que sólo el primer y el último resultado corresponden a números conocidos por ellos: en $20 : 4 =$ el cociente es 5 y en $24 : 4 =$ el cociente es 6. Además, cuatro resultados parten con 5: será necesario explicar que en estos cuatro casos el cociente entero es cinco pero, en tres hay un resto que aparece expresado en forma decimal. Para determinar cuánto es ese resto se multiplica 5 por 4 y se calcula la diferencia entre este producto y el dividendo.

Pedir que los alumnos calculen el cociente y el resto en otras divisiones, por ejemplo $492 \boxed{:} 8 \boxed{=} \dots$; el cociente entero en este caso es 61; para determinar el resto se calcula la diferencia entre 492 y el producto $61 \boxed{\times} 8$, o sea $492 \boxed{-} 488$.

4. Operatoria combinada

4.1. Para relacionar entre sí las operaciones básicas

Falta el signo

El profesor escribe en la pizarra ejercicios de operatoria, omitiendo el signo.

Ejemplo:

$$84 \square 48 \square = 36 \qquad 48 \square 4 \square = 192$$

$$84 \square 48 \square = 132 \qquad 84 \square 4 \square = 21$$

Los alumnos los copian y ponen en cada cuadrito el signo que, según creen, corresponde.

Comprueban, usando la calculadora con el signo que pusieron, si se cumple la igualdad. Si no se cumple, corrigen.

Multiplicar sin usar la tecla \times

El profesor pide que multipliquen; por ejemplo, 327×18 , sin usar la tecla \times

Algunos alumnos podrían hacer:

$$+ 327 = = = \dots \text{ (18 veces)}$$

O bien, podrían encontrar el doble de 327, tipeando $327 + 327 =$ y repetir tres veces más el cálculo del doble del resultado que se va obteniendo; se obtiene así 327×16 ; a este número se le suma el primer doble obtenido para obtener el producto de 327×18 .

Otros podrían utilizar el producto conocido de 327×10 y tipear la secuencia: $3270 + 3270 - 327 = =$

Equivalencias: ¿Da lo mismo?

El profesor dicta un número, por ejemplo: 27.

Los alumnos lo tipean.

El profesor pide a los alumnos de una fila que multipliquen 27 por 5 y a los de la otra fila que multipliquen 27 por 10 y luego dividan por 2. Comparan los resultados. ¿Sucedo lo mismo con cualquier número? ¿Por qué?

De un modo similar, puede proponer otros ejercicios para que los alumnos verifiquen su equivalencia:

Multiplicar por 50 equivale a multiplicar por 100 y dividir por 2.

Multiplicar por 25 equivale a multiplicar por 100 y dividir por 4.

III. Actividades para quinto y sexto año de educación básica

En estos cursos, la calculadora puede servir a los alumnos tanto para realizar actividades que los lleven a afianzar sus conocimientos acerca del sistema de numeración decimal y de la operatoria aritmética, como a facilitarles nuevos aprendizajes, por ejemplo, los números decimales. El profesor puede proponer actividades para estimular la reflexión de los alumnos sobre los procesos y resultados e instarlos a seguir investigando con la calculadora, cada vez en forma más autónoma.

Temario

1. Sistema de numeración decimal

- 1.1. Para ejercitar relaciones de orden
- 1.2. Para afianzar el concepto de valor posicional
- 1.3. Para profundizar el conocimiento de la serie numérica

2. Operatoria: adición y sustracción

- 2.1. Para extender las combinaciones aditivas
- 2.2. Para ejercitar la sustracción como inversa de la adición
- 2.3. Para operar con grandes cantidades

3. Operatoria: multiplicación y división

- 3.1. Para desarrollar la habilidad de calcular mentalmente
- 3.2. Para ejercitar la división como inversa de la multiplicación
- 3.3. Para operar con grandes cantidades
- 3.4. Para ejercitar las relaciones entre factores y múltiplos
- 3.5. Para profundizar la comprensión de los algoritmos de multiplicación y división
- 3.6. Para introducir el concepto de potencia

4. Números decimales

- 4.1. Para facilitar el reconocimiento de las fracciones en notación decimal
- 4.2. Para iniciar la comprensión de la operatoria de números decimales

1. Sistema de numeración decimal

1.1. Para ejercitar relaciones de orden

Escribiendo y ordenando números

Tipear números con la máxima cantidad de cifras (8 cifras), usando sólo algunas teclas, por ejemplo: 3 y 5 .

Copiar en el cuaderno al menos diez números distintos que encuentren.

Leerlos y ordenarlos de menor a mayor.

Por ejemplo:

- | | | |
|---------------|--------------------|---------------|
| a. 33 333 333 | b. 33 333 335 | c. 33 333 353 |
| d. 33 333 355 | e. 33 333 533..... | 55 555 555 |

1.2. Para afianzar el concepto de valor posicional

Transformando un número al agregar

Elegir un número de 4 cifras, anotarlo y tipearlo en la calculadora.

Por ejemplo: 5 437

Agregar 2 decenas al número que está en pantalla.

¿Qué número aparece? Leer y registrar: 5 457

Agregar 20 decenas al número que está en pantalla.

¿Qué número aparece? Leer y registrar: 5 657

Agregar 200 decenas al número que está en pantalla.

¿Qué número aparece? Leer y registrar: 7 657

Agregar 15 decenas al número que está en pantalla.

¿Qué número aparece? Leer y registrar: 7 807

Agregar 22 centenas al número que está en pantalla.

¿Qué número aparece? Leer y registrar: 10 007

Agregar 20 decenas y 20 centenas al número que está en pantalla.

¿Qué número aparece? Leer y registrar: 12 207.

Leer todos los números registrados.

A los alumnos que muestran dificultad para realizar la actividad, conviene ayudarlos a calcular mentalmente la cantidad en unidades, equivalente a la que deben agregar. Por ejemplo: si deben agregar 20 decenas, preguntarles: ¿Cuántas unidades hay en 20 decenas? Concluirán que deben agregar 200 unidades.

Retroceder a partir del último número: 12 207, pasando por cada uno de los anotados, hasta llegar a tener el primero en pantalla: 5 437

5 437 ← 5 457 ← 5 657 ← 7 657 ← 7 807 ← 10 007 ← 12 207

Transformando un número al quitar

Elegir un número de 5 cifras y tipearlo en la calculadora.

Por ejemplo: 68 976

Quitar 4 decenas al número que está en pantalla.

¿Qué número aparece? Leer y registrar: 68 936

Quitar 40 decenas al número que está en pantalla.

¿Qué número aparece? Leer y registrar: 68 536

Quitar 400 decenas al número que está en pantalla.

¿Qué número aparece? Leer y registrar: 64 536

Quitar 45 centenas al número que está en pantalla.

¿Qué número aparece? Leer y registrar: 60 036.

Quitar 13 decenas al número que está en pantalla.

¿Qué número aparece? Leer y registrar el resultado: 59 906

Leer todos los números registrados.

Retroceder a partir del último número: 59 906, pasando por cada uno de los anotados, hasta llegar a tener el primero en pantalla: 68 976.

