Fondo de Investigación y Desarrollo en Educación - FONIDE
Departamento de Estudios y Desarrollo.
División de Planificación y Presupuesto.
Ministerio de Educación.

Conocimiento Pedagógico del Contenido y su incidencia en la Enseñanza de la Matemática Nivel de Educación Básica

Investigador Principal: Raimundo Olfos Ayarza
Investigadores Secundarios: Ismenia Guzmán Retamal y Jorge Galbiati Riesco
Administrador de recursos económicos: Hernán Fibla
Ayudantes de Investigación: Soledad Estrella, Cristián Aranda y Juan Pichipil
Colaboradores: Tatiana Goldrine y Hernán Gallardo
Evaluador externo: Leonardo Cárdenas
Institución Adjudicataria: Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Proyecto FONIDE N°: F410980

Este es **el Informe Final** realizado en el marco de proyecto FONIDE ganador del Cuarto Concurso 2009, ejecutado durante el año 2010. No citar.

____

Diciembre 2011

Información: Secretaría Técnica FONIDE. Departamento de Estudios y Desarrollo – DIPLAP. Alameda 1371, Piso 8, MINEDUC. Fono: 3904005. E-mail: fonide@mineduc.cl

Informe Final Proyecto FONIDE N° F410980:
Conocimiento Pedagógico del Contenido y su incidencia en la Enseñanza de la Matemática Nivel de Educación Básica

Raimundo Olfos, Ismenia Guzman y Jorge Galbiati
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Resumen

Se estudia la noción de "Conocimiento Pedagógico del Contenido" (CPC), diferenciándolo del Conocimiento del Contenido (CC) y se estudia su incidencia en la enseñanza de la matemática escolar. La noción CPC fue analizada a partir del estado del arte considerando su evolución y su relación con el Marco Curricular. El CPC, como relación al saber del profesorado, fue cuantificado a través de Instrumentos con ítems preferentemente de selección múltiple, y en su relación al hacer del profesorado fue cuantificado de manera exploratoria a través de una pauta para codificar clases video grabadas. La validez de los estudios se sustenta en la confiabilidad de los ítems, la validación de contenido de los instrumentos por pares, la aleatorización en el diseño del estudio, los índices de significación en las pruebas estadísticas y el uso de técnicas de triangulación para la codificación de las clases videograbadas. Para estudiar la relación del CPC con la eficiencia de la enseñanza se implementó un diseño experimental con 106 profesores de tres comunas de la Región de Valparaíso, que impartían clases de matemáticas en 4º y o 7º básico durante el año 2010. Se contempló una muestra estratificada considerando el nivel socioeconómico de las escuelas y su rendimiento conforme a antecedentes del sistema nacional de la medición de la calidad y equidad de la Educación, SIMCE. El estudio se centró en tópicos críticos de la matemática escolar: concepto de fracción, concepto y aplicaciones de la proporcionalidad, y visualización, construcciones y demostraciones en geometría. El estudio de la incidencia del CPC, y del CC, en la efectividad de la enseñanza se sustentó en el grado de significación de las correlaciones entre las medidas del CPC en las y los profesores y los resultados en las pruebas de conocimiento aplicadas a las alumnas y los alumnos. De los tres tópicos considerados, en el caso de las fracciones, y de manera parcial en el caso de la proporcionalidad, las correlaciones fueron significativas. En cuanto al tema de la conceptualización de las fracciones en cuarto básico, se elaboró un modelo de regresión lineal que explica de manera significativa *(p=0.009)* los resultados de las alumnas y los alumnos en función del CPC de las profesoras y los profesores. Al incorporar otras variables al modelo: CC, años de experiencia docente, horas de formación y perfeccionamiento en matemáticas de los y las docentes, nivel socio económico de las alumnas y los alumnos que atiende la escuela, y edad de las profesoras y los profesores, se alcanza un modelo explicativo óptimo (R=54.4%) en el que el nivel socio económico del alumnado y los años de experiencia del profesorado son más explicativos del rendimiento de los alumnos que el CPC y el CC del profesorado. En todos los análisis el CPC fue más significativo que el CC para predecir el rendimiento de las alumnas y los alumnos. A modo de síntesis, destacamos tres puntos: a) el

