

Universidad de la Frontera



Departamento de Matemáticas

# Interdisciplinarietà y Matemáticas

Tesis para optar al grado de:

**Magister en Educación Matemática**

Alumno : Fernando Pavez Peñaloza

Profesor Guía : Dra. Eliana Rojas

Temuco 2008

© FERNANDO PATRICIO PAVEZ PEÑALOZA  
Registro Propiedad Intelectual  
Inscripción N° 182121  
Santiago de Chile, Julio 2009

## **Agradecimientos**

Deseo expresar mis más sinceros agradecimientos a la Comunidad del Liceo San José de Requínoa por la cooperación y facilidades brindadas para realizar esta investigación, su apoyo ha sido fundamental y me ha dado la oportunidad de dar un gran paso en mi desarrollo profesional.

También quiero manifestar mis más sinceros agradecimientos al profesor Fernando Azula P., profesional del Ministerio de Educación de Chile, quien ha sido un apoyo fundamental para llevar a buen término esta investigación. Sus opiniones y sugerencias han sido de gran ayuda, como también lo ha sido el proyecto de Interdisciplinariedad que él ha liderado en estos últimos años.

Agradezco a mi esposa y compañera de trabajo, la cual ha tenido la paciencia de escuchar tanto mis ilusiones como mis problemas, para luego dar sus opiniones que, obviamente, me han servido para llevar a buen puerto este trabajo de investigación.

Mi gratitud a las profesoras Dra. Eliana Rojas y Dra. Xaé Alicia Reyes por sus opiniones y palabras de apoyo que han sido de mucha ayuda para llevar a buen término esta investigación.

## Resumen

El propósito principal del presente estudio consistió en realizar un proyecto de investigación - acción, que diera cuenta del impacto que provocaría en el aprendizaje y actitudes de los educandos del Liceo San José de Requínoa de Primer Año Medio, la aplicación de una propuesta interdisciplinaria entre Matemáticas y Química. Además, este proyecto junto con aportar un nuevo Modelo y Propuesta Innovadora Interdisciplinaria, permitió indagar acerca de qué sectores de aprendizaje y qué contenidos específicos de su competencia se pueden articular con los tópicos a enseñar en Matemáticas, identificar secuencias de contenidos y unidades interdisciplinarias que facilitan la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, cuáles son los elementos del currículo que dificultan el diseño e implementación de unidades interdisciplinarias, por qué lo hecho hasta el momento en el Currículum Matemático acerca de la Interdisciplinariedad, no ha progresado como una estrategia más generalizada en el ámbito de la Educación Matemática. El estudio se desarrolló en cinco fases, las cuales permitieron identificar y formular el problema, hacer un diagnóstico de la situación que se enfrentaba, diseñar una propuesta de cambio, aplicar dicha propuesta y, por último, evaluarla.

Los resultados de la investigación permiten concluir que el tema de la Interdisciplinariedad en Matemáticas, debe ser incorporado al quehacer pedagógico de los profesores como una estrategia que permite, principalmente, mejorar las actitudes de los estudiantes hacia el aprendizaje de las Matemáticas. Además, la propuesta interdisciplinaria entre matemáticas y Química puede servir como un proyecto factible de aplicar a otras realidades y, la metodología de investigación en la acción utilizada en este trabajo, aporta a los profesores un modelo de trabajo para las actividades de diseño, implementación y evaluación del proceso de enseñanza y aprendizaje.

**Palabras Clave:** Interdisciplinariedad y matemáticas, aprendizaje matemático significativo, enseñanza contextualizada, investigación cualitativa y cuantitativa.

# INDICE

INTRODUCCIÓN.....	8
Antecedentes .....	10
Fundamentación Teórica.....	11
Definición del problema .....	16
MARCO TEÓRICO .....	18
Teorías del aprendizaje .....	19
Teoría del Aprendizaje Significativo .....	19
Paradigma de la Cognición Situada y Enfoque Sociocultural .....	20
El Constructivismo .....	21
Modelo Interactivo para el Aprendizaje Matemático.....	24
Diseño curricular de aula .....	27
Interdisciplinariedad.....	29
Marco Referencial .....	31
Objetivos Fundamentales verticales.....	31
Contenidos Mínimos Obligatorios .....	32
Aprendizajes Esperados .....	32
OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN.....	35
DISEÑO METODOLÓGICO.....	37
Tipo de Proyecto .....	38
Tipo de Estudio Realizado.....	38
Período y Lugar donde se desarrolla la Investigación.....	39
Universo y Muestra.....	39

Diseño de la Investigación.....	40
Problematización .....	40
Diagnóstico .....	40
Diseño de una propuesta de mejoramiento.....	41
Aplicación de la propuesta de mejoramiento.....	42
Evaluación .....	43
Selección de las variables .....	44
Variables Cualitativas .....	44
Variables Cuantitativas .....	46
Procedimientos.....	46
Métodos de recolección de la información .....	52
RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	54
Un Modelo y Propuesta Innovadora Interdisciplinaria .....	55
Factores relacionados con el currículo que inciden en la implementación de Propuestas Pedagógicas Interdisciplinarias.....	59
Impacto de la Propuesta Interdisciplinaria entre Matemáticas y Química en el Aprendizaje de los Alumnos .....	72
Los Planes y Programas de Estudio en la Interdisciplinariedad entre Matemáticas y Ciencias.....	94
Secuencias de Unidades Interdisciplinarias que facilitan la Enseñanza y Aprendizaje de Matemáticas .....	104
La Interdisciplinariedad en la Enseñanza de las Matemáticas .....	109
Evaluación General de la Propuesta Interdisciplinaria .....	111
CONCLUSIONES .....	115
RECOMENDACIONES .....	119

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	122
ANEXOS.....	127
Anexo 1 Propuesta Interdisciplinaria.....	128
Referencias del Contexto Curricular Nacional.....	128
Referencias del Contexto Curricular del Liceo San José de Requínoa.....	131
Guías de Aprendizaje .....	137
Anexo 2 Indicadores para evaluar el logro de la propuesta de mejoramiento .....	166
Anexo 3 Cuestionario .....	169
Anexo 4 Pauta utilizada por el observador no-participante .....	174
Anexo 5 Prueba Final .....	176
Anexo 6 Muestra de Datos Cualitativos .....	181

Capítulo 1

# INTRODUCCIÓN



Esta investigación se llevó a cabo en los cursos de Primer Año Medio, A y B, correspondientes a la modalidad Científico – Humanista del Liceo San José de Requínoa, Sexta Región de Chile.

El Liceo San José de Requínoa es un Centro Educativo Católico, Particular Subvencionado, acogido a financiamiento compartido y administrado por la Congregación de los Josefinos de Murialdo. El colegio atiende a una población de 1.500 alumnos distribuidos en enseñanza pre – básica, básica y media, distinguiendo en ésta una modalidad Científico – Humanista y Técnico – Profesional. La cuarta parte de sus estudiantes proviene de sectores rurales y, según el Mineduc (2008), el grupo socioeconómico al que pertenecen los estudiantes de este Liceo, es el “*Grupo Medio*”. Lo cual implica, entre otros factores, que sus padres tienen entre 10 y 12 años de estudio y, entre un 20,84% y 37,5% de los estudiantes está en condición de vulnerabilidad (analfabetismo de la población adulta, desnutrición en los niños y niñas, pobreza de consumo en los hogares, riesgo de mortalidad de los niños y niñas menores de un año, y la presencia de comunidades étnicas rurales).

La comuna de Requínoa, según el Ministerio de Vivienda y Urbanismo (2008), de acuerdo con el censo del año 2002, poseía 22.161 habitantes, donde el 50% de la población vive en sectores urbanos y el otro 50% en sectores rurales. La tasa de analfabetismo es del 11,24% y la población perteneciente a grupos étnicos alcanza al 2,31%. Además, según un estudio referido al “Diagnóstico y Vulnerabilidad Socio-Territorial en la Sexta Región”, realizado por Rozas, Martínez, Bolívar, Leiva y Céspedes (2001), las principales actividades económicas de este pueblo son: Agricultura (53%), Comercio (16%), Transportes (6%) e Industrias (5%). La tasa de cesantía es del 6,6% y la oferta educacional es de un 75% en Educación Básica, un 9% en Educación Media Científico-Humanista y 4,5% en Educación Media Técnico-Profesional. En la comuna existe otro Liceo Científico-Humanista de dependencia Municipal que atiende, principalmente, a estudiantes de sectores de alta vulnerabilidad. Por último, de acuerdo con este estudio, la comuna de Requínoa posee “una alta vulnerabilidad socio-territorial”, la cual considera factores tales como: grado de ruralidad, mujeres jefes de hogar, cesantía, nivel de servicios, tasa de crecimiento, nivel de Educación Media y pobreza (necesidades básicas insatisfechas).

## Antecedentes

El tema de la Interdisciplinariedad no es nuevo, al respecto Ander-Egg (1994), expresa que: “*en el campo de la educación existen modas pedagógicas que aparecen y luego desaparecen*”. Con el concepto de la Interdisciplinariedad ha sucedido lo mismo. Agrega que en los años 60, el término Interdisciplinariedad se puso en circulación, en la década siguiente tuvo una mayor repercusión y, en los años 80, se dio un fuerte impulso al estudio del tema de la Interdisciplinariedad. En la década de los 90 se tomó conciencia de las dificultades que implicaba realizar trabajos entre distinta disciplinas, que no debe confundirse con la importancia de la Interdisciplinariedad.

Con respecto al tema de la Interdisciplinariedad y Matemáticas, encontramos investigaciones que se traducen en proyectos innovadores y factibles de implementar. Como antecedente podemos considerar dos estudios, uno de ellos dirigido a la enseñanza de las matemáticas en el nivel superior y el otro a la educación media.

El primero de éstos es de los autores Moroño M. y Rodríguez M. (2007), “*Enseñar matemáticas a los no matemáticos*”. En esta investigación se utilizó la modalidad de *proyecto factible* y está dirigida a los profesores de matemáticas que se desempeñan en carreras de la salud de la Universidad de Carabobo, Venezuela. La propuesta se apoya en elementos de contextualización de modo de favorecer los aprendizajes significativos. Las conclusiones principales de esta investigación es que permitió conocer las prácticas pedagógicas de los profesores universitarios y ellos reconocieron que la enseñanza de las matemáticas estaba desvinculada de la realidad de los estudiantes, esto constituye una dificultad para que los estudiantes puedan aplicar esta disciplina en otras áreas. Esta problemática puede explicarse por el escaso número de textos de matemáticas que presentan situaciones con sentido y en contexto.

El segundo estudio es de la autora Palacios D. (2007), “*Enseñanza de simetrías matemáticas a través del arte. Propuesta para promover un estudio integral*”. Esta investigación está dirigida a los estudiantes de Educación Media y toma como eje el concepto de Interdisciplinariedad, para lo cual integra el arte con la matemática. Está diseñada en la modalidad de *proyecto factible*. Las conclusiones de este estudio afirman que, generalmente, la matemática se enseña alejada de la realidad de los estudiantes y que el modelo de pensamiento utilizado es de gran importancia, no sólo

para propiciar un aprendizaje reflexivo sino, también, para que los estudiantes den buenas respuestas y respuestas correctas.

De acuerdo con los antecedentes expuestos, las investigaciones relativas a la Interdisciplinariedad y Matemáticas se relacionan con proyectos factibles de aplicar y que sean innovadores. En cambio esta investigación va más allá de los estudios existentes, por una parte, indaga el impacto que tiene la implementación de una propuesta interdisciplinaria en los aprendizajes y actitudes de los estudiantes y, por otra, trata de responder a otras preguntas relacionadas con la dificultad de llevar a cabo propuestas de este tipo.

## **Fundamentación Teórica**

Si consideramos que una de las soluciones para mejorar nuestra labor educativa es mediante un proceso de innovación, vinculado a la práctica, entonces será posible superar las contradicciones que encontremos. Esta investigación tiene como objetivo principal superar las incongruencias surgidas en el ámbito de las prácticas pedagógicas respecto de la Interdisciplinariedad y las Matemáticas. Para entender esta línea investigativa es necesario conocer el contexto y los elementos a partir de los cuales se originan tales incongruencias.

### ***Elementos identificados***

El trabajo basado en la Interdisciplinariedad y las Matemáticas se dan en un contexto en donde los elementos se relacionan con: el Marco Curricular Nacional; el Proyecto Técnico Pedagógico del Liceo; las prácticas pedagógicas de los profesores; las opiniones e interpretaciones que tienen docentes directivos, padres, apoderados y alumnos; opiniones e interpretaciones de profesionales la División General del Ministerio de Educación; y de la Didáctica de las Matemáticas.

- a) El Marco Curricular del Ministerio de Educación de Chile (1998), (en lo adelante Mineduc), a través de los Objetivos Fundamentales Verticales (en lo adelante Objetivos Fundamentales) y Objetivos Fundamentales Transversales, explicitados en los Planes y Programas de Enseñanza Media, presentan a la Enseñanza de las Matemáticas en estrecha relación con el estudio de modelos

matemáticos vinculados a la resolución de problemas provenientes de la propia matemática y de otros ámbitos del saber.

b) Lo anterior exige que los profesores de matemáticas trabajen articuladamente con los profesores de otros sectores de aprendizaje, de modo de desarrollar las capacidades establecidas en los Objetivos Fundamentales enunciados anteriormente. Pero la realidad es muy diferente, por ejemplo, al investigar el trabajo realizado por los diversos profesores del Liceo San José, se observa que:

- ❖ La planificación de las unidades didácticas de los diversos sectores de aprendizaje se realiza sin articulación. Cada sector de aprendizaje se preocupa de organizar los Contenidos Mínimos Obligatorios en base a criterios propios de la disciplina sin tomar en cuenta lo que ocurra con otros sectores de aprendizaje.
- ❖ Al revisar los planes y programas de estudio vigentes, hay muchos contenidos desarticulados que provocan dificultades al enseñar matemáticas y ciencias. Por ejemplo, al entrevistar al profesor de Física del Liceo, Poblete H., plantea que: *“al momento de enseñar algunos contenidos específicos de mi sector, necesitaba de una serie de conceptos matemáticos previos que no se habían tratado y que no era posible abordarlos en ese preciso instante en el sector de matemática. Entonces decidí enseñarlos, según mis requerimientos”*. Situaciones similares han ocurrido en Química y en Biología, los profesores de estos sectores **terminan enseñando fórmulas** o conceptos matemáticos, lo cual constituye en la mayoría de los casos, una introducción apresurada de conceptos matemáticos que originan una serie de obstáculos y ansiedades que dificultan el futuro aprendizaje de los estudiantes, así como su actitud negativa hacia la valoración de las matemáticas. Según Chamorro, Belmonte, Llinares, Ruiz y Vecino (2003), citando a Brousseau (1994), se refiere al gran abuso de las presentaciones ostensivas en la enseñanza y señalan que *“la ostensión es el procedimiento privilegiado para la introducción precoz de las nociones matemáticas”* (p. 112).

- ❖ Los alumnos de primero medio que participaron en un Grupo de Foco, respecto a la pregunta de ***cómo perciben la enseñanza y aplicación de la matemática***, expresan que los conceptos estudiados en el sector de matemática al ser aplicados en otros sectores ***los ven como distintos, son como “dos matemáticas”***, además, cuando un profesor ***de otro sector trata de enseñar un contenido matemático específico indican que “los profesores se complican en sus explicaciones”*** y preferirían que ***“el profesor de matemáticas les enseñara previamente dichos contenidos”***. Cuando el profesor de matemática enseña un concepto matemático que ya fue abordado en otro sector de aprendizaje, los estudiantes manifiestan opiniones tales como: ***profesor, ¿y por qué no lo enseñó antes?, no era tan complicado.***
- c) A pesar de los problemas identificados anteriormente, en el Liceo se han realizado experiencias interdisciplinarias, en donde los profesores de matemáticas junto a profesores de otros sectores articularon contenidos y actividades. Estas experiencias se llevaron a cabo en un contexto de innovaciones curriculares y no obedecían a ningún propósito formal de investigación. La evaluación interna efectuada respecto de estas innovaciones sólo se tradujo en opiniones favorables de parte de profesores, directivos y alumnos
- d) También es importante considerar la visión que tienen dos profesionales de la División de Educación General del Mineduc, Coordinación Nacional Nivel de Enseñanza Media, respecto del tema de Interdisciplinariedad y Matemáticas. En un documento de 2008, Cerda F., se refiere a la Matemática y su Naturaleza Interdisciplinaria y citando a Chevallard (1997):

*“Un aspecto central de la actividad matemática consiste en construir un modelo (matemático) de la realidad que queremos estudiar, trabajar con dicho modelo e interpretar los resultados obtenidos en este trabajo para contestar a las preguntas planteadas inicialmente. Gran parte de la actividad matemática puede identificarse, por lo tanto, con una actividad de modelización matemática”* (Diapositiva 9).

Por su parte, Azula F., en un documento de 2003, expresa que:

*“Física, Matemática, Electricidad y Ciencias Sociales ofrecen puntos de contacto suficientes para trabajar, desde distintos ángulos del quehacer educativo, la contextualización de los aprendizajes, aquí se han referido algunos que se desprenden de los módulos de la Formación Diferenciada de la Enseñanza Media Técnico Profesional y de los Programas de Estudio de la Formación General, pero podemos explorar otros, es aquí donde debemos recoger y compilar diversas experiencias, como la relatada en el documento “La Energía Eléctrica y los Triángulos Rectángulos”, que constituyen aciertos reales en la construcción de formas diferentes y efectivas de aprender”. (Diapositiva 14).*

- e) En un documento de 2003, Pavez E., profesora del Liceo San José, que implementó la experiencia *“Nuestra Primera Comunidad de Aprendizaje: Física, Electricidad y Matemáticas”*, publica las opiniones de alumnos de Segundo Año Medio que participaron en esta propuesta:

*“Es más entretenido estudiar de esta manera”.*

*“La experiencia fue bastante buena, teníamos ganas de aprender, las clases fueron más alegres y dinámicas. Ojalá se repitan”.*

*“Sirvió para ver que la matemática se utiliza en otras áreas”.*

*“Me pareció que esta manera de enseñar la materia es buena y más práctica, se entiende mejor”.*

*“Creo que con las clases del laboratorio primero, se aprendió mejor”.*

*“Nos sirvió para darnos cuenta que los números no existen porque sí y se pueden ocupar en cosas cotidianas y realmente útiles para todos”. (Diapositiva 29).*

En el mismo documento, Pavez E., entrega algunas conclusiones de los profesores participantes respecto de la innovación *“Nuestra Primera Comunidad de Aprendizaje: Física, Electricidad y Matemáticas”* (2003).

*“Los mayores beneficiados con esta propuesta son los alumnos”.*

*“Se privilegia el trabajo en equipo”.*

*“Es muy provechoso que los alumnos, aparte de aprender los contenidos habituales de matemática, relacionen éstos con otras áreas”.*

*“Algunos no lograron los objetivos en un 100%, pero conocieron mucho más que la resolución de un sistema de ecuaciones”.*

(Diapositiva 30).

- f) Cabe destacar que el Proyecto Técnico Pedagógico del Liceo San José de Requínoa, en lo relativo al trabajo por departamentos propone un conjunto de estrategias que permitan alcanzar las metas y objetivos institucionales. Una de éstas es denominada “Estrategias de Interdisciplinariedad”, la cual sugiere implementar propuestas innovadoras entre Química, Física, Matemáticas y Electrónica.
- g) En general, los profesores del Liceo valoran este tipo de innovaciones interdisciplinarias y están conscientes que tanto el marco Curricular como el Proyecto Técnico Pedagógico lo proponen como una estrategia para lograr las metas educativas. Pero, a la vez, plantean las dificultades que existen para llevarlas a cabo, por ejemplo, el tiempo que se requiere para crear, planificar, implementar y evaluar estas propuestas innovadoras, es escaso. Agregan que es necesario contar con más ejemplos de propuestas innovadoras, tanto para aplicarlas directamente en el aula como para que sirvan de modelo para crear otras innovaciones.
- h) La opinión de los dos profesores de Enseñanza Media que conforman el Departamento de Matemáticas del Liceo, los cuales están involucrados directamente en esta investigación, es que el tema de la Interdisciplinariedad en Matemáticas surge en un contexto de insatisfacción entre las prácticas

pedagógicas aplicadas por ellos en el aula y los discretos resultados obtenidos por los alumnos en evaluaciones externas tales como SIMCE (Sistema nacional de medición de resultados de aprendizaje del Mineduc) y PSU (Prueba de Selección Universitaria).

En resumen, los profesores de esta área del Liceo consideran que el tema de la Interdisciplinariedad y Matemáticas es fundamental y debe formar parte de las innovaciones curriculares, pero a la vez tienen claro que este tópico por sí solo no soluciona toda la problemática de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Para ellos es importante considerar otros aspectos que también son fundamentales para obtener logros tanto al enseñar como en que los alumnos aprendan esta ciencia, por ejemplo: la incorporación de las Tecnologías de la Información y el Conocimiento (Tics); los aportes del currículum, la evaluación de los aprendizajes y las teorías del aprendizaje; y el conocimiento que aporta la Didáctica de las Matemáticas en sus diversas líneas de investigación.

Para los propósitos de la investigación se requiere de un estudio que facilite la reflexión durante el desarrollo de la propuesta y a partir de la aplicación de ella, es decir, reflexión *en* y *desde* la práctica. Por ello se ha elegido la modalidad **Proyecto de Investigación-Acción**. Ésta aporta una propuesta innovadora y nos puede ayudar a dilucidar algunas variables que nos faciliten a entender cuestionamientos tales como el por qué lo que se ha hecho en Interdisciplinariedad del Currículum Matemático no ha progresado como una estrategia más universal en el campo de la Didáctica de las Matemáticas.

## **Definición del problema**

De acuerdo con todos los antecedentes expuestos hasta el momento, podemos concluir que la enseñanza de las matemáticas en el Liceo San José de Requínoa se ha dado en un contexto en donde, tanto los Planes y Programas de Estudio vigentes, como el Proyecto Técnico Pedagógico del Liceo, exigen la realización de un trabajo de carácter interdisciplinario con el propósito de alcanzar los Objetivos Fundamentales de la Educación de Chile y las Metas Educativas del Proyecto Educativo del Liceo. Además, en años anteriores se han realizado diversas innovaciones interdisciplinarias que han



trascendido el ámbito del Liceo, en donde la opinión de distintos actores educativos, destacan la importancia que tienen estas innovaciones en el fortalecimiento de los aprendizajes de los estudiantes. Pero, habitualmente, el trabajo pedagógico realizado en el Liceo no se caracteriza por estimular proyectos interdisciplinarios, mostrando problemas de articulación de contenidos y una valoración deficiente de parte de los alumnos con respecto a la utilidad de las matemáticas en otros sectores de aprendizaje. Debido a estas incongruencias entre lo que se persigue y lo que se hace en la realidad, quizás sea importante retomar el trabajo de innovaciones interdisciplinarias. Para ello lo más adecuado es realizar una Investigación en la Modalidad de Proyecto Factible, de modo que aporte un nuevo Modelo y Propuesta Innovadora Interdisciplinaria. Las innovaciones hechas en años anteriores, nunca fueron investigadas en sus planteamientos y tampoco se realizaron siguiendo un marco teórico que les diera un fundamento científico. En esta oportunidad trataremos de responder las siguientes preguntas: ***considerando aspectos del aprendizaje tanto cualitativos como cuantitativos, ¿cuál es el impacto que tendrá la implementación de una unidad didáctica interdisciplinaria en el aprendizaje de los estudiantes?; de acuerdo con los planes y programas de estudio vigentes, ¿con qué sectores de aprendizaje y con qué contenidos específicos se pueden articular los diferentes tópicos a enseñar en matemáticas?; ¿cómo deben secuenciarse los contenidos y las unidades interdisciplinarias de modo de facilitar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?; desde la perspectiva de los profesores, ¿qué aspectos dificultan la planificación e implementación de unidades de aprendizaje interdisciplinarias?; ¿por qué lo que se ha hecho en Interdisciplinariedad del Curriculum Matemático no ha progresado como una recomendación más universal?***

**Capítulo 2**

**MARCO TEÓRICO**

## Teorías del aprendizaje

### ***Teoría del Aprendizaje Significativo***

Ausubel distingue dos tipos de aprendizaje: Uno que se produce por repetición o memorístico y otro significativo. El aprendizaje significativo ocurre cuando el estudiante es capaz de relacionar substancialmente los conocimientos nuevos con los que ya posee. Por el contrario, cuando el estudiante no es capaz de establecer esta relación entre lo nuevo con lo ya existente en su estructura cognoscitiva, ocurre un aprendizaje repetitivo en donde los nuevos conocimientos serán incorporados mecánicamente y de forma arbitraria.

Los requisitos para un aprendizaje significativo, según Ausubel (1983), se traducen en que el alumno debe manifestar [...] *“una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria”*.

Lo anterior implica que:

- ❖ El contenido que se ha de aprender debe tener sentido lógico, es decir, ser potencialmente significativo, por su organización y estructuración.
- ❖ El contenido debe articularse con sentido psicológico en la estructura cognoscitiva del estudiante, mediante su anclaje en los conceptos previos.
- ❖ El estudiante debe demostrar deseos de aprender, voluntad de saber, es decir, que su actitud sea positiva hacia el aprendizaje.

En síntesis, los aprendizajes escolares han de ser funcionales, en el sentido que sirvan para algo, y significativos, es decir, estar basados en la comprensión.

Cabe destacar que el aprendizaje significativo implica una interacción entre el profesor, el estudiante y los materiales educativos del currículum, en la que se delimitan las responsabilidades correspondientes a cada uno de estos protagonistas del evento educativo. Además, permite al estudiante establecer una relación entre su mundo interno con el externo, es decir, lo que conoce con lo que ha de conocer. Esta teoría del aprendizaje persigue que ***el educando construya su propio aprendizaje***.

Por lo tanto las implicancias pedagógicas del aprendizaje significativo son:

- ❖ Que el profesor debe conocer los conocimientos previos del alumno, es decir, se debe asegurar que el contenido a presentar pueda relacionarse con las ideas previas, ya que al conocer lo que sabe el alumno ayuda a la hora de planificar.
- ❖ Organizar los materiales en el aula de manera lógica y jerárquica, teniendo en cuenta que no sólo importa el contenido sino la forma en que se presenta a los alumnos.
- ❖ Considerar la motivación como un factor fundamental para que el alumno se interese por aprender, ya que el hecho de que el alumno se sienta contento en su clase, con una actitud favorable y una buena relación con el maestro, hará que se motive para aprender.
- ❖ La evaluación de esos aprendizajes debe ser explícitamente incorporada en los procesos del discurso didáctico. De la misma manera los estudiantes deben ser explícitamente informados del avance de sus aprendizajes.

### ***Paradigma de la Cognición Situada y Enfoque Sociocultural***

Este paradigma parte de la premisa de que *el conocimiento es situado, es parte y producto de la actividad, el contexto y la cultura en que se desarrolla y utiliza*. Destaca la importancia de la actividad y el contexto para el aprendizaje y reconoce que éste es, ante todo, un proceso de *enculturación* en el cual los estudiantes se integran gradualmente a una comunidad o cultura de prácticas sociales. En esta misma dirección, se comparte la idea de que *aprender y hacer* son acciones inseparables. Y en consecuencia, un principio fundamental de este enfoque plantea que los educandos deben aprender en el *contexto pertinente*.

Esta teoría aboga por una enseñanza centrada en prácticas educativas *auténticas*, las cuales requieren ser coherentes, significativas y propositivas. De acuerdo con Brown, Collins y Duguid (1989), las prácticas educativas auténticas son aquellas que quedan: *“simplemente definidas como las prácticas ordinarias de la cultura”*. Además, según Derry, Levin y Schauble (1995), la autenticidad de una práctica educativa puede determinarse por el grado de *relevancia cultural* de las actividades en que participa el

estudiante, así como mediante el tipo y nivel de *actividad social* que éstas promueven. Por su parte, Hendricks (2001) propone que desde una visión situada, los educandos deberían aprender involucrándose en el mismo tipo de actividades que enfrentan los expertos en diferentes campos del conocimiento. Por lo tanto los educadores deberían situar en estas actividades individuales el aprendizaje matemático de sus estudiantes.

Bajo este paradigma el aprendizaje de la Matemática no puede reducirse a un conjunto de algoritmos, reglas y fórmulas vacías de significado, por el contrario, aprender Matemática lleva consigo una necesidad implícita de encontrar significado y aplicación de los conceptos matemáticos que se estudian. Lo anterior le impone al profesor la necesidad de *situar* la información dentro de un significado compartido, por medio de la recreación de situaciones tomadas del contexto sociocultural del estudiante, que aumenten su motivación y disposición al aprendizaje significativo.

De acuerdo con Rojas (2008), es importante destacar que no es sólo el conocimiento matemático previo el que importa, sino también las experiencias matemáticas preliminares, de cómo el estudiante adquirió ese conocimiento y de cómo lo interpretó, de cómo lo representa y relaciona con el resto de sus experiencias matemáticas anteriores, nuevas y posteriores.

Si entendemos por *estrategia de enseñanza o estrategia docente* los procedimientos que el profesor utiliza de manera flexible, adaptativa, reflexiva y autoregulada para promover el logro de aprendizajes significativos en los alumnos, entonces estas estrategias serán más efectivas, significativas y motivantes para los estudiantes, si los facultan para participar activamente, pensar de manera reflexiva y crítica, investigar y actuar con responsabilidad en torno a asuntos relevantes. En particular, si les da a ellos la posibilidad de vivir una experiencia y actuación consciente en su comunidad orientada a una mayor comprensión y mejora de los problemas que enfrenta.

### ***El Constructivismo***

Su principio fundamental es el siguiente: los seres humanos construyen ideas sobre el mundo, las cuales evolucionan, cambian y les han servido para regular las relaciones consigo mismo, con la naturaleza y con la sociedad que en mayor o menor grado han

tenido un relativo éxito en su propósito. Según Chamorro y otros (2003), “considerar que el aprendizaje de ciertos conocimientos supone una actividad propia del sujeto es aproximarse a la corriente constructivista” y que “aprender matemáticas significa construir matemáticas”. Cabe destacar que los autores utilizan el término “construir matemáticas” en el sentido de hacer una “reconstrucción matemática”, lo cual implica que los estudiantes debieran aprender de una forma semejante a la que el hombre ha seguido en el desarrollo de las ideas matemáticas, de un modo similar a como el matemático activo enfrenta los problemas de su actividad profesional.

Las hipótesis fundamentales sobre las que se apoya esta teoría son:

*1ª Hipótesis: El aprendizaje se apoya en la acción. Idea fundamental en la obra de Piaget: es de la acción que procede el pensamiento en su mecanicismo esencial, constituido por el sistema de operaciones lógicas y matemáticas (Piaget, 1973, p. 26, citado en Chamorro y otros, 2003)*

El término *acción* en matemáticas, no es sólo *llevar a cabo manipulaciones* sobre determinados materiales. Sino que va más allá, se trata de anticipar la *acción* concreta, es decir, de construir una solución que nos puede dispensar incluso de la manipulación de los objetos reales, bien sea porque los objetos no están disponibles, bien porque son demasiados numerosos y sería difícil su manipulación.

*“El conocimiento debe manifestarse como instrumento de decisión anticipada.” (Brousseau, 2000, p. 8, citado en Chamorro y otros, 2003)*

Si un estudiante al poner en acción una estrategia para resolver un problema se da cuenta que es poco útil, se verá obligado a buscar otra, más factible y que se adapte fácilmente a la situación que enfrenta. *“Esta estrategia constituye el conocimiento matemático (objetivo de aprendizaje) de la situación de enseñanza. Cuando el alumno pasa de la estrategia de base a la nueva decimos que ha construido un nuevo conocimiento: ha llevado a cabo un aprendizaje.” (Chamorro y otros, 2003)*

*2ª Hipótesis:* La adquisición de conocimientos por parte del estudiante pasa por estados transitorios de equilibrio y desequilibrio, a partir de los cuales los conocimientos que ya poseía se ponen en contradicción con los nuevos. Ahora, si este desequilibrio es superado por el estudiante, implicará que hay una reestructuración de

sus conocimientos, los nuevos conocimientos se integran con los anteriores. Procesos que Piaget denominaba de *asimilación y acomodación*.

Según (Chamorro y otros, 2003), *“el Aprendizaje, pues, no se reduce a una simple memorización, a una yuxtaposición de saber-hacer o a un condicionamiento, aprendemos raramente de una sola vez; aprender supone volver a empezar, extrañarse, repetir, pero repetir comprendiendo lo que se hace y por qué se hace.”*

En esta hipótesis el *error* es considerado como necesario, este debe provocar los desequilibrios y, en consecuencia, hacer emerger las estrategias erróneas e insuficientes, de modo que cuando el estudiante comprueba su validez funcional, las termine rechazando y no vuelva a ponerlas en acción sistemáticamente.

*3ª Hipótesis: “Se conoce en contra de los conocimientos anteriores.”* (Bachelard, 1983, citado en Chamorro y otros, 2003) *“La utilización y la destrucción de los conocimientos precedentes forman parte del acto de aprender”* (Brousseau, 1998, p. 120, citado en Chamorro y otros, 2003)

Según esta hipótesis el saber que ya posee el estudiante se debe tener en cuenta al momento de aprender nuevos conocimientos, ya que éstos no se construyen a partir de la nada. Las adaptaciones, rupturas y reestructuraciones de los conocimientos previos, hacen que el estudiante aprenda en contra de lo que ya sabe. Los nuevos conocimientos son el fruto de la modificación de los que ya posee y no se obtienen por una simple acumulación de los anteriores sobre los ya existentes.

*4ª Hipótesis: “Los conflictos cognitivos entre miembros de un mismo grupo social pueden facilitar la adquisición de conocimientos.”* (Vygotsky, 1978, p. 86, citado en Chamorro y otros, 2003)

Como ya hemos visto el estudiante tiene un rol activo en el proceso de aprendizaje, pero no actúa solo. Es necesario tener en cuenta lo que el estudiante puede aprender con ayuda de otros, es decir, en un medio social en el cual debe establecer relaciones simétricas y asimétricas con el profesor.

Según Blaye (1994) citado por Chamorro y otros (2003), los conflictos socio-cognitivos permiten al estudiante:

- ❖ Tomar conciencia de otras respuestas diferentes a la suya, lo que le obliga a replantear su respuesta original.
- ❖ Que ante la necesidad de establecer regulaciones sociales, con el propósito de llegar a un consenso, sea más activo cognitivamente.
- ❖ Darse cuenta de otros aspectos del problema que no había tomado en cuenta. La respuesta diferente de otros estudiantes es portadora de información y llama su atención.

Según Guilly (1994) citado por Chamorro y otros (2003), los conflictos socio-cognitivos provocan un doble desequilibrio: *“desequilibrio interindividual, debido a las diferentes respuestas de los sujetos; desequilibrio intraindividual, debido a la toma de conciencia de respuestas diferentes, lo que invita al sujeto a dudar de su propia respuesta.”*

## **Modelo Interactivo para el Aprendizaje Matemático**

En correspondencia con los principios y postulados de las teorías de aprendizaje expuestos anteriormente, en esta investigación se adopta un modelo de aprendizaje de la matemática que permita implementar, de mejor forma, una propuesta de mejoramiento interdisciplinario entre Matemática y Química. De los autores Oteiza y Miranda (2004), se ha adoptado el *“Modelo Interactivo para el Aprendizaje Matemático.”*

Los elementos centrales de este modelo son:

- a) El conocimiento matemático.
- b) El estudiante y su rol protagónico en el aprendizaje.
- c) El profesor como agente mediador del aprendizaje.
- d) El material de enseñanza como soporte para la acción educativa.
- e) La situación de enseñanza: la atmósfera de trabajo deseada.
- f) La evaluación del aprendizaje matemático.

¿Cómo se traduce este modelo de aprendizaje en la práctica educativa?

En primer lugar se espera que el modelo ayude al profesor a:

- ❖ Planificar una clase o conjunto de clases en forma interdisciplinaria.



- ❖ Preparar las condiciones para iniciar una actividad o conjunto de actividades que han sido diseñadas y desarrolladas de acuerdo con el modelo.
- ❖ Explorar los conocimientos previos que tienen los estudiantes.
- ❖ Poner en práctica las actividades diseñadas y desarrolladas de acuerdo con el modelo y que apoya las acciones de sus estudiantes.
- ❖ Evaluar los progresos de sus estudiantes o los resultados de una actividad o unidad.