68 976 ← 68 936 ← 68 536 ← 64 536 ← 60 036 ← 59 906

De un número a otro, en pocos pasos

Pedir a los alumnos que modifiquen una cantidad de acuerdo a ciertas instrucciones, sin borrarla, o sea sin usar las teclas **C** y **AC**

Por ejemplo:

Tipear el número 120 327.

Cambiar las cifras 2 por cifras 5, sin usar las teclas **C** y **AC**

Conviene que los alumnos registren las operaciones que hicieron para que luego puedan revisar su trabajo.

Es posible que los alumnos den soluciones como éstas:

$$120\ 327 \ [+] \ 30\ 000 \ [+ \ 30 \ [=] \ 150\ 357$$

$$120\ 327 \ [+ \ 30\ 030 \ [=] \ 150\ 357$$

Tipear el número 100 988.

Cambiar las cifras 8 por cifras 0 y las cifras 0 por 8.

Hacerlo sin usar las teclas **C** y **AC** y en el menor número de pasos posible.

En dos pasos, es posible ingresar :

$$10\ 0988 \ [+ \ 88\ 000 \ [- \ 88 \ [=] \ 188\ 900$$

En un paso se puede ingresar: $100\ 988 \ [+ \ 87\ 912 \ [=] \ 188\ 900$

1.3. Para profundizar el conocimiento de la serie numérica

¿Cuál toca...?

Tipear	6	+	6	=	=	=	=	=	=	=	=	=
Ver en pantalla	6.	6.	6.	12.	18.	24.	30.	36.	42.	48.	54.	60.

Antes de apretar la tecla **=** anticipar el resultado, contestando a la pregunta: ¿Cuál toca? Escribir la serie de resultados.

Contestar preguntas, tales como:

- Si el número que tenemos en pantalla termina en 6, el que sigue termina en y el que sigue termina en
- Si seguimos apretando, ¿aparecerá en algún momento el número 96?, ... el 115?, ...el 120?, ... el 150?, ... el 252?, ... el 280?, ...

Para contestar establecen relaciones con los resultados ya obtenidos previamente, por ejemplo 96 aparecerá porque es igual a $60 + 36$.

Una actividad similar es posible realizar tipeando series como las siguientes:

Tipear	9	+	9	=	=	=	=	=	=	=	=	=
Ver en pantalla	9.	9.	9.	18.	27.	36.	45.	54.	63.	72.	81.	90.

Observar las regularidades que presentan los resultados y utilizar esta observación para anticipar el número que aparecerá en pantalla al tipear la siguiente serie:

Tipear	1	3	5	+	9	=	=	=	=	=	=
Ver en pantalla	1.	13.	13.5.	135.	9.	144.	153.	162.	173.	182.	191.

Retrocediendo

Trabajar en la calculadora esta serie:

Tipear	1	7	5	-	5	=	=	=	=	=	=
Ver en pantalla	1.	17.	175.	175.	175.	5.	170.	165.	160.	155.	150.

Ir anticipando el resultado antes de apretar cada signo igual.

Un alumno puede ir trabajando con la calculadora y otro mentalmente.

Una actividad similar es posible realizar tipeando series como las siguientes:

Tipear	1	6	0	-	1	2	=	=	=	=	=
Ver en pantalla	1.	16.	160.	160.	1.	12.	148.	136.	124.	112.	100.

Es importante que los alumnos continúen la serie hasta llegar a 4 y anticipar que no aparecerá en pantalla el 0, porque 160 no es múltiplo de 12 ($160 : 12 = 13$ y el resto es 4)

Tippear	1	6	0	-	2	2	=	=	=	=	=	=
Ver en pantalla	1.	16.	160.	160.	2.	22.	138.	116.	94.	72.	50.	28.

Es muy probable que los alumnos continúen trabajando una serie más allá de lo que el profesor señale, lo que los llevará a encontrar números negativos. Por ejemplo, en el último caso al tipear $\boxed{=}$ aparecerá en pantalla $\boxed{-}$ 16. Este hecho se puede asumir con naturalidad, hablándoles a los alumnos de la existencia de los números negativos que se ubican en la recta numérica, hacia la izquierda, a partir del 0.

La búsqueda

Plantear desafíos como los siguientes:

Se busca un número que, sumado a su antecesor y a su sucesor, de 42. ¿Qué número es?

Investigar el número.

Es probable que en una primera instancia los niños traten de probar con algún número, si por ejemplo algún niño piensa que puede ser 20, al sumar $19 + 20 + 21$ se percatará que el número buscado es menor que 20, porque en este caso la suma es 60, que es mayor que 42.

Progresivamente los alumnos se darán cuenta, que en casos como éste, conviene dividir 42 por 3, ya que :

$$(14 - 1) + 14 + (14 + 1) = 3 \times 14 = 42$$

Constatar que 14 es el número buscado.

Responder a otros desafíos:

Se busca un número que, multiplicado por su sucesor, de 72. ¿Qué número es?.

Probablemente los niños persistirán en la estrategia de dividir por 2. Estimulándolos a que prueben diversos números con la calculadora, encontrarán que $8 \times 9 = 72$.

2. Operatoria: adición y sustracción

2.1. Para extender las combinaciones aditivas

Ampliando el ámbito

Plantear y comprobar, usando la calculadora, hasta agotar la capacidad de pantalla, un conjunto de ejercicios de adición y sustracción que se pueden derivar de una combinación aditiva básica.

$7 + 5$
$70 + 50$
$700 + 500$
$7\ 000 + 5\ 000$
$70\ 000 + 50\ 000$
$700\ 000 + 500\ 000$
$7\ 000\ 000 + 5\ 000\ 000$

$12 - 7$
$120 - 70$
$1\ 200 - 700$
$12\ 000 - 7\ 000$
$120\ 000 - 70\ 000$
$1\ 200\ 000 - 700\ 000$
$12\ 000\ 000 - 7\ 000\ 000$

$37 + 58$
$370 + 580$
$3\ 700 + 5\ 800$
$37\ 000 + 58\ 000$
$370\ 000 + 500\ 000$
$3\ 700\ 000 + 5\ 800\ 000$
$37\ 000\ 000 + 58\ 000\ 000$

$65 - 12$
$650 - 120$
$6\ 500 - 1\ 200$
$65\ 000 - 12\ 000$
$650\ 000 - 120\ 000$
$6\ 500\ 000 - 1\ 200\ 000$
$65\ 000\ 000 - 12\ 000\ 000$

Anotan los resultados.

Juegan a anticipar la suma al ir ampliando el ámbito numérico.

Escriben el ejercicio siguiente y cuyo resultado la calculadora no puede mostrar, en razón de su capacidad de pantalla.

2.2. Para ejercitar la sustracción como inversa de la adición

Números perdidos

Pedir a los niños que, usando la calculadora, descubran el número que falta en cada ejercicio.