factor socioeconómico es tan fuerte en la explicación del rendimiento escolar que el CPC pierde gran parte de su significación en el modelo predictivo, lo que es consistente con la idea de que el profesorado de alto CPC tenderían a ser captado por establecimientos de mayor nivel socioeconómico; b) los ítems, instrumentos y procedimientos de medición y el mismo constructo de CPC requieren de un exhaustivo refinamiento; de hecho, algunas respuestas de las profesora y los profesores en el marco de la medición del CPC son correctas conforme a las características de sus alumnos; eso sucede por ejemplo con la pregunta "¿cuál es el error más común entre sus alumnos frente a un problema tipo particular de fracciones o proporcionalidad?", ; c) los temas abordados de proporcionalidad, fracciones y geometría son difíciles para las alumnas y los alumnos, como lo muestra los resultados de las pruebas aplicadas, razón por la que los saberes ligados a tales temas dependen en una importante medida de las características del alumnado y no de manera estricta del docente -como pudo ser eventualmente el caso de aprendizajes de menor exigencia cognitiva ,y por último, d) la conceptualización alcanzada en este estudio sobre el CPC aún es incipiente, estando arraigada a saberes culturales y conocimientos científicos vinculados al aprendizaje en matemáticas y al currículo escolar, cuestión que por su importancia en el desarrollo de la cultura y de la nación, es conveniente continuar en su dilucidación.

Palabras claves

Conocimiento Pedagógico del Contenido (Pedagogical Content Knowledge), Saber del Profesor, Enseñanza de las Matemáticas (Mathematics Education).

Presentación

En vista de los bajos niveles de aprendizaje en matemáticas durante la Educación Básica en Chile y el reconocimiento de que el saber del profesor es un factor relevante, este estudio buscó evidencias empíricas con sustento teórico acerca de la noción Conocimiento Pedagógico del Contenido (CPC), su incidencia en la enseñanza de la matemática y su distinción con el Conocimiento del Contenido (CC), en el marco de la relación al saber del Profesor de Matemáticas, en particular en la Educación Básica en Chile.

Los **objetivos** del estudio fueron:

1.- Mostrar evidencias de que las fortalezas y debilidades de los saberes de profesores en relación a la noción CPC están significativamente asociadas con la eficiencia de la enseñanza de la matemática en la Educación Básica; y cuantificar el grado de asociación.

2.- Difundir las características de la noción CPC, su diferencia con el CC y su incidencia en la eficiencia de la enseñanza, con el objeto de orientar la toma de decisiones en políticas de formación inicial y continua y en los criterios para incentivos a los profesores de Educación Básica.

3.- Proveer de orientaciones a los pares evaluadores de carreras de Pedagogía Básica y a los formuladores de estándares de conocimientos para profesores de matemática, acerca de los conocimientos requeridos por los profesores para enseñar matemática con eficiencia en la Educación Básica.

Los **resultados** del presente estudio muestran una verificación parcial de las hipótesis planteadas. Si bien ya se ha cumplido con el objetivo de difundir parcialmente los hallazgos (VIII ICOTS, International Congress of Teeching of Statistics, Julio 2010, Ljubljana, Eslovenia ; IX Congreso Latinoamericano de Sociedades de Estadística, CLATSE. Octubre 2010, Viña del Mar, Chile.
3r Encuentro Nacional de Estudio de Clases, Universidad Católica de Talca, Talca, Noviembre 2010) proveyendo de orientaciones a los pares en el área, se ha considerado la difusión internacional de resultados en la CIAEM 2011, en Recife, Brasil, en Junio 2011 y en un encuentro con profesores de la V Región, financiado por el CIAE, en Agosto del 2011. Otros resultados son los trabajos de titulación de los profesores Cristian Aranda[1] y Antonio Gandulfo[2] de la carrera de Pedagogía en Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso y el trabajo de graduación de la profesora Soledad Estrella[3], como Magister en Didáctica de la Matemática de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

Organización del Informe Final

Este informe consta de seis partes, más las conclusiones, las referencias bibliográficas y los anexos.

1. Estado del arte y conceptualización del CPC en el marco de la problemática del estudio.
2. Propuesta de investigación y sus componentes: aspectos metodológicos y de validación.
3. Estudio del CPC en el profesores y su relación con la enseñanza de la conceptualización de las fracciones en 4º básico.
4. Estudio del CPC en el profesores y su relación con la enseñanza y el aprendizaje de la proporcionalidad en 7º básico.
5. Estudio del CPC del profesor y de los saberes de los alumnos en relación a la geometría en los niveles de 4º y 7º básico.
6. Estudio de la puesta en juego del CPC: observaciones de clases y pauta de observación de videograbaciones de clases.