En segundo lugar, el modelo debe ayudar a reflexionar al profesor acerca de:

- ❖ La justificación didáctico-matemática del contenido seleccionado, es decir, ¿por qué este contenido?
- ❖ ¿Cuáles son las principales dificultades para aprender el contenido?
- ❖ ¿Cuáles son las mejores situaciones y problemas para iniciar el estudio?
- ❖ ¿Cuáles son los modelos que permiten resolver, explicar o describir la situación de aprendizaje planteada?
- ❖ El conocimiento matemático, los conceptos claves, las relaciones con otros conocimientos y los modelos formales involucrados.
- ❖ El material de enseñanza más adecuado a la situación didáctica.
- ❖ Las mejores formas para poner a prueba las ideas o conjeturas de los estudiantes y qué estrategias adoptar (Guías, discusiones guiadas, debates, trabajos en pequeños grupos, etc.)
- ❖ Las actividades de formalización y cierre destinadas a ordenar los aprendizajes, a ponerlos en el contexto de la Matemática, de analizar los alcances y limitaciones de los modelos, así como su generalización y sistematización.

En tercer lugar, el modelo aportará un formato para la puesta en práctica de una parte del programa:

*Tabla 1: Modelo interactivo*

<b>Etapa del proceso</b>	<b>Descripción</b>	<b>Rol del docente</b>
Lanzamiento	El profesor propone situaciones problemáticas desafiantes a analizar, motiva, entrega información, muestra implicancias, relaciona, ...etc.	Motivador, expositor, proveedor de información y referencias
Exploración y generación de conjeturas	Los estudiantes, sea individual o grupalmente, exploran las situaciones, buscan información, usan las referencias, consultan fuentes, buscan datos, miden, encuestan, en general se informan y hacen conjeturas.	Facilitador Líder Generador de nuevas preguntas.
Puesta en práctica, comprobación de las ideas	Los estudiantes, ya sea en forma individual o en pequeños grupos, aplican lo aprendido para poner a prueba sus ideas, amplían las aplicaciones de sus modelos, extreman situaciones, usan instancias concretas para comprobar la veracidad de sus supuestos y/o conjeturas.	Facilitador Recurso Especialista en contenidos
Puesta en común	Los estudiantes expresan sus resultados en forma sintética, usando los medios de expresión que estén a su alcance. En conjunto comparan resultados, evalúan las similitudes y las diferencias, sacan algunas conclusiones, formulan nuevas preguntas.	Moderador Especialista en contenidos

Etapa del proceso	Descripción	Rol del docente
Cierre	Es una sesión dirigida por el profesor, se concluye, “se pasa en limpio”, se relaciona lo encontrado y las preguntas con los contenidos matemáticos. Se generaliza, se sistematiza y se prepara la continuación de los estudios.	Especialista en Educación Matemática Evaluador Generador de síntesis, alternativas y nuevas conexiones.

### Diseño curricular de aula

La presente investigación se desarrolla en el Liceo San José de Requínoa, el cual ha adoptado como propuesta de planificación e implementación en el aula, el modelo propuesto por Román M. y Díez E. (2001): “*Diseños Curriculares de Aula*”. Por lo tanto, la propuesta de mejoramiento interdisciplinario se desarrolla bajo este contexto curricular.

Uno de los elementos destacados del Diseño Curricular de Aula, lo constituye el denominado “*Modelo T*”, herramienta que articula de una manera sintética y global los contenidos conceptuales, los métodos – procedimientos, las capacidades – destrezas, y los valores – actitudes de un determinado sector de aprendizaje. Cabe destacar que los fines del proceso educativo bajo este modelo lo constituyen las **Capacidades – Destrezas** y los **Valores – Actitudes** seleccionadas por la institución escolar, y que los Contenidos y Métodos son el **medio** que se emplean para alcanzar dichos fines.

*Los contenidos:* son considerados como la estructura básica de una ciencia y se entienden como formas de saber. Éstos pueden ser *conceptuales* (principios, hipótesis, teoría, leyes, etc.) y *factuales* (hechos, ejemplos, experiencias)

*Los métodos:* constituyen el camino que el profesor utiliza para llevar al estudiante al desarrollo de sus capacidades – destrezas y valores – actitudes con un contenido determinado.

*Las capacidades – destrezas:* Bajo este modelo se define *capacidad* como un conjunto de destrezas que utiliza un estudiante para aprender y cuyo componente fundamental

es *cognitivo*; a su vez, una *destreza* es considerada como una habilidad específica que utiliza o puede utilizar un estudiante para aprender, que también presenta un componente *cognitivo*. Por último, una habilidad es un paso o componente mental, cuya estructura básica es *cognitiva*.

*Los valores - actitudes*: Se consideran como una disposición de ánimo manifestada de algún modo, cuyo componente fundamental es afectivo. Se manifiesta en la atracción o rechazo. Pero la actitud también posee elementos cognitivos (saber algo de...) y elementos de comportamiento (las actitudes se desarrollan por conductas prácticas). Son las actitudes las que dan un énfasis afectivo a las destrezas. Por su parte un valor es un conjunto de actitudes, cuyo componente fundamental es afectivo. Al igual que las actitudes, los valores también presentan componentes cognitivos y componentes de comportamiento.

Otros de los elementos destacados de los Diseños Curriculares de Aula, son las denominadas "*Estrategias de Aprendizaje*". En este modelo donde el centro es el estudiante, la estrategia es considerada como: "*el camino para alcanzar una destreza que desarrolla una capacidad y una actitud que facilita el logro de un valor por medio de un contenido y un método*".

Por lo tanto, una estrategia de aprendizaje cognitiva y afectiva se puede esquematizar de la siguiente manera:

*Destrezas + contenidos (qué) + métodos (cómo) + actitudes*

La intervención en el aula propuesta por esta investigación, se diseñó e implementó siguiendo los principios de: las teorías de aprendizaje expuestas anteriormente, el modelo Interactivo de Aprendizaje Matemático y el Diseño Curricular de Aula.

## Interdisciplinariedad

De acuerdo con el Diccionario de la real Academia Española, el término “*Interdisciplinario*” se refiere “*al estudio que se realiza con la cooperación de varias disciplinas*”. Pero en la práctica esta “*cooperación*” puede darse en diferentes niveles, por ejemplo, en un primer nivel de interacción existe una yuxtaposición de saberes de distintas disciplinas y, por consiguiente, no se produce un enriquecimiento de los saberes de las disciplinas que intervienen. Al respecto Piaget (1970) citado por Ander-Egg (1994), expresa que este tipo de estudio trata “*de un intercambio de información entre dos o más ciencias, destinado a resolver problemas concretos, pero no lleva a una transformación o modificación de las disciplinas que concurren*”. Desde un punto de vista estructural, es un nivel inferior de las relaciones entre disciplinas, cuya cooperación – integración es yuxtapuesta y circunstancial. En el campo de la educación, a menudo, existen experiencias de este tipo, es decir, diferentes profesores y de distintos sectores de aprendizaje, que abordan el mismo tema, pero los aportes se traducen en respuestas al objeto en estudio desde cada sector, pero no hay grandes aportes o enriquecimientos mutuos. A este tipo de trabajo entre disciplinas, Ander-Egg (1994) le llama: “**Multidisciplinariedad o Pluridisciplinariedad**”.

Otro tipo de “*cooperación entre disciplinas*” lo podemos situar en un nivel superior al descrito anteriormente, donde la cooperación – integración que las disciplinas realizan producen reales enriquecimientos e interacciones mutuas. Según Ander-Egg (1994), en este nivel de interacción entre disciplinas: “*está la idea de confrontación e intercambio de saberes desde cada una de las disciplinas que pretenden construir un objeto de modo interdisciplinar*”. Este tipo de interacciones entre disciplinas recibe el nombre de “**Interdisciplinariedad**”. Al respecto Panqueva J. (2005) considera importante entender la interdisciplinariedad como: “*la organización de un esfuerzo colectivo alrededor de un problema común, dando lugar a una intercomunicación continua y a una acción conjunta entre los miembros de distintas disciplinas*”. Por su parte Torres J. (1994), señala que la Interdisciplinariedad supone de los participantes una voluntad y compromiso de elaborar un marco más general en torno al cual cada una de las disciplinas participantes son a la vez modificadas y pasan a establecer una interdependencia recíproca. Con respecto a la enseñanza que toma como eje a la interdisciplinariedad, indica que:

*“Tiene un gran poder estructurante ya que los conceptos, marcos teóricos, procedimientos, etc., con los que se enfrenta el alumnado se encuentran organizados en torno a unidades más globales, a estructuras conceptuales y metodológicas compartidas por varias disciplinas . Además tiene la ventaja de que después incluso es más fácil realizar transferencias de los aprendizajes así adquiridos a otros marcos disciplinares más tradicionales. Alumnos y alumnas con una educación más interdisciplinar están más capacitados para enfrentarse a problemas que trascienden los límites de una disciplina concreta y para detectar, analizar y solucionar problemas nuevos con los que nunca antes se ha visto”.*

Un tercer nivel de interacción – cooperación entre disciplinas lo constituye, de acuerdo con Ander-Egg (2004), la **“Transdisciplinariedad”**. Al respecto dice: *“no sólo busca el cruzamiento e interpenetración de diferentes disciplinas, sino que pretende borrar los límites que existen entre ellas, para integrarlas en un sistema único”*. Para Torres J. (1994) la Transdisciplinariedad corresponde a un nivel superior de Interdisciplinariedad, de coordinación, donde los límites de las disciplinas que entran en contacto ya no existen y se consolida un sistema que va más allá de las interacciones y cooperaciones entre tales disciplinas.

Aclarados los tres niveles de cooperación entre disciplinas, podemos destacar que la Interdisciplinariedad:

- ❖ Se debe ocupar de problemas concretos y de importancia social.
- ❖ Supone un esfuerzo colectivo por comprender e intervenir sobre la interdependencia de los factores involucrados en el problema.
- ❖ Exige que cada una de las personas que participan en esta tarea común sea competente en su respectiva disciplina y posea un determinado conocimiento de los contenidos y métodos usados por las otras disciplinas.

## Marco Referencial

### Propuesta interdisciplinaria entre Matemáticas y Química

Considerando que hacer Interdisciplinariedad implica un esfuerzo colectivo en torno a un problema común, la propuesta interdisciplinaria entre los sectores de Aprendizaje de Matemáticas y Química que se propone en esta investigación, aborda la problemática del **Petróleo** (Ver anexo 1, p. 128) como eje articulador.

El Marco de Referencia se estructura a base del Marco Curricular Nacional, de modo que la articulación de los Objetivos Fundamentales Verticales, Contenidos Mínimos Obligatorios y Aprendizajes Esperados de cada sector de aprendizaje, permiten elaborar una propuesta interdisciplinaria entre Matemáticas y Química.

A continuación, se explicitan los objetivos, contenidos y aprendizajes factibles de articular entre estos sectores.

#### **Objetivos Fundamentales verticales**

##### *Matemática*

Los alumnos y alumnas desarrollarán la capacidad de:

- ❖ Analizar aspectos cuantitativos y relaciones geométricas presentes en la vida cotidiana y en el mundo de las ciencias; describir y analizar situaciones con precisión.
- ❖ Utilizar diferentes tipos de números en diversas formas de expresión (entera, decimal, fraccionaria, porcentual) para cuantificar situaciones y resolver problemas.

##### *Química*

Los alumnos y alumnas desarrollarán la capacidad de:

- ❖ Discriminar la calidad de información pública sobre asuntos vinculados a la química, valorando la información precisa y objetiva.
- ❖ Sensibilizarse acerca de los efectos de la acción de la sociedad sobre el medio ambiente y valorar el aporte que puede hacer la química a la resolución de los problemas medioambientales.

## **Contenidos Mínimos Obligatorios**

### *Matemática*

- ❖ Análisis de la significatividad de las cifras en la resolución de problemas. Conocimiento sobre las limitaciones de las calculadoras en relación con truncar y aproximar decimales.
- ❖ Distinción entre números racionales e irracionales. Aproximación y estimación de números irracionales. Estimaciones de cálculos, redondeos. Construcción de decimales no periódicos. Distinción entre una aproximación y un número exacto.
- ❖ Tablas y gráficos de distinto tipo; interpretación y lectura; variables continuas y discretas.

### *Química*

Producción, consumo y reservas a nivel nacional y mundial; necesidad de sustitutos.

## **Aprendizajes Esperados**

### *Matemática*

Se espera que al término de la unidad los alumnos y alumnas:

- ❖ Estiman y analizan resultados en la realización de cálculos y en la resolución de problemas y los ajustan a sus características.
- ❖ Interpretan la información que proporciona la calculadora.
- ❖ Diferencian entre números enteros, racionales e irracionales; los caracterizan, los expresan en notación decimal y señalan su ubicación relativa en una recta numérica.
- ❖ Leen e interpretan gráficos de uso habitual en los medios de comunicación o que reflejan situaciones próximas a su experiencia.



## Química

Se espera que al término de la unidad los alumnos y alumnas:

Indaguen acerca de las variaciones de la producción, consumo y reservas nacionales y mundiales de petróleo y sus derivados.

El Marco de Referencia que permite articular objetivos, contenidos y aprendizajes enunciados anteriormente, se muestra en la figura 1.

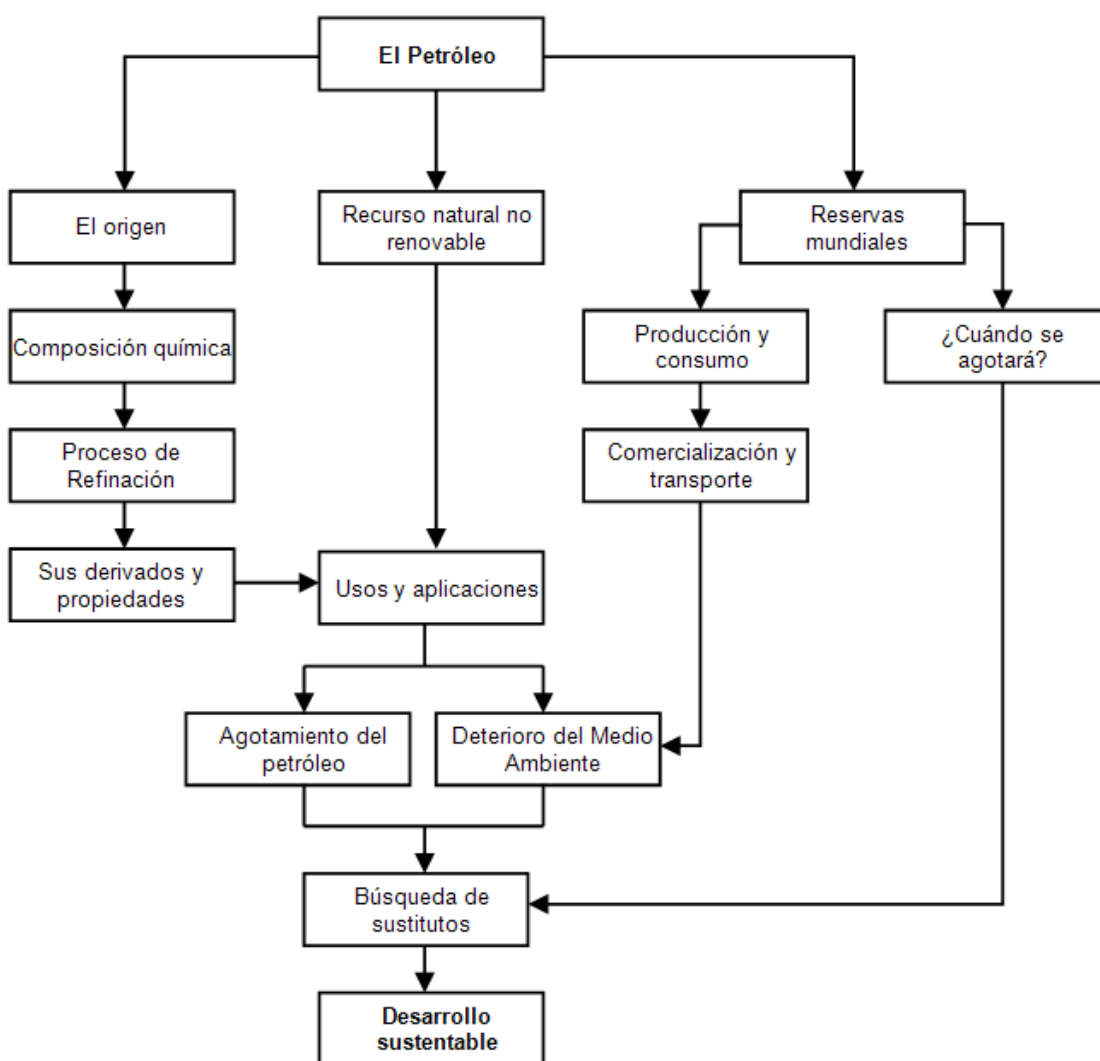


Figura 1: Marco Referencial

En el sector de Matemáticas las guías de aprendizaje abordan los siguientes temas del marco de referencia:

- ❖ Las reservas mundiales de petróleo.
- ❖ Producción y consumo.
- ❖ Comercialización y transporte.
- ❖ Agotamiento del petróleo, incluyendo estimaciones de cuándo se agotará.

En forma transversal, las guías de aprendizaje de matemáticas orientan el trabajo del aula a tratar los siguientes temas:

- ❖ La importancia de un desarrollo sustentable.
- ❖ Toma de conciencia de que el petróleo es un recurso natural no renovable.
- ❖ El impacto del petróleo en el medio ambiente.

### Capítulo 3

## OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

A continuación se presentan los principales objetivos que persigue esta investigación:

- 1) Estudiar el impacto que tendrá la aplicación de una propuesta interdisciplinaria, entre Matemáticas y Química, en el aprendizaje de los estudiantes, tanto en aspectos cualitativos como cuantitativos.
- 2) Aportar un modelo de propuesta innovadora interdisciplinaria para el aprendizaje de Matemáticas y Química.
- 3) Determinar los elementos del currículo que facilitan o dificultan la implementación de propuestas pedagógicas interdisciplinarias.
- 4) Identificar en los planes y programas de estudio vigentes los sectores de aprendizaje de Ciencias y los contenidos específicos de su competencia, que pueden articularse con el sector de Matemáticas.
- 5) Establecer secuencias de contenidos y unidades interdisciplinarias de modo que faciliten la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- 6) Identificar aquellos elementos del currículo que han impedido que lo hecho hasta el momento en interdiscipliniedad del currículo matemático no haya progresado como una recomendación más universal.

**Capítulo 4**

**DISEÑO METODOLÓGICO**

## Tipo de Proyecto

Teniendo en cuenta la naturaleza del problema que enfrentó esta investigación, se optó por un proyecto de indagación orientado a la Investigación-Acción. El carácter cualitativo de este tipo de investigación, permitió estudiar un conjunto de hechos surgidos de la aplicación de una propuesta de mejoramiento interdisciplinario a una realidad específica: *los primeros medios A, B y C del Liceo San José de Requínoa*. Estos hechos estudiados y la evaluación de la intervención, junto con dar respuesta a una serie de preguntas que surgieron de la problematización del quehacer pedagógico del sector de aprendizaje de matemáticas, permitieron identificar otras áreas conflictivas que inicialmente no fueron detectadas.

Se debe tener en cuenta que en este tipo de investigación no se pretende encontrar causas, ni generalizar los resultados y a partir de éstos predecir nuevos efectos, sino en producir un cambio dentro de la propia práctica educativa. Al respecto Cadoche, Pastorelli y Tomatis (2005) citando a Cohen y Manion (1990) señalan que: "*la investigación en la acción es la intervención a pequeña escala en el funcionamiento del mundo real y un examen próximo de los efectos de tal intervención*".

El proyecto de investigación-acción promueve y facilita la **reflexión durante el desarrollo de la propuesta y a partir de la aplicación de ella**, es decir, reflexión **en y desde** la práctica.

## Tipo de Estudio Realizado

De acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (1997), el tipo de investigación realizada tuvo un carácter:

*Descriptivo*. Ya que uno de los propósitos generales de la investigación era describir cómo se manifestaba el fenómeno del aprendizaje de las matemáticas en un contexto interdisciplinario. Si asumimos que desde el punto de vista científico, describir es medir, entonces en este estudio se seleccionaron variables y se midieron cada una de ellas independientemente, para así especificar las propiedades del fenómeno investigado.

*Correlacional:* En esta investigación también interesaba saber cómo influyó en el aprendizaje de los alumnos la aplicación de una propuesta interdisciplinaria, por lo tanto se seleccionaron y analizaron variables que dieran cuenta de esta correlación.

Por otra parte, si consideramos la clasificación dada por Sierra Bravo (1997), la investigación realizada tiene un claro componente:

*Primario.* Debido a que, principalmente, los datos o hechos recogidos son de primera mano, es decir, recolectados para la investigación y por quienes la efectuaron.

*Cualitativo.* Ya que está orientado a descubrir el sentido y significado de los fenómenos sociales que se produjeron durante la elaboración e implementación de la propuesta interdisciplinaria.

*Documental.* En esta investigación se trabajó con estrategias la revisión documental provenientes de los Planes y Programas de estudio vigentes, Proyecto Técnico-Pedagógico del Liceo y textos de estudio de ciencias utilizados en Primer y Segundo Año Medio.

## **Período y Lugar donde se desarrolla la Investigación**

La investigación se llevó a cabo en el segundo semestre del año 2008, entre el 15 de Agosto y el 27 de Diciembre de este año.

El Liceo San José es el escenario donde se desarrolló la investigación. Esta institución se ubica en la Comuna de Requínoa, Región del Libertador Bernardo O'Higgins (Sexta), Chile.

## **Universo y Muestra**

Esta propuesta de mejoramiento interdisciplinario surgió de las conversaciones entre los profesores de matemáticas y ciencias. Al revisar los objetivos fundamentales, contenidos mínimos obligatorios y aprendizajes esperados de estos sectores, se identificaron una serie de conexiones que posibilitaban una potencial articulación. El tiempo disponible y las experiencias interdisciplinarias desarrolladas anteriormente, fueron decisivas al momento de elegir los sectores y cursos que participarían de la propuesta. Se optó por el sector de *Química y el nivel de Primer Año Medio.*

Una variable que influyó en la selección de la muestra fueron los estados de avance de las unidades de aprendizaje en Matemáticas durante el segundo semestre. Mientras que los primeros medios A y B avanzaron a un ritmo similar, el Primero Medio C se retrasó por motivos de calendarización escolar, lo cual no permitió desarrollar todas las clases programadas (Pruebas de Nivel, feriados y cambios de actividades)

Por su parte el Primer Año Medio D participó de otro proyecto independiente de esta investigación, el que requería otra secuenciación de los contenidos matemáticos. Por lo tanto, quedó al margen de esta indagación.

Por lo tanto el **Universo de esta investigación** quedó formado por **los primeros medios A, B y C** del Liceo San José. Donde los primeros medios A y B quedaron como cursos **Experimentales** y, el Primer Año Medio C, como curso de **Control**.

## **Diseño de la Investigación**

Considerando que el estudio estuvo orientado a la investigación-acción, ésta se desarrolló en cinco etapas.

### **Problematización**

En esta etapa mediante el análisis documental y entrevistas realizadas a profesores y alumnos, se identificaron incongruencias que permitieron hacer un análisis descriptivo de la situación problemática que se enfrentaba, para luego formular el problema que enfrentaría la investigación y determinar los objetivos de ésta.

### **Diagnóstico**

Con el propósito de elaborar una propuesta de mejoramiento, se realizó un diagnóstico de la situación que se enfrentaba. Para ello se realizaron las siguientes acciones: investigación documental, conversaciones y entrevistas con profesores y alumnos, un Grupo de Foco con doce estudiantes de primero medio y un registro de los hechos observados en una bitácora por parte del investigador. Lo anterior permitió hacer un análisis descriptivo del contexto educativo de la institución y la comuna en que está



inserta. También permitió indagar acerca de la percepción y las actitudes de los profesores, alumnos y padres en relación con el aprendizaje interdisciplinario.

### ***Diseño de una propuesta de mejoramiento***

Una vez que se realizó el análisis e interpretación de la información recolectada y teniendo en cuenta los objetivos que se perseguían, se diseñó una propuesta de cambio y mejoramiento, lo que incluyó anticipar los indicadores y metas que darán cuenta del logro de ella.

*Propuesta de mejoramiento.* Quedó estructurada a base de un conjunto de cuatro clases donde se articularon los contenidos de matemática relacionados con los Números Reales y los contenidos de Química referidos al tema del Petróleo. El diseño de estas clases tuvo en cuenta los siguientes aspectos:

- ❖ Los objetivos fundamentales, contenidos mínimos obligatorios y aprendizajes esperados de los planes y programas de estudio vigentes. (Ver anexo 1, p. 128)
- ❖ Diseño curricular de aula basado el modelo T y las respectivas estrategias de aprendizaje. (Ver anexo 1, p. 131)
- ❖ El Modelo Interactivo para el Aprendizaje Matemático propuesto por Oteiza y Miranda (2004)
- ❖ La incorporación de la tecnología, lo que se tradujo en el uso de la calculadora científica (Marca Cassio Modelo Fx 350 Ms o similar) y el software matemático Derive.

El resultado fue un conjunto estructurado de cuatro guías de aprendizaje, una para cada clase. (Ver anexo 1, p. 137)

*Evaluación de la propuesta de mejoramiento.* Para determinar en qué medida la propuesta mejoró la situación problemática detectada en esta investigación, se definió un conjunto de indicadores (Ver anexo 2, p. 166) en función de los objetivos que pretendía lograr, por lo tanto estos indicadores se formularon, considerando seis categorías:

1. Impacto de la aplicación de la propuesta de mejoramiento interdisciplinario el aprendizaje de los estudiantes.

2. Aporte de un modelo de innovación interdisciplinaria para el aprendizaje de Matemáticas y Química.
3. Elementos del currículo que favorecen o dificultan la implementación de una propuesta interdisciplinaria.
4. Sectores de aprendizaje, que de acuerdo con los planes y programas de estudio vigentes en Chile, pueden articularse con el sector de matemáticas con el fin de implementar y aplicar propuestas interdisciplinarias.
5. Secuencias de contenidos y unidades interdisciplinarias de modo que faciliten la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
6. Elementos relevantes del currículo que han impedido que lo hecho hasta el momento en el campo de la interdisciplinariedad y las matemáticas no haya progresado como una estrategia más universal.

### ***Aplicación de la propuesta de mejoramiento***

De acuerdo con las estrategias de aprendizaje planificadas (ver anexo 1, p. 133), se aplicó la propuesta a los primeros medios A y B durante cuatro clases. Con el propósito de recoger información acerca del impacto que produciría la implementación de esta propuesta se utilizaron los siguientes medios:

- ❖ Observación participante del profesor-investigador y una bitácora para registrar sus observaciones.
- ❖ Observación no participante de otro profesor de matemática a base de una pauta definida previamente (ver anexo 4, p. 174).
- ❖ Diálogo, después de cada clase, con cinco alumnos de cada curso acerca de la percepción del trabajo realizado.

Después de cada clase, a base de la información recogida y las estrategias planificadas, se estableció un diálogo entre los profesores de matemática con el propósito de analizar y reflexionar acerca de las fortalezas y debilidades identificadas en el desarrollo de propuesta.

Por su parte, el curso control Primero Medio C, al igual que los cursos experimentales, utilizó el Modelo Interactivo de Aprendizaje Matemático y los recursos tecnológicos de la calculadora y software matemático Derive. El número de clases también fue de cuatro sesiones y, una vez finalizadas, se administró la misma prueba aplicada a los cursos experimentales.

Cabe destacar que las guías de aprendizaje con las que trabajó el curso control, no presentaban ninguna articulación o relación con algún sector de aprendizaje. Sólo se trabajó el contenido matemático. Además, tanto en los cursos experimentales como en el curso de control, el mismo profesor impartió las clases.

### ***Evaluación***

Uno de los criterios fundamentales, al momento de evaluar la nueva situación producto de la aplicación de la propuesta y sus respectivas consecuencias, fue determinar en qué medida los propios involucrados experimentaron un proceso de cambio, implicación y compromiso con la nueva propuesta. Para este propósito se utilizaron los siguientes procedimientos evaluativos:

- ❖ Aplicación de un cuestionario a los alumnos de los primeros medios A y B, con el propósito de recoger información acerca de las actitudes y percepciones que ellos tienen de la enseñanza, aprendizaje y del desempeño del profesor de matemáticas en un contexto interdisciplinario (ver anexo 3, p. 169).
- ❖ Aplicación de una prueba escrita a los primeros medios A, B y C, con el propósito de evaluar el logro de los aprendizajes esperados y facilitar posteriormente un análisis estadístico (ver anexo 5, p. 176)
- ❖ Análisis y reflexión de la información recogida en conversaciones, entrevistas, observaciones participantes y no participantes (ver p. 78).

La evaluación general de la propuesta fue realizada por el profesor-investigador, en forma conjunta con otro profesor de matemáticas de enseñanza media del Liceo. Para ello midieron los logros de la propuesta de mejoramiento a través de los indicadores definidos previamente (Ver anexo 2, p. 166).

## Selección de las variables

### **Variables Cualitativas**

Considerando los aspectos **cualitativos** del problema de investigación y sus objetivos, se seleccionaron tres variables, las cuales se presentan en la tabla 1, que contiene sus definiciones operacionales, dimensiones e indicadores asociados.

*Tabla 2: Descripción de variables cualitativas*

<i>Variable</i>	<i>Definición operacional</i>	<i>Indicadores</i>	<i>Dimensiones</i>
Actitudes de los alumnos hacia el diseño metodológico y trabajo interdisciplinario.  Entendiendo por <b>Actitud:</b> “Disposición de ánimo manifestada de algún modo”*	Grado de satisfacción y apreciación respecto de las actividades de aprendizaje interdisciplinario.	Grado de satisfacción y apreciación respecto de la metodología utilizada.	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Comparación con la metodología utilizada en otros sectores de aprendizaje.</li> <li>❖ Comparación con la metodología utilizada en matemáticas en la Educación Básica</li> <li>❖ Uso de recursos tales como calculadora, guías de aprendizaje, recursos multimedia y técnica SQA.</li> <li>❖ Modelo interactivo de trabajo utilizado en el aula.</li> </ul>
Percepción de los alumnos acerca del aprendizaje en un contexto interdisciplinario.	Grado de percepción respecto de los aprendizajes de matemáticas y química.	Grado de percepción acerca de lo aprendido.	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Aprendizajes matemáticos</li> <li>❖ Aprendizajes relacionados con Química (el Petróleo)</li> <li>❖ Aprendizajes relacionados con el Desarrollo Sustentable.</li> </ul>

<i>Variable</i>	<i>Definición operacional</i>	<i>Indicadores</i>	<i>Dimensiones</i>
Entendiendo por <b>Percepción:</b> "Sensación interior que resulta de una impresión material hecha en nuestros sentidos"*		Grado de percepción respecto del compromiso con el estudio en diferentes contextos.	Compromiso con el estudio y aprendizaje de matemáticas en un contexto interdisciplinario.
El desempeño del profesor en la enseñanza de las matemáticas en un contexto interdisciplinario.	Valoración del rol del profesor en la enseñanza de las matemáticas en un contexto interdisciplinario.	Valoración del desempeño del profesor en el aula.	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Comparación con el trabajo de los profesores de otros sectores de aprendizaje</li> <li>❖ Comparación con el trabajo de los profesores de matemáticas de otros años.</li> <li>❖ Rol del profesor en el trabajo del aula</li> </ul>

\*Según *Diccionario de la Real Academia de la Lengua Española, 22ª Edición, 2001*

*Escalas de Medición.* Las variables seleccionadas se midieron a través de un cuestionario (ver anexo 3, p. 169) administrado a los alumnos de los primeros medios A y B. De preferencia, las tres variables y sus respectivos indicadores y dimensiones, se midieron utilizando *Escalas Ordinales*. Ocasionalmente, y según las características particulares de algún indicador y sus respectivas dimensiones asociadas, se utilizaron escalas *Nominales* o de *Intervalos*.

*Control de la Calidad de los Datos.* Los procedimientos seguidos para asegurar los requisitos de *confiabilidad* y *validez* del cuestionario, fueron de acuerdo con Sierra Bravo (1997), el “*Test y Retest*” aplicados en un corto período de tiempo para el caso de la confiabilidad, y la técnica de los “*Grupos Conocidos*” para el caso de la validez.

### ***Variables Cuantitativas***

En este caso la variable **cuantitativa** seleccionada fue: “*El Aprendizaje de las Matemáticas en un contexto interdisciplinario*”. Entendiéndose por **aprendizaje**, como la *adquisición del conocimiento de algo por medio del estudio o de la experiencia*.

*Definición operacional:* Puntaje obtenido por los alumnos en la prueba tendiente a medir el logro de los aprendizajes esperados. Por lo tanto la variable cuantitativa seleccionada se midió en una *Escala de Razón*.

*Control de la Calidad de los Datos.* Para asegurar la confiabilidad y validez de la prueba escrita se siguieron los mismos procedimientos aplicados en el cuestionario mencionados anteriormente. Además, se realizó un análisis estadístico para describir los resultados obtenidos en la prueba y estudiar las diferencias entre las medias de los resultados que se obtendrían mediante la aplicación de una propuesta interdisciplinaria y una tradicional.

## **Procedimientos**

### ***Cuestionario***

Con el propósito de contrastar la información recogida mediante las entrevistas y las notas de los observadores participantes y no participantes, se aplicó un cuestionario, al final de la propuesta, a los primeros medios A y B. La información que se pretendía recoger con este instrumento, se relacionaba con las actitudes y percepciones de los estudiantes respecto del aprendizaje, enseñanza y rol del profesor ante la aplicación de una propuesta interdisciplinaria.

El cuestionario (ver Anexo 3, p. 169) consta de 25 preguntas, de las cuales una es de respuesta abierta y se incluyó con el propósito de que los estudiantes dieran sugerencias acerca de cómo mejorar el trabajo en el aula. Por lo tanto no representa la medición de ninguna de las variables seleccionadas. El resto de las preguntas es de

respuestas categorizadas y los estudiantes debían elegir la que mejor representara su opinión. De acuerdo con las escalas de medición utilizadas, una pregunta consta de categorías de respuesta por intervalos, tres preguntas de categorías nominales y 20 preguntas de categorías ordinales.

La confiabilidad del instrumento se verificó mediante el procedimiento de "Test y Retest" aplicados con una diferencia de cinco días, obteniéndose resultados, significativamente, similares. Por su parte, la validez del cuestionario, se verificó con el procedimiento de los "Grupos Conocidos", para ello se eligieron 10 alumnos de cada curso y el criterio de selección fue: siete estudiantes con una alta motivación y tres de ellos con una baja motivación por el aprendizaje de las matemáticas. Terminada la segunda clase de la propuesta, se administró a estos 20 alumnos el cuestionario y sus respuestas se compararon con las obtenidas en la segunda aplicación del mismo instrumento, es decir, al finalizar la propuesta. Las respuestas de los alumnos con una alta motivación fueron, significativamente, similares y, en el caso de los alumnos con una baja motivación, también presentaron respuestas similares, pero con una leve tendencia a mejorar el grado de respuesta.

### ***Observación de Profesores***

El profesor - investigador, aparte de ser el responsable del desarrollo de esta investigación y de ser el maestro docente que implementa en el aula esta propuesta innovadora, debió asumir el rol de un observador participante, es decir, "*el investigador que se mezcla con el grupo observado y participa en sus actividades más o menos intensamente*" (Sierra Bravo, 1997). El rol del profesor según el modelo interactivo de aprendizaje matemático utilizado en la propuesta, promueve la interacción entre alumno y profesor, por lo tanto su participación va más allá de la exposición de contenidos y explicaciones generales a la clase. Debe asistir a sus alumnos tanto en el trabajo individual como en el desarrollo grupal, de esta manera la posibilidad de observación es más enriquecedora.

El profesor observador-participante durante el desarrollo de la investigación contó con un registro de sus observaciones a través de una bitácora. La información así recogida se contrastó con otros datos recopilados durante el transcurso de la investigación y debió ser complementada con otros procedimientos, por ejemplo, la observación no

participante realizada por otro profesor de matemáticas. El cual ingresó a las clases y sin participar de las actividades, registró observaciones de lo acontecido en ella de acuerdo con una pauta (ver anexo 4, p. 174) construida con anterioridad por ambos profesores.

Los datos recogidos por ambos observadores, se complementaron con las opiniones recogidas en los diálogos con cinco alumnos al finalizar cada clase.