Tipear: 357 160 245

En pantalla aparece: 357

Tipear: 789 190 346

En pantalla aparece: 789

Tipear: 830 240 110

En pantalla aparece: 830

Tipear: 650 242 120

En pantalla aparece: 650

Si en una primera instancia los alumnos suman y/o restan cada una de las cantidades para volver al mismo número, invitarlos a tratar de ingresar una sola cantidad. Por ejemplo, en el primer caso restan 160 y luego restan 245, convendría que se dieran cuenta que se puede restar 405 que es igual a 160 más 245. En el último caso donde suman 242 y luego restan 120, bastaría sumar 122 que es igual a 242 menos 120.

2.3. Para operar con grandes cantidades

Contestando con ayuda de la calculadora

Leer la siguiente información:

<p>Centavos: el Cobre Centavos Londres a se mantie- on una dis- onstante de ios de cobre de cuatro centavos el precio del cobre ales de Londres si- 05,256 centavos de vel más alto desde 93. io del metal fue de</p>	<h2>Censo de 1992</h2>	<p>De acuerdo a los datos del Censo de 1992, en Chile éramos 13 348 401 habitantes, divididos en 6 795 147 mujeres y 6 553 254 hombres. Del total de mujeres había 4 855 180 mayores de 15 años. De ellas 1 669 450 realizaban al- gún tipo de trabajo pa- gado. Si vemos los datos de las personas mayores, encontramos que había 503 595 mujeres mayores de 65 años y sólo 373 449 hombres mayores de 65 años.</p>
---	------------------------	---

Buscar respuestas para las siguientes preguntas, con ayuda de la calculadora:

Según el Censo de 1992, en Chile:

¿Cuántas mujeres más que hombres había ?

¿Cuántas mujeres había que tenían 15 años o menos?

¿Cuántas mujeres mayores de 15 años no realizaban algún trabajo pagado?

¿Cuántos hombres menos que mujeres había, entre los mayores de 65 años?

¿Cuántos hombres de 65 años o menos había?

Escribir el ejercicio y su resultado en cada caso.

Comparar los procedimientos y resultados obtenidos.

3. Operatoria: multiplicación y división

3.1. Para desarrollar la habilidad de calcular mentalmente

Duplicando o triplicando un número

Uno o dos niños dirigen ejercicios como los que se presentan a continuación:

Tipear	2	x	5	0	=	=	=	=	=	=
Ver en pantalla	2.	2.	5.	50.	100.	200.	400.	800.	1600.	3200.

Tipear	2	x	1	2	0	=	=	=	=	=
Ver en pantalla	2.	2.	1.	12.	120.	240.	480.	960.	1920.	3840.

Tipear	3	x	1	0	=	=	=	=	=	=
Ver en pantalla	3.	3.	1.	10.	30.	90.	270.	810.	2430.	7290.

Tipear	3	x	1	5	0	=	=	=	=	=
Ver en pantalla	3.	3.	1.	15.	150.	450.	1350.	4050.	12150.	

Dicen lo que van tipeando y piden a sus compañeros que calculen y les digan el resultado que aparecerá cada vez que se tipee la tecla $\boxed{=}$

Una vez que obtienen los resultados conviene analizarlos con los niños para que reconozcan que:

$$2 \times 50 \times 2 = 2 \times 100 = 4 \times 50 = 200$$

$$2 \times 50 \times 2 \times 2 = 2 \times 200 = 8 \times 50 = 400$$

$$3 \times 150 \times 3 = 3 \times 450 = 9 \times 150 = 1\ 350$$

$$3 \times 150 \times 3 \times 3 = 3 \times 1\ 350 = 27 \times 150 = 4\ 050$$

El resultado de este trabajo podrán emplearlo cuando tengan que multiplicar por un número potencia de 2 y /6 de 3.

¿Cuánto es?

Organizarse en parejas.

El profesor presenta una lista de ejercicios de multiplicación y división cuyos resultados sean fáciles de estimar mentalmente.

Por ejemplo:

1 000	x	99		880	:	44
1 000	x	91		1 760	:	44
1 001	x	90		720	:	36
100	x	101		1 440	:	36
101	x	101		2 880	:	36

Por turno, un niño elige uno de los ejercicios de la lista y los compañeros calculan, mentalmente o haciendo pequeñas anotaciones en un papel, el resultado del ejercicio y comunican su estimación. El niño que dictó tipea el ejercicio en la calculadora y lee el resultado. Gana y le toca dictar al niño que dio el resultado correcto o el más aproximado.

Los niños indagarán diversos procedimientos y usarán algunas propiedades de las operaciones, sin nombrarlas obligadamente. Por ejemplo, si al calcular $1\ 000 \times 99$ piensan que es igual a $1\ 000 \times (100 - 1)$ e igual a $(1\ 000 \times 100) - (1\ 000 \times 1)$, están empleando la propiedad distributiva de la multiplicación en relación a la sustracción. Si al calcular $880 : 44$, lo hacen pensando que es igual a $880 : 4 : 11$ e igual a $880 : 2 : 2 : 11$, han descompuesto 44 en $2 \times 2 \times 11$.

3.2. Para ejercitar la división como inversa de la multiplicación

Buscando el factor

El profesor presenta un conjunto de ejercicios del tipo siguiente:

$$\begin{array}{rclcl}
 4 & \times & \square & = & 44 \\
 27 & \times & \square & = & 2\ 727 \\
 194 & \times & \square & = & 194\ 194 \\
 1\ 345 & \times & \square & = & 13\ 451\ 345
 \end{array}$$

Investigar el factor que falta en cada ejercicio y una vez que los han encontrado todos, tratar de explicar qué relación existe entre el factor encontrado en cada caso y el resultado.

Los alumnos encontrarán el factor que falta en cada caso dividiendo el producto por el factor dado. Al comparar los factores encontrados verán que son siempre potencias de 10, más 1 y que este hecho permite que en el resultado aparezca reiterado el primer factor.

Números perdidos

Pedir a los niños, que usando la calculadora, descubran el número que falta en cada ejercicio.

Tipear	2	4	0	x	2	x	3	:	=
Ver en pantalla										240

Tipear	2	4	x	8	x	:	3	2	=
Ver en pantalla										24

Tipear	2	4	0	:	8	:	3	x	=
Ver en pantalla										240

En el primer caso, algunos niños pueden resolverlo dividiendo por 2 y por 3 y otros dividiendo por 6. Es valioso que intercambien estos distintos caminos para que los lleguen a reconocer como equivalentes.

3.3. Para operar con grandes cantidades

Contestando con ayuda de la calculadora

Leer la siguiente información:

modelos. Como
or, varias mar-
versiones, y se
serción en el
resas interna-
or varios años

BRIL

portamiento de
as llegaron a 8
cuales 5.007 co-
nto pasajeros y

De acuerdo a los datos del Censo de 1992, en Chile éramos 13 348 401 habitantes, de los cuales 6 553 254 eran hombres, por lo tanto había 242 893 mujeres más que hombres.

En sólo tres de las trece regiones en que se divide el país; Valparaíso, Bio-Bío y la Región Metropolitana, vivían 7675331 personas.

Buscar las respuestas a las siguientes preguntas, con ayuda de la calculadora.

Aproximadamente:

¿Cuántos estadios de 70 000 personas se podrían llenar con todos los chilenos?