Las seis partes, si bien tienen estructuras propias, son interdependientes. La parte 1 señala la problemática, presenta un estudio del arte y ofrece una primera conceptualización del CPC como

---

[1] Estudio del Conocimiento Pedagógico de profesores de Educación Básica. Trabajo para optar al título de profesor de matemáticas. Instituto de Matemáticas, PUCV. 2010.
[2] Elaboración de un test para medir el conocimiento de los alumnos de 4º básico sobre Fracciones. Trabajo para optar al título de profesor de matemáticas Instituto de Matemáticas, PUCV. 2010.
[3] Instrumento para la Evaluación del Conocimiento Pedagógico del Contenido de Estadística en Profesores de Educación Básica. Tesis para optar al grado de Magister en Didáctica de la Matemática. PUCV. 2011.

marco de referencia para esta investigación. La parte 2 se refiere al diseño metodológico, destacando las dimensiones cuantitativas y cualitativas del estudio, y ofreciendo aclaraciones sobre los procesos de aleatorización y muestreo de los sujetos, como también aclaraciones sobre la naturaleza y características de los instrumentos para la operacionalización, registro y medición de variables. Las partes 3, 4 y 5 se refieren a tres componentes de la dimensión cuantitativa del estudio, focalizándose en los temas de fracciones, proporcionalidad y geometría respectivamente. La parte 6 se focaliza en una dimensión cualitativa del estudio, en el contexto de la acción de enseñanza. Esta estructura del informe, desglosada por tópicos se ajusta a la especificidad con que se abordó el estudio del CPC, procurándose controlar factores que actúan de manera integrada, como el nivel socioeconómico que reconocidamente afecta los niveles de logros de los estudiantes.

El informe incluye una breve sección de Conclusiones, la cual sintetiza las partes 1 y 2, recoge las conclusiones de las partes 3, 4, 5 y 6, dando cuenta de los hallazgos y las limitaciones del estudio, precisando aspectos que requieren de profundización y proveyendo recomendaciones para la elaboración de políticas públicas. Las seis partes aportan anexos que se reúnen al final de este informe, algunos de ellos en versión digital adjuntos en tres DVD, incluyendo los ejemplares de instrumentos para recoger datos, las bases de datos utilizadas, los principales output de los análisis estadísticos computacionales y 20 videograbaciones de las clases, entre otros.

Parte 1: Estado del arte y conceptualización del CPC en el marco de la problemática del estudio.

Introducción

Tras un acercamiento al estado del arte, esta primera parte del informe presenta las componentes del marco teórico en los siguientes términos; el conocimiento del contenido (CC), en cuanto al conocimiento general y conocimiento específico de la matemática; el conocimiento pedagógico del contenido (CPC), en cuanto a la enseñanza (como transposición didáctica, es decir, adaptación al nivel escolar) distinguiéndose el conocimiento del currículo, la organización de las tareas matemáticas escolares, las concepciones del profesor sobre la matemática y sobre el aprendizaje, y el diseño de escenarios para el aprendizaje; el conocimiento del profesor en relación al saber del alumno, categorizado en las conceptualizaciones de los alumnos, sus dificultades más frecuentes, sus errores posibles, y sus estrategias usuales; finalmente se consideraron los medios didácticos del profesor, en cuanto a representaciones concretizadoras.

Nuestra conceptualización de la dimensión CC posee dos componentes, el conocimiento general y cultural de la matemática, y el conocimiento específico de la matemática, cuyo conocimiento es profundo pero referido a la matemática escolar.

Estado del Arte

¿Qué indica que el mejoramiento de la calidad de la educación debe abordarse desde el mejoramiento de la calidad docente?

La literatura en el área avala la interrogante y se observa en las tendencias de los sistemas educativos en el mundo. El informe McKinsey (2007) señaló que el conocimiento matemático evidenciado por el profesor de alto desempeño en el aula impacta positiva y fuertemente sobre el rendimiento del estudiante, y a la vez, un profesor con bajo desempeño impacta negativamente sobre él. En conformidad al informe GTD PREAL (2009) para abordar el problema de la baja calidad de los aprendizajes escolares en Chile, y América en general, es clave atender a la dimensión del profesorado. Respecto a la calidad de la educación chilena el informe de la OECD (2010) aconseja a nuestro país dirigir sus esfuerzos a mejorar la formación de los profesores en todos los niveles de educación, incluyendo la calidad de los programas de educación inicial de los profesores, la calidad de sus formadores y sus programas pedagógicos.