### ***Entrevistas***

Durante el desarrollo de la propuesta el profesor investigador entrevistó a cuatro alumnos con el propósito de conocer las actitudes y percepciones que tenían ante la propuesta en que estaban participando. Las entrevistas realizadas no tuvieron un carácter formal o estructurado, de acuerdo con Sierra Bravo (1997) fueron entrevistas no estructuradas de tipo “*focal*”, es decir, los alumnos estaban siendo partícipes de una instancia de aprendizaje específica e interesaba conocer como estaban viviendo esta situación.

Dos de los alumnos seleccionados presentaban un buen rendimiento académico en Matemáticas y, de los otros dos alumnos, uno presentaba un rendimiento regular y el otro un bajo rendimiento. Las entrevistas se realizaron en un lugar tranquilo (sala de clases sin la presencia de los educandos) y duraron, aproximadamente, 30 minutos.

### ***Grupo de Foco***

Con el propósito de hacer un diagnóstico de la situación que enfrentaba la investigación, se llevaron a cabo diversas acciones, entre las cuales se destaca un “Grupo de Foco o de Discusión” con alumnos de los primeros medios A, B y C.

El procedimiento para organizar el grupo de foco fue el siguiente:

En cada uno de los cursos se identificaron grupos de alumnos con características comunes. Alumnos con rendimientos similares -bajo, medio y bueno-, alumnos con disfuncionalidades conductuales -observaciones negativas en sus hojas de vida- y alumnos que en Educación Básica tenían bajos rendimientos y en Educación Media han presentado un rendimiento superior.



De cada grupo identificado, se seleccionaron al azar a dos o tres alumnos, quedando el grupo estructurado de la siguiente forma: dos alumnos de bajo rendimiento, tres alumnos de rendimiento medio, dos alumnos de buen rendimiento, dos alumnos con disfuncionalidades conductuales y tres alumnos que en Educación Media han mejorado su rendimiento.

El profesor - investigador junto al otro profesor - observador no participante, se reunieron con el grupo de alumnos seleccionados en un lugar más informal, que no fuera la sala de clases, en este caso en uno de los comedores del Liceo. Durante una hora y media se mantuvo una conversación abierta acerca de los temas que les planteaba el profesor investigador que actuó como moderador, mientras el otro profesor tomaba nota acerca del desarrollo de la sesión.

### ***Revisión Documental***

La investigación en su fase de diagnóstico contempló la revisión de una diversidad de documentos y textos de estudio, todo esto con el propósito de identificar contextos interdisciplinarios y elementos que facilitan o dificultan la actividad interdisciplinaria en educación.

Se trabajó a base de los siguientes documentos y textos:

- ❖ Planes y programas de estudios vigentes en Chile.
- ❖ Proyecto Técnico Pedagógico del Liceo San José de Requínoa.
- ❖ Seis textos de estudio de ciencias para Primer y Segundo Año Medio, que entrega el Mineduc a todos los colegios Municipalizados y Subvencionados del País.

En los planes y programas de estudio se buscaron potenciales articulaciones de los sectores de ciencias con el sector de matemática. Para ello se revisaron los Objetivos Fundamentales Verticales, Contenidos Mínimos Obligatorios y Aprendizajes Esperados de cada sector de aprendizaje con el propósito de identificar la presencia de elementos matemáticos que se pudieran conectar.

En el Proyecto Técnico Pedagógico del Liceo se revisaron las estrategias de trabajo por departamento y, en particular, aquellas llamadas “*Estrategias de Interdisciplinariedad*”, las cuales sugieren incorporar innovaciones interdisciplinarias.

En la revisión de los textos de estudio se trató de identificar la presencia de elementos matemáticos que permitieran articular potenciales experiencias interdisciplinarias. El criterio de búsqueda fue el siguiente: *cantidad de fórmulas, gráficos y tablas por cada sección del libro revisada.*

### **Prueba Final**

Con el propósito de medir el logro de los aprendizajes en matemáticas producto de la aplicación de la propuesta interdisciplinaria, se aplicó una prueba tanto a los cursos experimentales como al curso de control (Ver anexo 5, p. 176). La prueba consta de 12 preguntas de selección múltiple y cuatro preguntas de desarrollo. La tabla de especificaciones de esta prueba se muestra a continuación:

*Tabla 3: Tabla de especificaciones de prueba final*

Aprendizajes Esperados	Ponderación	Preguntas
<i>Unidad de Números</i> Se espera que al término de la unidad los alumnos y alumnas:		
a) Resuelven problemas que involucren operaciones aritméticas con enteros, decimales y fracciones, describiendo y analizando sus procedimientos de resolución.	13%	5, 16
b) Estiman y analizan resultados en la realización de cálculos y en la resolución de problemas y los ajustan a sus características.	38%	1, 2, 3, 4, 14, 15
c) Interpretan la información que proporciona la calculadora.	6%	9

Aprendizajes Esperados	Ponderación	Preguntas
d) Diferencian entre números enteros, racionales e irracionales; los caracterizan, los expresan en notación decimal y señalan su ubicación relativa en una recta numérica.	25%	6, 7, 8, 13
<i>Unidad de Variaciones Proporcionales</i> Se espera que al término de la unidad los alumnos y alumnas:		
Leen e interpretan gráficos de uso habitual en los medios de comunicación o que reflejan situaciones próximas a su experiencia.	18%	10, 11, 12

Con el propósito de verificar la confiabilidad de la prueba se volvió a aplicar la misma prueba sólo a los primeros medios A y C, obteniéndose resultados significativamente similares. Para validar la prueba se eligió una muestra de 15 alumnos del primero medio D, curso que estaba al margen de la indagación por estar participando de otro proyecto de investigación del Liceo. Este curso tenía otra secuencia de contenidos y ya había tratado la Unidad de “Números”. Se eligieron 10 alumnos con buen rendimiento académico y cinco alumnos con bajo rendimiento y, con una separación de dos semanas, se les aplicó la prueba en dos ocasiones. Los resultados también resultaron ser muy similares.

## **Métodos de recolección de la información**

### ***Cuestionario***

La información recogida a través del cuestionario, se ordenó en una tabla de tres columnas. La primera contiene las dimensiones asociadas a cada variable cualitativa estudiada, la segunda columna las preguntas y, la tercera columna, las frecuencias absolutas y porcentuales de las respuestas a cada categoría por cada pregunta.

Las respuestas a la pregunta de desarrollo se recogen aparte y no tienen una codificación cuantitativa asociada, ya que esta pregunta sólo entrega sugerencias por parte de los alumnos para mejorar el trabajo.

### ***Observación de Profesores, Entrevistas y Grupo de Foco***

En cada caso, la información recolectada por estos medios se ordenó por categorías según las variables seleccionadas en el estudio. El registro se realizó en una tabla de modo de facilitar el contraste de la información obtenida por todos estos procedimientos. Cabe destacar que gran parte de las informaciones recogidas por ambos profesores, fueron contrastadas durante el desarrollo de la investigación. Por ejemplo, al término de cada clase se estableció un diálogo con un grupo de alumnos para conocer sus impresiones de la clase. De esta forma se realizó una triangulación de la información proveniente de alumnos, profesores observadores participante y no participante.

### ***Revisión Documental***

La información referida a elementos de los planes y programas de estudio que presentan puntos de conexión entre los sectores de Matemáticas y Ciencias, y que pueden facilitar un trabajo interdisciplinario, se ordenaron por categorías de aprendizajes esperados, contenidos mínimos obligatorios y objetivos fundamentales verticales.

Con respecto a la presencia de elementos matemáticos presentes en los textos de estudios de ciencias de primer y segundo año medio, se tabularon en una tabla que da las frecuencias absolutas y porcentuales respecto de la presencia de fórmulas, gráficos y tablas presentes en las secciones de los libros consultados.

### ***Prueba Final***

En primer lugar, se hizo un análisis descriptivo de los resultados obtenidos por los alumnos en dos categorías: grupo experimental (Primeros Medios A y B) y grupo control (Primer Medio C). En cada caso, se calcularon los valores de la media, desviación estándar, error estándar, varianza, rango, suma de datos y suma de los cuadrados. Además, se construyó un gráfico de la distribución de frecuencias de los puntajes de cada grupo.

En segundo lugar, se formuló la siguiente hipótesis  $H_0$ : *“no hay diferencia entre las medias de los resultados que se obtendrían al realizar un test a los alumnos tras una enseñanza basada en una propuesta interdisciplinaria y una enseñanza tradicional”*. A continuación se trató de refutar esta hipótesis nula mediante la “Prueba z para Diferencias entre Medias Independientes” (Hopkins, Glass y Hopkins, 1997)

Los textos y la información estadística recogida fueron procesados mediante Word XP y Excel XP, respectivamente.

**Capítulo 5**

**RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

## Un Modelo y Propuesta Innovadora Interdisciplinaria

Con el propósito de superar el problema que enfrentaba esta investigación, se diseñó e implementó una propuesta interdisciplinaria entre los sectores de aprendizaje de Matemáticas y Química, la que sugiere un camino para realizar otras innovaciones interdisciplinarias. Por lo tanto, el procedimiento seguido, aparte de ofrecernos un proyecto factible de implementar en el aula, también aporta un modelo para elaborar y aplicar este tipo de experiencias innovadoras e interdisciplinarias.

### ***Proyecto Factible***

De acuerdo con los contextos curriculares en los que se enmarca esta investigación, tanto Nacional como del Liceo San José de Requínoa, se elaboró una propuesta interdisciplinaria de mejoramiento de aprendizaje de las Matemáticas. En esta ocasión, se articularon los aprendizajes esperados de la Unidades de “*Números y Variaciones Proporcionales*” en Matemática, con la Unidad del “*Petróleo*” en Química (Mineduc, 2008).

De acuerdo con el Marco Teórico y Referencial (ver Capítulo 2), se diseñaron cuatro clases para implementar en Primer Año Medio, donde cada una de ellas incluye una Estrategia y una Guía de Aprendizaje.

La Estrategia de Aprendizaje (ver anexo 1, p. 133) pone de manifiesto la relación entre destrezas, métodos, contenidos y actitudes a lograr. Además, propone un plan de clases a seguir con las descripciones de los momentos más importantes de la sesión, incluyendo actividades y recursos a utilizar.

Las guías de trabajo (ver anexo 1, p. 137) están diseñadas bajo el Modelo Interactivo de Aprendizaje Matemático (ver Capítulo 2, p. 24), donde se destaca el rol protagónico del estudiante en la clase y el profesor como un agente mediador del aprendizaje.

Esta propuesta estimula y potencia aprendizajes significativos para los educandos, ya que las estrategias de enseñanza están diseñadas de modo que la construcción del saber realizada por los estudiantes, es a partir de sus conocimientos previos y, la estructura de las guías de trabajo, no sólo toma en cuenta el contenido a estudiar, sino la forma en que se presenta a los alumnos, por ejemplo, con preguntas que estimulan el

interés por aprender. De acuerdo con el modelo de aprendizaje considerado, los roles del profesor y de los educandos promueven un clima favorable para el aprendizaje y, en todas las clases, se incorpora un momento de formalización y cierre, donde los estudiantes deben reflexionar acerca de los logros obtenidos.

Cabe señalar que la propuesta, no sólo toma en cuenta los conocimientos previos de los alumnos, sino también las experiencias matemáticas previas que han tenido y la forma en que han aprendido.

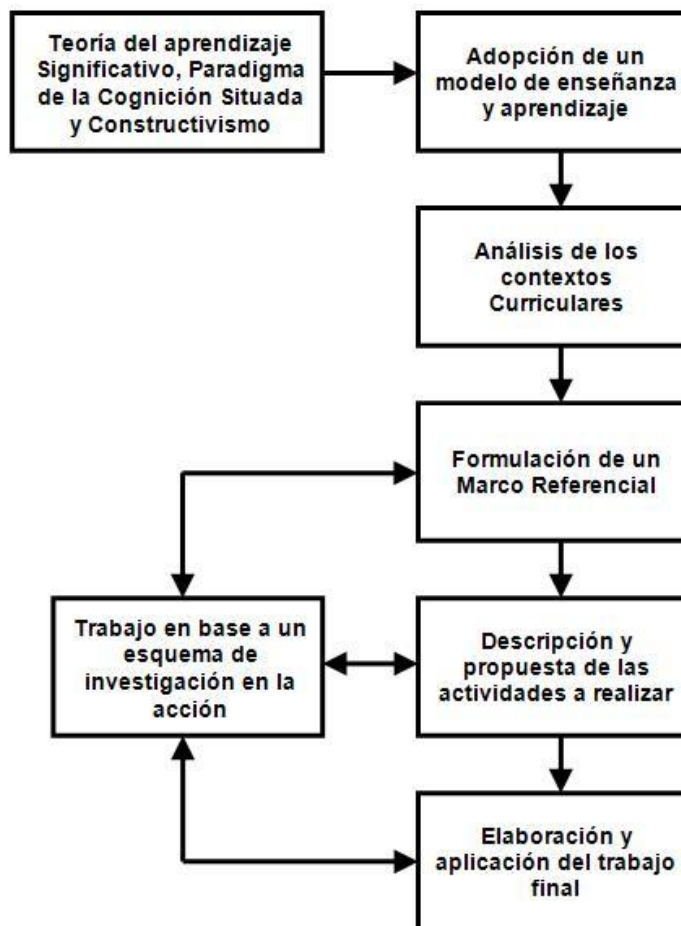
El aprendizaje de los Números en el contexto del desarrollo sustentable y, en particular, el Petróleo, ubica este saber matemático en situaciones cercanas al alumno y que son parte de la problemática de la sociedad actual. Lo anterior tiende a aumentar su motivación y disposición por un aprendizaje situado y significativo.

El modelo de aprendizaje matemático sugerido en la propuesta tiene un claro fundamento constructivista, debido a que el trabajo en grupos pequeños y las interacciones que establecen los educandos, favorecen en éstos la toma de consciencia de que las respuestas distintas a la suyas, los obliga a replantear las que emitieron originalmente. Además, las regulaciones sociales experimentadas por ellos en el aula y los acuerdos a que deben llegar, hacen que desde un punto de vista cognitivo sean más activos. La diversidad de respuestas que se dan en este tipo de actividades, son portadoras de información y llaman la atención de los estudiantes. Por último, el error es visto como una fuente de aprendizaje y los conocimientos precedentes deben sufrir adaptaciones, rupturas y reestructuraciones.

### ***Modelo de Diseño e Implementación***

El proyecto interdisciplinario que propuso esta investigación se enmarca en las teorías del aprendizaje Significativo, el Paradigma de la Cognición Situada y el Constructivismo. El modelo de diseño e implementación utilizado consta de cinco etapas, las que permiten elaborar una experiencia pedagógica innovadora de articulación entre dos o más sectores de aprendizaje. En la figura 2 se presenta el esquema que muestra, sintéticamente, el desarrollo de estas etapas y su interrelación.





*Figura 2: Modelo de diseño e implementación*

En la primera etapa se opta por un modelo de aprendizaje. Para este propósito se deben tener en cuenta las características particulares de los sectores de aprendizaje involucrados y los principios orientadores de las teorías del aprendizaje señaladas, anteriormente.

En la segunda etapa se deben analizar los contextos curriculares en los que se desarrollará la propuesta. Del contexto curricular Nacional se identifican aquellos objetivos fundamentales, contenidos mínimos obligatorios y aprendizajes esperados de cada sector de aprendizaje que sean factibles de articular. Por su parte, el contexto curricular del Establecimiento Educacional permitirá distinguir los objetivos institucionales y el diseño curricular empleado por éste. La importancia de todos estos

elementos es que, permanentemente, orientaran el desarrollo de la propuesta y señalaran los criterios para decidir la eficacia de ésta.

La tercera etapa consiste en la formulación de un Marco de Referencia en el que se organicen, integren y articulen aquellos aspectos específicos y fragmentados que se estudian desde cada uno de los sectores de aprendizaje. La elaboración de este marco referencial evitará la yuxtaposición de aportes inconexos desde cada una de las disciplinas y permitirá implementar las actividades de aprendizaje en forma articulada.

En la cuarta etapa se deben proponer, describir, explicitar y secuenciar las actividades a realizar, obviamente, éstas surgen del Marco de Referencia. Se debe poner especial atención a los objetivos propuestos, es decir, ¿qué vamos a estudiar? y ¿para qué? Para el diseño de las actividades se establece un diálogo permanente entre los profesores participantes, de modo que se facilite la transmisión de los saberes de cada una de las disciplinas.

En la última etapa se deben elaborar e implementar las actividades de acuerdo con el modelo de aprendizaje adoptado, lo cual incluye considerar actividades de evaluación de modo que, tanto profesores como alumnos, estén permanentemente informados del logro de los aprendizajes.

El modelo contempla trabajar las tres últimas etapas a base del esquema de “*Investigación en la Acción*”. Para ello se sugiere dar respuesta en forma permanente, a dos preguntas claves: **¿qué pasa?** y **¿qué hacer?**

Con respecto a la pregunta ¿qué pasa?, se trata de hacer un diagnóstico de la situación problemática que se enfrenta, lo que implica tener un conocimiento lo más amplio posible sobre el problema que será objeto de una intervención interdisciplinaria. Pero como se trata de un conocer para actuar, de ahí surge la segunda pregunta: ¿qué hacer? En este caso se deben proponer respuestas concretas que ayuden a superar el problema, para ello se debe pensar en aplicaciones de los conocimientos y resultados del trabajo interdisciplinario. Este esquema de investigación en la acción permitirá ir reformulando el problema según la etapa en que se encuentre el diseño e implementación del modelo.

## Factores relacionados con el currículo que inciden en la implementación de Propuestas Pedagógicas Interdisciplinarias

Con el propósito de identificar las incongruencias que surgen del ámbito de las prácticas pedagógicas de los profesores del Liceo San José, respecto de la Interdisciplinariedad y las Matemáticas, se realizó un diagnóstico que permitió conocer el contexto y los elementos a partir de los que se originaban tales inconsistencias.

### ***Elementos del Diagnóstico que promueven la Interdisciplinariedad***

a) En relación con el contexto Curricular Nacional (Mineduc, 2008), los Objetivos Fundamentales de Matemáticas de Enseñanza Media que promueven un trabajo interdisciplinario se muestran en la siguiente tabla:

*Tabla 4: Objetivos Fundamentales e interdisciplinariedad*

Cursos	Objetivos Fundamentales
Primer Año Medio	Analizar aspectos cuantitativos y relaciones geométricas presentes en la vida cotidiana y en <b>el mundo de las ciencias</b> ; describir y analizar situaciones, con precisión.
Segundo Año Medio	<ul style="list-style-type: none"><li>❖ Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de la ecuación de la recta, sistemas de ecuaciones lineales, semejanza de figuras planas y nociones de probabilidad; iniciándose en el reconocimiento y <b>aplicación de modelos matemáticos</b>.</li><li>❖ Percibir la relación de la matemática con <b>otros ámbitos del saber</b>.</li></ul>

Cursos	Objetivos Fundamentales
Tercer Año Medio	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Analizar información cuantitativa <b>presente en los medios de comunicación</b> y establecer relaciones entre estadística y probabilidades.</li> <li>❖ Aplicar y ajustar <b>modelos matemáticos</b> para la resolución de problemas y <b>el análisis de situaciones concretas</b>.</li> <li>❖ Percibir la matemática como una disciplina que recoge y busca respuestas a desafíos propios o <b>que provienen de otros ámbitos</b>.</li> </ul>
Cuarto Año Medio	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Analizar informaciones de tipo estadístico <b>presente en los medios de comunicación</b>; percibir la dicotomía determinista-aleatoria, finito-infinita, discreto-continua.</li> <li>❖ Aplicar el proceso de <b>formulación de modelos matemáticos</b> al análisis de situaciones y a la <b>resolución de problemas</b>.</li> </ul>

En la tabla se observa que los Objetivos Fundamentales ponen énfasis en la aplicación y resolución de problemas provenientes de: “**otros ámbitos del saber**”, “**el mundo de las ciencias**” y “**los medios de comunicación**”. Además, se da importancia al reconocimiento, aplicación, ajuste y formulación de “**modelos matemáticos**”.

b) El Proyecto Técnico Pedagógico del Liceo propone para el trabajo por departamentos, adoptar un conjunto de criterios, acuerdos, actividades y estrategias que ayuden a lograr las Metas Institucionales. Entre estas sugerencias destacan las “**Estrategias de Interdisciplinariedad**”, que para los sectores de Matemáticas, Química, Física, y Electrónica se explicitan en la siguiente tabla:

Tabla 5: Estrategias de interdisciplinariedad

Nivel	Articulación de:	
	Sectores de aprendizaje	Unidades y/o Contenidos
Primer Año Medio	Química Matemáticas	“El Aire” “Variaciones Proporcionales”
	Química Matemáticas	“Ley de los Gases” “Variaciones Proporcionales”
Segundo Año Medio	Física Matemáticas	“Circuitos y Ley de Ohm” “Sistema de Ecuaciones”
Tercer Año Medio	Electrónica Matemáticas	“Unidades Eléctricas” “Notación científica, múltiplo y submúltiplos de las unidades”

Sin perjuicio de que se puedan considerar otras articulaciones, esta tabla describe, a modo de ejemplo, algunas posibles relaciones entre sectores de aprendizaje que puedan originar experiencias de aprendizaje interdisciplinarias.

- c) En el Liceo San José se han realizado experiencias interdisciplinarias, en donde los profesores de matemáticas junto a docentes de otros sectores realizaron un trabajo de articulación de unidades y contenidos. Algunas de estas innovaciones se describen a continuación:

❖ **“La Energía Eléctrica y los Triángulos Rectángulos”**

(Pavez F., 2003; Pavez F., 2002)

Esta experiencia se desarrolló en el año 2001 en los cursos de Tercer Año Medio A, B y C, en ella se articularon los contenidos de Razones Trigonométricas y de Electricidad, y se aborda la solución de un problema real mediante un modelo matemático constituido por un triángulo rectángulo. El problema consistía en cómo ayudar a un comerciante conocido por los estudiantes, a optimizar el consumo de la energía eléctrica de su negocio.

❖ **“Sistemas de Ecuaciones y la Ley de Kirchhoff de Corrientes”**

(Pavez E., 2003)

Es una experiencia implementada en el año 2003 en los cursos de Segundo Año Medio A y D, la que se diseñó por uno de los profesores de matemática en conjunto con los profesores de Física y Electrónica del Liceo. El problema que se abordó interdisciplinariamente, fue el cálculo de las corrientes que circulan por un circuito eléctrico, usando como modelo matemático un sistema de ecuaciones.

❖ **“La Trigonometría y la Generación de Energía Eléctrica”**

(Pavez F., 2003)

En el año 2003, en la Comuna donde está inserto el Liceo, se estaban haciendo los estudios para construir una Central Termoeléctrica, iniciativa resistida por la comunidad y que llevó a que los alumnos se sensibilizarán a través de las actividades realizadas por el Taller de Ciencias. Ante esta coyuntura, uno de los profesores de Matemática asesorado por el profesor de Física, diseñó e implementó en el curso de Cuarto Año Medio C una propuesta de aprendizaje de conceptos trigonométricos tomando como eje la hipotética instalación de una central termoeléctrica en Requínoa y, en particular, el funcionamiento de un generador.

Los profesores del Departamento de Matemáticas del Liceo, en los años siguientes, han seguido aplicando y reformulando las propuestas innovadoras descritas anteriormente. Además, les han servido de modelo para crear otras experiencias similares con otros sectores de aprendizaje.

A pesar de que estas propuestas interdisciplinarias realizadas en Liceo, no fueron fruto de una investigación que permitiera dar cuenta de sus alcances, si han pasado a formar parte de las estrategias utilizadas por los profesores de matemática a contar del año 2001. Por lo tanto, también es necesario mostrar la evolución de los resultados de la prueba SIMCE implementada por el Mineduc.

*Tabla 6: Resultados SIMCE Matemática*

Año	1998	2001	2003	2006
Puntaje	246	263	294	307

Por último, a partir de la experiencia “Los Triángulos Rectángulos y la Energía Eléctrica”, los profesionales del Mineduc de la Coordinación Nacional Nivel de Enseñanza Media, Fernando Azula P. y Francisco Cerda B., inician en el año 2002, un trabajo de encuentros interdisciplinarios a lo largo del País, culminado el año 2007 con la creación de un DVD Room interactivo titulado **“INTERDISCIPLINARIEDAD: Una mirada desde la Enseñanza Media Técnico-Profesional”**. Según su editor: *“Encuentros, jornadas y talleres interdisciplinarios generaron en su momento experiencias diversas en este ámbito, por su calidad y consistencia, continúan siendo puntos de referencia interdisciplinaria y han sido integradas en este producto”*.

- d) Los profesores de Ciencias y Matemáticas del Liceo han expresado lo importante que resulta para ellos el trabajo interdisciplinario, al respecto, sus opiniones son:

*“Es un tema que me interesa y estoy tratando de buscar posibles temas para articular. Estoy investigando sobre la quínoa y el sendero de Chile. He ido a la CONAMA (Comisión Nacional del Medio Ambiente) y a la CONAF regional (Corporación Nacional Forestal) para obtener información. También he considerado como posible tema los arbustos endémicos como el Quillay, Maqui, Litre y Peumo. La interdisciplinariedad permite ampliar nuestra visión, yo por ejemplo, en Biología me he especializado mucho y, ahora que estoy investigando, puedo integrar otros áreas que antes no había considerado”*. La profesora agrega que *“uno de mis objetivos de mi trabajo son relacionar las leyes de Mendel con las probabilidades”* (Marcela, Profesora de Biología).

*“Los temas o los contenidos no son cosas que están ahí, aisladas, está todo dentro de un contexto. De hecho, un tema que se me ocurre es el PH, que yo puedo relacionar con la piel en Biología, pues nosotros tenemos en la piel un PH ácido, entonces los jabones son básicos ya que alteran el Ph de la piel. Por lo tanto, no es sólo que yo enseñe PH y su definición, encuentro que debe estar unido a otra asignatura. También puedo en Cuarto Medio relacionarlo con los Logaritmos”* (Luz, profesora de Química).

*“En Matemáticas adaptamos el orden de las unidades de acuerdo con las características de los cursos que vamos a hacer clases. Por ejemplo, en los*

*años que hemos participado en el Proyecto Enlaces Matemática hemos cambiado el orden de las unidades de acuerdo con él. También lo hemos cambiado porque hay unidades más motivadoras para los alumnos y es mejor comenzar con ellas”* (Ethel, profesora de matemáticas)

*“El trabajar en colaboración con otras asignaturas permite a los alumnos experimentar un aprendizaje significativo, es un tema que siempre se ha conversado, pero lamentablemente en la Universidad no se nos preparó”* (Héctor, profesor de Física).

- e) En el Capítulo 1 se señaló la importancia que tiene para dos profesionales del Mineduc, el tema de la Interdisciplinariedad y las Matemáticas. Por ejemplo, Azula F. ha expresado que: *“Física, Matemática, Electricidad y Ciencias Sociales ofrecen puntos de contacto suficientes para trabajar, desde distintos ángulos del quehacer educativo, la contextualización de los aprendizajes”* y, citando a Morin E. (1988), que *“el conocimiento va más por la reconstitución asociativa que por la desfragmentación”*. Por su parte, Cerda F. citando a Chevallard (1997), agrega que: *“un aspecto central de la actividad matemática consiste en construir un modelo (matemático) de la realidad que queremos estudiar, trabajar con dicho modelo e interpretar los resultados obtenidos en este trabajo para contestar a las preguntas planteadas inicialmente”*.

En resumen, el Aprendizaje de las Matemáticas en un contexto de Innovaciones Interdisciplinarias en el Liceo San José de Requínoa, se ha visto favorecido por los siguientes elementos:

- ❖ Un contexto Curricular Nacional que favorece la interdisciplinariedad.
- ❖ Proyecto Técnico Pedagógico del Liceo que promueve estrategias de interdisciplinariedad.
- ❖ La creación de experiencias innovadoras y su incorporación al quehacer pedagógico como estrategias de aprendizaje.
- ❖ El trabajo interdisciplinario se ha dado en un contexto de un alza sostenida en los resultados de la prueba SIMCE.



- ❖ Las experiencias realizadas en el Liceo han sido validadas por un proyecto del Mineduc de creación de un DVD Room relativo al tema de la Interdisciplinariedad.
- ❖ La valoración que hacen los profesores del Liceo y otros profesionales externos con respecto al trabajo interdisciplinario.

### ***Elementos Identificados en el Diagnóstico que dificultan la Interdisciplinariedad***

A pesar de la importancia asignada por los profesores de Ciencias del Liceo al trabajo interdisciplinario, también han manifestado que existen dificultades y es un factor que les impide llegar a diseñar e implementar un trabajo pedagógico articulado con otros sectores de aprendizaje.

a) En una reunión de trabajo efectuada el Jueves 23 de Octubre, entre los profesores de Matemática, Ciencias y Electrónica con dos profesionales del Mineduc, en la que se dio inicio a una serie de reuniones donde el tema a analizar era la Interdisciplinariedad, algunas opiniones de los profesores fueron las siguientes:

- ❖ Ethel, Profesora de Matemática explica que: *“para realizar la experiencia que se comentaba (Los Triángulos Rectángulos y la Energía Eléctrica), era necesario reacondicionar los espacios (el uso, como ejemplo de los laboratorios de electrónica) y las horas que demanda la preparación de la experiencia donde hay más de un profesor comprometido. Requiere de una organización diferente de la gestión curricular en el liceo”, “el tiempo disponible para preparar y realizar este tipo de experiencias es insuficiente, por eso no lo hago habitualmente”.*
- ❖ Mauricio, profesor de Electrónica, interviene para decir que *“el factor más complejo es el del tiempo y si el Ministerio considera tan importante esto, ¿por qué no da el tiempo?”*
- ❖ Felipe, profesor de Electrónica, agrega que *“la dificultad no es sólo la falta de tiempo sino que la disponibilidad de materiales”.*
- ❖ Ethel agrega que *“otro factor que dificulta la articulación es la forma en que los profesores organizan las Unidades de Aprendizaje, por ejemplo, cuando trabajé con la profesora de Física, me di cuenta que el orden que le daba a*

*las Unidades era el mismo que propone el Programa de Estudios. En primero Medio dejaba para el final la Unidad de Electricidad y no la veía con los alumnos, por eso cuando nos tocó preparar el trabajo en Segundo Medio, ella tuvo que enseñar los conceptos de Electricidad Primero”.*

- ❖ Fernando, profesor de Matemáticas, señala al respecto que *“el orden de los Contenidos y las Unidades puede adecuarse a las necesidades del profesor, los planes y programas se caracterizan por ser flexibles en este aspecto, pero los profesores, en general, no lo hacen”.*

Las opiniones anteriores tienen como base el análisis que estaban realizando los profesores acerca de dos experiencias interdisciplinarias (“La Energía Eléctrica y los Triángulos Rectángulos” y “Sistemas de Ecuaciones y la Ley de Kirchhoff de Corrientes”) realizadas en años anteriores, en la que ellos habían participado. Los problemas identificados en esta reunión, se relacionan, principalmente, con **la falta de tiempo para preparar este tipo de innovaciones**. Además, se señala que **no hay flexibilidad en la secuenciación de las unidades de aprendizaje, siendo ésta responsabilidad de la gestión pedagógica que debe considerar el trabajo interdisciplinario** en su planificación estratégica.

- b) El modelo propuesto en esta investigación, para diseñar e implementar una propuesta interdisciplinaria, requiere, de parte de los profesores participantes, tiempo para reflexionar y preparar las actividades. Al respecto, “El Marco para la Buena Enseñanza” (Mineduc, 2003) - instrumento de mejoramiento y fortalecimiento de la profesión docente en Chile – organiza el ciclo de enseñanza y aprendizaje a través de cuatro dominios:
  - I. Preparación de la enseñanza.
  - II. Creación de un ambiente propicio para el aprendizaje.
  - III. Enseñanza para el aprendizaje de todos los estudiantes.
  - IV. Responsabilidades profesionales.

El **tiempo del profesor** para desarrollar todas **las actividades previas y posteriores a una clase**, debe ser considerado como **un factor que influye** al tratar de hacer un trabajo interdisciplinario.

- c) Al revisar las planificaciones del Liceo correspondientes al año 2008 de los sectores de ciencias en Primer y Segundo Año Medio y, compararlas con los Planes y Programas (Mineduc, 2008), se observa que los profesores **mantienen la secuenciación de unidades tal como la propone el Mineduc.**

En los planes y programas de estudio se sugiere a los profesores tener en cuenta la flexibilidad de las unidades al momento de planificar según la realidad que ellos enfrenten. Por ejemplo, en la presentación de cada uno de los programas de estudio de Ciencias y Matemáticas se establece que “*su multiplicidad busca enriquecer y abrir posibilidades, no recargar y rigidizar; en múltiples puntos requieren que la profesora o el profesor discierna y opte por lo que es más adecuado al contexto, momento y características de sus alumnos*” (Mineduc, 2008). El programa de Primer Año Medio de Biología agrega que “*el programa es flexible, en el sentido de que las unidades no son bloques inamovibles. Las actividades han sido desglosadas por conveniencia para la exposición del programa y para sugerir un modelo de ordenación, pero pueden fundirse varias de ellas en una sola o reordenarse según se estime apropiado didácticamente*” (Mineduc, 2008, p. 14). Por su parte, el programa de Matemática de Primer y Segundo Año Medio, también pone énfasis en la flexibilidad de éste, al respecto indica que “*la secuencia anual para el trabajo en el aula se puede organizar de diversas formas, considerando distintas secuencias temáticas, estimando el tiempo que se considere adecuado para los aprendizajes en relación con las características del curso y del establecimiento educacional*” (Mineduc 2008, p. 10). Al solicitarles la opinión a los profesores de ciencias, respecto de lo que hacen y podrían hacer en la secuenciación de unidades de aprendizaje, opinan:

*“Yo, en realidad, en primero medio planifico en el orden que viene en los programas. En los cursos superiores cambio el orden de acuerdo con las necesidades. No me fijo en lo que se va a enseñar en otra asignatura. (Luz, profesora de Química).*

*“En realidad planifico con la misma secuencia que en los programas del Mineduc, pero para el próximo año quiero cambiar el orden, como tú sabes las unidades son muchas, son demasiadas, son ocho y nunca las alcanzo a ver*

*todas, entonces voy a trabajar cuatro en las clases de Biología y las otras cuatro las dejo para el Taller” (Marcela, profesora de Biología).*

*“Considero que es un problema de voluntad, pero comodidad a la vez. Es más fácil trabajar sólo en el área de uno, por lo tanto planifique pesando en mi disciplina y el orden de las unidades es el mismo que el de los Planes y Programas” (Héctor, profesor de Física).*

Como puede apreciarse existe una inconsistencia entre la secuenciación que los profesores de Ciencias le dan a las Unidades de Aprendizaje y la flexibilización que propone el Mineduc en los planes y programas. Los profesores reconocen esta dificultad y manifiestan su voluntad de ir probando otras secuencias de unidades y contenidos.

d) Otro problema que ha identificado la investigación, es que el trabajo pedagógico de los profesores no es articulado, cada sector de aprendizaje organiza las unidades y contenidos utilizando criterios propios de cada disciplina, sin considerar lo que ocurra con otros sectores de aprendizaje.

❖ En una reunión del Departamento de Matemáticas, al terminar el primer semestre académico de 2008, los profesores de Enseñanza Media comentaron las dificultades que se han originado en la enseñanza de las Matemáticas producto de la desarticulación con el sector de Física. Al respecto Ethel, profesora de matemáticas, señala que: *“cuando me tocó enseñar el concepto de **pendiente** en el segundo medio B, tres alumnas (Camila, Irma y Catalina) comentaron que en Física ya habían visto la materia y que el profesor les había dado la misma fórmula, pero no le habían entendido bien. ¡Ahora sí que nos quedó claro!*

Fernando comenta que en el curso de segundo medio D le sucedió algo similar: *“cuando enseñé el concepto de **pendiente** los alumnos durante la clase debieron trabajar en varias actividades previas a la fórmula. Un estudiante (Alexis) expresó que se parecía a lo visto en Física, pero que ahora lo encontraba más fácil, otros compañeros también expresaron lo mismo. La clase finalizó con el cálculo de la pendiente mediante la fórmula y, en ese*

*momento, varios alumnos (entre ellos Hugo) señalaron que era la misma fórmula pero que ahora entendían como se aplicaba”.*

*Ethel agrega que “cuando me toco enseñar sistemas de ecuaciones, en los segundos medios B y C, varios los alumnos expresaron que el profesor de Física había enseñado unos problemas en donde se resolvían unos sistemas parecidos, pero no tenían las mismas letras que Usted está usando (x e y), el profesor usaba otras. Pero era complicado”.*

*Fernando coincide con la profesora y señala que “al finalizar una clase en segundo medio D, una alumna (Karina) me pidió ayuda en un problema de Física. Al analizar el problema me di cuenta que, necesariamente, había que plantear un sistema de ecuaciones con dos incógnitas. Al resolver el sistema de ecuaciones me dijo: ¡y así de fácil era!*

Ambos profesores consideran que el enseñar un concepto en otro sector provoca dificultades didácticas. Por ejemplo, la enseñanza del concepto de Pendiente en Matemáticas, incluye actividades previas de aproximación al concepto que, posteriormente, sirven para deducir la fórmula y justificar su uso, pero si la fórmula ya fue dada por otro profesor, más que un beneficio para el estudiante, es una dificultad.