¿Cuántos estadios de 70 000 personas se podrían llenar sólo con los hombres?

¿Cuántos teatros de 630 personas se podrían llenar con 242 893 mujeres?

Si cada mujer pagara una entrada de \$ 50, ¿cuánto dinero se reuniría?

Y con el dinero reunido, ¿cuántas bicicletas de \$ 45 000 se podrían comprar?

Escribir el ejercicio y su resultado en cada caso.

Comparar los procedimientos y resultados obtenidos.

3.4. Para ejercitar las relaciones entre factores y múltiplos

Rastreando factores

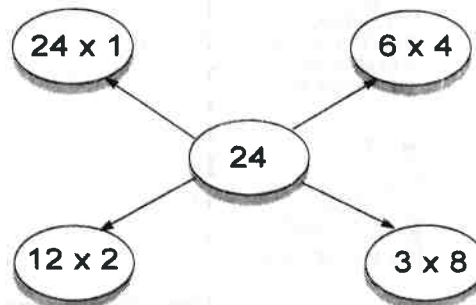
Buscar factores de 24 usando la calculadora:

Tipear	2	4	:	1	=	:	2	=	2	4	:	3	=
Ver en pantalla	2.	24.	24.	1.	24.	24.	2.	12.	2.	24.	24.	3.	8.

Tipear	2	4	:	4	=	2	4	:	5	=	2	4	:	6	=
Ver en pantalla	2.	24.	24.	4.	6.	2.	24.	24.	5.	4.8	2.	24.	24.	6.	4.

Anotar, en los casos que las divisiones resultan sin decimales, el cociente y el divisor, por ejemplo en $24 : 6 = 4$, registrar 6 y 4 como factores de 24.

Es posible anotar en una diagrama como el siguiente.



Buscando múltiplos de cinco

Tippear en la calculadora secuencias como las siguientes:

$$5 \quad \boxed{\times} \quad 1 \quad \boxed{=} \quad 2 \quad \boxed{=} \quad 3 \quad \boxed{=} \quad 4 \quad \boxed{=}$$

$$5 \quad \boxed{=} \quad 6 \quad \boxed{=} \quad 7 \quad \boxed{=} \quad 8 \quad \boxed{=} \quad 9 \quad \boxed{=}$$

$$5 \quad \boxed{\times} \quad 31 \quad \boxed{=} \quad 32 \quad \boxed{=} \quad 33 \quad \boxed{=} \quad 34 \quad \boxed{=}$$

$$35 \quad \boxed{=} \quad 36 \quad \boxed{=} \quad 37 \quad \boxed{=} \quad 38 \quad \boxed{=} \quad 39 \quad \boxed{=}$$

Observar con atención cada uno de los resultados que van apareciendo y tratar de anticipar la cifra en la que terminará el resultado que aparecerá.

Contestar: si multiplico un número por 5, ¿en qué cifras termina el resultado? Anotar la respuesta.

Escribir una lista de ocho múltiplos de 5 de cuatro o más cifras.

Comprobar si son múltiplos de 5 dividiendo cada uno de los números por 5 y viendo si la división es exacta.

Conviene que los alumnos establezcan algunas relaciones importantes: si un número es múltiplo de otro es divisible por ese número. Por ejemplo: 360 es múltiplo de 5, 360 es divisible por 5 y 5 es divisor, y también factor de 360 ($360 : 5 = 72$ y $72 \times 5 = 360$).

Investigando los múltiplos de 3 y de 6

Tippear un número de 2 cifras y multiplicarlo por 3.

Anotar el resultado.

Repetir esta operación de multiplicación por 3, con números de 3, de 4, de 5 y de 6 cifras.

Anotar sólo los resultados, hasta completar una lista de siete números.

Sumar las cifras de cada uno de los resultados anotados, todas las veces que sea necesario hasta llegar a un número de una cifra y chequear si este último es uno de los tres primeros múltiplos de 3.

Ejemplo:

87	$8 + 7 = 15$	$1 + 5 = 6$
1 368	$1 + 3 + 6 + 8 = 18$	$1 + 8 = 9$
29 622	$2 + 9 + 6 + 2 + 2 = 21$	$2 + 1 = 3$
169 665	$1 + 6 + 9 + 6 + 6 + 5 = 33$	$3 + 3 = 6$
2 036 835	$2 + 0 + 3 + 6 + 8 + 3 + 5 = 27$	$2 + 7 = 9$

Investigar si los números siguientes son múltiplos de 3

37 654	237 658	5 435 789	88 887
89 657	987 564	7 342 965	57 940

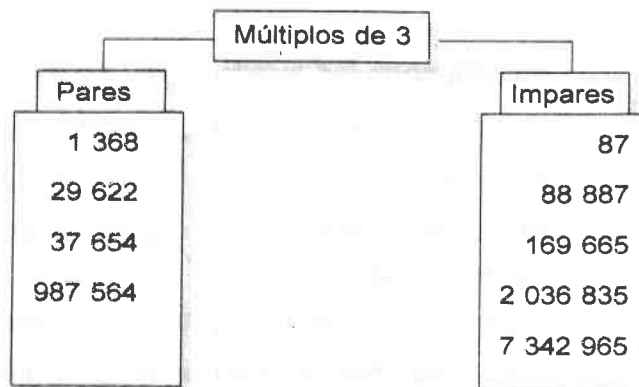
Tipear cada número, dividir por 3 y ver si el cociente tiene o no decimales.

Sumar las cifras hasta llegar a obtener una.

Sacar conclusiones.

Los alumnos advertirán que, siempre que las cifras de un número suman 3 ó 6 ó 9 es múltiplo de 3, es decir, al dividir este número por 3 el cociente será exacto.

Clasificar los múltiplos de 3 en pares e impares. Recordar que todo número par es múltiplo de 2.



Tipear cada número de la columna de los pares, dividirlo por 6 y así comprobar que los múltiplos de 3 y de 2 también son múltiplos de 6.

Escribir una lista de números de varias cifras que sean múltiplos de 2 y de 3, por lo tanto de 6.

Comprobar dividiendo el número por 6 en la calculadora.

Investigando los múltiplos de 9

Averiguar si los siguientes números son múltiplos de 9, o sea, divisibles por 9.

72 ; 108 ; 1 008 ; 1 123 ; 2 430 ; 72 005

Tipear cada número, dividir por 9 y ver si el cociente tiene o no decimales.

Clasificar los números dados en múltiplos de 9 y no-múltiplos de 9.

Sumar las cifras de cada número hasta llegar a una cifra.

¿Qué se puede concluir?

Los alumnos se darán cuenta que la suma sucesiva de las cifras de los números múltiplos de 9 siempre es 9.

3.5. Para profundizar la comprensión de los algoritmos de multiplicación y división

Formando tablas

Pedir a los alumnos que resuelvan conjuntos de ejercicios como los siguientes, usando la calculadora.

Ir observando los resultados, para anticipar el resultado del ejercicio siguiente.