En McKinsey (2010) se especifican entre los hallazgos: la internalización de prácticas de enseñanza, la mejora de las prácticas educativas al interior de la escuela y entre las escuelas, el empoderamiento de rutinas que nutran la instrucción dentro de una comunidad de enseñanza, la realización de clases públicas y el desarrollo de profesores como entrenadores de sus pares. Estas prácticas, cuyo fin es perpetuar y desarrollar aún más la enseñanza efectiva establecida, son apoyadas por trayectorias profesionales que no solo permiten el desarrollo individual del profesor sino que lo responsabilizan de compartir sus conocimientos en todo el sistema.

El interés internacional por la conceptualización del conocimiento pedagógico del contenido y la experiencia que tuviéramos más de treinta académicos chilenos en Japón, respecto al estudio de Clases, dan evidencias de la relevancia de la formación continua de los docentes para el mejoramiento de la calidad de la educación.

El conocido informe McKinsey (2007) responde con claridad a la interrogante "¿Cómo hicieron los sistemas educativos con mejor desempeño del mundo para llegar donde están?" Y ofrece una serie de razones bien fundamentadas para explicar sus hallazgos. El informe demuestra que la excelencia en educación es una meta que pueden alcanzar los países a costos razonables, que el aprendizaje de calidad puede no solo ser equitativo sino posible para la mayoría de los estudiantes e instituciones educativas, y como las políticas y las prácticas de los países pueden ayudar a que los estudiantes aprendan mejor, los profesores enseñen mejor y las escuelas operen más efectivamente; además, plantean que cada país puede recorrer ese camino a su manera, aunque respetando ciertas premisas.

Ese informe resalta la importancia de tres aspectos para mejorar un sistema educativo: conseguir a las personas más aptas para ejercer la docencia; desarrollarlas hasta convertirlas en instructores eficientes; y garantizar que el sistema sea capaz de brindar la mejor instrucción a todos los niños. En dos de estos tres aspectos se focalizan en el profesor como el principal agente, esto ha sido avalado por una amplitud de investigaciones de diversos países que destacan que el principal impulsor de las variaciones en el aprendizaje escolar es la calidad del profesor, y por ello la calidad de un sistema educativo tiene como techo la calidad de sus profesores; mejorar los resultados es fruto de mejorar la instrucción que ofrecen los profesores, (Shulman (1986, 1987), Grossman (1995), Fennema y Franke (1992), Ball (2001, 2008), Artigue (2004), Krauss (2008b), entre otros).

¿Cómo se ha enfrentado el problema de la baja calidad de los aprendizajes en el país y en el mundo?

En el país se han tratado distintas estrategias para mejorar la calidad de los aprendizajes escolares en matemáticas, algunas se han concentrado en la tecnología (Enlaces, pizarras electrónicas) y otros materiales, principalmente en los textos escolares (componente textos del MINEDUC), y en la renovación del currículo (Ajuste Curricular). Otras han apuntado a incidir en los saberes y saber hacer del docente: estrategia LEM (que provee materiales y un modelo de trabajo), la RMM (que promueve el apoyo entre pares), los Programas de Postítulos por ciclo a lo largo de Chile (que les acrecientan el saber disciplinario), la incorporación de estándares disciplinarios y didácticos (que orientan la formación docente) y los sistemas de incentivos a profesores y unidades educativas (AEP, Asignación de Excelencia Profesional).

Todo ello es consistente con estrategias en otros países (la presencia de tecnología, las reformas curriculares y la dotación de estándares y competencias para profesores). Además, en otros países, como EEUU por ejemplo, se ha decidido reclutar enseñantes, aunque no sean profesores, propuesta que comparte el movimiento promovido por ingenieros de Educación 2020 en Chile.