- ❖ Al preguntarles a los profesores de Ciencias si se preocupan por articular contenidos con otros sectores de aprendizaje, expresan que:

*“En realidad no me preocupo por hacer articulaciones con otras asignaturas. Excepto un año, que no recuerdo cual fue, con el profesor de matemáticas nos pusimos de acuerdo para enseñar las Leyes de los Gases y las Proporciones en forma conjunta. Pero considero que trabajar en forma articulada retrasa la materia y al final no alcanzamos a enseñar todo” (Luz, profesora de Química).*

*“A veces intentamos, pero en la práctica es difícil, excepto un proyecto que hicimos hace muchos años se acerca a esto, pero en la práctica somos como islas, salvo que este año en un principio funcionó un acuerdo relacionado con la lectura científica” (Marcela, profesora de Biología).*

*“Como profesor con poca experiencia cometí el error de abordar la planificación desde mi perspectiva, siendo que podía haberme apoyado con Matemáticas. Para el próximo año estoy pensando en planificar de forma de ver en los primeros cursos los aspectos fenomenológicos y Matemáticas me apoyé en el trabajo de fórmulas, en los cursos superiores ver más aspectos relacionados con Matemáticas”.* (Héctor, profesor de Física)

- ❖ La falta de articulación entre los sectores de aprendizaje de Matemáticas y Ciencias, también se ve reflejada en las percepciones que tiene los estudiantes acerca de los problemas que enfrentan en su aprendizaje. Por ejemplo, algunas opiniones recogidas al respecto son:

*“Me cuesta aplicar las fórmulas en Química”* (Daniela, Primero Medio A).

*“A mi me va bien, pero cuando un profesor de otro ramo trata de explicar cosas de matemática, se enredan y hacen que el ejercicio resulte más complicado”* (Gabriela, Primero Medio A).

*“En matemática debieran explicar primero las fórmulas y así aprenderíamos mejor”* (Scarlett, Primero Medio A).

*“Profe, ¿por qué no se ponen de acuerdo (los profesores de Matemática y Química) para enseñar?, resultaría mucho más fácil”* (Eric, Primero Medio A).

*“Cuando el profesor de Física explica algún ejercicio quedo perdido”* (Hernán, Primero Medio B).

*“Si Usted (Profesor de Matemática) hubiera enseñado primero a usar la calculadora, sería más fácil aprender Química”* (Cristóbal, Primero Medio B).

*“Profe, si Usted hubiera enseñado primero las fórmulas, me habría costado menos los problemas de Física”* (Nicolás, Primero Medio B).

*“Es la misma fórmula, pero porqué Usted en Matemática la explica distinto al profe de Física”* (Miguel, primero Medio B).

De acuerdo con los antecedentes expuestos, tanto los profesores de Matemáticas como los de Ciencias, reconocen **que su trabajo carece de articulación, sólo hay algunos intentos**, pero no es lo habitual. Lo anterior se ve reforzado por las

opiniones de los alumnos acerca de las dificultades que se originan ante este trabajo no articulado.

A modo de síntesis, los elementos identificados en el quehacer pedagógico del Liceo San José, que han impedido que lo hecho hasta el momento en cuanto a Interdisciplinariedad entre Matemáticas y Ciencias, no se haya transformado en una estrategia habitual de estos sectores de aprendizaje, se relacionan principalmente con los siguientes aspectos:

- ❖ Falta de tiempo de los profesores para diseñar y reflexionar acerca de la implementación de propuestas innovadoras interdisciplinarias.
- ❖ La escasa flexibilidad que presentan los profesores para organizar y secuenciar las unidades de aprendizaje, de modo de lograr una articulación de contenidos que faciliten un verdadero Trabajo Interdisciplinario.

## **Impacto de la Propuesta Interdisciplinaria entre Matemáticas y Química en el Aprendizaje de los Alumnos**

La investigación realizada permitió hacer un estudio del impacto de la propuesta en los aprendizajes de los alumnos de primer año medio A y B, tanto en sus aspectos cualitativos como cuantitativos.

### ***Aspectos Cualitativos***

De acuerdo con los procedimientos utilizados para recoger este tipo de información, a continuación se presentan los datos obtenidos.

### ***Datos recogidos mediante el Cuestionario***

Respondieron el cuestionario un total de 80 alumnos.

*Tabla 7: Datos de cuestionario*

<b>Dimensiones</b>	<b>Preguntas</b>	<b>Frecuencias</b>
Comparación con la metodología utilizada en otras clases	1) Considerando la forma de aprender de otras clases, durante estas clases has aprendido:	
	a) Más b) Igual c) Menos	a) 72 90% b) 7 9% c) 1 1%
	2) Con respecto a la forma de enseñanza de otras clases, éstas te agradan:	
	a) Más b) Igual c) Menos	a) 51 64% b) 26 33% c) 3 4%



Dimensiones	Preguntas	Frecuencias
Comparación con la metodología utilizada en matemáticas en la Educación Básica	<p>3) De acuerdo con la forma de aprender matemáticas en la Educación Básica, durante estas clases has aprendido:</p> <p>a) Más b) Igual c) Menos</p> <p>4) Con respecto a la forma de enseñar matemáticas en la Educación Básica, estas clases te agradan:</p> <p>a) Más b) Igual c) Menos</p>	<p>a) 72 90% b) 8 10% c) 0 0%</p> <p>a) 58 73% b) 20 25% c) 2 3%</p>
Uso de recursos tales como calculadora, guías de aprendizaje, recursos multimedia y técnica SQA.	<p>5) El uso de la calculadora científica en estas clases:</p> <p>a) Te facilitó el aprendizaje b) Te dificultó el aprendizaje c) Ni te facilitó ni te dificultó el aprendizaje</p> <p>6) Con respecto a la utilización de guías de aprendizaje durante estas clases:</p> <p>a) Te facilitaron el aprendizaje b) Te dificultaron el aprendizaje c) Ni te facilitaron ni te dificultaron tu aprendizaje</p> <p>7) Las preguntas iniciales y finales de reflexión de cada clase:</p> <p>a) Te facilitaron el aprendizaje b) Te dificultaron el aprendizaje c) Ni te facilitaron ni te dificultaron tu aprendizaje</p>	<p>a) 60 75% b) 5 6% c) 15 19%</p> <p>a) 74 93% b) 1 1% c) 5 6%</p> <p>a) 56 70% b) 1 1% c) 23 29%</p>

Dimensiones	Preguntas	Frecuencias
Modelo interactivo de trabajo utilizado en el aula.	<p>8) En clases de matemáticas:</p> <p>a) Trabajo más en esta asignatura que en otras</p> <p>b) Trabajo menos que en otras asignaturas</p> <p>c) Se trabaja igual que en otras asignaturas</p> <p>9) De los minutos de la clase, cuántos dedica el grupo a hablar de temas ajenos a los que se estudian:</p> <p>a) Menos de 10 minutos</p> <p>b) De 10 a 15 minutos</p> <p>c) De 15 a 25 minutos</p> <p>d) De Más de 25 minutos</p> <p>10) Cuando surge un problema sobre algún concepto que no entiende el grupo en clases de matemáticas:</p> <p>a) Los resuelve algún compañero del grupo</p> <p>b) Los resolvemos entre todo el grupo</p> <p>c) Solicitamos ayuda a otros grupos</p> <p>d) Solicitamos ayuda al profesor</p> <p>11) Trabajar en grupos durante las clases de matemáticas:</p> <p>a) Me retrasa a la hora de aprender</p> <p>b) Me ayuda a aprender más rápido</p> <p>c) Me resulta igual que aprender solo</p>	<p>a) 52 65%</p> <p>b) 3 4%</p> <p>c) 25 31%</p> <p>a) 32 40%</p> <p>b) 37 46%</p> <p>c) 11 14%</p> <p>d) 0 0%</p> <p>a) 5 6%</p> <p>b) 9 11%</p> <p>c) 9 11%</p> <p>d) 57 71%</p> <p>a) 10 13%</p> <p>b) 55 69%</p> <p>c) 15 19%</p>

Dimensiones	Preguntas	Frecuencias
	<p>12) Los compañeros del grupo durante la clase de matemáticas:</p> <p>a) Colaboran muy bien en la realización del trabajo</p> <p>b) Trabajan bien, pero podrían hacerlo mejor</p> <p>c) Trabajan mal en grupo</p> <p>13) El ambiente general de trabajo en la clase de matemáticas:</p> <p>a) Es muy bueno</p> <p>b) Es normal</p> <p>c) Es malo</p>	<p>a) 25 31%</p> <p>b) 55 69%</p> <p>c) 0 0%</p> <p>a) 26 33%</p> <p>b) 52 65%</p> <p>c) 2 3%</p>
Aprendizajes matemáticos	<p>14) Con respecto al aprendizaje de los números decimales, las actividades relacionadas con el petróleo:</p> <p>a) Te facilitaron el aprendizaje</p> <p>b) Te dificultaron el aprendizaje</p> <p>c) Ni te facilitaron ni te dificultaron tu aprendizaje</p> <p>15) Eres capaz de aproximar números decimales:</p> <p>a) Siempre</p> <p>b) Generalmente</p> <p>c) Ocasionalmente</p> <p>d) Rara vez</p> <p>16) Eres capaz de aplicar fórmulas en donde intervienen números reales:</p> <p>a) Siempre</p> <p>b) Generalmente</p> <p>c) Ocasionalmente</p> <p>d) Rara vez</p>	<p>a) 43 54%</p> <p>b) 19 24%</p> <p>c) 17 22%</p> <p>a) 36 45%</p> <p>b) 40 50%</p> <p>c) 3 4%</p> <p>d) 1 1%</p> <p>a) 14 18%</p> <p>b) 49 61%</p> <p>c) 14 18%</p> <p>d) 3 4%</p>

Dimensiones	Preguntas	Frecuencias
	17) Eres capaz de distinguir entre número entero, racional e irracional: a) Siempre b) Generalmente c) Ocasionalmente d) Rara vez	a) 20 25% b) 44 55% c) 14 18% d) 2 3%
Aprendizajes relacionados con Química (el Petróleo)	18) Con respecto al aprendizaje del petróleo, las actividades: a) Te facilitaron el aprendizaje en Química b) Te dificultaron el aprendizaje en Química c) Ni te facilitaron ni te dificultaron tu aprendizaje en Química	a) 32 40% b) 2 3% c) 46 58%
Aprendizajes relacionados con el Desarrollo Sustentable	19) Respecto del uso eficiente de los recursos naturales y del desarrollo sustentable: a) He aprendido nuevas ideas y conceptos b) No he aprendido nada nuevo	a) 80 100% b) 0 0%
Compromiso con el estudio y aprendizaje de matemáticas en un contexto interdisciplinario	20) Tu compromiso con el estudio y aprendizaje de las Matemáticas: a) Ha mejorado b) Ha disminuido c) Ni ha mejorado ni ha disminuido	a) 55 69% b) 5 6% c) 20 25%

<b>Dimensiones</b>	<b>Preguntas</b>	<b>Frecuencias</b>
	21) Tu compromiso con el estudio y aprendizaje de la Química: a) Ha mejorado b) Ha disminuido c) Ni ha mejorado ni ha disminuido	a) 23 29% b) 3 4% c) 54 68%
Comparación con el trabajo de los profesores de otros sectores de aprendizaje	22) Con respecto a otros profesores de otros sectores de aprendizaje, la forma de trabajar del profesor de matemáticas: a) Es peor que la de otros profesores b) Es como la de otros profesores c) Es mejor que la de otros profesores	a) 0 0% b) 13 16% c) 66 84%
Comparación con el trabajo de los profesores de matemáticas de otros años.	23) Con respecto a otros profesores de matemáticas de otros años, la forma de trabajar del profesor de este sector: a) Es peor que la de otros profesores b) Es como la de otros profesores c) Es mejor que la de otros profesores	a) 0 0% b) 7 9% c) 73 91%
Rol del profesor en el trabajo del aula	24) El profesor de matemáticas: a) Debería dirigir más a los grupos b) Debería dar más libertad a los grupos	a) 69 88% b) 9 12%

Como se puede observar, la metodología utilizada en las clases es valorada por el 80% de alumnos en promedio y un porcentaje similar estima que los recursos utilizados le facilitaron el aprendizaje. Con respecto al Modelo Interactivo para el Aprendizaje Matemático, un 67% de los estudiantes en promedio, opinan que trabajan más y que la actividad en grupo les facilita el aprendizaje, pero el 71% de ellos se muestra dependiente del profesor.

Más del 50% de los educandos cree que el aprender en el contexto de la problemática del Petróleo les ayuda en su aprendizaje matemático y, con respecto a la adquisición de contenidos de esta disciplina, un 80% de los estudiantes en promedio cree haber habérselos aprendido. Un alto porcentaje expresa que con este tipo de actividades no sólo se aprende Matemáticas, sino que otros temas de interés como el Desarrollo Sustentable.

Casi un 70% del alumnado estima que su compromiso con el sector de Matemáticas ha mejorado y el trabajo del profesor es valorado en un 87% aproximadamente. Por último, el 88% de los estudiantes cree que el profesor debería intervenir más en el trabajo de los grupos, lo cual reafirma la idea de la dependencia del profesor.

***Datos recogidos por el Observador no-participante***

Las tablas siguientes resumen las observaciones no-participantes de cada una de las clases en que intervinieron los primeros medios A y B.

*Descriptores:*

Siempre (S) – Generalmente (G) – Ocasionalmente (O) – Rara vez (RV)

*Tabla 8: Datos del observador no-participante*

Hechos observados	Descriptores							
	1º Clase		2º Clase		3º Clase		4º Clase	
	1º A	1º B	1º A	1º B	1º A	1º B	1º A	1º B
1) Los alumnos durante el desarrollo de las actividades, manifiestan								
a) Desagrado	O	O	O	R/V	R/V	R/V	O	R/V
b) Interés	O	O	G	G	G	G	G	G
c) Sorpresa	G	G	G	G	G	G	G	G
d) Confianza	O	O	O	O	G	O	G	G
e) Inseguridad	G	G	G	G	O	G	O	O

Hechos observados	Descriptorios							
	1º Clase		2º Clase		3º Clase		4º Clase	
	1º A	1º B	1º A	1º B	1º A	1º B	1º A	1º B
f) Confusión	G	G	O	O	O	O	O	O
g) otra....."Cansancio"	G	G	O	O	O	O	O	O
2) Los alumnos ante una situación problemática:								
a) Solicitan la asistencia del profesor	G	S	G	G	G	G	O	G
b) Solicitan ayuda a otros compañeros	O	O	O	O	O	O	O	O
c) Resuelven el problema entre ellos	O	O	G	O	G	G	G	G
3) Los alumnos dan opiniones relacionadas con el uso del petróleo y el desarrollo sustentable.	O	O	O	O	O	O	O	O
4) Los alumnos relacionan lo aprendido en Química con los conocimientos matemáticos estudiados	G	G	G	G	G	G	G	G
5) Los alumnos se expresan con claridad	O	O	O	O	O	O	O	O
6) El lenguaje utilizado por el profesor ha facilitado el trabajo de los alumnos en clases.	G	G	G	G	G	G	G	G

Hechos observados	Descriptorios							
	1º Clase		2º Clase		3º Clase		4º Clase	
	1º A	1º B	1º A	1º B	1º A	1º B	1º A	1º B
7) El profesor debe interrumpir la clase para hacer aclaraciones generales.	G	G	G	G	G	G	O	O

De acuerdo con los registros del profesor observador no-participante, las actitudes de “desagrado” que manifestaron los estudiantes en la primera clase, estaba asociada con la dificultad que tenían para entender las instrucciones y la secuencia lógica de la guía de trabajo, además, se manifestaba cuando el profesor les pedía que dieran su opinión ante el curso, por ejemplo: ¿qué sabes acerca del tema del Petróleo?, ¿qué te gustaría aprender hoy con respecto a este tema?, o al final, ¿qué aprendiste hoy?

Los alumnos manifestaron actitudes de “sorpresa” e “interés”, sobre todo cuando el profesor dio a conocer la propuesta y cuando observaron una presentación en PowerPoint acerca del tema del Petróleo. En el resto de las clases el uso de la calculadora y el software matemático “Derive”, llamó la atención de los estudiantes sobre todo la capacidad de éste para visualizar cientos de cifra decimales.

Durante las dos primeras clases los educandos se mostraron poco “confiados”, “inseguros” y “confundidos”, estas actitudes se manifestaron en el momento de dar las respuestas ante sus compañeros de curso y por la dificultad que presentaban para seguir las actividades. Al finalizar la primera clase se mostraban cansados, les costaba seguir instrucciones por escrito y mantener una autonomía en su trabajo.

Con respecto a cómo solucionan los problemas, se observa que los estudiantes, permanentemente, solicitaban la asistencia del profesor, a pesar de que los resolvían, previamente, con ayuda de sus compañeros.

Las opiniones de los alumnos respecto del desarrollo sustentable y el petróleo, sólo se dieron en los momentos de reflexión al inicio y al cierre de la clase. Por su parte, los conocimientos aprendidos en Química (reservas mundiales, países consumidores y



exportadores, barril de petróleo, etc.) fueron, permanentemente, relacionados con los contenidos estudiados en las guías de trabajo.

Ante la pregunta ¿qué aprendí acerca del tema del Petróleo?, los estudiantes dieron respuestas tales como: “*que queda poco*”, “*a usar la calculadora*” o “*no sé profe, pregúntele a otro*”. Había respuestas que se relacionaban con la pregunta, pero no eran complementadas con otras informaciones que sí, habían aprendido. Otras respuestas no estaban relacionadas directamente con la pregunta, como es el uso de la calculadora, o bien, aquellas que evitaban asumir la responsabilidad de dar una respuesta. Ante la falta de claridad en las opiniones de los alumnos, el profesor debió utilizar un lenguaje más coloquial para tratar de obtener de ellos más información, claro que cuidó de llevarlos hacia un lenguaje más formal.

El profesor tuvo que intervenir, frecuentemente, durante el transcurso de las clases, con el propósito de orientar a los educandos en el desarrollo de las guías. Las aclaraciones se relacionaban, principalmente, con la dificultad para seguir instrucciones y la secuencia lógica de las guías.

### ***Datos recogidos mediante la Bitácora, Entrevistas y el Grupo de Foco***

Los registros de la Bitácora abarca el período comprendido entre el 1º de Septiembre y el 15 de Diciembre, por su parte, el Grupo de Foco se realizó el día 11 de Septiembre.

Las informaciones obtenidas a través de estos medios se clasificaron de acuerdo con las siguientes dimensiones:

- 1) Metodología usada por los profesores de matemática de Enseñanza Básica.
- 2) Metodología usada por los profesores de matemática de Enseñanza Media.
- 3) Experiencias matemáticas previas de los alumnos.
- 4) Experiencias matemáticas actuales de los estudiantes antes de la aplicación de la propuesta.
- 5) Experiencias matemáticas de los educandos durante la aplicación propuesta.
- 6) Percepción que tienen o manifiestan los estudiantes acerca de sus capacidades para aprender matemáticas.

Las dos primeras dimensiones se incluyeron debido a que los estudiantes tienden a comparar las metodologías usadas en estos niveles, ellos han experimentado un cambio importante, al pasar de la Enseñanza Básica hacia la Enseñanza Media.

Otros aspectos que ellos mencionan, frecuentemente, son sus experiencias matemáticas y, en este caso, se clasificaron en previas, actuales (antes de la implementación de la propuesta) y durante el desarrollo de la propuesta. Las posteriores a la propuesta no se incluyeron porque esta información fue recogida con el cuestionario.

Finalmente, la última dimensión se incorporó debido a que se recogieron opiniones respecto a sus expectativas en el aprendizaje de las matemáticas.

Hay otros datos que ya han sido incorporados en otras secciones de esta tesis, por ejemplo, opiniones de alumnos y profesores respecto de las dificultades que surgen en Ciencias al utilizar las matemáticas, que no se consideraron en el resumen que se da más adelante.

Como el Grupo de Foco se realizó en Septiembre y la aplicación de la propuesta en Noviembre, no se incluyó en este caso la quinta dimensión.

Las siguientes tablas resumen la información recolectada:

*Tabla 9: Datos recogidos a través de la Bitácora y Entrevistas*

Dimensiones	Bitácora
1) Metodología usada por los profesores de matemática de Enseñanza Básica	<p>De las opiniones de los alumnos se concluye que las clases de Matemática en Enseñanza Básica se desarrollan en forma expositiva y con escasa actividad grupal. Algunas opiniones de los estudiantes fueron:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <i>“El profe explicaba un ejercicio en la pizarra y después había que hacer una guía de hartos ejercicios” (Francisco, Viernes 3 de Octubre).</i></li> <li>❖ <i>“A veces un compañero salía a la pizarra a hacer un ejercicio y nosotros copiábamos lo</i></li> </ul>

	<p><i>que se hacía” (Jonathan, Jueves 23 de Octubre).</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <i>“A mi no me cuesta matemáticas, yo terminaba rápido los ejercicios, eran todos parecidos” (Daniela, Martes 14 de Octubre).</i></li> <li>❖ <i>“Yo copiaba lo que los otros hacían, no me iba muy bien en matemáticas” (Carmen, Martes 30 de Septiembre).</i></li> <li>❖ <i>“Todas las clases eran iguales, ejemplo y ejercicios” (Matías, Jueves 9 de Octubre).</i></li> </ul>
<p>2) Metodología usada por los profesores de matemática de Enseñanza Media</p>	<p>El Departamento de Matemáticas decidió comenzar este año con la Unidad de Geometría y Desafíos Matemáticos, la que permite realizar actividades que pueden resultar interesantes para los estudiantes. Los alumnos percibieron este cambio tanto en aspectos cualitativos como cuantitativos, algunas opiniones son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <i>“El año pasado no me iba bien, pero ahora entiendo, me gusta”. (Nicolás, Jueves 23 de Octubre).</i></li> <li>❖ <i>“Profe me gustan los desafíos, debería darlos más seguido” (Boris, Martes 28 de Octubre)</i></li> <li>❖ <i>“Me gusta trabajar en grupos, así me ayudan los compañeros” (Carlos, Martes 11 de Noviembre).</i></li> <li>❖ <i>“Aprendo mejor con las guías que Usted da, tengo una carpeta llena de guías” (Constanza, Lunes 10 de Noviembre).</i></li> <li>❖ <i>“El año pasado tenía promedio cuatro y tanto, ahora llevo promedio cinco seis” (Víctor, Miércoles 8 de Octubre).</i></li> </ul>

<p>3) Experiencias matemáticas previas</p>	<p>En este caso se recogieron las opiniones de algunos alumnos acerca de qué aspectos han marcado, positiva o negativamente, sus actitudes hacia las matemáticas. Por ejemplo, algunas opiniones fueron:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <i>“Todo lo relacionado con geometría siempre me ha costado, encuentro difícil imaginarme las figuras. Prefiero los números” (Cristóbal, Martes 2 de Septiembre).</i></li> <li>❖ <i>“En básica me iba mal, no entendía nada, tenía puros rojos en matemáticas” (Valentina, Jueves 4 de Septiembre).</i></li> <li>❖ <i>“Siempre he sido mala para matemáticas, en las clases lo único que hacía era copiar de la pizarra” (Carolina, Lunes 20 de Octubre).</i></li> <li>❖ <i>“Hasta sexto básico nunca había aprendido a dividir, pero en séptimo me vi obligada a aprender, me ayudaron en la casa” (Lorena, Miércoles 12 de Noviembre).</i></li> <li>❖ <i>“A mi siempre me ha ido bien en matemáticas, como me enseñen me da lo mismo” (Gabriela, Lunes 27 de Octubre).</i></li> <li>❖ <i>“Me gusta matemáticas porque me siento bien ayudándole a otros compañeros” (Beatriz, Lunes 29 de Septiembre).</i></li> </ul>
<p>4) Experiencias matemáticas actuales antes de la aplicación de la propuesta</p>	<p>Las opiniones son diversas y reflejan sus experiencias positivas o negativas que ha tenido en el presente año escolar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <i>“Profe, yo puedo resolver este ejercicio de otra forma, me dio el mismo resultado, pero no sé si el procedimiento esta bien” (Janet, Lunes 20 de Octubre).</i></li> <li>❖ <i>“Me fue bien en la prueba, me había aprendido</i></li> </ul>

	<p><i>toda la materia, lo que me sirvió es que mis compañeros me pidieron que les enseñaré” (Franco, Miércoles 12 de Octubre).</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <i>“Profe, soy bueno para los números y el álgebra, ve que me estoy sacando buenas notas, pero con los dibujos y todo eso de geometría no me gusta” (Cristóbal, Martes 28 de Octubre).</i></li> <li>❖ <i>“Me aprendí bien el cuadrado de binomio, me gusta, me gusta los ejercicios donde hay que completar los cuadrados” (Jesús, Lunes 3 de Noviembre).</i></li> <li>❖ <i>“El desafío que nos dio el otro día de buscar las letras y los números de los dos paréntesis conociendo el resultado de la multiplicación, me gustó, lo encontré fácil. Lo hice probando con números y hasta que me salió” (Ricardo, Jueves 4 de Septiembre).</i></li> </ul>
<p>5) Experiencias matemáticas durante la aplicación propuesta</p>	<p>Al final de cada clase, durante unos cinco minutos, se conversaba con cinco o seis alumnos para conocer sus opiniones acerca de la clase, esto permitió recoger opiniones de los alumnos que se contrastaron con las percepciones de los profesores observadores participante y no-participante.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Primera clase: <i>“En el grupo en que estábamos un compañero estaba perdido y no entendía, pero entre todos tratamos de ayudarlo, logro entender algunas cosas, pero le cuesta matemáticas” (Catalina, Lunes 17 de Noviembre).</i></li> <li>❖ Primera clase: <i>“el barril del petróleo lo habíamos visto en Química, pero esa pregunta</i></li> </ul>

	<p><i>de calcular el largo de la fila de barriles que consume Estados Unidos nos gustó” (V́ctor, Jueves 17 de Noviembre)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Segunda clase: <i>“Nunca hab́amos visto tantos decimales de un ńmero, nos llamó la atenci3n” (Nicolás, Jueves 24 de Noviembre)</i></li> <li>❖ Segunda clase: <i>“Nos gustó la clase, aprendimos otras funciones de la calculadora, ayuda a entender mejor los ejercicios” (Claudio, Viernes 24 de Noviembre)</i></li> <li>❖ Tercera clase: <i>“Considero que los grupos trabajaron harto, es interesante saber que hay fórmulas para calcular el año en que se nos va acabar el petróleo” (Pedro, Lunes 25 de Noviembre)</i></li> <li>❖ Tercera clase: <i>“En el grupo en que estaba no entend́amos mucho al principio, es que no nos resultaba la fórmula en la calculadora, pero al final entendimos” (Jonathan, Jueves 25 de Noviembre)</i></li> <li>❖ Cuarta clase: <i>“Esta clase estuvo más fácil y entretenida, no era difícil trabajar con los gráficos” (Sofía, 28 de Noviembre).</i></li> <li>❖ Cuarta clase: <i>“Nos llamó la atenci3n que Chile tenga que importar tanto petróleo” (Miguel. 28 de Noviembre)</i></li> </ul>
<p>6) Percepci3n de sus capacidades para aprender matemáticas</p>	<p>A partir de la comparaci3n de los rendimientos que hacen los alumnos entre la Enseñanza B́sica y Media, y de sus experiencias en el aula, ellos dan opiniones como las siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <i>“El año pasado no me iba bien, pero este año me he sacado notas que jamás pensé tener.</i></li> </ul>

	<p><i>Ahora sí que entiendo” (Jorge, Lunes 29 de Septiembre).</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <i>“Profesor si yo me dedico a estudiar me va bien y entiendo, ahora me gusta porque tengo buenas notas” (Nicolás, 4 de Noviembre)</i></li> <li>❖ <i>“Yo se que puedo aprender más, lo que pasa es que no estudio en la casa, me quedo con lo de la clase” (Claudio, Lunes 10 de Noviembre)</i></li> </ul>
--	---

*Tabla 10: Datos recogidos mediante el Grupo de Foco*

Dimensiones	Grupo de Foco
1) Metodología usada por los profesores de matemática de Enseñanza Básica	<p>Los estudiantes participantes del grupo recordaron que en la Educación Básica las clases eran todas iguales, sus opiniones fueron:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <i>“El profesor escribía la materia en la pizarra y explicaba, nosotros teníamos que poner atención y copiar” (Beatriz).</i></li> <li>❖ <i>“Explicaba uno o más ejercicios, después nosotros los resolvíamos” (Gustavo).</i></li> <li>❖ <i>“A veces nos pasaban una guía para revolver o teníamos que copiar los ejercicios de la pizarra y hacerlos” (Francisca).</i></li> <li>❖ <i>“A veces se nos iba el tiempo en puro copiar de la pizarra” (Hernán).</i></li> <li>❖ <i>“A los que no les iba bien, se dedicaban a puro copiar los ejercicios y no los hacían” (Valentina).</i></li> <li>❖ <i>“Como a mi me gusta matemática, iba haciendo los ejercicios a medida que los copiaba” (Belén).</i></li> </ul>

<p>2) Metodología usada por los profesores de matemática de Enseñanza Media</p>	<p>Los estudiantes opinan sobre sus logros actuales en matemáticas, el uso de guías, el material didáctico utilizado y las actividades desarrolladas en el aula:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <i>“Las guías me ayudan a entender y así no tengo que copiar de la pizarra” (Carlos).</i></li> <li>❖ <i>“El año pasado me iba pésimo, ahora me va super bien” (Valentina).</i></li> <li>❖ <i>“Es entretenido aprender con desafíos, uno piensa más” (Francisca).</i></li> <li>❖ <i>“El trabajo en grupo es mejor, se comparte y puedo ayudar a otros compañeros a entender la materia” (Belén).</i></li> <li>❖ <i>“Los puzles matemáticos son entretenidos y ayudan” (Luis).</i></li> </ul>
<p>3) Experiencias matemáticas previas</p>	<p>Algunas opiniones recogidas al respecto son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <i>“Hasta séptimo me iba bien en matemáticas, pero de ahí en adelante me ha costado. Se me ha hecho difícil” (Hernán).</i></li> <li>❖ <i>“Yo tuve un bajón en séptimo, pero después me ha ido bien, fue de flojo no más” (Carlos).</i></li> <li>❖ <i>“Repetí curso el año pasado y en matemáticas me iba mal. Es que me desconcentraba en las clases, me costaba poner atención” (Luis).</i></li> <li>❖ <i>“No me gusta que me interroguen o me saquen a la pizarra para hacer ejercicios, me da vergüenza no saber hacer los ejercicios” (Beatriz).</i></li> <li>❖ <i>“En básica no me gustaba que me entregaran los rojos que me sacaba en matemáticas ante mis compañeros o que los dijeran en voz alta” (Erick).</i></li> </ul>



<p>4) Experiencias matemáticas actuales antes de la aplicación de la propuesta</p>	<p>Las opiniones estuvieron relacionadas con las clases de primer semestre:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <i>“Lo que me ha gustado este año es la primera materia que vimos, eso de completar pirámides con números” (Hernán).</i></li> <li>❖ <i>“A mí lo que me ha gustado es eso de los cuadraditos de color azul y rojo, con eso entendí la multiplicación de polinomios” (Valentina).</i></li> <li>❖ <i>“Eso de las cajas algebraicas me ayudó a entender los polinomios, es entretenido” (Luis).</i></li> <li>❖ <i>“La mejor nota me la saqué en la prueba de geometría, las teselaciones eran entretenidas” (Gustavo).</i></li> <li>❖ <i>“A mí me ha ido bien este año, pero las pruebas que hace el profe son largas” (Hernán).</i></li> <li>❖ <i>“Yo pensaba que el Álgebra iba a ser difícil, pero la encontré entretenida, eso de los cuadrados mágicos que llevan letras ayuda a ejercitar” (Carlos)</i></li> </ul>
<p>5) Percepción de sus capacidades para aprender matemáticas</p>	<p>Alguna opiniones en este caso son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <i>“Me habían dicho que la matemática en media iba a ser difícil, pero no he tenido problemas, no me ha costado aprender” (Gustavo)</i></li> <li>❖ <i>“A mí en básica me iba bien, este año he bajado las notas, pero yo sé que puedo aprender más” (Francisca)</i></li> <li>❖ <i>“A mí en la básica no me iba muy bien, pero ahora me ha ido bien y he aprendido mucho” (Germán)</i></li> </ul>

### **Aspectos Cuantitativos**

Al finalizar la propuesta se aplicó una prueba final tanto a los dos cursos experimentales (primeros medios A y B) como al curso de control (primero medio C). Para estudiar el impacto cuantitativo que tuvo en el aprendizaje de los estudiantes esta innovación interdisciplinaria, en primer lugar se realizó un análisis descriptivo de los resultados obtenidos por los cursos en dicha prueba, para ello se calcularon los valores de la media, desviación estándar, error estándar, varianza, rango, suma de datos y suma de los cuadrados. Además, se construyó un gráfico de la distribución de frecuencias de los puntajes de cada grupo. En segundo lugar, se consideró la siguiente hipótesis  $H_0$ : “no hay diferencia entre las medias de los resultados que se obtendrían al realizar un test a los alumnos tras una enseñanza basada en una propuesta interdisciplinaria y una enseñanza tradicional”. Posteriormente se trató de refutar esta hipótesis nula mediante la “Prueba Z para Diferencias entre Medias Independientes” (Hopkins, Glass y Hopkins, 1997).