2	x	28	=	<input type="text"/>
4	x	28	=	<input type="text"/>
8	x	28	=	<input type="text"/>
16	x	28	=	<input type="text"/>
32	x	28	=	<input type="text"/>
64	x	28	=	<input type="text"/>

3	x	28	=	<input type="text"/>
6	x	28	=	<input type="text"/>
12	x	28	=	<input type="text"/>
24	x	28	=	<input type="text"/>
48	x	28	=	<input type="text"/>
96	x	28	=	<input type="text"/>

Leer en voz alta los resultados y explicar la relación que se presenta entre los ejercicios de cada conjunto.

Ayudar a los niños a descubrir que:

- multiplicar un número por 4 es lo mismo que multiplicar por 2 y por 2,
- multiplicar un número por 16 es lo mismo que multiplicar por 8 y por 2, o por 2 y por 8,
- multiplicar un número por 6 es lo mismo que multiplicar por 3 y por 2, o por 2 y por 3,
- multiplicar un número por 12 es lo mismo que multiplicar por 6 y por 2, o por 2 y por 6, etc.

Solucionar ejercicios de multiplicación como los siguientes, aplicando lo aprendido:

$$126 \times 8$$

Tippear: 126 4 2

$$517 \times 16$$

Tippear: 517 8 2

El corrector

Revisar ejercicios resueltos, usando la calculadora, para determinar si los resultados son o no correctos.

En el caso de que los resultados no coincidan revisar paso a paso el ejercicio para detectar el error y corregirlo.

Por ejemplo, frente a ejercicios como los siguientes:

$$\begin{array}{r} 4\ 567 \times 704 \\ 18268 \\ + 31969 \\ \hline 337958 \end{array}$$

Tippear: 4567 4 4567 700

$$\begin{array}{r}
 53478 \times 546 \\
 328828 \\
 213912 \\
 + 257390 \\
 \hline
 28206948
 \end{array}$$

Tipear: 53 478 x 6 = M+ 53 478 x 40 =
 M+ 53 478 x 500 M+ MR

Al trabajar paso a paso con la calculadora los resultados aparecerán en unidades y no como tradicionalmente se anotan por escrito. Sin embargo, esto es valioso pues permite a los alumnos percatarse de que algunos productos parciales están escritos en unidades, otros en decenas y otros en centenas. Por ejemplo, en el segundo ejercicio podemos comprobar que:

53 478 x 6 unidades es igual 320 868 unidades,

53 478 x 4 decenas es igual a 213 912 decenas,

o sea 2 139 120 unidades y

53 478 x 5 centenas es igual a 267 390 centenas,

es decir 26 739 000 unidades.

3.6. Para introducir el concepto de potencia

De potencia a raíz

Investigar los cuadrados de un número.

Tipear	6	x	6	=
Ver en pantalla	6.	6.	6.	36.

Tipear	1	4	x	1	4	=
Ver en pantalla	1.	14.	14.	1.	14.	196.

Explorar la calculadora para encontrar una tecla que les permita, si el cuadrado está en la pantalla, volver al número original.

Tipear	196	$\sqrt{\quad}$
Ver en pantalla	196.	14.

Averiguar si esto es válido para otros cuadrados.

La introducción del uso de la tecla $\sqrt{\quad}$ permite a los niños comprobar su cálculo y, muy especialmente, ver potencia y raíz como procesos inversos.

Buscando potencias

Calcular potencias de un número, usando multiplicaciones por un mismo número, en forma abreviada.

Tipear	6	x	1	=	=	=	=	=
Ver en pantalla	6.	6.	1.	6.	36.	216.	1296.	7776

Tipear cualquiera de los resultados obtenidos y averiguar cuántas veces puede dividir por 6 hasta llegar a 1. ¿Cuántas veces tipeo el signo $=$? Asociar este número de veces con el exponente de la potencia.

Escribir potencias de 6 con su correspondiente valor.

Ejemplo: $6^5 = 7\ 776$

4. Números decimales

4.1. Para facilitar el reconocimiento de las fracciones en notación decimal

Cabeza y calculadora

El profesor plantea un problema como el siguiente:

"Tengo que repartir en partes iguales 10 manzanas entre 4 niños".

Resolver el problema usando la calculadora.

Interpretar el significado del resultado 2.5 que aparece en pantalla al dividir 10 por 4. ¿Cuántas manzanas le tocan a cada niño? A cada niño le tocan

2 manzanas y media manzana más. Cinco décimos de manzana es equivalente a media manzana.

Repetir la actividad cambiando el número de manzanas y/o el número de niños.

9 manzanas y 4 niños, ¿cuántas manzanas para cada niño?

20 manzanas y 8 niños, ¿cuántas manzanas para cada niño?

18 manzanas y 8 niños, ¿cuántas manzanas para cada niño?

11 manzanas y 10 niños, ¿cuántas manzanas para cada niño?....

Leyendo decimales

Tipear los siguientes ejercicios y después de cada uno leer el resultado:

$$1 \boxed{:} 10 \boxed{=} \quad 2 \boxed{:} 10 \boxed{=} \quad 3 \boxed{:} 10 \boxed{=}$$

$$4 \boxed{:} 10 \boxed{=} \quad 5 \boxed{:} 10 \boxed{=}$$

$$1 \boxed{:} 100 \boxed{=} \quad 2 \boxed{:} 100 \boxed{=} \quad 3 \boxed{:} 100 \boxed{=}$$

$$4 \boxed{:} 100 \boxed{=} \quad 5 \boxed{:} 100 \boxed{=}$$

$$1 \boxed{:} 1000 \boxed{=} \quad 2 \boxed{:} 1000 \boxed{=} \quad 3 \boxed{:} 1000 \boxed{=}$$

$$4 \boxed{:} 1000 \boxed{=} \quad 5 \boxed{:} 1000 \boxed{=}$$

$$12 \boxed{:} 10 \boxed{=} \quad 12 \boxed{:} 100 \boxed{=} \quad 12 \boxed{:} 1000 \boxed{=}$$

$$129 \boxed{:} 10 \boxed{=} \quad 129 \boxed{:} 100 \boxed{=} \quad 129 \boxed{:} 1000 \boxed{=}$$

Continuar este tipo de ejercicio hasta que los niños sean capaces de anticipar lo que aparecerá en la pantalla y puedan leerlo. Conviene que los niños lean los resultados como un décimo, dos décimos, etc. para que les sea más fácil relacionar estas expresiones como equivalentes a las expresiones fraccionarias conocidas.

Escribiendo decimales

Investigar y tipear:

- el número decimal menor, que se puede escribir con dos cifras decimales,
- el número decimal menor, que se puede tipear en la calculadora, con tres cifras decimales,
- el número menor, que se puede escribir con tres cifras decimales, si se usan las cifras 0, 1 y 2 .

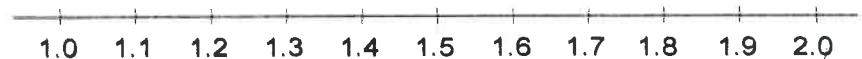
Más y más decimales

Investigar y tipear números decimales que estén entre 1 y 2

Leer los números que se tipean y anotarlos en el pizarrón.