Las reformas en educación se encuentran en el primer lugar de la agenda de casi todos los países del mundo, sin embargo, pese a masivos aumentos del gasto, -el año 2006 los gobiernos de todo el mundo destinaron US$ 2 billones a educación-, y a ambiciosos intentos de reforma, el desempeño de muchos sistemas educativos apenas si ha mejorado en décadas. Esto es aún más sorprendente porque hay grandes diferencias en la calidad de la educación. Por ejemplo, en evaluaciones internacionales, menos del uno por ciento de los niños de África y Medio Oriente alcanzan un desempeño igual o superior al del promedio de Singapur. Esto no es consecuencia exclusiva del nivel de inversión. Singapur, uno de los países con mejor desempeño del mundo, gasta menos en educación primaria que 27 de los 30 países de la OCDE. Australia, que ha triplicado el gasto por alumno desde 1970, no consigue alcanzar a Singapur. Los Estados Unidos está en el tercio inferior de la clasificación pese a que desde 1980 casi ha doblado el gasto por alumno y ha bajado el número de alumnos por profesor a un mínimo histórico.

El Estudio Internacional sobre Enseñanza y Aprendizaje TALIS, Teaching and Learning International Survey, (OCDE, 2009) proporciona la primera perspectiva comparativa internacional sobre las condiciones de la docencia y el aprendizaje. Con un enfoque en la educación secundaria tanto en el sector público como en el privado, TALIS examina aspectos importantes del desarrollo profesional; las prácticas, las actitudes y las convicciones de los profesores; los comentarios y valoraciones que reciben, así como el liderazgo escolar en los 23 países participantes. Entre las características importantes que configuran el aprendizaje eficaz, TALIS concedió especial importancia a la autoeficacia (qué tan exitosos se sienten los profesores al enfrentar las dificultades educativas que afrontan) y, las condiciones de disciplina en el salón de clases (en qué grado las aulas son ordenadas y propicias para el aprendizaje). Los datos analizados por el TALIS revelan una alta penetración de actividades de Desarrollo Profesional Docente, DPD, en los países de la OCDE (2009). El estudio indica la existencia de demanda insatisfecha del profesor de los desafíos que los profesores enfrentan cotidianamente y cuyo aprendizaje requiere de una oferta de DPD, actualizada y flexible. Por otra parte, la visión de los profesores sobre el impacto del DPD en su propio desarrollo profesional refleja una alta valoración positiva, y destacan las modalidades como la investigación o el intercambio informal para mejorar la enseñanza.

El estudio alemán COACTIV (Krauss, 2008a, 2008b), desarrollado por un consorcio de universidades e institutos de investigación, entre los años 2003 y 2006, buscó averiguar cómo es un buen profesor de matemáticas, lo que hace, sabe y valora, en los niveles 9 y 10. Distinguió tres ámbitos de su saber profesional: conocimiento pedagógico, conocimiento matemático, conocimiento pedagógico de la disciplina matemática. Evaluó el conocimiento matemático y el conocimiento pedagógico de la matemática, así como su estructura, entre dos grupos de profesores de secundaria, con diferente formación inicial, y otras poblaciones con preparación matemática pero sin preparación ni experiencia pedagógica. Sus principales conclusiones se refieren a que el alto grado de conectividad cognitiva entre el conocimiento pedagógico de la matemática y el conocimiento matemático en profesores de secundaria está en función del grado de experticia matemática. Es decir, se evidencia que el modelo de enseñanza fue consistente con la formación en la Universidad, pero no fue consistente con los años de experiencia, lo que genera un conflicto con modelos explicativos del desarrollo profesional docente (Hashweh, 2005).

El proyecto "Mathematics Teaching in the 21st century", MT21, (2007) examina la formación docente de segundo ciclo en matemática en seis países, e identifica las principales estrategias implementadas para atender a los desafíos planteados por la preparación de profesores en este campo de conocimiento. En términos de políticas, el estudio confirma la relevancia de considerar el balance entre contenidos disciplinares y pedagógicos como un componente central de los programas de formación, ofreciendo una perspectiva novedosa sobre las visiones de los futuros profesores sobre la asignatura que enseñarán, las formas en que deberían enseñar y las formas en que sus contenidos se aprenden.