A continuación se presentan los análisis estadísticos realizados:

#### Análisis Descriptivo

La prueba (ver anexo 5, p. 176) tiene un total de 36 puntos, los dos grupos experimentales se presentan unificados en la tabla y gráficos siguientes:

*Tabla 11: Resultados prueba final grupo experimental*

Puntajes	Frecuencias	Puntajes	Frecuencias	Puntajes	Frecuencias
0	0	13	0	26	2
1	0	14	0	27	8
2	0	15	1	28	4
3	0	16	0	29	6
4	0	17	0	30	5
5	0	18	1	31	3
6	0	19	0	32	7
7	0	20	0	33	5
8	0	21	3	34	7
9	0	22	3	35	6
10	0	23	2	36	3
11	0	24	11	37	2
12	0	25	6		

Tabla 12: Resultados prueba final grupo de control

Puntajes	Frecuencias	Puntajes	Frecuencias	Puntajes	Frecuencias
0	0	13	1	26	3
1	0	14	2	27	3
2	0	15	0	28	2
3	0	16	1	29	1
4	0	17	1	30	3
5	0	18	1	31	2
6	0	19	0	32	2
7	0	20	0	33	1
8	0	21	1	34	1
9	0	22	1	35	5
10	0	23	2	36	0
11	0	24	3	37	3
12	1	25	3		

### Grupo Experimental

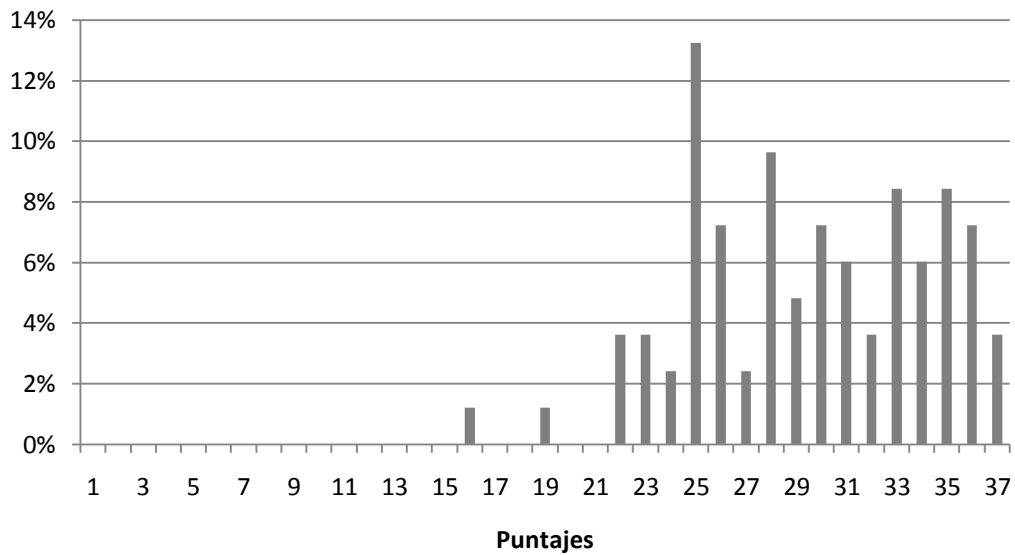
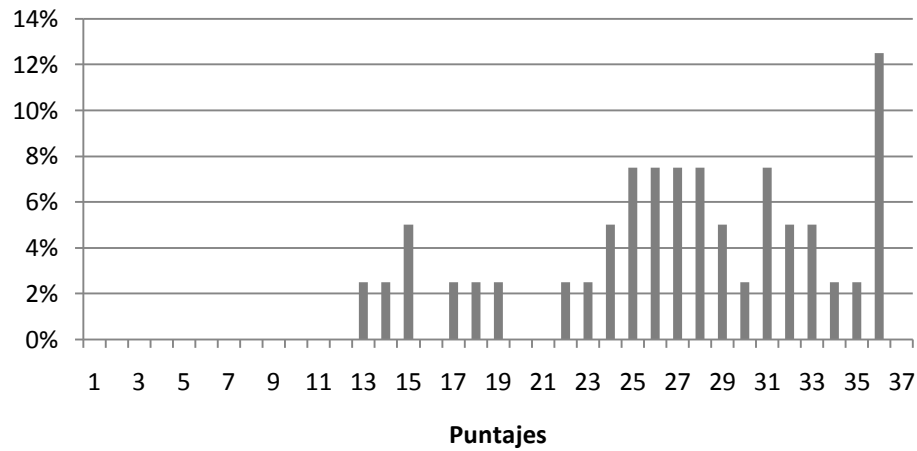


Figura 3: Distribución de frecuencias porcentuales grupo Experimental

## Grupo de Control



*Figura 4: Distribución de frecuencias porcentuales grupo de Control*

*Tabla 13: Análisis descriptivo de prueba final*

Grupo Experimental		Grupo de control	
$N_1$ (cantidad)	83	$N_2$	40
$\bar{X}_1$ (Media)	28,5	$\bar{X}_2$	26,1
$\sigma_1$ (Desviación estándar)	4,7	$\sigma_2$	6,6
$e_1$ (Error estándar)	0,52	$e_2$	1,04
$S^2_1$ (Varianza)	22,3	$S^2_2$	43,1
Puntaje Mínimo	15	Mínimo	15
Puntaje Máximo	36	Máximo	35
Rango	21	Rango	20
Suma	2364	Suma	1042
Suma Cuadrados	97984	Suma Cuadrados	28824

### Prueba Z para Diferencias entre Medias Independientes

a) Hipótesis Nula

$H_0$ : "No hay diferencia entre las medias de los resultados que se obtendrían al realizar un test a los alumnos tras una enseñanza basada en una propuesta interdisciplinaria y una enseñanza tradicional"

b) Como ambas muestras tienen  $N > 30$  (83 y 40 alumnos, respectivamente), podemos considerar que el estudio se está realizando para grandes muestras.

c) Puesto que en el estudio hay variables que no se pudieron controlar (los grupos no eran los mismos en todas las clases de los cursos experimentales) y que afectan los resultados, se exigió un nivel de significación del 0,01 (1%).

d) La no diferencia entre las medias implica que:

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 0$$

e) La desviación típica para las diferencias de medias es:

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{(\sigma_1)^2}{N_1} + \frac{(\sigma_2)^2}{N_2}} = 1,16$$

f) Con el propósito de contrastar la significación de la hipótesis se utiliza la variable tipificada Z, la cual queda definida como:

$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} = 2,1$$

g) Lo anterior implica un área de aceptación de 0,9821

Como nos interesa saber si una propuesta metodológica interdisciplinaria influye positiva o negativamente en el resultado de la realización de un test, se realiza un contraste bilateral (o de dos colas), lo cual implica un área de aceptación de la hipótesis de 0,9642.

h) La región de rechazo es:

$$1 - 0,9642 = 0,0358 \text{ (3,58\%)}$$

i) Como 3,58% no es menor que 1%, entonces no podemos refutar la hipótesis, es decir, **no podemos asegurar - con una significación del 99% - que la aplicación de una propuesta interdisciplinaria como estrategia de aprendizaje, mejore o empeore los resultados de una prueba final administrada a los alumnos.**

## Los Planes y Programas de Estudio en la Interdisciplinariedad entre Matemáticas y Ciencias

El Marco Curricular Nacional (Mineduc, 2008) establece los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios para la Educación en Chile. A partir de este contexto, en el año 1998, el Mineduc elaboró una propuesta de Planes y Programas de Estudio para cada sector de aprendizaje, en los cuales los contenidos están organizados en unidades de aprendizaje con sus respectivos Aprendizajes Esperados.

Los Planes y Programas de Estudio ponen énfasis en el atributo interdisciplinario de la Matemática, por ejemplo, en el programa de Primer Año Medio se señala que:

*“Es una disciplina cuya construcción ha surgido de la necesidad y/o deseo de responder y resolver situaciones provenientes de los más variados ámbitos, tanto de la matemática misma como del mundo de las ciencias naturales, sociales, del arte y de la tecnología”* (Mineduc, 2008, p. 9)

Para diseñar la Propuesta Interdisciplinaria sugerida en esta investigación, se revisaron los Objetivos Fundamentales de los Planes y Programas de Estudio en busca de posibles articulaciones entre Matemáticas y Ciencias. Posteriormente, a partir de alguna de estas interrelaciones encontradas, se analizaron los Contenidos Mínimos Obligatorios y Aprendizajes Esperados correspondientes en busca del tema específico a articular, en este caso, “El Petróleo”. Los objetivos, contenidos y aprendizajes esperados seleccionados se muestran en el Anexo 1, página 128.

En general, los Planes y Programas de Educación Media **presentan múltiples posibilidades de articulación entre Matemáticas y Ciencias**. En las tablas siguientes, se muestran todas las interrelaciones encontradas.

Tabla 14: Objetivos Fundamentales de Biología y Matemáticas

Nivel	Biología	Matemáticas
1º Medio	<p>1. Seleccionar y sintetizar información científica de fuentes diversas y elaborar informes razonados y completos de investigación; presentar información cuantitativa relevante utilizando gráficos y tablas.</p>	<p>1.1. Analizar aspectos cuantitativos y relaciones geométricas presentes en la vida cotidiana y en el mundo de las ciencias; describir y analizar situaciones con precisión.</p> <p>1.2. Representar información cuantitativa a través de gráficos y esquemas; analizar invariantes relativas a desplazamientos y cambios de ubicación utilizando el dibujo geométrico.</p>
	<p>2. Tomar conciencia de la responsabilidad individual en el ámbito de la salud, entendiendo las relaciones entre enfermedad, actividad física, alimentación, tabaquismo y consumo de drogas.</p>	<p>2.1 Analizar aspectos cuantitativos y relaciones geométricas presentes en la vida cotidiana y en el mundo de las ciencias; describir y analizar situaciones con precisión.</p>
2º Medio	<p>1. Apreciar y entender el significado de la reproducción sexual y asexual en la transmisión del material genético y en la herencia.</p>	<p>1.1 Analizar experimentos aleatorios e investigar sobre las probabilidades en juegos de azar sencillos, estableciendo las diferencias entre los fenómenos aleatorios y los deterministas.</p> <p>1.2 Percibir la relación de la matemática con otros ámbitos del saber.</p>

Nivel	Biología	Matemáticas
3º Medio	1. Comprender que los organismos han desarrollado mecanismos que posibilitan su funcionamiento sistémico y su interacción con el medio de manera integrada, manteniendo un ambiente interno estable.	1.1 Analizar información cuantitativa presente en los medios de comunicación y establecer relaciones entre estadística y probabilidades. 1.2 Percibir la matemática como una disciplina que recoge y busca respuestas a desafíos propios o que provienen de otros ámbitos.
4º Medio	1. Informarse, interpretar y comunicar, con lenguaje y conceptos científicos, datos cuantitativos y cualitativos sobre observaciones biológicas descriptivas y	1.1 Analizar informaciones de tipo estadístico presente en los medios de comunicación; percibir las dicotomías, determinista-aleatorio, finito-infinito, discreto-continuo.

*Tabla 15: Objetivos Fundamentales de Química y Matemáticas*

Nivel	Química	Matemáticas
1º Medio	1. Realizar mediciones exactas y precisas a través de actividades experimentales y apreciar su importancia para el desarrollo de la ciencia.	1.1 Analizar aspectos cuantitativos y relaciones geométricas presentes en la vida cotidiana y en el mundo de las ciencias; describir y analizar situaciones con precisión. 1.2 Utilizar diferentes tipos de números en diversas formas de expresión (entera, decimal, fraccionaria, porcentual) para cuantificar situaciones y resolver problemas.



Nivel	Química	Matemáticas
	<p>2. Discriminar la calidad de información pública sobre asuntos vinculados a la química, valorando la información precisa y objetiva.</p> <p>3. Sensibilizarse acerca de los efectos de la acción de la sociedad sobre el medio ambiente y valorar el aporte que puede hacer la química a la resolución de los problemas medioambientales.</p>	<p>2.1 Representar información cuantitativa a través de gráficos y esquemas; analizar invariantes relativas a desplazamientos y cambios de ubicación utilizando el dibujo geométrico.</p> <p>3.1 Utilizar diferentes tipos de números en diversas formas de expresión (entera, decimal, fraccionaria, porcentual) para cuantificar situaciones y resolver problemas.</p>
2º Medio	Representar moléculas orgánicas mediante modelos tridimensionales y reconocer los grupos funcionales.	Analizar invariantes relativas a cambios de ubicación y ampliación o reducción a escala, utilizando el dibujo geométrico.
3º Medio	<p>1. Conocer los fundamentos de la estequiometría y hacer cálculos estequiométricos.</p> <p>2. Realizar mediciones controlando más de una variable, valorando la veracidad y rigurosidad en la investigación científica</p>	<p>1.1 Percibir la matemática como una disciplina que recoge y busca respuestas a desafíos propios o que provienen de otros ámbitos.</p> <p>2.1 Aplicar y ajustar modelos matemáticos para la resolución de problemas y el análisis de situaciones concretas.</p>

Nivel	Química	Matemáticas
4º Medio	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Reconocer las consecuencias de las tecnologías nucleares (uso de isótopos y de la radiación) sobre la vida de las personas en diversos ámbitos.</li> <li>2. Comprender los fundamentos químicos de procesos industriales significativos.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.1 Analizar informaciones de tipo estadístico presente en los medios de comunicación; percibir las dicotomías, determinista-aleatorio, finito-infinito, discreto-continuo.</li> <li>2.1 Aplicar el proceso de formulación de modelos matemáticos al análisis de situaciones y a la resolución de problemas</li> </ol>

*Tabla 16: Objetivos Fundamentales de Física y Matemáticas*

Nivel	Física	Matemáticas
1º Medio	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Observar críticamente fenómenos cotidianos asociados a la luz, el sonido y la electricidad; comprenderlos sobre la base de conceptos físicos y relaciones matemáticas elementales.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.1 Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de la proporcionalidad, del lenguaje algebraico inicial y de la congruencia de figuras planas.</li> <li>1.2 Representar información cuantitativa a través de gráficos y esquemas; analizar invariantes relativas a desplazamientos y cambios de ubicación utilizando el dibujo geométrico.</li> <li>1.3 Percibir la matemática como una disciplina en evolución y desarrollo permanente.</li> </ol>

Nivel	Física	Matemáticas
	<p>2. Aplicar el conocimiento adquirido con fines prácticos en lo cotidiano; dominar relaciones sencillas entre magnitudes físicas y apreciar la cualidad cuantitativa de la física.</p> <p>3. Pensar con rigor; analizar críticamente y comunicar información científica relevante.</p>	<p>2.1 Analizar aspectos cuantitativos y relaciones geométricas presentes en la vida cotidiana y en el mundo de las ciencias; describir y analizar situaciones con precisión.</p> <p>2.2 Utilizar diferentes tipos de números en diversas formas de expresión (entera, decimal, fraccionaria, porcentual) para cuantificar situaciones y resolver problemas.</p> <p>3.1 Representar información cuantitativa a través de gráficos y esquemas; analizar invariantes relativas a desplazamientos y cambios de ubicación utilizando el dibujo geométrico</p>
2º Medio	<p>1. Comprender los fenómenos cotidianos asociados al movimiento y el calor, y las formas de energía asociadas a ellos, sobre la base de conceptos físicos y relaciones matemáticas elementales.</p>	<p>1.1 Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de la ecuación de la recta, sistemas de ecuaciones lineales, semejanza de figuras planas y nociones de probabilidad; iniciándose en el reconocimiento y aplicación de modelos matemáticos.</p> <p>1.2 Percibir la relación de la matemática con otros ámbitos del saber.</p>

Nivel	Física	Matemáticas
	<p>2. Apreciar la situación de la Tierra y el sistema solar en el universo, a través de un conocimiento básico y manejo de grandes magnitudes temporales y espaciales; apreciar el carácter privilegiado de la Tierra para albergar la vida, y la responsabilidad de cada uno en la preservación del ambiente favorable para su existencia.</p>	<p>2.1 Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de la ecuación de la recta, sistemas de ecuaciones lineales, semejanza de figuras planas y nociones de probabilidad; iniciándose en el reconocimiento y aplicación de modelos matemáticos.</p> <p>2.2 Percibir la relación de la matemática con otros ámbitos del saber.</p>
3º Medio	<p>1. Aplicar las nociones físicas fundamentales para explicar y describir el movimiento circular; utilizar las expresiones matemáticas de estas nociones en situaciones diversas.</p> <p>2. Aplicar el concepto de conservación de la energía en sistemas mecánicos y apreciar su vasta generalidad a través de una variedad de ejemplos; cuantificar el efecto del roce en el movimiento.</p> <p>3. Entender la importancia del cálculo y de la formulación matemática de los principios de la física, a través de su efectividad en la explicación y predicción de fenómenos.</p>	<p>1.1 Aplicar y ajustar modelos matemáticos para la resolución de problemas y el análisis de situaciones concretas.</p> <p>2.1 Aplicar y ajustar modelos matemáticos para la resolución de problemas y el análisis de situaciones concretas.</p> <p>3.1 Aplicar y ajustar modelos matemáticos para la resolución de problemas y el análisis de situaciones concretas.</p>

Nivel	Física	Matemáticas
	<p>4. Sistematizar el manejo de datos de la observación, utilizando gráficos, tablas y diagramas; apreciar su utilidad en el análisis de tendencias.</p>	<p>4.1 Analizar información cuantitativa presente en los medios de comunicación y establecer relaciones entre estadística y probabilidades.</p>
4° Medio	<p>1. Aplicar en un nivel elemental las nociones físicas de campo eléctrico y campo magnético y sus relaciones para comprender la enorme variedad de fenómenos de la vida diaria que depende de ellos.</p> <p>2. Recoger, sistematizar y evaluar información científica de diversas fuentes y comunicar los resultados en forma oral y escrita.</p>	<p>1.1 Aplicar el proceso de formulación de modelos matemáticos al análisis de situaciones y a la resolución de problemas.</p> <p>2.1 Analizar informaciones de tipo estadístico presente en los medios de comunicación; percibir las dicotomías, determinista-aleatorio, finito-infinito, discreto-continuo.</p>

### ***Presencia de las Matemáticas en los textos de estudio de Ciencias***

Al diseñar la propuesta de mejoramiento, también fue necesario revisar los textos de estudio entregados por el Mineduc a los establecimientos Municipalizados y Particulares – Subvencionados del País, con el propósito de buscar la presencia de elementos matemáticos que permitieran realizar articulaciones con los sectores de Ciencias.

Se revisaron seis textos de primer y segundo año medio de Ciencias, y en cada uno de ellos, se buscó la presencia de los siguientes elementos:

- a) Tablas con información cuantitativa que describen las propiedades de los temas estudiados.
- b) Representaciones gráficas que permiten hacer descripciones e inferencias de los fenómenos estudiados.
- c) Fórmulas que interrelacionan diversas propiedades de conceptos estudiados en las Ciencias.

Los libros consultados fueron los siguientes:

- 1) Física de Primero Medio. (Díaz r., Gómez J. y Morales L., 2002)
- 2) Física de Segundo Medio. (Marchant y Kremer, 2003)
- 3) Biología de Primero Medio. (Jerez, López y Trisatti, 2004)
- 4) Biología de Segundo Medio. (Kaluf, Núñez y Uribe, 2002)
- 5) Química de Primero Medio. (Chadwick, Santa Ana y Díaz, 2005)
- 6) Química de Primero Medio. (Villagra, Cataldo y Cerda, 2002)

Se observa que los textos de Física usan los tres elementos matemáticos descritos anteriormente, pero con énfasis en las fórmulas. Por su parte, los libros de Biología, usan, preferentemente, gráficos y tablas, pero la presencia de fórmulas es casi nula. Por último, los libros de Química, usan los tres elementos, pero con un énfasis en el uso de las tablas.

La siguiente tabla resume la búsqueda realizada:

*Tabla17: Revisión de libros de Ciencias*

Libros	Secciones consultadas	Tablas		Gráficos		Fórmulas	
Física 1º Medio	121	22	18%	21	17%	27	22%
Física 2º Medio	90	21	23%	24	27%	29	32%
Biología 1º Medio	72	18	25%	21	29%	0	0%
Biología 2º Medio	56	21	38%	12	21%	1	2%
Química 1º Medio	107	18	17%	10	9%	11	10%
Química 1º Medio	142	19	13%	10	7%	4	3%

## **Secuencias de Unidades Interdisciplinarias que facilitan la Enseñanza y Aprendizaje de Matemáticas**

El trabajo interdisciplinario entre Matemáticas y Ciencias propuesto en esta investigación, requirió identificar diversas secuencias de Unidades de Aprendizaje de Matemáticas, las cuales debían considerar el tema y el sector de aprendizaje a articular. Además, se debe considerar que el Mineduc sugiere para el sector de Matemáticas en Primer Año Medio, la siguiente secuenciación de unidades:

- 1) Números
- 2) Lenguaje Algebraico
- 3) Transformaciones Isométricas
- 4) Variaciones Proporcionales
- 5) Variaciones Porcentuales
- 6) Factores y Productos
- 7) Congruencia de Figuras Planas

Se consideraron cuatro posibilidades para organizar las unidades anteriores, de modo de facilitar la articulación con los sectores de Ciencias. Dos de ellas en relación con Química, una con Física y una con Biología.

### ***Secuencias de Unidades de Matemática para relacionar con Química***

Si el sector de Química organiza las Unidades tal como lo proponen los Planes y Programas de Estudio, el orden de ellas es el siguiente:

- 1) El Agua
- 2) El Aire
- 3) El Petróleo
- 4) Los Suelos
- 5) Los Procesos Químicos
- 6) Los Materiales



**Primera Secuencia:** En este caso la unidad de “Variaciones Proporcionales” en Matemáticas, se puede articular con la unidad “El Aire” de Química. Se propone la siguiente secuencia de unidades en Matemáticas:

- 1) Números
- 2) Lenguaje Algebraico
- 3) Variaciones Proporcionales
- 4) Variaciones Porcentuales
- 5) Factores y Productos
- 6) Transformaciones Isométricas
- 7) Congruencia de Figuras Planas

De acuerdo con la distribución temporal recomendada en los programas de estudio del Mineduc, estas unidades debieran coincidir al cabo **de tres meses** de iniciado el año escolar. Lo anterior se ve corroborado por el quehacer pedagógico de los profesores de Matemática y Química del Liceo. En años anteriores han seguido estas secuencias y la enseñanza de los contenidos de Proporcionalidad en Matemáticas y Leyes de los Gases en Química se han trabajado en forma interdisciplinaria. Los contenidos articulados de cada una de las unidades de estos sectores se muestran en la tabla siguiente:

*Tabla 18: Contenidos posibles de articular entre Matemáticas y Química*

Matemáticas	Química
<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Gráficos de distinto tipo; interpretación y lectura.</li> <li>❖ Proporcionalidad directa e inversa; constante de proporcionalidad; su relación con un cuociente o un producto constante.</li> <li>❖ Resolución de problemas. Gráficos, tablas de valores y expresión algebraica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Medición de temperaturas en diferentes escalas (Kelvin, Celsius y Fahrenheit)</li> <li>❖ Leyes de los gases (Boyle y Mariotte, y Charles-Lussacc)</li> </ul>

**Segunda Secuencia:** Considera la articulación de la unidad de “Números” en Matemáticas y la unidad de “El Petróleo” en Química. Esta secuenciación es la que se siguió durante el año 2008 y permitió diseñar la propuesta de esta investigación. Cabe destacar, que la secuencia de los programas del Mineduc, fue reorganizada no sólo para realizar un trabajado interdisciplinario, sino también, por razones de origen didáctico–matemáticas. Ésta fue la siguiente:

- 1) Geometría
- 2) Números naturales y enteros
- 3) Álgebra en los números enteros
- 4) Números reales
- 5) Álgebra en los números reales
- 6) Variaciones proporcionales y porcentuales

En esta secuenciación, la primera unidad de Geometría, incluye a las dos unidades de este tópico propuesta en los programas de estudio del Mineduc. Las cuatro unidades siguientes, reorganizan y distribuyen en el tiempo las unidades de “Números”, “Lenguaje Algebraico” y “Factores y Productos”, dejando para el final las unidades de relacionadas con las Proporciones y el Porcentaje. De esta forma se pudieron articular los contenidos que son parte de la propuesta de la investigación (ver anexo 1, p. 128)

### ***Secuencia de Unidades de Matemática para relacionar con Biología***

Si el sector de Biología opta por secuenciar las unidades tal como lo proponen los Programas de Estudio del Mineduc, entonces una posibilidad de articulación entre los sectores de Matemática y Biología, es a través de las unidades de “Variaciones Proporcionales” y “Nutrición”, respectivamente.

Las secuencias de cada uno de los sectores se muestran a continuación:

Tabla 19: Secuencias de unidades de Matemática y Biología

<b>Matemáticas</b> (Reorganizada para lograr la articulación)	<b>Biología</b> (Propuesta por el Mineduc)
1) Números <b>2) Variaciones proporcionales y porcentuales</b> 3) Álgebra 4) Transformaciones isométricas 5) Congruencia de figuras planas	1) La célula <b>2) Nutrición</b> 3) Digestión 4) Circulación 5) Respiración 6) Excreción 7) Biología humana y salud 8) Organismo y ambiente

En la secuenciación del sector de Matemáticas se aprecia que la segunda unidad incluye a las unidades de Variaciones Proporcionales y Porcentuales que proponen los programas oficiales. Lo mismo ocurre en la unidad tres con las unidades de Álgebra.

La articulación de los contenidos específicos de cada sector de aprendizaje se da en la siguiente tabla:

Tabla 20: Articulación de contenidos de Matemática y Biología

Matemáticas	Biología
Resolución de problemas. Gráficos, tablas de valores y expresión algebraica. Por ejemplo: ❖ Cálculo del gasto energético en kilocalorías diarias de un individuo en base a una pauta de distribución horaria de estas actividades. ❖ Evaluación estado nutricional calculando el índice de masa corporal	Requerimientos y Disponibilidad de Energía en el Organismo: ❖ Gasto energético y nivel de actividad ❖ Cálculo del peso ideal

### **Secuencia de Unidades de Matemática para relacionar con Física**

El sector de Física presenta múltiples puntos de articulación con Matemáticas. En particular, si utilizamos la misma secuencia propuesta para trabajar con el sector de Biología, se obtienen las siguientes secuencias de unidades y contenidos:

*Tabla 21: Secuencias de unidades para Matemáticas y Física*

<b>Matemáticas</b> (Reorganizada para lograr la articulación)	<b>Física</b> (Propuesta por el Mineduc)
1) Números 2) <b>Variaciones proporcionales y porcentuales</b> 3) Álgebra 4) Transformaciones isométricas 5) Congruencia de figuras planas	1) El Sonido 2) La Luz 3) La Electricidad

*Tabla 22: Articulación de contenidos de Matemática y Física*

Matemáticas	Física
❖ Gráficos de distinto tipo; interpretación y lectura. ❖ Proporcionalidad directa e inversa; constante de proporcionalidad; su relación con un cociente o un producto constante. ❖ Resolución de problemas. Gráficos, tablas de valores y expresión algebraica.	❖ Vibraciones y sonido ❖ Ondas y sonido ❖ Composición del sonido

Por ejemplo, uno de los aprendizajes esperados de la unidad de “EL Sonido” es:

*“Manejan **magnitudes básicas utilizando relaciones matemáticas elementales** para obtener, ya sea sus órdenes de magnitud en determinadas circunstancias, o sus valores exactos (por ejemplo, relación entre **velocidad, frecuencia y longitud de onda**)”* (Mineduc 2008, Planes y Programas de Física, p. 17)

## La Interdisciplinariedad en la Enseñanza de las Matemáticas

El trabajo interdisciplinario entre Matemáticas y Química, diseñado y aplicado durante el transcurso de esta investigación, presenta, principalmente, las siguientes características:

- 1) El eje articulador de la propuesta es la problemática del Petróleo en la Sociedad actual, la cual da origen a una interacción entre los sectores de aprendizaje involucrados. Existe una confrontación e intercambio de Aprendizajes Esperados (ver anexo 1, p. 128) de ambas disciplinas que tienen como finalidad abordar en **forma interdisciplinaria** el uso racional de la Energía para un Desarrollo Sustentable.
- 2) Está concebida como una posible **estrategia que mejore el aprendizaje** en el sector de Matemáticas, tanto en sus aspectos actitudinales, conceptuales y procedimentales.
- 3) La función de la Matemática en esta propuesta, es **describir y modelar** situaciones relacionadas con la producción, el consumo, y las reservas de petróleo y sus derivados.

Para comprender el rol de la Interdisciplinariedad en el Aprendizaje Matemático, se debe tener en cuenta uno de los principales enfoques de la enseñanza de esta disciplina en la actualidad. Según García (2008) y Guzmán (2008), el alumno debería aprender la Matemática de un modo similar a como el hombre ha construido el cuerpo de conocimientos matemáticos, es decir, que el propio estudiante tenga la oportunidad de vivir procesos de reconstrucción de los saberes matemáticos. La idea es poner al educando en contacto con la realidad matematizable, es decir, que explore los conceptos que debe aprender, que organice y estructure la información que aparece en un problema, que identifique los aspectos matemáticos más relevantes, y que descubra regularidades, relaciones y estructuras.

¿Cómo hacer que los alumnos experimenten este tipo de aprendizaje?

La **historia de las matemáticas** es un recurso didáctico que puede ayudarlos a comprender la evolución de las ideas matemáticas, sus consecuencias y las aplicaciones que de ellas han podido surgir, además, conocer el estado actual de las teorías que de ellas se han derivado.

*“Otra fuente es la historia del pensamiento matemático. Los creadores fueron, en general, seres interesantes, muchos, de excepción y sus vidas son fuente de inspiración y de admiración. El docente que conoce a Galois, Descartes, Euclides, Arquímedes, Euler, ... para nombrar algunos, puede comunicar la vida detrás del concepto, de la idea, del teorema, de la matemática” (Oteíza, 2008).*

Otro medio es poner en contacto a los estudiantes con la modelización de la realidad, situación en la que aparecerán los conceptos y contenidos que deben aprender. Para ello se puede **recurrir a las ciencias** que hacen uso de las matemáticas, a circunstancias de **la realidad cotidiana**, o bien a la presentación de **juegos tratables matemáticamente**, de los que en más de una ocasión a lo largo de la historia han surgido ideas matemáticas de gran profundidad.

En general, la **Interdisciplinariedad en Matemáticas** se circunscribe a **las aplicaciones de ésta última a las Ciencias o a situaciones de la vida diaria**, pero **excluye las situaciones lúdicas o problemas de interés que surgen desde la misma matemática o de la historia de esta disciplina**. La Geometría, la Aritmética o el Álgebra, frecuentemente, son fuente de problemas interesantes que cautivan a los estudiantes, que estimula en ellos el placer por descubrir y desarrolla su pensamiento estratégico (Guzmán, 2008).

Son muchos los aspectos de la Matemática que la Interdisciplinariedad no cubre, por ejemplo:

- ❖ ¿Cuáles son las dificultades u obstáculos que surgen al enseñar un concepto?, ¿cómo debemos enseñarlo?
- ❖ ¿Cómo tratar con los problemas de aprendizaje de los estudiantes?
- ❖ ¿Cuáles son los Modelos de Aprendizaje Matemático más eficaces?
- ❖ ¿Qué implicaciones presenta el discurso del profesor en el aprendizaje matemático?
- ❖ ¿Cuál es el impacto de la Tecnologías de la Información y las Comunicaciones en el aprendizaje de los educandos?
- ❖ ¿Cómo Evaluar los aprendizajes matemáticos?

Como podemos apreciar, **la Interdisciplinariedad sólo se ocupa de un parte de la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas**. En la propuesta desarrollada en esta

indagación, el quehacer pedagógico estaba enfocado en la utilización y aplicación de los Números Reales a la problemática del Petróleo, es decir, como una estrategia que permite resolver problemas de otra disciplina. Pero no se ocupa de situaciones tales como: las dificultades de aprendizaje que presentan algunos estudiantes, de los obstáculos asociados al estudio de los números reales, de cómo enseñar a los alumnos el concepto de número irracional y número real, de las dificultades que presentan los alumnos para interpretar y relacionar la información contenida en gráficos o tablas de datos, de las dificultades que tienen los alumnos para comprender e interpretar el discurso que el profesor utiliza en el aula, cómo construir geoméricamente determinados números racionales e irracionales, cuál es el contexto histórico en que ha evolucionado el concepto de número, qué actividades lúdicas potencian el aprendizaje de los números.

La ***Interdisciplinariedad como estrategia de aprendizaje***, esta circunscrita a la **aplicación de las Matemáticas**, a problemas provenientes de la vida diaria, de la Tecnología y de las Ciencias Sociales y Naturales.

### **Evaluación General de la Propuesta Interdisciplinaria**

Con el propósito de determinar en qué medida la propuesta mejoró la situación problemática identificada en esta investigación, el profesor-investigador en conjunto con el otro profesor de matemática del establecimiento, evaluaron la propuesta en base a un conjunto de indicadores definidos previamente (Ver Anexo 2, p. 166). Los resultados se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 23: Evaluación general de la propuesta interdisciplinaria

Categorías	Indicadores	Medición
1) Impacto de la aplicación de la propuesta de mejoramiento interdisciplinario en el aprendizaje de los estudiantes	1.1) Grado de aceptación de la propuesta por parte de los alumnos.	80%
	1.2) Grado de aceptación de la propuesta por parte de los profesores.	70%
	1.3) Mejoramiento de los rendimientos académicos ante la aplicación de una propuesta de mejoramiento.	60%
2) Aporte de un modelo de innovación interdisciplinaria para el aprendizaje de Matemáticas y Química.	2.1) La propuesta proporciona un conjunto de cuatro guías de aprendizaje interdisciplinario entre Matemáticas y Química.	Si
	2.2) La propuesta aporta un modelo para elaborar innovaciones interdisciplinarias entre matemáticas y otro sector de aprendizaje.	Si
3) Elementos del currículo que favorecen o dificultan la implementación de una propuesta interdisciplinaria.	3.1) El estudio identifica elementos del currículo que facilitan la implementación y aplicación de una propuesta interdisciplinaria.	Si
	3.2) El estudio identifica elementos del currículo que dificultan la implementación y aplicación de una propuesta interdisciplinaria.	Si



Categorías	Indicadores	Medición
4) Sectores de aprendizaje, que de acuerdo con los planes y programas de estudio vigentes en Chile, pueden articularse con el sector de matemáticas de modo implementar y aplicar propuestas interdisciplinarias.	El estudio identifica los posibles sectores de aprendizaje que se pueden articular con el sector de matemáticas de modo implementar y aplicar propuestas interdisciplinarias	Si
5) Secuencias de contenidos y unidades interdisciplinarias de modo que faciliten la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.	La investigación determina variadas secuencias de contenidos y unidades interdisciplinarias de modo de facilitar el aprendizaje de las matemáticas.	Si
6) Elementos relevantes del currículo que han impedido que lo hecho hasta el momento en el campo de la interdisciplinariedad y las matemáticas no haya progresado como una estrategia más universal.	La investigación identifica elementos relevantes del currículo que han impedido que la interdisciplinariedad y matemáticas no haya avanzado como una estrategia más universal.	Si

De acuerdo con los resultados anteriores, la elaboración e implementación de la Propuesta de Interdisciplinaria de esta investigación, ha logrado los objetivos que perseguía y en el Liceo San José de Requínoa se puede tomar como un punto de partida para elaborar otras propuestas similares.

**Capítulo 6**

**CONCLUSIONES**

Esta investigación tuvo como principal objetivo superar las inconsistencias surgidas en el ámbito de las prácticas pedagógicas respecto de la Interdisciplinariedad y las Matemáticas. De acuerdo con la naturaleza de esta situación problemática, se optó por un proyecto de indagación orientado a la **Investigación en la Acción**.

El estudio comenzó con un proceso de **Problematización y Diagnóstico**, el cual permitió, por una parte, analizar los elementos que favorecen o propician un trabajo interdisciplinario orientado al mejoramiento de los aprendizajes matemáticos de los estudiantes en el Liceo y, por otra, identificar aquellos elementos que lo dificultan.

Una vez identificado el problema que debía enfrentar la investigación, se pasó al proceso de **Diseño la Propuesta de Mejoramiento**, lo cual implicó elaborar un Marco Teórico a partir de los siguientes elementos:

- ❖ Las Teorías del Aprendizaje (Significativo, Paradigma de la Cognición Situada y el Constructivismo).
- ❖ El Modelo Interactivo del Aprendizaje de las Matemáticas de Oteiza y Miranda (2004).
- ❖ El Diseño Curricular de Aula de Román y Diez (2001).
- ❖ La Interdisciplinariedad.
- ❖ Marco Referencial de la Propuesta Interdisciplinaria (Articulación de los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios del Marco Curricular Nacional).

La Innovación Interdisciplinaria diseñada en esta investigación, logró articular las unidades de aprendizaje de Matemáticas y Química: “Números” y “El Petróleo”, respectivamente. Por su parte, el proceso de **aplicación de esta Propuesta de Mejoramiento**, permitió hacer un estudio tanto cualitativo como cuantitativo del impacto de ella en el aprendizaje de los estudiantes.

Por último, se efectuó un proceso de **Evaluación General** de la propuesta, el cual proporcionó evidencias del alcance y las consecuencias de las acciones emprendidas en este estudio.

Este proyecto de investigación-acción, se tradujo en ***un aporte para la labor que desarrollan los profesores del Departamento de Matemáticas del Liceo, permitiéndoles apropiarse de una nueva metodología de trabajo, que fortalecerá su quehacer pedagógico más allá del tema circunstancial de la Interdisciplinariedad.*** Lo anterior implica que estos docentes puedan reflexionar acerca de sus prácticas pedagógicas, identificar situaciones problemáticas, generar y aplicar propuestas de mejoramiento, evaluar los logros de éstas y volver a repetir este ciclo virtuoso.

Por su parte, el proceso de problematización y diagnóstico incluyó una investigación de documentos tales como: el Marco Curricular Nacional, la propuesta de Planes y Programas de Estudio del Mineduc, el Proyecto Técnico Pedagógico del Liceo San José y los Textos de Estudio de Ciencias entregados por el Mineduc a los colegios del País. Lo anterior ***permitió conocer las bases sobre las cuales es posible articular un trabajo interdisciplinario entre Matemáticas y Ciencias, y a la vez, conocer las dificultades que trae consigo el diseño e implementación de este tipo de trabajo.***

La investigación realizada en el Liceo, acerca del tema de la Interdisciplinariedad y Matemáticas, ***permitió conocer por una parte, la alta valoración que hacen los alumnos y profesores por este tipo de innovaciones y, por otra, las circunstancias y elementos que lo favorecen o entorpecen.*** Este conocimiento permitirá ir avanzando en el futuro hacia un trabajo de articulación entre los distintos sectores de aprendizaje.