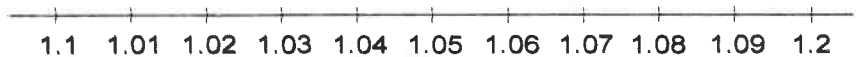
Una primera estrategia que pueden emplear los niños puede ser tipear:

$$1 \boxed{+} 0.1 \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \dots$$



Al representar estos números sobre la recta numérica será posible que los alumnos visualicen, con mayor facilidad, números de dos cifras decimales que se encuentran entre los ya ubicados, por ejemplo:

$$1.1 \boxed{+} 0.01 \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \dots$$



Investigar y tipear números decimales que estén entre 0 y 1

Leer los números que se tipean y anotarlos en el pizarrón.

Clasificar los números en mayores que 0.5, igual a 0.5 y menores que 0.5

4.2. Para iniciar la comprensión de la operatoria de números decimales

Escribiendo decimales

Comprobar con la calculadora en notación decimal un conjunto de ejercicios dados en notación fraccionaria:

$$5/10 + 4/10 = 9/10$$

Tipear	.	5	+	.	4	=
Ver en pantalla	0.	0.5	0.5	0.	0.4	0.9

$$6/10 + 4/10 = 10/10 = 1$$

Tipear	.	6	+	.	4	=
Ver en pantalla	0.	0.6	0.6	0.	0.4	1.

$$37/10 + 45/1000 = 3745/1000$$

Tipear	3	.	7	+	.	0	4	5	=
Ver en pantalla	3.	3.	3.7	3.7	0.	0.0	0.04	0.045	3.745

$$44/100 + 9/10 + 336/1000 = 1676/1000$$

Tipear	.	4	4	+	.	9	+	.	3	3	6	=
Ver en pantalla	0.	0.4	0.44	0.44	0.	0.9	1.34	0.	0.3	0.33	0.336	1.676

Buscando palabras que terminan en O

Tippear ejercicios simples que den como resultado un número, que invertido permita leer una palabra que termina en O.

Por ejemplo:

$$\text{BOLSO} = 0.57 + 0.0008$$

$$\text{SESO} = 0,5 + 0.035$$

$$\text{BELLO} = 0.8800 - 0.0062$$

$$\text{ELISEO} = 0.351 + 0.00073$$

A la siga de un cuociente

Recordar a los niños el significado de 5 décimos y su equivalencia con un medio.

Buscar usando la calculadora ejercicios que den como resultado cinco décimos, anotar los ejercicios en el pizarrón a medida que los vayan descubriendo.

Ordenar los ejercicios anotados en secuencias, como las siguientes:

$$1 : 2 = 0.5$$

$$10 : 20 = 0.5$$

$$100 : 200 = 0.5$$

$$2 : 4 = 0.5$$

$$20 : 40 = 0.5$$

$$200 : 400 = 0.5$$

$$4 : 8 = 0.5$$

$$40 : 80 = 0.5$$

$$400 : 800 = 0.5$$

$$14 : 28 = 0.5$$

$$18 : 36 = 0.5$$

$$36 : 72 = 0.5$$

$$31 : 62 = 0.5$$

$$62 : 104 = 0.5$$

$$104 : 208 = 0.5$$

$$27 : 54 = 0.5$$

$$54 : 108 = 0.5$$

$$108 : 216 = 0.5$$

Es importante que los niños sean estimulados a reconocer que todos estos casos de división cuyo resultado es 0.5 son elementos de la clase de fracciones equivalentes a $1/2$.

IV. Miscelánea de actividades

En esta sección se presenta un conjunto de actividades que no están ligadas directamente con objetivos propuestos en el programa; más bien, se trata de actividades de carácter complementario y de tipo recreativo, que permiten la exploración de otros temas y contribuyen al desarrollo de habilidades para relacionar, deducir, generalizar, analizar, argumentar, etc. Además, proporcionan la oportunidad para que el alumno disfrute con el aprendizaje de las matemáticas, usando la calculadora.

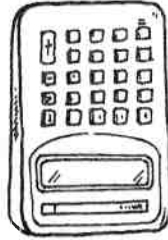
Temario

1. Escribiendo palabras con la calculadora
2. Conociendo mejor el teclado de la calculadora
3. Explorando regularidades
4. Jugando con decimales



1. Escribiendo palabras con la calculadora

Números y letras



Tipear 50 807, invertir la calculadora para leer la palabra que se formó.

Al mirar la pantalla en forma invertida, algunos números parecen letras.

Buscar otros números a los que se les pueda asociar palabras al invertir la calculadora.

Completar la tabla siguiente y agregar otros ejemplos.

Número que tipeo	Palabra que aparece en pantalla
53 838	BEBES
1 717	LILI
5 050	
50 707	
0.7915	

Ejercicios versus palabras

Resolver $7 \times 5 \text{ M+ } 4 \times 5.52 \text{ M+ MR } : 100 =$

Leer la palabra que corresponde a ese resultado, al invertir la calculadora.

Inventar ejercicios que den como resultado un número que se puede leer como una palabra, al invertir la calculadora.



Mensajes secretos

Descifrar el siguiente mensaje e inventar otros.

$0.351 + 0.00073 =$ se metió en un $0.20 - 0.03 =$ del cual quiere salir

$0.6 - 0.0629 =$. Le rompió un $1 - 0.1921 =$ a su hermano y le enredó

los $2 \times 25\,357 =$ a su abuelita.

2. Conociendo mejor la calculadora

Cifras repetidas



Observar la disposición de los números en el teclado de la calculadora; compararla con la de otros teclados con números. ¿Cuáles son las diferencias?

Observar otras calculadoras; ¿tienen todas la misma disposición de las teclas con números?

Trazar todas las rectas que unen tres teclas de modo que una de ellas, sea la tecla del número 5. ¿Cuánto suman los números de cada una de esas rectas?

Tipear ordenadamente, un trío de teclas de una línea horizontal del teclado, por ejemplo 4 , 5 y 6 . Anotar el número que aparece en pantalla; tipear en seguida la tecla con el signo $-$ y, a continuación, tipear en el mismo orden anterior, (de izquierda a derecha, por ejemplo) la línea siguiente de teclas, anotar el número que aparece en pantalla. Tipear la tecla $=$ y anotar el resultado que se obtiene. Repetirlo con las otras líneas de teclas. ¿Qué característica común tienen todos los resultados que se obtienen?

¿Qué variaciones se producen en el resultado si se invierte el orden en que se tipean las teclas?

¿Qué sucede si se restan los números que resultan al tipear las tres primeras teclas de derecha a izquierda (987) y las tres segundas de izquierda a derecha (456)? ¿Y qué pasa con $456 - 321$?

En forma similar, buscar regularidades que se presentan en los resultados al restar números que se obtienen al tipear las teclas de una misma columna.