Autores de distintas latitudes destacan el rol de los docentes para mejorar los aprendizajes escolares en matemáticas. Ruiz (2008) lo enfatiza incursionando en el conocimiento pedagógico del contenido en docentes latinoamericanos, Llinares (2000) lo corrobora desde un estudio comprensivo de las prácticas docentes en España, y Saxe et al. (1999) lo evidencia desde el análisis de los saberes en la práctica efectiva. Michelle Artigue (2004) reflexiona en torno a las evoluciones experimentadas por la Didáctica de la Matemática, y recalca que las investigaciones han contribuido a modificar la mirada sobre los docentes, sobre las relaciones entre teoría y práctica y sobre la formación de docentes. Artigue indica que los marcos teóricos como la Teoría de Situaciones de Brousseau (1997), la Teoría de la Transposición Didáctica de Chevallard (1985) y el desarrollo de la Teoría Antropológica desde principios de los noventa por Y. Chevallard (1999), han reforzando el enfoque sistémico de la didáctica francesa.

La investigación sobre el conocimiento del profesor reconoce que el conocimiento matemático necesario para la enseñanza de gran calidad no es el conocimiento matemático general que se recoge incidentalmente, sino el conocimiento específico de la profesión que se adquiere en la formación de nivel universitario y puede ser cultivado a través de la práctica reflexiva. Las experiencias y lecturas de miembros de este grupo en la Didáctica francesa y el Estudio de Clases japonés, concuerdan que teniendo una base profunda de la matemática de nivel escolar, y la reflexión sistemática del profesor de la propia experiencia en la sala de clases, tanto individual como grupal, inciden en la calidad de la enseñanza, (Isoda y Olfos, 2009). Por su lado, la investigación del grupo TALIS (2009), McKinsey (2010) muestran los requerimientos de desarrollo profesional de los docentes en ejercicio, y otras experiencias demuestran que la expansión del Estudio de Clases en países de distintas latitudes dan evidencias de la orientación que los profesores prefieren dar a la modalidad de desarrollo profesional.

¿Qué se entiende por conocimiento pedagógico del contenido y cómo se encuentra el desarrollo del constructo?

Un factor clave para otorgar educación matemática de calidad es un conocimiento profundo y sustancial del contenido matemático por parte del profesor, (Ma, 1999; MT21, 2007). En los últimos 25 años existe una evidente y creciente atención internacional al tema del dominio de los contenidos requerido en la tarea de enseñar.

Desde el trabajo de Shulman a mediados de los ochenta, el conocimiento pedagógico del contenido, CPC, ha originado un gran interés como modelo para el mejoramiento de la formación de profesores y como objeto de estudio. En 1986, Shulman planteó la necesidad de indagar en el desarrollo del conocimiento del docente en la enseñanza, con el fin de develar las formas de comprensión cognitiva del contenido de la enseñanza por parte de los profesores, distinguiendo entre, el conocimiento del profesor para enseñar un dominio específico y su conocimiento del dominio específico. El concepto introducido por Shulman, "conocimiento pedagógico del contenido", PCK en sus siglas en inglés, y que en algunos escritos en español se nombra como "conocimiento didáctico"; este estudio define y denomina "conocimiento pedagógico del contenido", CPC.

En la década de los años noventa estas categorías son redefinidas en cuatro áreas generales, y esta clasificación ha orientado mayoritariamente el desarrollo la investigación en el área: el conocimiento pedagógico general (CP), el conocimiento del contenido (CC), el conocimiento pedagógico del contenido (CPC) y el conocimiento del contexto. En 1995, Shulman agrega tres formas de representar y formular el contenido, que lo hace comprensible a otros. Incluye la comprensión de los conceptos o conceptualizaciones anteriores de los estudiantes en los tópicos de más frecuente enseñanza. Lo que el profesor sabe, lo que el profesor hace y las razones de sus acciones.

La importancia del conocimiento profesional del profesor en el contexto de la enseñanza de las matemáticas, ha sido particularmente estudiado por Ma (1999), Ball, Lubienski, y Mewborn (2001), Fennema y Franke (1992), Ball et al. (1990, 2000, 2004, 2005, 2007, 2008), Krauss (2008a, 2008b). An, Kulm y Wu, (2004) identifican tres dimensiones en el CPC: el conocimiento del contenido, del currículo y de la enseñanza. Y aseveran que el **conocimiento de la enseñanza** es el principal, y lo aceptan como la componente básica del conocimiento pedagógico del contenido.