Además, esta investigación, junto con proponer una propuesta innovadora entre Matemáticas y Química, ***aportó un Modelo para diseñar e implementar innovaciones interdisciplinarias*** y, adicionalmente, ***se convierte en un Proyecto Factible de aplicar a otras realidades educacionales.***

La Enseñanza de las Matemáticas es una actividad compleja que requiere del profesor un conocimiento, no sólo de la disciplina que enseña, sino de otras ramas del saber como las Teorías del Aprendizaje o la Sociología por nombrar algunas. Dentro de esta multiplicidad de aspectos, la Interdisciplinariedad sólo se ocupa de una parte de esta realidad: la resolución de problemas y la aplicación de las matemáticas a las Ciencias Naturales y a otras actividades de nuestra Sociedad. Lo anterior hace que la

Interdisciplinariedad cobre fuerza y se transforme en una Estrategia de Aprendizaje de las Matemáticas. Pero, **la Interdisciplinariedad no es capaz de responder a una gran variedad de situaciones problemáticas que se relacionan con el aprendizaje de las Matemáticas.** Los resultados de esta investigación sugieren algunas posibles causas de que **la Interdisciplinariedad no haya progresado como una estrategia más generalizada en el ámbito de la Educación Matemática.**

De acuerdo con los antecedentes de la investigación, **el tema de la Interdisciplinariedad en si mismo es relevante**, ya que evita la acumulación de saberes sin articulación alguna, le da sentido a los procesos de enseñanza y aprendizaje de cada una de las disciplinas involucradas, reconstruye los saberes desfragmentados y optimiza los procesos didácticos de cada sector de aprendizaje al integrarlos en un sólo marco referencial.

**Capítulo 7**

**RECOMENDACIONES**

De acuerdo con los análisis anteriores, a continuación se dan las siguientes sugerencias:

- ❖ Atendiendo a la importancia de la Interdisciplinariedad y los problemas identificados para que ésta se lleve a cabo, se sugiere el diseño e implementación de, *al menos, una innovación interdisciplinaria en el año escolar* del Liceo. Se debe avanzar hacia un trabajo pedagógico en donde la interdisciplinariedad tenga su lugar.
- ❖ De acuerdo con los elementos que favorecen o entorpecen el trabajo interdisciplinario y la realidad administrativa de los liceos del país, se sugiere que en la articulación *participen sólo dos o tres sectores de aprendizaje*. Un mayor número de sectores involucrados no es recomendable, el trabajo interdisciplinario se transformará en una acumulación de saberes que puede provocar efectos adversos.
- ❖ A los profesores que decidan hacer innovaciones interdisciplinarias, se les recomienda aprovechar la *flexibilidad de los planes y programas* propuestos por el Mineduc para secuenciar las unidades de aprendizaje, ello les permitirá realizar un trabajo articulado.
- ❖ El proyecto de investigación-acción utilizado en este trabajo, deja a los profesores, en general, una enseñanza: *que el trabajo pedagógico realizado por ellos debe ser registrado y documentado*. Hay muchas experiencias de aula que quedan en el olvido y no se guarda evidencia de ellas. Se recomienda a los profesores llevar un registro de su trabajo, esto les permitirá ir reflexionando y mejorando sus prácticas pedagógicas, junto con compartir las buenas experiencias de aula.
- ❖ De acuerdo con el modelo utilizado para diseño de la propuesta de esta investigación, al momento de elaborar una innovación interdisciplinaria, se sugiere a los profesores tomar en cuenta los siguientes factores: *el contexto socio-cultural de los estudiantes, las características propias de cada profesor, los contextos curriculares (Nacional e Institucional), los contenidos a articular y un modelo de aprendizaje coherente con la propuesta*.
- ❖ Se recomienda a los docentes interesados en realizar un trabajo interdisciplinario, realizar dos actividades: *en primer lugar revisar los planes y*



programas de los otros sectores de aprendizaje, poniendo atención a los **Objetivos Fundamentales, Contenidos Mínimos Obligatorios y Aprendizajes Esperados**. En segundo lugar, revisar los textos de otros sectores de aprendizaje en busca de puntos de conexión con la disciplina que imparten.

- ❖ Esta investigación junto con tratar de contestar una serie de preguntas, generó a su vez variadas interrogantes que pueden dar lugar a otras indagaciones. Por ejemplo, se sugiere investigar más en profundidad las siguientes cuestiones: ***“buscar otros sectores de aprendizaje con los cuales hacer articulaciones”***; ***“identificar otras secuenciaciones de contenidos y unidades que favorezcan la interdisciplinariedad”***; ***“hacer otros estudios similares a éste para poder buscar similitudes y diferencias”***; ***“en un contexto de actividades de aprendizaje interdisciplinario, estudiar las dificultades de comunicación entre alumnos, profesores y los saberes de la disciplina que afectan el aprendizaje de los alumnos”***; ***“si se aplica el proyecto factible propuesto en esta investigación, estudiar el impacto de la calculadora tanto en aspectos cualitativos como cuantitativos”***; ***“en los planes y programas de estudio propuestos por el Mineduc, revisar los objetivos, contenidos, aprendizajes esperados, sugerencias de actividades y evaluación de todos los sectores de aprendizaje en busca de articulaciones, por ejemplo, con matemáticas”***.

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- Ander-Egg E. (1994) Interdisciplinarietà en Educaci3n. Editorial Magisterio del R3o de la Plata. Buenos Aires. Argentina.
- Ausubel D., Novak J. y Hanesian H. E. (1983). Psicolog3a Educativa: Un punto de vista cognoscitivo. Segunda Edici3n. Editorial Trillas. M3xico
- Azula F. (2003). ¿Cuánta Matemática tenemos en los módulos de Electricidad y cuánta Electricidad en el Programa de Física? [DVD Room interactivo, presentaci3n ppt.] Divisi3n de Educaci3n General – Nivel de Enseñanza Media. Chile
- Brown, J., Collins, A. y Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher*, 18 (1), 32-42.
- Cadoche L., Pastorelli S. y Tomatis J. (2005) Socio construcci3n del conocimiento: Una propuesta de aprendizaje cooperativo - Revista Electr3nica de Veterinaria REDVET ®, ISSN 1695-7504, Vol. VI, N° 10. Extra3do el 15 de Diciembre de 2008 desde <http://www.veterinaria.org/revistas/redvet/n101005/100514.pdf>
- Cerda F. (2008). La Matemática como Piedra Angular de la Formaci3n T3cnica. Una Mirada Interdisciplinaria. [DVD Room interactivo, presentaci3n ppt.] Divisi3n de Educaci3n General – Nivel de Enseñanza Media. Chile
- Chadwick I., Santa Ana M. y D3az R. (2005) Qu3mica Primero Medio. Mare Nostrum. Santiago. Chile.
- Chamorro C., Belmonte J., Llinares S., Ruiz M. y Vecino F. (2003) Didáctica de las Matemáticas. Pearson Educaci3n. España.
- Derry, S., Levin, J. y Schauble, L. (1995). Stimulating statistical thinking through situated simulations. *Teaching of Psychology*, 22 (1), 51-57.
- D3az R., G3mez J. y Morales L. (2002) F3sica de Primero Medio. Mare Nostrum. Santiago. Chile.
- Fariña M. y Kremer G. (2003) F3sica de Primero Medio. Mc Graw Hill. Santiago. Chile.
- Garc3a J. (2008) La Didáctica de las Matemáticas: una visi3n general. Documento en l3nea, extra3do de <http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/rtee/didmat.htm>

- Guzmán M. (2008) Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Documento en línea, extraído de <http://www.oei.org.co/oeivirt/edumat.htm>
- Hendricks, Ch. (2001). Teaching causal reasoning through cognitive apprenticeship: What are results from situated learning? *The Journal of Educational Research*, 94 (5), 302-311.
- Hernández, R., Fernández. C. & Baptista, P. (2003). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill.
- Hopkins K., Hopkins B. y Glass G. (1997) Estadística Básica para las Ciencias Sociales y del Comportamiento. Prentice Hall Hispanoamericana S. A. México.
- Jerez J., López J. y Trisatti A. (2004) Biología Primero Medio. Santillana. Santiago. Chile.
- Kaluf C., Núñez S. y Uribe R. (2002) Biología Primero Medio. Arrayan. Santiago Chile.
- Ministerio de la Vivienda y Urbanismo. División de Desarrollo Urbano. Extraído el 15 de Septiembre de 2008 desde la página Web del Observatorio Urbano [http://www.observatoriourbano.cl/indurb/ciudades.asp?id\\_user=0&id\\_ciudad=11&idComCiu=1](http://www.observatoriourbano.cl/indurb/ciudades.asp?id_user=0&id_ciudad=11&idComCiu=1)
- Mineduc (2003). Marco para la Buena Enseñanza. Documento en línea. <http://www.aep.mineduc.cl/images/pdf/2006/200312031457060.mbe.pdf>
- Mineduc (2008). Ficha de establecimientos en prueba SIMCE. Documento en línea. <http://www.simce.cl/index.php?id=228&iRBD=2278&iVRBD=0&iNivel=0&iAnio=>
- Mineduc (2008). Planes y Programas de Estudio. Unidad de Currículo y Evaluación Documento en línea. <http://www.curriculum.mineduc.cl/>
- Moroño M. y Rodríguez M. (2007). Enseñar matemáticas a los no matemáticos. Documento en línea [http://www.uneg.edu.ve/noticias/revistas/ensenanza\\_mat/no\\_extraordinario\\_vo\\_l\\_12\\_dic\\_2007.pdf](http://www.uneg.edu.ve/noticias/revistas/ensenanza_mat/no_extraordinario_vo_l_12_dic_2007.pdf) Extraído el 3 de Diciembre de 2008.

- Oteíza F. (2008) Ellos no saben, yo debo saber,... ¿qué es lo que no saben?, ¿qué es lo que yo debo saber? Documento en línea.  
<http://www.comenius.usach.cl/foteiza/>
- Oteíza F. y Miranda H. (2004) Modelo Interactivo para el Aprendizaje Matemático. Editorial Zig-Zag. Santiago. Chile.
- Palacios D. (2007). Enseñanza de simetrías matemáticas a través del arte: Propuesta para promover un estudio integral. Documento en línea [http://www.oei.es/oim/revistaoim/numero31/articulo\\_tesis\\_.pdf](http://www.oei.es/oim/revistaoim/numero31/articulo_tesis_.pdf) Extraído el 3 de Diciembre de 2008.
- Panqueva J. (2005). La Interdisciplinariedad y el Currículo Integrado. Documento en línea <http://www3.educacion.rionegro.gov.ar/archivos/disciplinar/Modulo1-Matematica.pdf> Extraído el 3 de Diciembre de 2008.
- Pavez E. (2003). *“Nuestra Primera Comunidad de Aprendizaje: Física, Electricidad y Matemáticas”* [DVD Room interactivo, presentación ppt.] División de Educación General – Nivel de Enseñanza Media. Chile.
- Pavez F. (2003). *“La Electricidad y los Triángulos rectángulos”* [DVD Room interactivo, presentación ppt.] División de Educación General – Nivel de Enseñanza Media. Chile.
- Pavez F. (2002). *“La Electricidad y los Triángulos rectángulos”*. Páginas Didácticas N° 8 Primer Semestre 2002. Ministerio de Educación. República de Chile.
- Rojas E. (2008). *“La Epistemología en la Formación del Docente Matemático: Lo Sociocultural y Lingüístico como Paradigmas Guías en los Procesos de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas”* Trabajo presentado en la XIV Jornadas Nacionales de Educación Matemática. Noviembre, Concepción, Chile.
- Román M. y Diez E. (2001) Diseños Curriculares de Aula: Un modelo de planificación como aprendizaje-enseñanza. Ediciones Novedades Educativas. Buenos Aires. Argentina.

Sierra Bravo R. (1997) Técnicas de Investigación Social. Ediciones Thomson. Madrid. España.

Torres J. (1994) Globalización e Interdisciplinariedad: el curriculum integrado. Ediciones Morata. Madrid. España.

Villagra L., Cataldo J. y Cerda C. (2002) Química Primero Medio. Mac Graw Hill. Santiago. Chile.

## **ANEXOS**

## Anexo 1 Propuesta Interdisciplinaria

### Referencias del Contexto Curricular Nacional

De acuerdo con los planes y programas<sup>1</sup> de estudio vigentes en el país, los objetivos fundamentales, contenidos mínimos obligatorios y aprendizajes esperados que se relacionan con la propuesta son:

Sector de aprendizaje	Objetivos Fundamentales Verticales
Matemáticas	<p>Los alumnos y alumnas desarrollarán la capacidad de:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>❖ Analizar aspectos cuantitativos y relaciones geométricas presentes en la vida cotidiana y en el mundo de las ciencias; describir y analizar situaciones con precisión.</li><li>❖ Utilizar diferentes tipos de números en diversas formas de expresión (entera, decimal, fraccionaria, porcentual) para cuantificar situaciones y resolver problemas.</li></ul>
Química	<p>Los alumnos y alumnas desarrollarán la capacidad de:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>❖ Discriminar la calidad de información pública sobre asuntos vinculados a la química, valorando la información precisa y objetiva.</li><li>❖ Sensibilizarse acerca de los efectos de la acción de la sociedad sobre el medio ambiente y valorar el aporte que puede hacer la química a la resolución de los problemas medioambientales.</li></ul>

<sup>1</sup> Unidad de Currículo y Evaluación del Mineduc  
<http://www.curriculum-mineduc.cl/>



Sector de aprendizaje	Contenidos Mínimos Obligatorios
Matemáticas	<p><i>Unidad de Números</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Análisis de la significatividad de las cifras en la resolución de problemas. Conocimiento sobre las limitaciones de las calculadoras en relación con truncar y aproximar decimales.</li> <li>❖ Distinción entre números racionales e irracionales. Aproximación y estimación de números irracionales. Estimaciones de cálculos, redondeos. Construcción de decimales no periódicos. Distinción entre una aproximación y un número exacto.</li> </ul> <p><i>Unidad de Variaciones Proporcionales</i></p> <p>Tablas y gráficos de distinto tipo; interpretación y lectura; variables continuas y discretas.</p>
Química	<p><i>Unidad del petróleo</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Los orígenes del petróleo; nombres comerciales y usos de los productos de su destilación; grado de acidez e índice de cetano del petróleo; octanaje de la gasolina.</li> <li>❖ Producción, consumo y reservas a nivel nacional y mundial; necesidad de sustitutos.</li> </ul>

Sector de aprendizaje	Aprendizajes Esperados
Matemáticas	<p><i>Unidad de Números</i></p> <p>Se espera que al término de la unidad los alumnos y alumnas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Resuelven problemas que involucren operaciones aritméticas con enteros, decimales y fracciones, describiendo y analizando sus procedimientos de resolución.</li> <li>❖ Estiman y analizan resultados en la realización de cálculos y en la resolución de problemas y los ajustan a sus características.</li> <li>❖ Interpretan la información que proporciona la calculadora.</li> <li>❖ Diferencian entre números enteros, racionales e irracionales; los caracterizan, los expresan en notación decimal y señalan su ubicación relativa en una recta numérica.</li> </ul> <p><i>Unidad de Variaciones Proporcionales</i></p> <p>Leen e interpretan gráficos de uso habitual en los medios de comunicación o que reflejan situaciones próximas a su experiencia.</p>
Química	<p><i>Unidad del petróleo</i></p> <p>Se espera que al término de la unidad los alumnos y alumnas indaguen acerca de las variaciones de la producción, consumo y reservas nacionales y mundiales de petróleo y sus derivados.</p>

**Referencias del Contexto Curricular del Liceo San José de Requínoa**

La planificación y estrategias de aprendizaje basadas en el modelo T, son las siguientes:

<b>PLANIFICACION MODELO "T"</b>		<b>Período: ANUAL</b>
Subsector de Aprendizaje : MATEMÁTICA		Nivel : 1º Medio AÑO : 2008
<b>CONTENIDOS</b>	<b>MEDIOS</b>	<b>METODOS</b>
1.- Geometría 2.- Números 3.- Álgebra 4.- Variaciones proporcionales		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comentarios grupales.</li> <li>- Investigaciones.</li> <li>- Disertaciones.</li> <li>- Uso de software educativo</li> <li>- Utilización de fuentes de información.</li> <li>- Manejo de material didáctico.</li> <li>- Utilización de calculadora.</li> <li>- Uso de recursos audiovisuales.</li> <li>- Técnicas de construcción y organización del conocimiento.</li> <li>- Ejemplos de actitudes vivenciadas.</li> </ul>
<b>DESTREZAS - CAPACIDADES</b>	<b>FINES</b>	<b>ACTITUDES - VALORES</b>
<b>Capacidad 1: Comprensión</b>		<b>Valor 1: Responsabilidad</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparar</li> <li>• Analizar</li> <li>• Inducir y Deducir</li> <li>• Sintetizar</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Firmeza</li> <li>• Honestidad</li> <li>• Perseverancia</li> <li>• Compromiso</li> </ul>
<b>Capacidad 2: Pensamiento y Sentido Critico</b>		<b>Valor 2: Solidaridad</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentar</li> <li>• Interpretar</li> <li>• Discernir</li> <li>• Evaluar</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Servicio</li> <li>• Humildad</li> <li>• Respeto</li> <li>• Sensibilidad</li> </ul>
<b>Capacidad 3: Acceder a fuentes de información</b>		<b>Valor 3: Amor</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Clasificar</li> <li>• Confiabilidad de las fuentes de información</li> <li>• Reestructurar</li> <li>• Insertar</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dulzura</li> <li>• Fidelidad</li> <li>• Comprensión</li> <li>• Amabilidad</li> </ul>
<b>Capacidad 4: Resolver problemas</b>		<b>Valor 4: Colaboración</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Establecer patrones generales</li> <li>• Abstraer</li> <li>• Desarrollar estrategias o procedimientos.</li> <li>• Aplicar</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Disposición</li> <li>• Diálogo</li> <li>• Entrega</li> <li>• Constancia</li> </ul>

<b>PLANIFICACION MODELO "T"</b>		<b>Período: 2º Semestre</b>
Subsector de Aprendizaje : MATEMÁTICA Nivel : 1º Medio AÑO : 2008		
<b>CONTENIDOS</b>	<b>MEDIOS</b>	<b>METODOS</b>
<b>Unidad: NÚMEROS</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Destreza intelectual: aplicar.</li> <li>2. Actitud: respeto.</li> <li>3. Números naturales y enteros.               <ol style="list-style-type: none"> <li>3.1. Resolución de desafíos y problemas numéricos orientados a la identificación de regularidades numéricas.</li> <li>3.2. Los números enteros como necesidad de ampliación de los números naturales. Aspectos históricos.</li> <li>3.3. Representación geométrica.</li> <li>3.4. Uso de los números enteros para cuantificar, ordenar y comparar magnitudes.</li> </ol> </li> <li>4. Números racionales               <ol style="list-style-type: none"> <li>4.1. Los números racionales como necesidad de ampliación de los números naturales y enteros. Comentarios históricos.</li> <li>4.2. Caracterización decimal de los números racionales.</li> <li>4.3. Ubicación de números racionales en la recta numérica.</li> <li>4.4. Uso de números racionales, tanto en su forma decimal como fraccionaria, para ordenar, comparar, estimar, medir y calcular.</li> <li>4.5. Notación científica y potencias de base racional y exponente entero.</li> <li>4.6. Uso de la calculadora en el trabajo con números fraccionarios y decimales.</li> <li>4.7. Resolución de problemas no rutinarios.</li> </ol> </li> <li>5. Números irracionales y reales               <ol style="list-style-type: none"> <li>5.1. Los números irracionales como necesidad de ampliación de los números racionales. Aspectos históricos.</li> <li>5.2. Los números reales y la recta numérica real.</li> <li>5.3. Construcción de números decimales no periódicos.</li> <li>5.4. Ubicación de números reales en la recta numérica.</li> <li>5.5. Aproximaciones y estimaciones de números reales. Limitaciones de la calculadora en relación con truncar y aproximar decimales.</li> <li>5.6. Resolución de problemas no rutinarios</li> </ol> </li> </ol>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Discusiones y comentarios grupales.</li> <li>- Uso de software educativo.</li> <li>- Uso de fuentes de información.</li> <li>- Uso de recursos audiovisuales.</li> <li>- Técnicas de construcción y organización del conocimiento.</li> <li>- Uso de calculadora.</li> <li>- Uso de la regla y el compás.</li> <li>- Ejemplos de actitudes vivenciadas.</li> </ul>
<b>DESTREZAS - CAPACIDADES</b>	<b>FINES</b>	<b>ACTITUDES - VALORES</b>
<b>Capacidad 1:</b> Acceder a fuentes de información	<b>Valor 1:</b> Responsabilidad	
Destrezas: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Clasificar</li> <li>• Confiabilidad de las fuentes de información</li> </ul>	Actitudes: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Honestidad</li> <li>• Perseverancia</li> <li>• Compromiso</li> </ul>	
<b>Capacidad 2:</b> Resolver Problemas	<b>Valor 2:</b> Solidaridad	
Destrezas: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicar</li> <li>• Desarrollar estrategias o procedimientos</li> <li>• Establecer patrones generales</li> </ul>	Actitudes: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Servicio</li> <li>• Humildad</li> <li>• Respeto</li> </ul>	

CAPACIDAD		ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE 1		VALOR
Resolver problemas				Solidaridad
Destreza	Contenido	Método	Actitud	
Aplicar	Los números reales en el análisis de problemas de Química que se relacionan con el Petróleo	Mediante el uso de la calculadora, discusiones y comentarios grupales, técnicas de construcción y organización del conocimiento	Potenciando la actitud de respeto en el trabajo realizado	
Actividades de Implementación				
<b>Presentación</b>	: a) Conocer la estrategia de aprendizaje. b) Ejemplificar la actitud de respeto con vivencias de un relato oral y/o escrito.			
<b>Desarrollo</b>	: a) Identificar, utilizando la técnica SQA, los conocimientos previos acerca del tema del petróleo (Lo que sé) y las motivaciones sobre este tema (Lo que quiero saber). b) Observar y comentar una presentación en PowerPoint relativa al consumo de petróleo en el mundo. (DVD Room interactivo, División de Educación General – Nivel de Enseñanza Media. Chile) c) En grupos de cuatro alumnos desarrollar una guía de trabajo, en la cual deben: <ul style="list-style-type: none"> <li>Reconocer que el barril de petróleo es la unidad de volumen con la cual se transa el petróleo en el mundo financiero.</li> <li>Comprobar que un recipiente de forma de cilindro recto, cuya altura y diámetro de la base miden 60 cm y 30 cm, respectivamente, tiene un volumen aproximado al de un barril de petróleo. Se dispondrá en la sala de clases de una maqueta del barril a escala real e instrumentos para medir sus longitudes.</li> <li>Clasificar los barcos petroleros según el volumen de petróleo que pueden transportar.</li> <li>Realizar comparaciones de los volúmenes de petróleo que se consume en diversos países y en distintos períodos de tiempo, para lo cual deberán apoyarse en gráficos y/o tablas con información cuantitativa.</li> <li>En cada uno de los cálculos anteriores, efectuar aproximaciones o redondeos de los números decimales utilizados.</li> <li>Utilizar la función "fix" de la calculadora científica Cassio Fx para efectuar aproximaciones o redondeos.</li> </ul>			
<b>Cierre</b>	: A través de una puesta en común: <ul style="list-style-type: none"> <li>Realizar actividad de síntesis usando la pregunta final de la técnica SQA: ¿qué aprendí?</li> <li>Destacar la importancia de los números decimales y, en particular, del número <math>\pi</math>, para realizar cálculos y comparaciones de volúmenes de petróleo transportados o transados en el mercado.</li> <li>Reflexionar acerca de la actitud de Respeto con que asumieron las tareas realizadas.</li> </ul>			
Subsector	Nivel	Período	Duración (Hrs. Pedagógicas)	
Matemática	1° Medio	Segundo Semestre	2 Horas	

CAPACIDAD		ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE 2		VALOR
Resolver problemas				Solidaridad
Destreza	Contenido	Método	Actitud	
Aplicar	Los números reales en el análisis de problemas de Química que se relacionan con el Petróleo	Mediante uso de calculadora, discusiones y comentarios grupales, técnicas de construcción y organización del conocimiento	Potenciando la actitud de respeto en el trabajo realizado	
Actividades de Implementación				
<b>Presentación</b>	: a) Conocer la estrategia de aprendizaje. b) Ejemplificar la actitud de respeto con vivencias de un relato oral y/o escrito.			
<b>Desarrollo</b>	: a) Identificar, utilizando la técnica SQA, los conocimientos previos acerca de las reservas mundiales de petróleo y los problemas asociados (Lo que sé) y las motivaciones sobre este tema (Lo que quiero saber). b) Observar y comentar una presentación en PowerPoint relativa a las reservas de petróleo en el mundo (DVD Room interactivo, División de Educación General – Nivel de Enseñanza Media Chile) c) En grupos de cuatro alumnos desarrollar una guía de trabajo, en la cual deben: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Analizar, cuantitativamente, gráficos y tablas con información acerca de las reservas de petróleo en el mundo, promedio de producción diaria y la tasa de consumo.</li> <li>• Conocer la función de la ecología matemática y, en particular, el concepto de modelo matemático.</li> <li>• Analizar la fórmula de la ecología matemática, que permite hacer un estudio del agotamiento de los recursos naturales no renovables, en función del crecimiento de la población y, en particular, conocer la importancia del número “e” en esta fórmula.</li> <li>• Realizar cálculos estimativos con respecto al agotamiento de diversos recursos naturales y, en particular, con respecto al petróleo.</li> <li>• En cada uno de los cálculos realizados, efectuar aproximaciones y redondeos.</li> <li>• Utilizar la función “fix” de la calculadora científica para efectuar aproximaciones o redondeos.</li> </ul>			
<b>Cierre</b>	: A través de una puesta en común: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Realizar actividad de síntesis usando la pregunta final de la técnica SQA: ¿qué aprendí?</li> <li>• Destacar la importancia del número “e” en fórmulas de ecología matemática.</li> <li>• Reflexionar acerca de la actitud de Respeto con que asumieron las tareas realizadas.</li> </ul>			
Subsector	Nivel	Período	Duración (Hrs. Pedagógicas)	
Matemática	1° Medio	Segundo Semestre	2 Horas	

CAPACIDAD		ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE 3		VALOR
Resolver problemas				Solidaridad
Destreza	Contenido	Método	Actitud	
Aplicar	Los números reales en el análisis de problemas de Química que se relacionan con el Petróleo	Mediante uso de calculadora, discusiones y comentarios grupales, técnicas de construcción y organización del conocimiento	Potenciando la actitud de respeto en el trabajo realizado	
Actividades de Implementación				
<b>Presentación</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>a) Conocer la estrategia de aprendizaje.</li> <li>b) Ejemplificar la actitud de respeto con vivencias de un relato oral y/o escrito.</li> </ul>			
<b>Desarrollo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>a) Identificar, utilizando la técnica SQA, los conocimientos previos acerca de del tiempo que nos durará el petróleo y los problemas asociados (Lo que sé) y las motivaciones sobre este tema (Lo que quiero saber).</li> <li>b) Comentar el documento “<i>El Mundo ante el Cenit del Petróleo</i>” de la Asociación para el Estudio de los Recursos Energéticos (<a href="http://www.crisisenergetica.org/ficheros/El_mundo_ante_el_cenit_del_petroleo.pdf">http://www.crisisenergetica.org/ficheros/El mundo ante el cenit del petroleo.pdf</a>)</li> <li>c) En grupos de cuatro alumnos desarrollar una guía de trabajo, en la cual deben: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Analizar el concepto de “Logaritmo Natural”, apoyándose en el uso de una calculadora científica.</li> <li>• Obtener, mediante una calculadora científica, el valor de expresiones con logaritmos naturales. Aproximar estos resultados.</li> <li>• Analizar la fórmula que permite calcular el tiempo que durará el petróleo, en función de: las reservas existentes, el consumo anual y la tasa de crecimiento de la población.</li> <li>• De acuerdo con los datos que se tenían hasta el año 2006, determinar mediante la fórmula el año en que se agotará el petróleo.</li> </ul> </li> </ul>			
<b>Cierre</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>: A través de una puesta en común: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Realizar actividad de síntesis usando la pregunta final de la técnica SQA: ¿qué aprendí?</li> <li>• Destacar la importancia de la función logaritmo natural en fórmulas de ecología matemática y el tipo de números decimales que se obtienen.</li> <li>• Reflexionar acerca de la actitud de Respeto con que asumieron las tareas realizadas.</li> </ul> </li> </ul>			
Subsector	Nivel	Período	Duración (Hrs. Pedagógicas)	
Matemática	1° Medio	Segundo Semestre	2 Horas	

**CAPACIDAD**

Resolver problemas

**ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE 4****VALOR**

Solidaridad

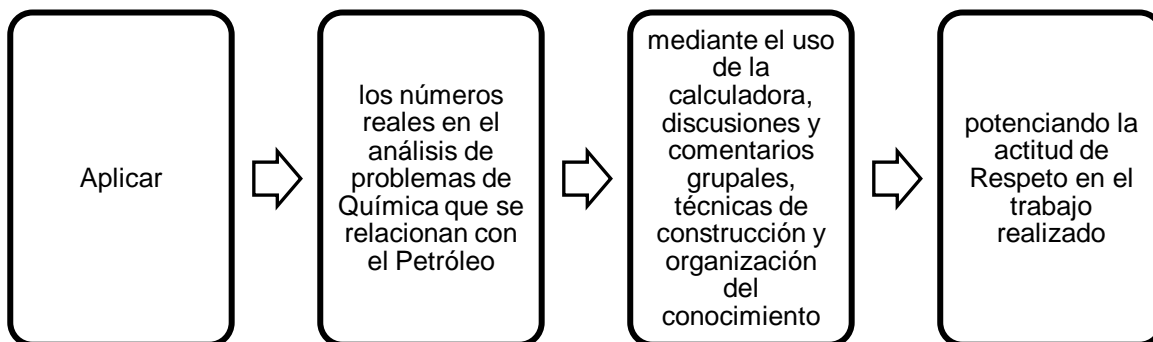
Destreza	Contenido	Método	Actitud
Aplicar	Los números reales y la interpretación de gráficos y tablas, en el análisis de problemas de Química que se relacionan con el Petróleo	Mediante uso de calculadora, discusiones y comentarios grupales, técnicas de construcción y organización del conocimiento	Potenciando la actitud de respeto en el trabajo realizado
<b>Actividades de Implementación</b>			
<b>Presentación</b>	: a) Conocer la estrategia de aprendizaje. b) Ejemplificar la actitud de respeto con vivencias de un relato oral y/o escrito.		
<b>Desarrollo</b>	: a) Identificar, utilizando la técnica SQA, los conocimientos previos acerca de los producción y consumo de loa recursos petrolíferos en Chile y los problemas asociados (Lo que sé) y las motivaciones sobre este tema (Lo que quiero saber). b) Comentar artículo del diario la Tercera de Chile, sección "Icarito", titulado: " <i>Chile, Panorama incierto</i> " c) Conocer gráficos y tablas, del sitio " <i>Index Mundi</i> ", relacionados con la producción y consumo de petróleo en el mundo ( <a href="http://www.indexmundi.com/energy.aspx?country=cl&amp;product=oil&amp;graph=consumption">http://www.indexmundi.com/energy.aspx?country=cl&amp;product=oil&amp;graph=consumption</a> ) d) En grupos de cuatro alumnos desarrollar una guía de trabajo, en la cual deben: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Leer e interpretar gráficos y tablas relacionadas con la producción y consumo de petróleo en Chile.</li> <li>• Comparar las reservas mundiales de petróleo con las reservas que posee Chile.</li> </ul>		
<b>Cierre</b>	: A través de una puesta en común: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Realizar actividad de síntesis usando la pregunta final de la técnica SQA: ¿qué aprendí?</li> <li>• Destacar la importancia del uso de tablas y gráficos para comunicar y analizar información cuantitativa y cualitativa.</li> <li>• Reflexionar acerca de la actitud de Respeto con que asumieron las tareas realizadas.</li> </ul>		
<b>Subsector</b>	<b>Nivel</b>	<b>Período</b>	<b>Duración (Hrs. Pedagógicas)</b>
Matemática	1° Medio	Segundo Semestre	2 Horas



## Guía 1

# Comparando volúmenes de petróleo

### Estrategia de aprendizaje:




Reúnete con tres compañeros y resuelvan la siguiente guía de trabajo.

### Actividad 1: Reflexión inicial

Responde a las siguientes preguntas:

- ❖ ¿Qué sé acerca del tema del petróleo?

---

- ❖ ¿Qué quiero saber acerca del tema del petróleo?

---

### Actividad 2: ¿Qué es un barril de petróleo?

El barril de petróleo es una unidad de volumen equivalente a 42 galones estadounidenses, que, a su vez, equivalen a 158,9873 litros aproximadamente.

Si aproximamos este último número a las milésimas, ¿cómo queda expresado?



---

Y si lo aproximamos a las décimas, ¿cómo lo expresarías?



\_\_\_\_\_

Si aproximamos a la unidad, ¿a cuántos litros equivale un barril de petróleo?



\_\_\_\_\_

Dependiendo de la densidad del petróleo, la masa de un barril de petróleo está entre 119 kg y 151 kg., en esta guía trabajaremos con una masa promedio de los valores anteriores, ¿cuál será el valor de esta masa promedio?



\_\_\_\_\_

La medida de barril de crudo es particular a la industria de petróleo. Aunque creada en EE.UU. de América, se ha convertido en un estándar mundial, aunque en otros continentes es también común oír referencias al volumen de crudo en metros cúbicos o toneladas, estas últimas regularmente utilizadas por las empresas navieras que transportan petróleo. Aún así, la mayoría de las empresas y países convierten todas sus cifras de producción, exportación, consumo, etc., en barriles para hacer sus reportes, ya que prácticamente todos los análisis mundiales petroleros se hacen usando esta medida<sup>2</sup>.

Con el propósito de efectuar comparaciones entre diferentes volúmenes de petróleo, adoptaremos un modelo físico de un barril, para ello consideremos un cilindro recto de diámetro 47 cm. y altura 93 cm., ver figura 1.

A continuación calcularemos el volumen de este “barril-modelo”, para ello recordemos que el volumen de un cilindro recto se obtiene con la siguiente fórmula:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

¿Cuánto mide el radio del barril-modelo?



\_\_\_\_\_

Si aplicas la fórmula anterior, ¿cuál es el volumen en cm<sup>3</sup> de este barril-modelo? Aproxima el resultado a la unidad.



\_\_\_\_\_

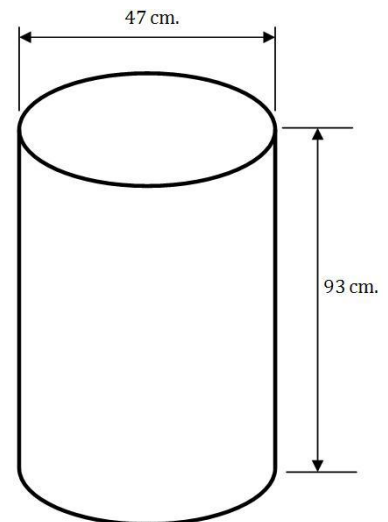


Figura 1

<sup>2</sup> Información extraída desde el sitio [http://www.tecnologiahechapalabra.com/negocios/reporte\\_bursatil/glosario/articulo.asp?i=1916](http://www.tecnologiahechapalabra.com/negocios/reporte_bursatil/glosario/articulo.asp?i=1916)

Si un litro equivale a  $1.000 \text{ cm}^3$ , ¿a cuántos litros equivale la capacidad del barril-modelo?



### Actividad 3: Los barcos petroleros

Los barcos petroleros se clasifican<sup>3</sup> según su capacidad de carga en:

- ❖ **VLCC** (*Very Large Crude Carrier*), con una capacidad de más de 200.000 toneladas.
- ❖ **ULCC** (*Ultra Large Crude Carrier*), con una capacidad de más de 300.000 toneladas.
- ❖ **Suezmax**, que indica navíos que pueden transitar por el Canal de Suez, con una capacidad de entre 125.000 y 200.000 toneladas.
- ❖ **Aframax**, derivada de la *Average Freight Rate Assessment*, con una capacidad de entre 80.000 y 125.000 toneladas.
- ❖ **Panamax**, que indica navíos que pueden transitar por el Canal de Panamá, con una capacidad de entre 50.000 y 79.000 toneladas.