Una sucesión inesperada

Calcular las sumas de los tres números de tres cifras cada uno, que se detallan a continuación:

- los números que se obtienen al tipear las tres líneas horizontales, de izquierda a derecha,
- los números que se obtienen al tipear las tres líneas horizontales, de derecha a izquierda,
- los números que se obtienen al tipear las tres columnas de teclas, de abajo hacia arriba, y
- los que se generan al tipear las tres columnas de teclas, de arriba hacia abajo

Ordenar, de mayor a menor, los resultados de las cuatro adiciones y luego calcular las diferencias entre cada par de términos consecutivos de esta sucesión. ¿Cómo son estas diferencias?

Explorar posibles regularidades en las que intervengan los números que se generan en las diagonales de la figura del teclado de números.

3. Explorando regularidades

Multiplicando por números formados por sólo 1 y 0

Resolver, con la calculadora, los siguientes ejercicios; anotar los resultados en el cuaderno:

$$\begin{array}{r} 4 \quad \times \quad 11 \\ 25 \quad \times \quad 101 \\ 148 \quad \times \quad 1\ 001 \\ 2\ 357 \quad \times \quad 10\ 001 \end{array}$$

Proponer alguna explicación para el tipo de resultado que se obtiene en cada caso.

Llevar a los alumnos a resolver algunas de estas multiplicaciones descomponiendo el segundo factor y aplicando la propiedad distributiva.

Por ejemplo: $148 \times 1\ 001 = 148 \times 1000 + 148 \times 1$.

Calcular mentalmente el resultado de:

$$\begin{array}{r} 234\ 456 \quad \times \quad 100\ 001 \\ 1\ 324\ 654 \quad \times \quad 1\ 000\ 001 \end{array}$$

Siempre el 13

Pensar un número cualquiera de tres cifras.

Tippear, dos veces seguidas, ese número en la calculadora, formando un número de seis cifras.

Dividir este número de seis cifras por 7.

Dividir el resultado, por el número de tres cifras que pensaste.

Dividir el nuevo resultado por 11 y apretar la tecla $\boxed{=}$

Anotar el resultado.

Repetir las mismas acciones, con otros números de tres cifras, anotando cada vez el resultado. ¿Por qué se obtendrá siempre el mismo?

Esta actividad y la anterior están basadas en una misma relación. Apoyar a los alumnos a que la encuentren, llevándolos a calcular el producto de $11 \times 7 \times 13$.

La suma de la sucesión de números naturales

Escribir las sumas siguientes. Usar la calculadora sólo cuando sea necesario.

$$1 + 2 =$$

$$1 + 2 + 3 =$$

$$1 + 2 + 3 + 4 =$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 =$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 =$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 =$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 19 =$$

Observar los resultados para descubrir relaciones entre éstos.

Resolver con la calculadora los siguientes ejercicios:

$$(2 \times 3) \quad : \quad 2 \quad =$$

$$(3 \times 4) \quad : \quad 2 \quad =$$

$$(4 \times 5) \quad : \quad 2 \quad =$$

$$(5 \times 6) \quad : \quad 2 \quad =$$

$$(6 \times 7) \quad : \quad 2 \quad =$$

$$(7 \times 8) \quad : \quad 2 \quad =$$

.....

$$(19 \times 20) \quad : \quad 2 \quad =$$

Comparar los resultados de las dos series de ejercicios.

Proponer una regla que permita calcular la suma de los primeros números naturales. Anotarla.

Comprobar si la regla propuesta, se puede aplicar a números mayores.

Comentar los descubrimientos realizados.

Para facilitar la comprensión de la regla descubierta, conviene apoyarse en situaciones como la siguiente:

Calcular la suma de los cien primeros números.

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$$

Una manera de hacer este cálculo es escribir la sucesión, una vez de menor a mayor y la otra en el sentido inverso.

$$1 \quad + \quad 2 \quad + \quad 3 \quad + \quad 4 \quad + \quad \dots \quad + \quad 100$$

$$100 \quad + \quad 99 \quad + \quad 98 \quad + \quad 97 \quad + \quad \dots \quad + \quad 1$$

Al hacer la suma en cada columna se obtiene:

$$101 + 101 + 101 + 101 + \dots + 101,$$

lo que equivale a 100 veces 101 y corresponde al doble de la suma de la sucesión de números. De ahí la necesidad de dividir por dos para obtener el resultado correcto.

Un avance algebraico

Escribir tres números consecutivos. Por ejemplo:

$$27 ; 28 ; 29$$

Multiplicar el primer número por el tercero.

$$27 \times 29 = 783$$

Multiplicar el segundo número por sí mismo.

$$28 \times 28 = 784$$

Comparar los resultados y decir qué sucede.

La diferencia entre ambos resultados es 1.

Constatar si esto es válido para cualquier trío de números consecutivos.

Si el trío de números consecutivos es $(a-1)$, a , $(a+1)$, entonces el producto del primero por el tercero es $(a-1) \times (a+1)$ que es igual a $(a^2 - 1)$.

La sucesión de los impares

Resolver la siguiente secuencia de ejercicios.

$$1 + 3 =$$

$$1 + 3 + 5 =$$

$$1 + 3 + 5 + 7 =$$

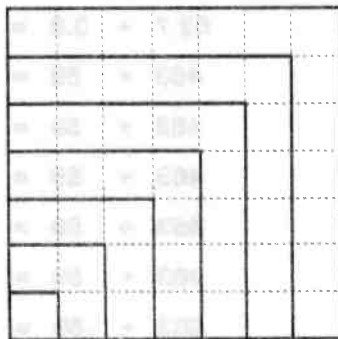
$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 =$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 =$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 =$$

Descubrir alguna relación entre los resultados obtenidos.

Comparar los resultados de la secuencia de ejercicios con el siguiente dibujo.



Los cuadrados invertidos

Tipear en la calculadora, uno a uno los números de las siguientes parejas, elevarlos al cuadrado y anotar los resultados en el cuaderno:

12 y 21 13 y 31 102 y 201 103 y 301
112 y 211 113 y 311 122 y 221

Observar los resultados y comentar la relación que se da en los cuadrados de estas parejas de números

Representar en arreglos rectangulares, como los que se presentan a continuación, los cuadrados de algunas parejas de números, observar los productos parciales que son iguales en ambas multiplicaciones y aquéllos que cambian.

x	100	20	2
100	10 000	2 000	200
20	2 000	400	40
2	200	40	4

x	200	20	1
200	40 000	4 000	200
20	4 000	400	20
1	200	20	1

4. Jugando con decimales

Los puntos decimales fantasmas

Ubicar los puntos decimales que faltan en cada uno de los ejercicios, para que la suma o la diferencia sea correcta.

Investigar dónde se deben ubicar los puntos decimales. Apoyarse en la calculadora para verificar sus hipótesis.

Por ejemplo: $627 + 38 = 66.5$

$$62.7 + 3.8 = 66.5$$

$$463 + 59 = 10.53$$

$$463 + 59 = 1.053$$

$$463 + 59 = 46.89$$

$$463 + 59 = 5.22$$

$$463 + 59 = 6.363$$

$$463 + 59 = 52.2$$

$$634 - 23 = 40.4$$

$$634 - 23 = 4.04$$

$$634 - 23 = 0.404$$

$$634 - 23 = 61.1$$

$$634 - 23 = 631.7$$

$$634 - 23 = 633.77$$

Entre 100 y 101

En este juego no está permitido hacer cálculos escritos.