Hill et al. (2008) establecen tres categorías del CPC: el **conocimiento de la relación de los alumnos con el contenido** (CRAC), el conocimiento de la enseñanza del contenido, y el conocimiento del currículo. El CRAC hace referencia a la familiaridad del profesor con el pensamiento matemático de los alumnos, especialmente a los errores comunes que presentan. Con respecto a cómo aprenden los alumnos, distinguen: errores comunes de los alumnos y explicaciones a los errores; comprensión del conocimiento de los alumnos y cuándo una producción del alumno muestra más entendimiento; secuencia de desarrollo del alumno (tipos de problemas por edad, qué aprende primero, de qué es capaz); y estrategias de cálculo comunes en los alumnos. En el marco del CRAC, el profesor reconoce los errores habituales de los alumnos en áreas particulares, reconoce que los alumnos encuentran tópicos más difíciles, y que ciertas representaciones son apropiadas para ellos. Los profesores efectivos tienen conocimiento de las ideas y el pensamiento matemático de los alumnos.

El CRAC ha mostrado ser robusto, pese a que requiere desarrollo, pues no hay suficiente conceptualización sobre este dominio, ni medición del mismo. En el 2008, Parks y Oliver identificaron cinco componentes en el CPC, y además, concluyeron en su estudio sobre la conceptualización del CPC, que éste se modifica con la reflexión del profesor sobre la enseñanza en la enseñanza misma, que la comprensión del profesor acerca de las ideas equivocadas de los alumnos constituye el principal factor del CPC que lleva a la forma de planear, conducir y evaluar la enseñanza, y que el CPC es idiosincrásico en algunas de sus manifestaciones; por lo que resulta complejo dinámico y difícil de medir.

Krauss et al. (2008a, 2008b) identificaron tres dimensiones del CPC que son importantes en la enseñanza de la matemática: conocimiento de los profesores de las tareas matemáticas, conocimiento del profesor acerca de los conocimientos previos de los alumnos, (las dificultades y sus concepciones equivocadas), y conocimiento de los profesores sobre representaciones, analogías, ilustraciones, o ejemplos útiles acerca del contenido matemático a enseñar. Hill et al (2008) indican que hay pocos datos a gran escala acerca del CPC y que es necesario precisar el significado del mismo. Estos investigadores han avanzado en la identificación de uno de los factores, el conocimiento del profesor acerca de la manera que los alumnos entienden el contenido.

Baumert et al. (2010) perfila el desarrollo de la teoría, señalando que varios autores han añadido y especificado estas componentes básicas del conocimiento profesional de los profesores (por ejemplo, Grossman, 1995; Sherin, 1996; Shulman, 1987). Ellos señalan que en la literatura de investigación sobre la enseñanza y formación del profesorado, hay una comprensión compartida de que el conocimiento del dominio específico y conocimiento pedagógico general y las habilidades, son determinantes de la calidad de la enseñanza, y que afectan las ganancias de aprendizaje y el desarrollo motivacional. Sin embargo, hasta la fecha, pocos estudios empíricos han evaluado directamente las diferentes componentes del conocimiento de los profesores y las han usado para predecir la calidad de enseñanza y los resultados del estudiante (Fennema et al., 1996; Hill, Ball, Blunk, Goffney y Rowan, 2007; Hill, Rowan y Ball, 2005).

El informe del National Mathematics Advisory Panel (2008, p.37), citado por Baumert (2010), resume la situación como sigue: "Finalmente, con la excepción de un estudio que midió directamente el conocimiento matemático utilizado en la enseñanza, no hay estudios identificados por este Grupo que hayan investigado la dinámica que examinaría cómo el conocimiento matemático de los profesores de primaria y de media, afecta la calidad de la enseñanza, las oportunidades de los estudiantes para aprender, y las ganancias en el rendimiento a través del tiempo."

Tabla : Componentes del conocimiento pedagógico del contenido desde diferentes conceptualizaciones.