Anteriormente acordamos que la masa promedio de un barril de petróleo es de 135 Kg, de acuerdo con este valor determina la cantidad de barriles que puede transportar cada uno de los barcos mencionados en la clasificación anterior. Aproxima los resultados a la unidad y usa el hecho de que una tonelada equivale a 1.000 unidades.

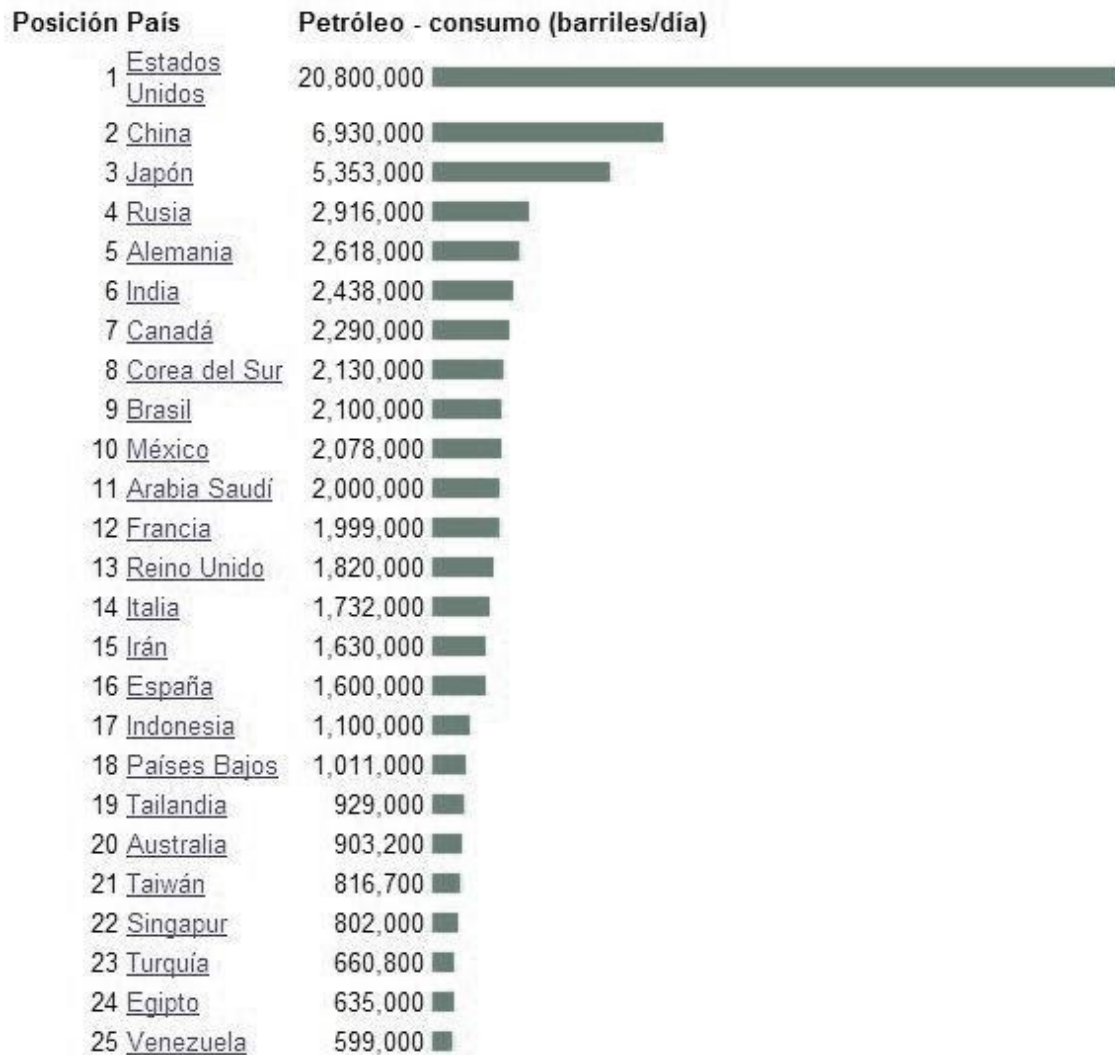
- a) VLCC : \_\_\_\_\_
- b) ULCC : \_\_\_\_\_
- c) Suezmax : \_\_\_\_\_
- d) Aframax : \_\_\_\_\_
- e) Panamax : \_\_\_\_\_



<sup>3</sup> Extraído de [http://es.wikipedia.org/wiki/Buque\\_petrolero](http://es.wikipedia.org/wiki/Buque_petrolero)

## Actividad 4: Manejando grandes volúmenes de petróleo

De acuerdo con el siguiente gráfico, responde a las preguntas:



Extraído de <http://www.indexmundi.com/g/r.aspx?v=91&l=es>

- ❖ ¿Cuántos barcos VLCC de 250.000 toneladas se necesitan para abastecer diariamente a Estados Unidos?



- ❖ ¿Cuántos barcos ULCC de 320.000 toneladas se necesitan para abastecer diariamente a los cinco países que más consumen petróleo en el mundo?



---

- ❖ ¿Cuántos barcos Panamax de 60.000 toneladas se necesitan para abastecer a China durante un año?



---

- ❖ Considere a un barco Aframax de 100.000 toneladas, ¿es capaz de abastecer a Turquía durante un día?



---

### *Actividad 5: ¿Cuánto petróleo nos queda?*

A finales de 2006, las reservas mundiales probadas de petróleo ascendían a 164.500 millones de toneladas, equivalentes a 1,21 billones de barriles.

El petróleo es la principal fuente de energía del planeta, pero no es eterna. AL ritmo actual, las reservas de los países de la OPEP (Organización de Países Exportadores de Petróleo) durarán 80 años. Los demás productores, entre los que destacan Rusia, Estados Unidos y China, podrán seguir extrayendo su petróleo sólo durante los próximos 20 años.


La OPEP posee en las reservas de sus once países miembros aproximadamente el 80% del billón de barriles que se calcula que el planeta guarda aún en sus entrañas<sup>4</sup>.

Completa la tabla siguiente, aproximando a las décimas en caso que sea necesario:

---

<sup>4</sup> Información extraída desde el sitio [http://www.ideal.es/apoyos/graficos/reservas\\_petroleo.html](http://www.ideal.es/apoyos/graficos/reservas_petroleo.html)

### Países del mundo con más petróleo en su subsuelo

País	Porcentaje sobre el total de reservas mundiales	Miles de barriles de petróleo
Arabia Saudí	21,9	
Irán	11,4	
Irak	9,5	
Emiratos Árabes Unidos	8,1	
Kuwait	8,4	
Venezuela	6,6	
Rusia	6,6	
Libia	3,4	
Nigeria	3	
Estados Unidos	2,5	
China	1,3	
México	1,1	

Fuente: BP statistical review of world energy June 2007 (Datos de 2006)

### Actividad 6: Cálculos curiosos

- a) Si colocáramos en fila todos los barriles-modelo de petróleo que consume Estados Unidos en un día, ¿qué longitud en Km alcanzaría esta fila?



\_\_\_\_\_

- b) Si con todos los barriles-modelo que consume China en un día, hiciéramos una columna, ¿qué altura en Km alcanzaría?



\_\_\_\_\_

- c) Si con todos los barriles-modelo que consume Estados Unidos en un año, hiciéramos una fila, ¿qué longitud en Km alcanzaría?



\_\_\_\_\_

### Actividad 7: Sintetizando lo aprendido

Ahora junto a tus compañeros de curso y profesor harán una síntesis de lo tratado, para ello se responderá a la siguiente pregunta:

¿Qué aprendí acerca del tema del petróleo?

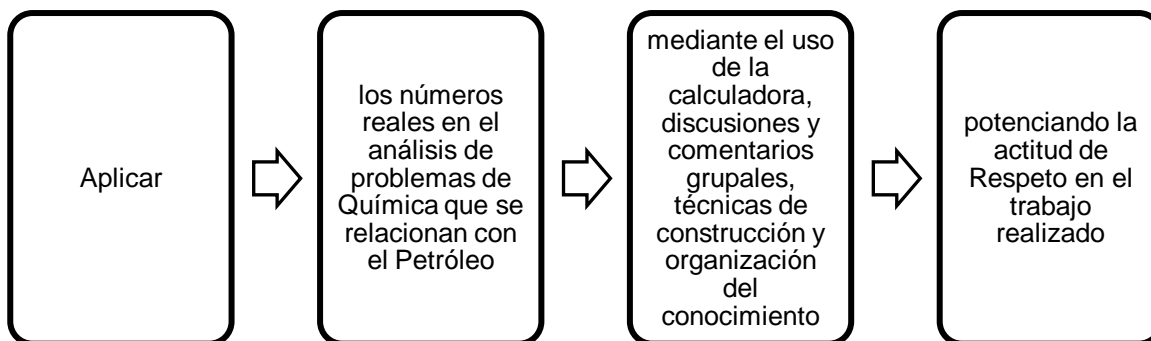


\_\_\_\_\_

## Guía 2

# ¿Cuánto petróleo necesitamos?

Estrategia de aprendizaje:




Reúnete con tres compañeros y resuelvan la siguiente guía de trabajo.

### *Actividad 1: Reflexión inicial*

Responde a las siguientes preguntas:

- ❖ ¿Qué sé acerca de las fórmulas de cómo se cuantifica el petróleo?



- ❖ ¿Qué quiero saber acerca de las fórmulas de cómo se cuantifica el petróleo?



## Actividad 2: La Ecología Matemática y el número “e”

La **ecología matemática**<sup>5</sup> es el estudio de la distribución y abundancia de los seres vivos y cómo esas propiedades son afectadas por la interacción entre individuos y el medio ambiente.

El medio ambiente incluye propiedades como el clima y la geografía, y también los demás organismos que comparten el hábitat.

Las matemáticas son un lenguaje que nos permite describir modelos para entender como ciertos mecanismos pueden producir un fenómeno en particular.

Con el propósito de estudiar la cantidad de petróleo consumido y el tiempo que nos puede alcanzar, utilizaremos fórmulas matemáticas que contienen un número muy especial denominado “e” y una función matemática llamada “logaritmo natural”. A continuación nos adentraremos en el estudio de cada uno de estos conceptos y cómo la tecnología – calculadora científica y software matemático - nos pueden ayudar a manejar con mayor facilidad dichas fórmulas.

### La importancia del número “e” en ecología matemática

Las calculadoras científicas traen una tecla que en modo directo trae la función logaritmo natural y en modo inverso (Shift), la opción para obtener el número “e”. Para obtener el número “e” se debe presionar las teclas en el siguiente orden:



La calculadora nos entrega sólo nueve cifras decimales. En cambio, si utilizamos un software matemático como Derive, podemos obtener muchísimas cifras decimales, por ejemplo, el número “e” con 1.000 cifras decimales es:

**e**

2,71828182845904523536028747135266249775724709369995  
9574966967627724076630353547594571382178525166427427  
4663919320030599218174135966290435729003342952605956  
3073813232862794349076323382988075319525101901157383  
4187930702154089149934884167509244761460668082264800  
1684774118537423454424371075390777449920695517027618  
386062613313845830007520449338265602976067371132007093287091  
274437470472306969772093101416928368190255151086574637721112  
523897844250569536967707854499699679468644549059879316368892  
300987931277361782154249992295763514822082698951936680331825  
288693984964651058209392398294887933203625094431173012381970  
684161403970198376793206832823764648042953118023287825098194  
558153017567173613320698112509961818815930416903515988885193  
458072738667385894228792284998920868058257492796104841984443  
634632449684875602336248270419786232090021609902353043699418  
491463140934317381436405462531520961836908887070167683964243  
781405927145635490613031072085103837505101157477041718986106  
87396965521267154688957035035

<sup>5</sup> <http://nucleomilenio.dim.uchile.cl/download.php?file=6549c9db6c3c4735c5d1b3f6d9d2538a.ppt&code=27>






- a) En el desarrollo anterior, ¿observas algún grupo de cifras que se repite en forma periódica?



- b) Obviamente, trabajar con tantas cifras es impensable, por ello trabajaremos aproximando el número “e”.

En cada caso, aproxima el número “e” a las cifras indicadas:

A las décimas	e =	
A las centésimas	e =	
A las milésimas	e =	







Haciendo uso de la calculadora científica, obtendremos el valor de expresiones con potencias cuya base es el número “e”, para ello observa el siguiente ejemplo:

¡Comprueba con tu calculadora!

Expresión	Ingreso de la expresión en la calculadora	Respuesta
$e^{0,02}$	SHIFT ln 0.02 =	1.02020134 $\approx$ 1.02 a las centésimas
$e^{-0,0075}$	SHIFT ln ( (-) 0.0075 ) =	0.22313016 $\approx$ 0.22 a las centésimas
$e^{0,02} - 1$	SHIFT ln 0.02 - 1 =	0.02020134 $\approx$ 0.02 a las centésimas

- c) Con tu calculadora encuentra el valor de las siguientes expresiones y aproxima el valor a las milésimas:

Expresión	Resultado
$2,5 \cdot (e^{0,34} - 1)$	
$4,6 \cdot (e^{-0,03} - 1)$	

Expresión	Resultado
$\frac{1,75 \cdot (e^{1,5} - 1)}{1,5}$	
$\frac{3,8 \cdot (e^{0,08} - 1)}{0,08}$	

- d) Junto a tus compañeros de curso y profesor, sinteticen lo aprendido hasta el momento, mediante la respuesta a la siguiente pregunta: ¿qué tipo de número decimal es “e”?



### *Actividad 3: Una fórmula para calcular el petróleo que necesitamos*

Para estudiar el “agotamiento de las reservas naturales” se utiliza la siguiente fórmula<sup>6</sup>:

$$A = \frac{A_0}{k} \cdot (e^{kt} - 1)$$

Esta fórmula se basa en el supuesto de que si la población humana aumenta exponencialmente, entonces el consumo de energía derivada del petróleo, carbón, gas natural, uranio, etc., también crecerá exponencialmente.

Esta fórmula nos puede ayudar a calcular la cantidad del recurso natural que necesitamos, en función de tres variables: tiempo de consumo, tasa de crecimiento de la población y consumo actual del recurso natural.

Los términos de la fórmula anterior tienen el siguiente significado:

- A** : Cantidad de las reservas naturales disponibles
- A<sub>0</sub>** : Consumo en un período de tiempo determinado del recurso natural (anual)
- k** : Tasa de crecimiento de la población en el período de tiempo considerado
- t** : Tiempo que nos durará el recurso natural

Observa la presencia en esta fórmula de una potencia de base el número irracional “e”.

### *Ejemplo de aplicación de la fórmula anterior*

En el año 1976 se consumían 21,7 billones de barriles de petróleo anuales y el crecimiento de la población era del 2%, ¿Cuánto petróleo se necesitaba para los próximos 24 años?

- A** : Cantidad de las reservas naturales disponibles a calcular
- A<sub>0</sub>** : 21,7 billones de barriles
- k** : 2% = 0,02
- t** : 24 años

---

<sup>6</sup> Extraída del texto de Matemática para Cuarto Medio de Gonzalo Riera Lira, Mineduc Chile, 2000.

Sustituyendo estos valores en la fórmula anterior, obtenemos:

$$A = \frac{21,7}{0,02} \cdot (e^{0,0224} - 1)$$

Para obtener el resultado utilizaremos una calculadora científica, la fórmula anterior se ingresa de la siguiente forma:

$$(21.7 \div 0.02) \times (\text{SHIFT } \ln (0.02 \times 24) - 1)$$

En el visor de la calculadora aparecerá el siguiente resultado:

$$668.4407264 \approx 668.4 \text{ (Aproximando a las décimas)}$$

Este resultado corresponde a la cantidad de billones barriles de petróleo que se necesitaban, a partir del año 1976, para abastecer a la población durante 24 años.

¿A qué cifra corresponde 668,4 billones de barriles de petróleo?

Corresponde a:  $668,4 \times 10^{12} = 668.400.000.000.000$  barriles de petróleo.

### *Practica lo aprendido*

Completa la siguiente tabla con los datos proporcionados y expresa los resultados aproximando a las décimas:

$A_0$ Billones de barriles	$k$ Tasa anual	$t$ Años	$A$ Billones de barriles
30	1,8%	15	
42	2,2%	50	
54	2,4%	30	
60	2%	45	
75	1,9%	40	

## ¿Para cuántos años nos alcanzará el petróleo?

Consideremos el siguiente titular aparecido en una revista electrónica CONSUMER EROSKI<sup>7</sup>:



El artículo de esta revista señala que “según diversos estudios, en 2002 quedaban en el mundo entre 990.000 millones y 1,1 billones de barriles de crudo por extraer.”

Con el propósito de comparar la afirmación del titular – *al ritmo actual las reservas de petróleo se agotarán antes del 2045* – con la fórmula estudiada anteriormente, utilizaremos los siguientes datos:

- $A$  : Cantidad de las reservas naturales disponibles en el año 2002
- $A_0$  : El consumo promedio de petróleo en el año 2002 fue de 2.900 millones de barriles de petróleo<sup>8</sup>
- $k$  : La tasa de crecimiento de la población era del 1,2% en el año 2002<sup>9</sup>
- $t$  : Utilizaremos los 43 años que hay entre el titular de la revista, año 2002, y el año que se acabará supuestamente el petróleo, año 2045.

Si aplicas la fórmula y expresas el resultado aproximado a las décimas, ¿qué cantidad de petróleo se necesitaba para abastecer al mundo durante los próximos 43 años?




<sup>7</sup> <http://revista.consumer.es/web/es/20040101/medioambiente/>

<sup>8</sup> <http://www.terra.org/articulos/art00898.html>

<sup>9</sup> <http://www.hispanidad.info/1%272.htm>

Si comparamos los resultados de la fórmula con los entregados por la revista, ¿qué puedes concluir?




A large empty rectangular box for writing an answer, with a small cartoon pencil character in the top-left corner.

#### *Actividad 4: Sintetizando lo aprendido*


Ahora junto a tus compañeros de curso y profesor harán una síntesis de lo tratado, para ello responder a la siguiente pregunta:

De acuerdo con la clasificación de los números reales, ¿qué tipo de decimal es el número “e”?




A large empty rectangular box for writing an answer, with a small cartoon pencil character in the top-left corner.

¿Cuál es la importancia del número “e” en la Ecología Matemática?




A large empty rectangular box for writing an answer, with a small cartoon pencil character in the top-left corner.

¿Qué función cumple el modo “Fix” de una calculadora científica?




A large empty rectangular box for writing an answer, with a small cartoon pencil character in the top-left corner.

Con respecto a los números decimales, ¿qué limitaciones presenta una calculadora científica?



A rectangular box for writing an answer. In the top-left corner, there is a small cartoon pencil character with a face, arms, and legs, holding a small notepad.

¿Qué aprendí acerca de cómo se cuantifica el petróleo?

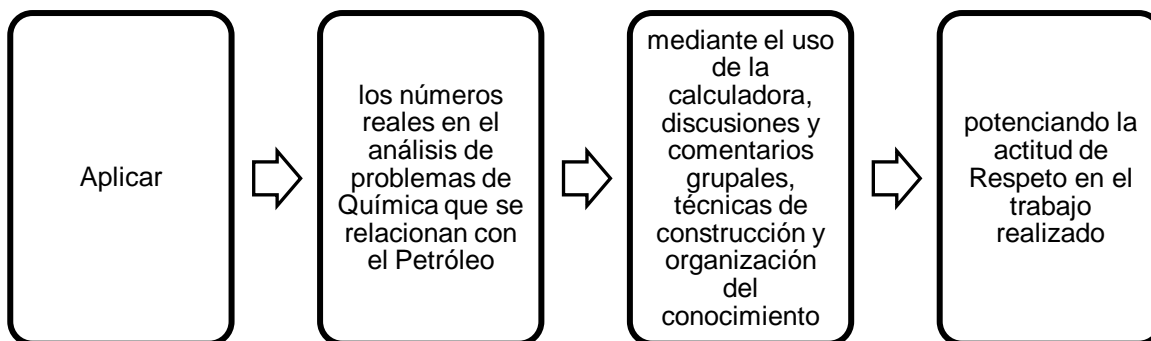


A rectangular box for writing an answer. In the top-left corner, there is a small cartoon pencil character with a face, arms, and legs, holding a small notepad.

## Guía 3

# ¿Cuándo se agotará el petróleo?

Estrategia de aprendizaje:




Reúnete con tres compañeros y resuelvan la siguiente guía de trabajo.

### Actividad 1: Reflexionemos

Responde a las siguientes preguntas:

- ❖ ¿Qué sé acerca de cuándo se agotará el petróleo?



- ❖ ¿Qué quiero saber acerca de cuándo se agotará el petróleo?



### Actividad 2: Los logaritmos naturales en Ecología Matemática

En esta actividad estudiaremos una función matemática llamada “*Logaritmo Natural*”, la cual es de gran utilidad en algunas fórmulas utilizadas en Ecología Matemática. Comenzaremos analizando el concepto de logaritmo natural y, posteriormente, aprenderemos a encontrar, mediante una calculadora científica, el valor de expresiones matemáticas que contienen a esta función.

¿A qué llamamos logaritmo natural?

Los logaritmos naturales permiten expresar cualquier número real como una potencia donde la base es el número  $e = 2,718281\dots$  que estudiamos anteriormente. Para obtener el exponente de la potencia se utiliza la función “ln” de la calculadora científica.

Observa el siguiente ejemplo:



¿Cuál debe ser el valor de  $x$  en la igualdad  $135 = e^x$  ?

Para obtener el valor de  $x$  solo debemos escribir en la calculadora científica:

Ingreso de la expresión en la calculadora	Respuesta
$\ln 135 =$	4.905274778...

Por lo tanto:

$$135 = e^{4,905274778\dots}$$

Responde a las siguientes preguntas:


- ❖ ¿Por qué en el ejemplo anterior se utilizan puntos suspensivos?



- ❖ Utiliza la calculadora y comprueba si el valor la potencia  $e^{4,905274778}$  es 135, ¿qué valor obtienes?, ¿existen diferencias?, explica.



- ❖  $\ln 135 = 4.905274778\dots$ , ¿qué tipo de número decimal representa?





### Practica lo aprendido

1) En cada caso, encuentra el valor de x:

Potencia	Valor de x	Potencia	Valor de x
1) $5 = e^x$		5) $0,34 = e^x$	
2) $0,5 = e^x$		6) $0,025 = e^x$	
3) $24 = e^x$		7) $3,5 = e^x$	
4) $3,75 = e^x$		8) $700 = e^x$	

2) Si  $A = 457$ ,  $B = 200$  y  $k = 0,02$ ; encuentra el valor de las siguientes expresiones:

a)  $\text{Ln}(A + 1)$

d)  $\text{Ln}(A \cdot k + 1)$

b)  $\frac{\text{Ln}(A - 1)}{k}$

e)  $\text{Ln}\left(\frac{A \cdot k}{B} + 1\right)$

c)  $\text{Ln}\left(\frac{A}{B} + 1\right)$

f)  $\frac{\text{Ln}\left(\frac{A \cdot k}{B} + 1\right)}{k}$

### Actividad 3: Fórmula para calcular el tiempo demorará un recurso natural en agotarse

El agotamiento de las reservas naturales es un tema crítico para un desarrollo sustentable y conocer cuánto tiempo nos durará un recurso no renovable constituye un aspecto de suma importancia. La fórmula<sup>10</sup> que estudiaremos a continuación, permite hacer una proyección cuantitativa de cuánto tiempo nos durará un recurso natural en función de las reservas existentes, el promedio de consumo y la tasa de crecimiento de la población.

$$T = \frac{\text{Ln}\left(\frac{A \cdot k}{A_0} + 1\right)}{k}$$

Los términos de la fórmula anterior tienen el siguiente significado:

**A** : Cantidad del recurso natural disponible

**A<sub>0</sub>** : Consumo en un período de tiempo determinado del recurso natural (anual)

**k** : Tasa de crecimiento de la población en el período de tiempo considerado

**T** : Tiempo que nos durará el recurso natural

<sup>10</sup> Extraída del texto de Matemática para Cuarto Medio de Gonzalo Riera Lira, Mineduc Chile, 2000.

Observa la presencia en esta fórmula de un logaritmo natural.

*¿Cómo aplicar la fórmula?*

Considere los siguientes datos:

- A : 2,02 billones de barriles de petróleo
- A<sub>0</sub> : 0,003 billones de barriles de petróleo
- k : 2,5% = 0,025
- T : Tiempo que nos durará el recurso natural

Al substituir estos valores en la fórmula anterior, se obtiene:

$$T = \frac{\text{Ln}\left(\frac{2,02 \cdot 0,025}{0,003} + 1\right)}{0,025}$$

Para calcular el valor de esta expresión mediante la calculadora científica, se debe ingresar la fórmula de la siguiente forma:

$$\ln(2.02 \times 0.025 \div 0.003 + 1) \div 0.025 =$$

En el visor de la calculadora aparece el siguiente resultado:





**115.2427746**

Si aproximamos este resultado a las décimas, se obtiene 115.2, es decir, el petróleo se agotará en 11 años aproximadamente.

*¿En qué año se agotará el petróleo?*


Si a finales de 2006, las reservas mundiales probadas de petróleo ascendían 1,21 billones de barriles<sup>11</sup>. Además, el consumo anual era de 0,03 billones de barriles y la tasa decrecimiento de la población del 1,6%

a) Identifique los datos para esta situación:

- A : \_\_\_\_\_ 
- A<sub>0</sub> : \_\_\_\_\_ 
- k : \_\_\_\_\_ 
- T : \_\_\_\_\_ 

<sup>11</sup> <http://elpetroleo.aop.es/Tema4/Index1.asp>

b) Substituir los valores en la fórmula:



A large empty rectangular box for substituting values into a formula.

c) ¿Qué valor se obtiene?



A large empty rectangular box for the result of a calculation.

d) ¿En qué año se agotará el petróleo?



A large empty rectangular box for the year when oil is exhausted.

*Practica lo aprendido*


Con los datos de la siguiente tabla, calcula, en cada caso, para cuántos años alcanzará el petróleo:

<b>A</b> Billones de barriles	<b>A<sub>0</sub></b> Billones de barriles	<b>k</b> Tasa de crecimiento	<b>T</b> Años
3,25	0,5	1,5%	
0,5	0,02	1,8%	
1,75	0,3	2%	
2,5	0,02	1,5%	

### Actividad 4: Sintetizando lo aprendido


Ahora junto a tus compañeros de curso y profesor harán una síntesis de lo tratado, para ello responder a la siguiente pregunta:

¿Cuál es la importancia de la función logaritmo natural y el número “e” en Ecología Matemática?




A rectangular box for writing the answer to the first question. In the top-left corner, there is a small cartoon pencil character with a face, arms, and legs, holding a small notepad.

De acuerdo con la clasificación de los números reales, ¿qué tipo de números decimales generan, habitualmente, las fórmulas utilizadas en Ecología Matemática?



A rectangular box for writing the answer to the second question. In the top-left corner, there is a small cartoon pencil character with a face, arms, and legs, holding a small notepad.

¿Qué aprendí acerca de cuándo se agotará el petróleo?

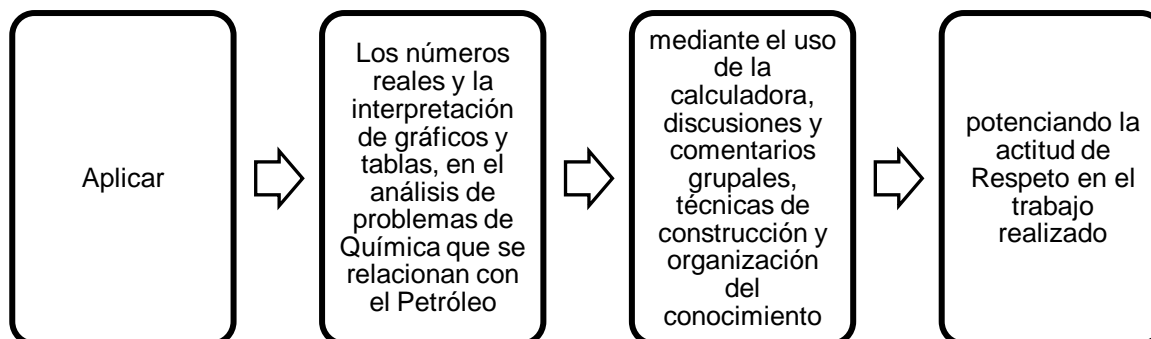


A rectangular box for writing the answer to the third question. In the top-left corner, there is a small cartoon pencil character with a face, arms, and legs, holding a small notepad.

# Guía 4

## El petróleo en Chile

Estrategia de aprendizaje:



Reúnete con tres compañeros y resuelvan la siguiente guía de trabajo.

### Actividad 1: Reflexionemos

Responde a las siguientes preguntas:

- ❖ ¿Qué sé acerca del consumo, producción y reservas de petróleo en Chile?

A rectangular box for writing an answer. In the top-left corner, there is a small cartoon character of a notepad with a face, arms, and legs, holding a pencil.

- ❖ ¿Qué me gustaría saber acerca del tema del Petróleo en Chile?

A rectangular box for writing an answer. In the top-left corner, there is a small cartoon character of a notepad with a face, arms, and legs, holding a pencil.

## Actividad 2: Crisis de la energía en Chile

El siguiente artículo del suplemento Icarito del diario la Tercera, titulado “Chile, Panorama incierto”<sup>12</sup> indica que:

*En las últimas décadas, nuestro país ha crecido enormemente. No solo en cuanto a población, sino, además, en cuanto a desarrollo económico. Esto condiciona un mayor uso de las energías utilizadas y, también, una búsqueda constante de nuevas alternativas que disminuyan la dependencia con los países proveedores.*

*Desde las últimas dos décadas, la población de nuestro país ha aumentado considerablemente. Según estadísticas derivadas del Censo del año 2002, Chile posee una población superior a los 15,7 millones de habitantes, de los cuales más del 85% habita en zonas urbanas.*

*A pesar de este destacado desarrollo, Chile posee escasas reservas de petróleo y lo mismo sucede con el gas natural, siendo estas dos fuentes energéticas primarias las más utilizadas, ya sea en hogares, empresas o instituciones. Por ello, hasta el momento dependemos de nuestros proveedores más inmediatos, por lo que el impulso hacia la utilización de otras y limpias energías es trascendental.*

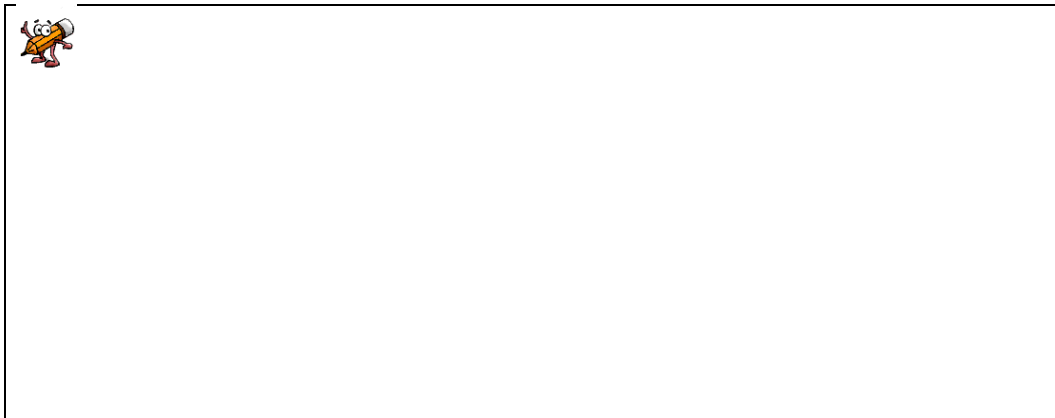
### **Principales fuentes**

*Chile abastece sus necesidades energéticas, principalmente, a través de tres energías: electricidad, gas natural y petróleo. Si bien las centrales hidroeléctricas logran, hasta el momento, satisfacer nuestro consumo, ya se ha planteado la necesidad de contar con nuevas centrales de abastecimiento. En relación al gas natural y el petróleo, los recursos en ocasiones se vuelven escasos, ya que dependemos, en su mayoría, de los países proveedores.*

*Desde Argentina, importamos gran parte del gas natural y del petróleo que consumimos.*

*También se suman para el suministro de petróleo naciones tan lejanas como Nigeria y Angola, abasteciendo cerca del 85% del petróleo que necesitamos.*

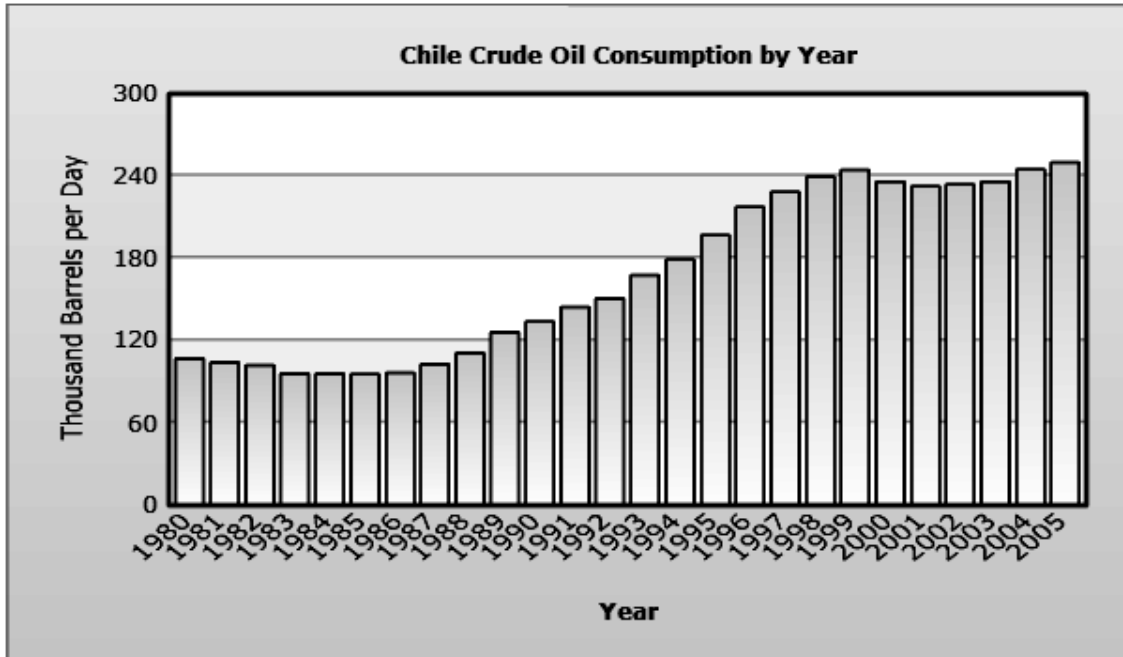
Junto a tus compañeros de curso y profesor comenten el artículo anterior:



<sup>12</sup> [http://www.icarito.cl/medio/articulo/0,0,38035857\\_\\_300052825\\_\\_1,00.html](http://www.icarito.cl/medio/articulo/0,0,38035857__300052825__1,00.html)

### Actividad 3: ¿Cuánto petróleo consume Chile?

El siguiente gráfico muestra la evolución del consumo de petróleo en Chile, entre los años 1980 y 2005. Este consumo se expresa en miles de barriles diarios.



Extraído desde Index Mundi<sup>13</sup>

De acuerdo con este gráfico:

- ❖ ¿Qué puedes concluir acerca de la evolución del consumo de Petróleo en Chile?



Empty response box for the question about the evolution of oil consumption in Chile.


- ❖ ¿Cuál fue el consumo aproximado de petróleo en el año 1995?



Empty response box for the question about the approximate oil consumption in 1995.


<sup>13</sup> <http://www.indexmundi.com/energy.aspx?country=cl&product=oil&graph=consumption>

- ❖ ¿Cuál fue el consumo aproximado de petróleo en los años 1999 y 2004?




Los datos del gráfico anterior se resumen en la tabla adjunta, el consumo se expresa en miles de barriles diarios. De acuerdo con estos datos responde a las siguientes preguntas:


- ❖ ¿Cuál es la diferencia de consumo diario de petróleo entre los años 1980 y 2005?



- ❖ ¿En que años se observa una baja en los promedios diarios de consumo de petróleo?