Ocasionalmente, se puede escribir algunos resultados para recordarlos.

Se juega en parejas y cada pareja trabaja con una calculadora.

La única operación permitida es la multiplicación.

El primer jugador inicia el juego tipeando un número en la calculadora, para luego pasarla a su compañero.

El segundo jugador multiplica el número que aparece en pantalla por el número que desee, **tratando de conseguir como resultado un número mayor que 100 y menor que 101**. Pasa la calculadora a su compañero, no importando si el resultado que obtuvo es superior o inferior al buscado.

El primer jugador, puede ahora multiplicar el resultado que está en pantalla por el número que desee. Si no logra como resultado un número mayor que 100 y menor que 101, vuelve a pasar la calculadora a su compañero y así sucesivamente.

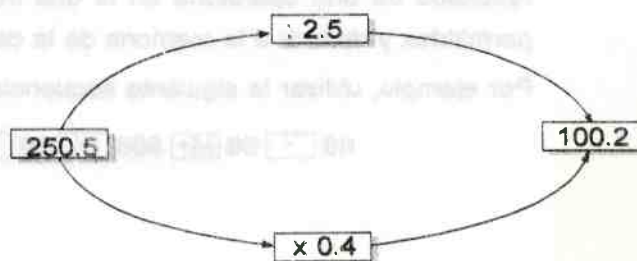
Gana el que primero logra dejar en pantalla un número menor que 101 y mayor que 100.

Conviene ayudar a los alumnos a distinguir con claridad el resultado que:

- al multiplicar cualquier número por 1, se obtiene el mismo número,
- al multiplicar cualquier número por un número mayor que 1, se obtiene un número mayor que el primer factor y
- al multiplicar cualquier número por un número entre 0 y 1, se obtiene un número menor que el primer factor.

Lo que más desconcierta a los alumnos es tener en pantalla un número mayor que 101 y tratar de cumplir la meta sólo multiplicando. Su impulso inicial es dividir, pero como la regla del juego se lo impide, se ve presionado a superar este obstáculo lo que le significa comprender que multiplicar ese número por un número menor que 1 es equivalente a dividirlo por un número mayor que 1.

Ejemplo:



Teclas prohibidas

Hacer aparecer en pantalla el número 1 234, sin tipear las teclas **1** ; **2** ; **3** y **4**

Una vez que los alumnos han encontrado maneras de dar la respuesta, es conveniente generar un diálogo para conocer los diferentes procedimientos utilizados y establecer las maneras de abordar este problema.

Es probable que algunos alumnos lo resuelvan haciendo numerosos ensayos, hasta encontrar un procedimiento que los lleve a la respuesta correcta.

También se puede abordar este problema de una manera más sistemática, como las que se proponen a continuación.

- Considerar una suma con uno de los sumandos igual a 1 234, y de modo que el otro sumando y el resultado sean números cuyas cifras estén permitidas.

Por ejemplo, $1\ 234 + 5\ 555 = 6\ 789$; el procedimiento presente en este ejemplo es hacer aparecer en pantalla el número 1 234 como la resta de 6 789 menos 5 555.

- En forma inversa a la anterior, se puede considerar una sustracción en la que el minuendo es el número 1 234 y tanto el sustraendo como el resultado son números con cifras que están permitidas.

Por ejemplo, $9\ 999 - 1\ 234 = 8\ 765$; en consecuencia, se puede hacer aparecer 1 234 en pantalla como resultado de $9\ 999 - 8\ 765$.

- Buscar un producto cuyas cifras sean permitidas, de modo que uno de los factores sea 1 234 y el otro factor esté constituido por cifras permitidas.

Por ejemplo, $1\ 234 \times 55 = 67\ 870$; de acuerdo a ese cálculo, se puede hacer aparecer 1 234 en pantalla, como cociente de $67\ 870 : 55$.

- Descomponer 1 234 en factores que tengan cifras permitidas. Pero esto no es posible ya que 1 234 se puede descomponer en 2×617 , y tanto el número 2 como el 617 tienen cifras cuyo tipeo está prohibido. Una manera de resolver este obstáculo es expresar cada uno de esos factores como resultado de una operatoria en la que intervengan números con cifras permitidas y recurrir a la memoria de la calculadora.

Por ejemplo, utilizar la siguiente secuencia:

68 **-** 66 **M+** 558 **+** 59 **=** **x** **MR** **=**

Después de realizar el análisis de cómo abordar este problema y de señalar algunos procedimientos específicos, pedir a los alumnos que busquen maneras de hacer aparecer en pantalla el número 12 345, con la prohibición de tipear las teclas ; ; ; y

La magia numérica



Esta es una actividad en la que pueden participar hasta 7 personas. Está diseñada para que un "mago" adivine los números pensados por cada uno de los participantes.

Se necesita una calculadora, la que circulará de acuerdo a las instrucciones que serán dadas por "el mago".

- Cada uno de los participantes piensa un dígito.
- Uno de ellos enciende la calculadora, tipea el número que pensó, y en seguida presiona las teclas 2 5 y se la pasa al que sigue.
- El segundo participante tipea la tecla a continuación tipea la tecla del número que él pensó y después las teclas 5 2 y se la pasa al siguiente.
- El tercer participante, en forma similar al anterior, tipea la tecla , el número que él pensó y las teclas 2 y 5 y así se continúa hasta que todos hayan tipeado su número pensado, de acuerdo a las instrucciones dadas por "el mago".
- El último participante le entrega la calculadora al "mago", quien presiona la tecla obteniendo en pantalla un número que corresponde al resultado de las operaciones realizadas. Este es el "número mágico", que tiene una cifra más que el número de participantes; termina en cero y las cifras restantes corresponden a los números que hay que adivinar. La primera cifra de la izquierda corresponde al número pensado por el primer participante, la segunda cifra es el número pensado por el segundo participante, y así sucesivamente se continúa hasta el último participante, a quien le corresponde la cifra de las decenas.

En este juego se hace uso de las características del Sistema Decimal de Numeración. Es conveniente que los alumnos no sólo descubran cómo se adivinan los números pensados sino que busquen explicaciones a este hecho.

A fin de quitarle la monotonía de multiplicar, cada vez, por 5 y por 2, "el mago" puede indicar que se multiplique, en algunos casos, por 4 y por 2.5, lo que también equivale a multiplicar por 10.

Podría ser interesante adivinar números de dos cifras; en ese caso habría que inducir una multiplicación por 100, la que podría lograrse de diversas maneras. Por ejemplo, el primer participante enciende la calculadora y tipea el número que pensó y enseguida multiplica por 25 y por 4; a continuación el segundo participante suma su número y multiplica por 5 y por 20; el tercer participante suma su número y multiplica por 2, por 4, por 2.5 y por 5. Cuando el mago presiona la tecla obtiene en pantalla un número cuyas primeras dos cifras de la izquierda corresponden al número pensado por el primer participante, las dos siguientes al número pensado por el segundo participante, y así sucesivamente.