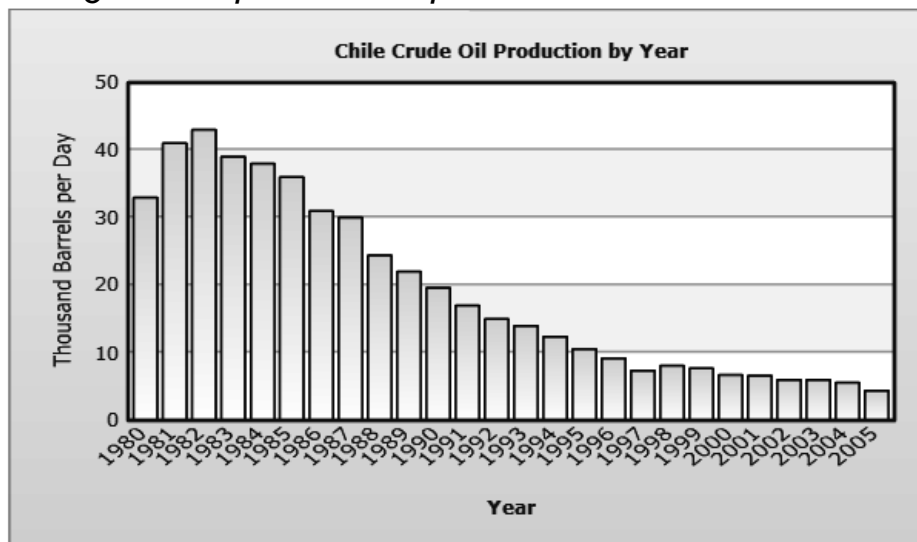
- ❖ ¿Cuántos barriles se consumieron anualmente en Chile en el año 2004?



Año	Consumo
1980	107
1981	104
1982	102
1983	96
1984	95.7
1985	95.5
1986	96.63
1987	102.77
1988	110.8
1989	125.79
1990	133.89
1991	144.37
1992	150.57
1993	167.56
1994	178.87
1995	196.99
1996	217.36
1997	228.18
1998	239.24
1999	244.26
2000	235.9
2001	232.49
2002	233.96
2003	235.77
2004	244.63
2005	250



#### Actividad 4: ¿Cuánto petróleo se produce Chile?



Extraído desde Index Mundi<sup>14</sup>

El gráfico anterior muestra la evolución de la producción de petróleo en Chile, entre los años 1980 y 2005, el cual se expresa en miles de barriles diarios.

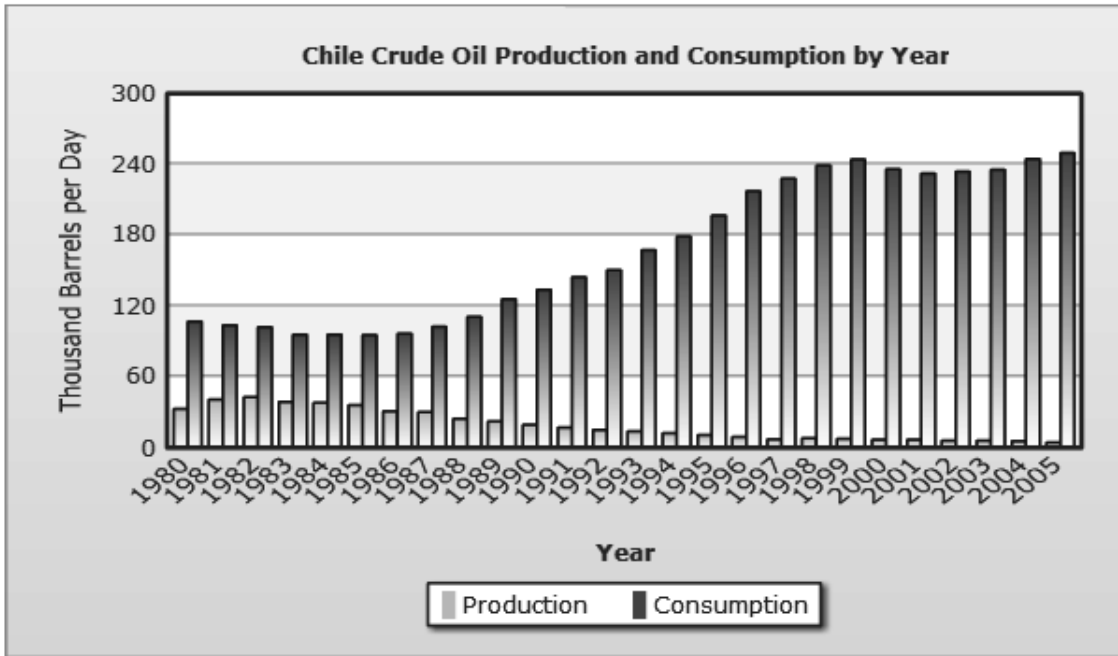
De acuerdo con este gráfico:

- ❖ ¿Cuál fue el año de mayor producción? Aproximadamente, ¿a cuántos barriles diarios de petróleo correspondió?

- ❖ ¿Cómo ha evolucionado la producción diaria de petróleo en Chile?

<sup>14</sup> <http://www.indexmundi.com/energy.aspx?country=cl&product=oil&graph=production>

A continuación se presenta un gráfico en donde se comparan las evoluciones de la producción y consumo diario de petróleo en Chile, en los últimos 26 años:



Extraído desde Index Mundi<sup>15</sup>

De acuerdo con el gráfico anterior, responda a las siguientes preguntas:

- ❖ ¿Cómo han evolucionado en los últimos 26 años la producción y consumo diario de petróleo en Chile?



- ❖ Podemos afirmar que Chile es capaz de autoabastecerse de petróleo. Justica tu respuesta.



<sup>15</sup> <http://www.indexmundi.com/energy.aspx?country=cl&product=oil&graph=production+consumption>

- ❖ En el año 1996, ¿cuántos barriles diarios de petróleo se debieron importar?



Empty box for the answer to the question above.

### *Actividad 5: ¿Cuáles son las reservas de petróleo de Chile?*

Según ENERGLOBAL Guía Mundial de la Energía<sup>16</sup>, en el año 2005 Chile tenía reservas probadas de petróleo de 0,15 miles de millones de barriles de petróleo.

¿A cuántos barriles corresponde esta reserva?



Empty box for the answer to the question above.

Según vimos anteriormente, Chile consume diariamente 250.000 barriles de petróleo. Si Chile no importará petróleo, ¿para cuántos años le alcanzarían las reservas probadas de petróleo?



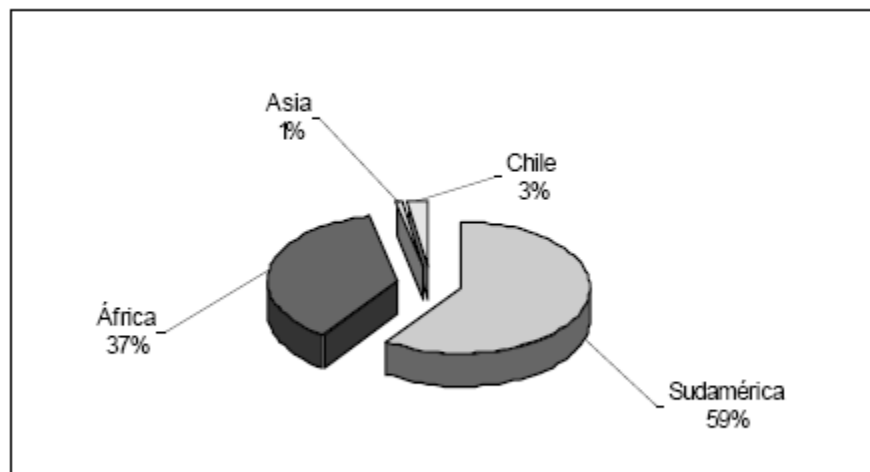
Empty box for the answer to the question above.

---

<sup>16</sup> <http://paises.enerclub.es/>

Según lo que hemos analizado, Chile no es capaz de autoabastecerse, por lo tanto debe importar el crudo de diversos países. El gráfico<sup>17</sup> siguiente muestra, en porcentaje, el origen del petróleo procesado por ENAP (Empresa Nacional del Petróleo)

**ORIGEN DEL CRUDO PROCESADO POR ENAP EN 2005**



Fuente: ENAP

Si en el año 2005, Chile refinaba 25.000 barriles de petróleo al día, completa la siguiente tabla referida a la cantidad de barriles diarios procesados por ENAP, que tienen por origen a Asia; África, Sudamérica y Chile

Origen del petróleo refinado por ENAP	Cantidad de barriles
Asia	
África	
Sudamérica	
Chile	


<sup>17</sup> <http://www.cristaldemira.com/descargas/hcs-GestionEstatat.pdf>

## Actividad 6: Sintetizando lo aprendido

Ahora junto a tus compañeros


Ahora junto a tus compañeros de curso y profesor harán una síntesis de lo tratado, para ello responder a las siguientes preguntas:

¿Cuál es la importancia de los gráficos y tablas en matemáticas?



A rectangular box for writing the answer to the question about the importance of graphs and tables in mathematics. In the top-left corner, there is a small cartoon pencil character with a face, arms, and legs, holding a small notepad.

¿Qué aprendí acerca de la actividad petrolífera en Chile?



A rectangular box for writing the answer to the question about the oil activity in Chile. In the top-left corner, there is a small cartoon pencil character with a face, arms, and legs, holding a small notepad.

## Anexo 2 Indicadores para evaluar el logro de la propuesta de mejoramiento

Categorías	Indicadores	Medición y criterio
1. Impacto de la aplicación de la propuesta de mejoramiento interdisciplinario en el aprendizaje de los estudiantes	<p>1.1 Grado de aceptación de la propuesta por parte de los alumnos.</p> <p>1.2 Grado de aceptación de la propuesta por parte de los profesores.</p> <p>1.3 Mejoramiento de los rendimientos académicos ante la aplicación de una propuesta de mejoramiento.</p>	<p>Se mide en escala de razón utilizando porcentaje.</p> <p>En cada caso, el indicador se da por logrados si la medida es mayor o igual al 50%.</p>
2. Aporte de un modelo de innovación interdisciplinaria para el aprendizaje de Matemáticas y Química.	<p>2.1 La propuesta proporciona un conjunto de cuatro guías de aprendizaje interdisciplinario entre Matemáticas y Química.</p> <p>2.2 La propuesta aporta un modelo para elaborar innovaciones interdisciplinarias entre matemáticas y otro sector de aprendizaje.</p>	<p>Se mide con una escala nominal de afirmación o rechazo.</p> <p>El indicador se entiende logrado si la medición es afirmativa.</p>

Categorías	Indicadores	Medición y criterio
<p>3. Elementos del currículo que favorecen o dificultan la implementación de una propuesta interdisciplinaria.</p>	<p>3.1 El estudio identifica elementos del currículo que facilitan la implementación y aplicación de una propuesta interdisciplinaria.</p> <p>3.2 El estudio identifica elementos del currículo que dificultan la implementación y aplicación de una propuesta interdisciplinaria.</p>	<p>Se mide con una escala nominal de afirmación o rechazo.</p> <p>El indicador se da por logrado si la medición es afirmativa.</p>
<p>4. Sectores de aprendizaje, que de acuerdo con los planes y programas de estudio vigentes en Chile, pueden articularse con el sector de matemáticas de modo implementar y aplicar propuestas interdisciplinarias.</p>	<p>4.1 El estudio identifica los posibles sectores de aprendizaje que se pueden articular con el sector de matemáticas de modo implementar y aplicar propuestas interdisciplinarias</p>	<p>Se mide con una escala nominal de afirmación o rechazo.</p> <p>El indicador se da por logrado si la medición es afirmativa.</p>
<p>5. Secuencias de contenidos y unidades interdisciplinarias de modo que faciliten la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.</p>	<p>5.1 La investigación determina variadas secuencias de contenidos y unidades interdisciplinarias de modo de facilitar el aprendizaje de las matemáticas.</p>	<p>Se mide con una escala nominal de afirmación o rechazo.</p> <p>El indicador se da por logrado si la medición es afirmativa.</p>

Categorías	Indicadores	Medición y criterio
<p>6. Elementos relevantes del currículo que han impedido que lo hecho hasta el momento en el campo de la interdisciplinariedad y las matemáticas no haya progresado como una estrategia más universal.</p>	<p>6.1 La investigación identifica elementos relevantes del currículo que han impedido que la interdisciplinariedad y matemáticas no haya avanzado como una estrategia más universal.</p>	<p>Se mide con una escala nominal de afirmación o rechazo.</p> <p>El indicador se da por logrado si la medición es afirmativa.</p>



## Anexo 3 Cuestionario

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

### Instrucciones

Estimados alumnos, el siguiente cuestionario tiene por objetivo recoger información acerca de cómo esta propuesta de enseñanza de Matemáticas y Química, ha influido en tu aprendizaje y actitudes hacia el estudio de estas disciplinas. Esta información es muy importante, ya que permitirá mejorar futuras propuestas didácticas.

En las preguntas 1 a la 24, debes elegir la opción que consideres más adecuada. En cambio, la pregunta 25 deberás redactar una respuesta.

- 1) Considerando la forma de aprender de otras clases, durante estas clases has aprendido:
  - a) Más
  - b) Igual
  - c) Menos
  
- 2) Con respecto a la forma de enseñanza de otras clases, éstas clases te agradan:
  - a) Más
  - b) Igual
  - c) Menos
  
- 3) De acuerdo con la forma de aprender matemáticas en la Educación Básica, durante estas clases has aprendido:
  - a) Más
  - b) Igual
  - c) Menos
  
- 4) Con respecto a la forma de enseñar matemáticas en la Educación Básica, estas clases te agradan:
  - d) Más
  - e) Igual
  - f) Menos
  
- 5) El uso de la calculadora científica en esta clases:
  - a) Te facilitó el aprendizaje
  - b) Te dificultó el aprendizaje
  - c) Ni te facilitó ni te dificultó el aprendizaje

- 6) Con respecto a la utilización de guías de aprendizaje durante estas clases:
- a) Te facilitaron el aprendizaje
  - b) Te dificultaron el aprendizaje
  - c) Ni te facilitaron ni te dificultaron tu aprendizaje
- 7) Las preguntas iniciales y finales de reflexión de cada clase:
- a) Te facilitaron el aprendizaje
  - b) Te dificultaron el aprendizaje
  - c) Ni te facilitaron ni te dificultaron tu aprendizaje
- 8) En clases de matemáticas:
- a) Trabajo más en esta asignatura que en otras
  - b) Trabajo menos que en otras asignaturas
  - c) Se trabaja igual que en otras asignaturas
- 9) De los minutos de la clase, cuántos dedica el grupo a hablar de temas ajenos a los que se estudian:
- a) Menos de 10 minutos
  - b) De 10 a 15 minutos
  - c) De 15 a 25 minutos
  - d) De Más de 25 minutos
- 10) Cuando surge un problema sobre algún concepto que no entiende el grupo en la clase de matemáticas:
- a) Los resuelve algún compañero del grupo
  - b) Los resolvemos entre todo el grupo
  - c) Solicitamos ayuda a otros grupos
  - d) Solicitamos ayuda al profesor
- 11) Trabajar en grupos durante la clase de matemáticas:
- a) Me retrasa a la hora de aprender
  - b) Me ayuda a aprender más rápido
  - c) Me resulta igual que aprender solo

- 12) Los compañeros del grupo durante la clase de matemáticas:
- a) Colaboran muy bien en la realización del trabajo
  - b) Trabajan bien, pero podrían hacerlo mejor
  - c) Trabajan mal en grupo
- 13) El ambiente general de trabajo en la clase de matemáticas:
- a) Es muy bueno
  - b) Es normal
  - c) Es malo
- 14) Con respecto al aprendizaje de los números decimales, las actividades relacionadas con el petróleo:
- a) Te facilitaron el aprendizaje
  - b) Te dificultaron el aprendizaje
  - c) Ni te facilitaron ni te dificultaron tu aprendizaje
- 15) Eres capaz de aproximar números decimales:
- a) Siempre
  - b) Generalmente
  - c) Ocasionalmente
  - d) Rara vez
- 16) Eres capaz de aplicar fórmulas en donde intervienen números reales:
- a) Siempre
  - b) Generalmente
  - c) Ocasionalmente
  - d) Rara vez
- 17) Eres capaz de distinguir entre número entero, racional e irracional:
- a) Siempre
  - b) Generalmente
  - c) Ocasionalmente
  - d) Rara vez

- 18) Con respecto al aprendizaje del petróleo, las actividades:
- a) Te facilitaron el aprendizaje en Química
  - b) Te dificultaron el aprendizaje en Química
  - c) Ni te facilitaron ni te dificultaron tu aprendizaje en Química
- 19) Respecto del uso eficiente de los recursos naturales y del desarrollo sustentable, has aprendido:
- a) He aprendido nuevas ideas y conceptos
  - b) No he aprendido nada nuevo
- 20) Tu compromiso con el estudio y aprendizaje de las Matemáticas.
- a) Ha mejorado
  - b) Ha disminuido
  - c) Ni ha mejorado ni ha disminuido
- 21) Tu compromiso con el estudio y aprendizaje de la Química:
- a) Ha mejorado
  - b) Ha disminuido
  - c) Ni ha mejorado ni ha disminuido
- 22) Con respecto a otros profesores de otros sectores de aprendizaje, la forma de trabajar del profesor de matemáticas:
- a) Es peor que la de otros profesores
  - b) Es como la de otros profesores
  - c) Es mejor que la de otros profesores
- 23) Con respecto a otros profesores de matemáticas de otros años, la forma de trabajar del profesor de este sector:
- a) Es peor que la de otros profesores
  - b) Es como la de otros profesores
  - c) Es mejor que la de otros profesores
- 24) El profesor de matemáticas:
- a) Debería dirigir más a los grupos
  - b) Debería dar más libertad a los grupos

25) Algunas sugerencias para mejorar el trabajo y la asignatura son:

## Anexo 4 Pauta utilizada por el observador no-participante

Descriptorios:

Siempre (S) – Generalmente (G) – Ocasionalmente (O) – Rara vez (RV)

Hechos observados	Descriptorios	Comentarios
1) Los alumnos durante el desarrollo de las actividades, manifiestan actitudes de:  a) Desagrado		
b) Interés		
c) Sorpresa		
d) Confianza		
e) Inseguridad		
f) Confusión		
g) otra.....		
2) Los alumnos ante una situación problemática:  a) Solicitan la asistencia del profesor		
b) Solicitan ayuda a otros compañeros		
c) Resuelven el problema entre ellos		
3) Los alumnos dan opiniones relacionadas con el uso del petróleo y el desarrollo sustentable.		

Hechos observados	Descriptor	Comentarios
4) Los alumnos relacionan lo aprendido en Química con los conocimientos matemáticos estudiados en clase.		
5) Los alumnos se expresan con claridad		
6) El lenguaje utilizado por el profesor ha facilitado el trabajo de los alumnos en clases.		
7) El profesor debe interrumpir la clase para hacer aclaraciones generales.		
Observaciones generales:		

## Anexo 5 Prueba Final

### Instrucciones

- Antes de comenzar, registra tus datos personales al inicio de la hoja.
- Esta prueba contiene una primera parte con 15 preguntas de selección múltiple (con alternativas). En cada pregunta hay solo una opción correcta. Para responder, puedes marcar la alternativa con cualquier lápiz (de preferencia grafito o pasta azul o negra).
- Marca con una X o un círculo la letra de la alternativa correcta. No se aceptan borrones ni correcciones. Si necesitas realizar cálculos debes utilizar los espacios en blanco de la prueba. No uses hojas anexas.
- La segunda parte es de desarrollo y consta de 2 preguntas. Escribe en la hoja todos tus cálculos.
- El puntaje total de la pruebas es de 36 puntos, la exigencia es de un 60%, es decir, con 22 puntos obtienes la nota mínima de aprobación.

### Ítem de selección múltiple

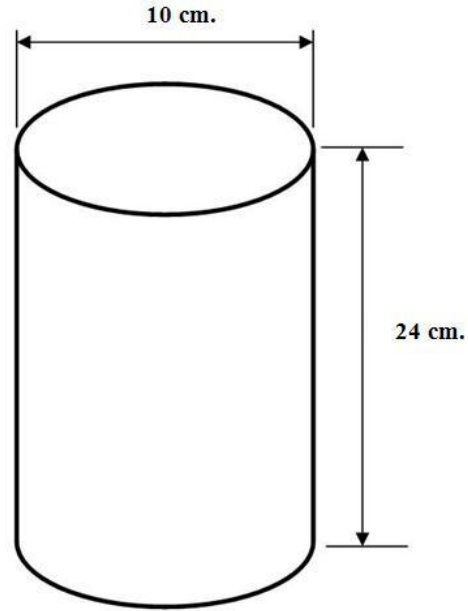
(Cada pregunta vale 2 puntos)

- 1) En el visor de una calculadora se observa el número decimal 12,9345848; este número aproximado a las centésimas es
  - a) 12,9
  - b) 12,93
  - c) 12,935
  - d) 12,9346
- 2) Si el número 2,718281828 lo aproximamos a las milésimas se obtiene
  - a) 2,7
  - b) 2,72
  - c) 2,718
  - d) 2,7183
- 3) Si el número  $\pi = 3,141592654\dots$  lo aproximamos a las décimas se obtiene
  - a) 3
  - b) 3,1
  - c) 3,14
  - d) 3,142
- 4) Si el número  $\sqrt{2} = 1,41421356\dots$  lo aproximamos a las diezmilésimas se obtiene
  - a) 1,41
  - b) 1,42
  - c) 1,4143
  - d) 1,4142



- 5) Si la fórmula para calcular el volumen de un cilindro recto es  $\pi \cdot r^2 \cdot h$ , entonces el volumen del envase cilíndrico de la figura es (use  $\pi \approx 3,1$ )

- a)  $744 \text{ cm}^3$
- b)  $1.488 \text{ cm}^3$
- c)  $1.860 \text{ cm}^3$
- d)  $7.440 \text{ cm}^3$



- 6) ¿Qué tipo de número decimal le corresponde a la fracción  $\frac{3}{11}$ ?

- a) Finito
- b) Infinito periódico
- c) Infinito semiperiódico
- d) Infinito no periódico

- 7) ¿Qué tipo de número decimal le corresponde a la fracción  $\frac{7}{6}$ ?

- a) Finito
- b) Infinito periódico
- c) Infinito semiperiódico
- d) Infinito no periódico

- 8) Consideremos el siguiente número decimal:

2,0101101110111101111101111110...

Si después de cada cero se va intercalando un 1 más, ¿qué tipo de número decimal es?

- a) Finito
- b) Infinito periódico
- c) Infinito semiperiódico
- d) Infinito no periódico

9) En el visor de una calculadora aparece  $1,524 \times 10^{-02}$ , a qué número decimal corresponde

- a) 0,01524
- b) 0,1524
- c) 1,524
- d) 152,4

Para responder a las preguntas 10 a la 12, considere el siguiente gráfico referido a la Evolución aproximada del porcentaje de reservas de petróleo y de las concentraciones de anhídrido carbónico ( $\text{CO}_2$ ) en la atmósfera a lo largo del siglo XX.

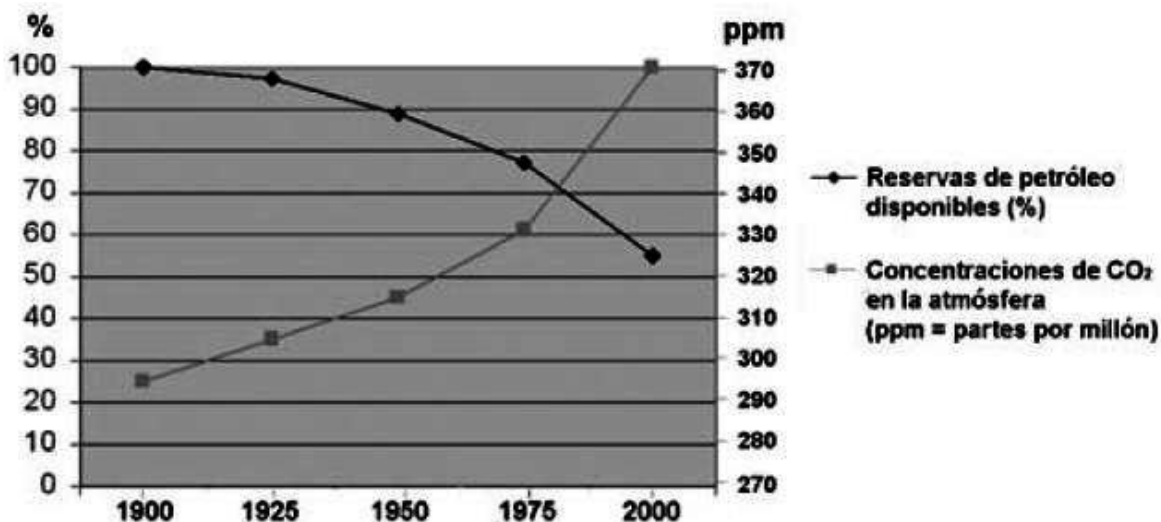


Figura 1: Evolución aproximada del porcentaje de reservas de petróleo y de las concentraciones de anhídrido carbónico ( $\text{CO}_2$ ) en la atmósfera a lo largo del siglo XX.

(Extraído desde [http://www.crisisenergetica.org/ficheros/El\\_mundo\\_ante\\_el\\_cenit\\_del\\_petroleo.pdf](http://www.crisisenergetica.org/ficheros/El_mundo_ante_el_cenit_del_petroleo.pdf))

10) Las concentraciones de  $\text{CO}_2$  en el año 1950 eran, aproximadamente, de

- a) 45 ppm
- b) 90 ppm
- c) 315 ppm
- d) 360 ppm

11) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

- a) En el año 1975, la concentración de  $\text{CO}_2$  era, aproximadamente, de 332 ppm.
- b) En el año 1975, el porcentaje de las reservas de petróleo era, aproximadamente, del 78%
- c) En el año 1925, la concentración de  $\text{CO}_2$  era aproximadamente de 98 ppm.
- d) En el año 2000, el porcentaje de las reservas de petróleo era, aproximadamente, del 55%

12) ¿Cuál(es) de las siguientes aseveraciones es (son) VERDERA(s)?

- I. La evolución del % de las reservas mundiales de petróleo a lo largo del siglo XX han ido disminuyendo.
- II. La evolución de las concentraciones de anhídrido carbónico a lo largo del siglo XX han ido aumentando.
- III. Hacia el año 1950, el mundo había consumido el 90% de las reservas mundiales de petróleo.

- a) Sólo I
- b) Sólo I y II
- c) Sólo I y III
- d) I, II, III

**Ítem de desarrollo**

(Cada pregunta vale 3 puntos)

13) En el visor de una calculadora científica se observa el número decimal

0,263157894

¿Podemos asegurar que es un número decimal infinito no periódico?  
Fundamenta tu respuesta

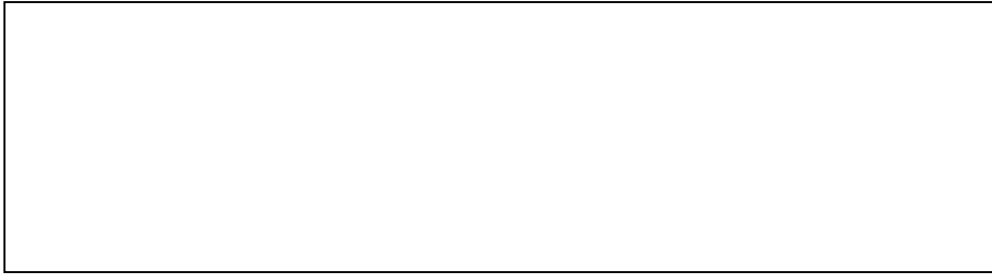
14) Un alumno que utiliza la calculadora de su celular, observa que al buscar el desarrollo decimal de la fracción  $\frac{2}{3}$ , se obtiene:

0,66666667

El alumno sabe que el desarrollo decimal de esta fracción es  $0,666\dots = 0,\bar{6}$

¿Por qué la calculadora del celular muestra un 7 al final?

- 15) Determina la cifra decimal que ocupa el lugar N° 43 en el desarrollo que le corresponde a la fracción  $\frac{7}{11}$



- 16) Se sabe que Chile<sup>18</sup> consume diariamente 32,13 miles de toneladas de petróleo, ¿a cuántos Kg. equivale esta cantidad?



---

<sup>18</sup> Según <http://indexmundi.com/es/chile/>

## Anexo 6 Muestra de Datos Cualitativos

### Muestra de un apunte de la Bitácora

Resumen de la clase realizada al Primer Año Medio B acerca del tema de factorización de trinomios de la forma:  $ax^2 + bx + c$

"PROFE, AYÚDEME, ¿QUÉ TENGO QUE HACER?"  
LE DOY UNA MULTIPLICACIÓN DE DOS BINOMIOS  
Y LE PIDO QUE LA RESUELVA, LUEGO ME LLAMA  
Y LE HECHO CORRECCIÓN AL EJERCICIO  
DEJÁNDOLE EL RESULTADO Y LE PREGUNTO:  
"¿QUE HAY BAJO EL CORRECCIÓN? SACA  
ALGUNAS CUANTAS CON SUS COMPAÑERAS Y  
ENCUENTRAN LOS BINOMIOS Y COMPRUEBAN.  
Y LE DIGO ASÍ ES EL DESAFÍO.  
ELLA DICE "NO ES TAN DIFÍCIL".  
SE RETOMA VARIOS TRINOMIOS Y LE LLAMA  
Y ENCUENTRO ELLOS (NO LE DIGO)  
AHORA COMPRUEBA LO QUE HICIERES.  
DESPUÉS UNA COMPAÑERA (FERNANDA) DICE  
"ESTABAMOS EQUIVOCADAS".  
DESPUÉS DE VARIOS INTENTOS LOGRAN DAR  
CON LA RESPUESTA CORRECTA.  
- OTRO CASO QUE LLAMA LA ATENCIÓN ES  
EL DE LAS ALUMNAS KARINA Y DANIELA:  
ME LLAMAN Y ME PREGUNTAN "¿ESTÁ  
BUENA LA RESPUESTA?"  
LES PREGUNTO SI COMPRUEBAN Y LE  
DICEN "QUE ESTABAMOS ADIVINANDO"  
LUEGO DE MULTIPLICAR Y COMPRUEBAN SE  
DAN CUENTA DE LOS ERRORES.

DANIELA ME DICE "DESCUBRÍ QUE EL ÚLTIMO NO SE SACA MULTIPLICANDO LOS DOS N°S DE LOS PARÉNTESIS Y EL N° DEL MEDIO NOS SALIO RESTANDO LOS MAYORES MENOS LAS FELICITÉS, PORQUE IBAN POR BUEN CARINO.

DESPUÉS LE ENTREGUE AL CURSO UNA GUÍA DE TRABAJO Y AL FINALIZAR LA CLASE, DURANTE UNOS 10 MINUTOS LOS AYUDE A SACAR CONCLUSIONES:

- (GUSTAVO) "SI EL SIGNO DEL N° SIN X ES NEGATIVO, LOS N° DE LOS PARÉNTESIS SON DE DISTINTO SIGNO"

- (VARIOS ALUMNOS, NO ME ACUERDO DE TODOS) APROXIMAN QUE "SI, LOS NÚMEROS ENTONCES AL RESTARSE DAN EN N° QUE VA CON LA X"

AL FINAL LLEVARON A DESCUBRIR EL PROCEDIMIENTO.

RICARDO TERMINÓ TODOS LOS EJERCICIOS INCLUSO LOS QUE LE HABÍA DADO

APARTE, AL FINAL VARIOS CHICOS

TERMINARON HACIENDO EJERCICIOS CON EL COEFICIENTE DE X  $\neq 1$ .

- LO MÁS ENTENDIDO FUE CUANDO LES DIJE QUE EL PROCEDIMIENTO SE DENOMINA "FACTORIZACIÓN".  
LA DANIELA O LA FRANCISCA, DIJO "MEJOR LLAMARLE EL EJERCICIO DE BUACHALOTU ES MÁS FÁCIL ACORDARSE."  
(EN OTROS AÑOS PASA LO MISMO, AL PRINCIPIO NO USAN EL TÉRMINO FACTORIZACIÓN)
- EN EL CUADERNO DESPUÉS DE TERMINADO 10 EJERCICIOS TUVIERON QUE ANOTAR CON SUS PROPIAS PALABRAS EL PROCEDIMIENTO QUE ESTABAN UTILIZANDO. AL FINAL CON LA OPINIÓN DE TODOS SE ESCRIBIÓ UN PROCEDIMIENTO GENERAL.
- POR EJEMPLO, ME ACUERDO DE LA RESPUESTA DE CLAUDIO:  
"EL  $x^2$  SIRVE PARA SABER CUAL ES LA ~~DETER~~ DETERMINA DE LOS PARENTESIS, YO EMPIEZO POR EL NO SIN X Y CON EL NO DEL TERCERO Y COMPROBANDO HASTA QUE ME DÉ EL RESULTADO"
- ¡OJO! PROXIMA CLASE TRABAJAR CON EJERCICIOS DE LA FORMA:  $( \quad ) ( \quad ) = 2x^2 - 7x + 6$

- LO MÁS ENTENDIDO FUE CUANDO LOS DISEÑE QUE EL PROCEDIMIENTO SE DENOMINA "FACTORIZACIÓN".

LA DANIELA O LA FRANCISCA, Dijo "MEJOR LLAMARLE EL EJERCICIO DE BUACHUOTU ES MÁS FÁCIL ACORDARSE."

(EN OTROS AÑOS PASA LO MISMO, AL PRINCIPIO NO USAN EL TÉRMINO FACTORIZACIÓN)

- EN EL CUADERNO DESPUÉS DE DETERMINADO 10 EJERCICIOS TUVIERON QUE ANOTAR CON SUS PROPIAS PALABRAS EL PROCEDIMIENTO QUE ESTABAN UTILIZANDO. AL FINAL CON LA OPINIÓN DE TODOS SE ESCRIBIÓ UN PROCEDIMIENTO GENERAL.

- POR EJEMPLO, ME ACUERDO DE LA RESPUESTA DE CLAUDIO:

"EL  $x^2$  SIRVE PARA SABER CUAL ES LA LETRA DE LOS PARÉNTESIS, YO EMPIEZO POR EL  $ax$  SIN  $x$  Y CON EL  $bx$  DEL TERCERO VOY COMPROBANDO HASTA QUE ME DÉ EL RESULTADO"

¡OJO! PROXIMA CLASE TRABAJAR CON EJERCICIOS DE LA FORMA:  $( \quad ) ( \quad ) = 2x^2 - 7x + 6$



### Muestra de un apunte de la observador no-participante en Grupo de Foco

Sesión realizada el día 11 de Septiembre, se destacan las opiniones de Valentina por ser un caso especial, en Enseñanza Básica tuvo experiencias negativas en Matemáticas y, en Enseñanza Media, ha obtenido un excelente rendimiento.

Hernán indica que "a él le ido más o menos, hasta 7º básico no tenía problemas en matemáticas, pero cuando nació su hermano menor su mamá ya no se preocupó de que hiciera las tareas.

El resto de los alumnos permanece en silencio, el profesor pregunta si alguien más ha tenido problemas... silencio

Hasta que (Valentina) dice "a mí siempre me ha ido mal, tenía pocos trojes" (se ve nerviosa y su voz está quebrada)

Agrega que este año al comenzar las clases tenía miedo y recuerda que en la primera prueba se sacó un 6,0

"Era la primera vez, no lo podía creer"

El prof. le pregunta ¿te acuerdas de la materia?

"Sí, eran desafíos con números"

Los otros alumnos opinan y se acuerdan de:

- los 4 cuatros
- $\square$  mágicos
- las pirámides
- ... etc.

Preguntar a Fernando

El Prof. le pregunta otra vez a Valentin:  
¿? ¿La cambiado en ti, ahora ¿? te  
va bien en matemáticas?

"Me dan ganas de estudiar"

"Puedo explicarle a otros compañeros"

(Se se contenta)

Una alumna (Parece que Beatriz) dice

"Nos habian metido miedo, que Matemát.  
era difícil"

Otros alumnos reafirman lo anterior

El Prof. pregunta ¿por qué?

"Es por meter miedo" (Erick)  
(los demás se ríen)

El Prof. les pide que comenten las clases,  
¿Cómo son?

(Francisca) Es entretenido, no hay que  
copiar de la pizarra. (Otro reafirman)

(Beatriz)

Las guías nos ayudan y podemos  
trabajar en grupo.

(Hernán) Se pasa la hora volando.