Categorías	Shulman (1987)	Tamir (1988)	Grossman (1990)	Marks (1990)	Smith y Neale (1989)	Cochran et al.(1993)	Geddis et al.(1993)	Fernández-Balboa (1995)	Maggnussonet et al.(1999)	Hasweh (2005)	Loughran et al. (2006)	Llinares (1994)	An, Kulm y Wu (2004)
Conocimiento de la materia enseñable	D	×	D	×	✓	×	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Comprensión del estudiante	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	D
Estrategias de enseñanza y representaciones	✓	✓	✓	✓	✓	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓	×
Currículo	D	✓	✓	×	×	×	✓	×	✓	✓	×	×	✓
Medios	×	×	×	✓	×	×	×	×	×	×	×	×	✓
Evaluación	×	✓	×	×	×	×	×	×	✓	✓	×		
Materia	D	D	D	✓	D	✓	×	✓	×	✓	✓		
Contexto	D	×	D	×	×	✓	×	✓	×	✓	✓	×	×
Pedagogía	D	D	D	×	×	✓	×	×	×	✓	✓	✓	×

Nota Fuente: Estrella (2010) tabla modificada desde Park y Oliver (2008) y Pinto (2010).
✓ indica que el autor incluye la subcategoría como una componente del CPC, D que el autor lo coloca fuera de la categoría del CPC como distinguible, y × indica que el autor no discutió explícitamente esta subcategoría.

¿Cuán relevante es el conocimiento del contenido de profesor?

El CPC y el CC son claramente diferentes, a pesar de estar fuertemente relacionados (Turnuklu y Yesildere, 2007; Buschang, 2008). Darling-Hammond (2000a, 2000b) dan evidencias de que el conocimiento del contenido disciplinario del profesor es un factor significativo en el logro del estudiante. Los estudios de intervención demuestran que la mejora del CC matemático puede conducir a una enseñanza de gran calidad (por ejemplo, Fennema y Franke 1992; Swafford, Jones, y Thornton, 1997). Por otra parte, Krauss et al. (2008b) indican que la literatura especializada reiteradamente sostiene que el conocimiento base de los profesores expertos no sólo es más extenso que el de profesores novatos, sino que esta mas conectado e integrado. Sliva et al. (2007) hacen notar que un elemento clave característico de un profesor altamente calificado es su fuerte base del conocimiento disciplinario. Ma (1999) al comparar profesores demostró que una ''profunda comprensión de la matemática fundamental'' se manifiesta en un amplio repertorio de estrategias pedagógicas para representar y explicar el contenido matemático, sugiriendo que esta premisa es aplicable, particularmente, a las matemáticas. Aún pese a la relevancia de este factor, varios autores (Wilson et al, 2002; Wilson, Shulman y Richert, 1987) han postulado que los profesores de matemáticas exitosos necesitan además una base sólida del conocimiento pedagógico del contenido.

El equipo de la Universidad de Michigan, en que se encuentran Hill, Schilling, Rowan, Bass entre otros, encabezado por Deborah Ball, distingue tres componentes dentro del conocimiento matemático para enseñar: conocimiento matemático común (operar correctamente, conocer definiciones, teoremas, propiedades), y conocimiento matemático específico (variedad de representaciones y ejemplos, explicaciones precisas y adecuadas, aplicaciones, modelamiento, visualización), conocimiento de alumnos y matemáticas (conocer el razonamiento de los niños, sus errores típicos, y sus dificultades y sus estrategias más frecuentes, en relación a los tópicos de la matemática escolar).

Este grupo se ha esforzado en desarrollar una teoría basada en la práctica del conocimiento del contenido para la enseñanza construida sobre la noción de CPC de Shulman, concepto que requiere un desarrollo teórico, clarificación analítica y comprobación empírica, (Ball, Thames y Phelps, 2008). Además han sido los pioneros en medir directamente el conocimiento matemático de los profesores de básica para la enseñanza y en examinar su relación con el progreso del estudiante. Los estudios de este equipo han logrado caracterizar con gran detalle el conocimiento matemático requerido para enseñar matemática, y han podido establecer que el conocimiento pedagógico del contenido de los profesores es un significativo predictor de los logros de aprendizaje matemático de los alumnos. Según Ball et al. (2001), en el CPC subyace el desarrollo y selección de tareas, la elección de las representaciones y explicaciones, la facilitación del discurso productivo del aula, la interpretación de las respuestas de los estudiantes, el control de la comprensión del estudiante, y el análisis rápido y adecuado de los errores de los estudiantes y de sus dificultades.

En las dos décadas anteriores existen varios estudios cualitativos sobre la estructura y efectos del conocimiento del profesor. Una de las principales conclusiones de los estudios cualitativos sobre la enseñanza de las matemáticas es que el repertorio de las estrategias de enseñanza y el conjunto de representaciones matemáticas alternativas y explicaciones disponibles de los profesores en el aula, son muy dependientes de la amplitud y profundidad de su comprensión conceptual de la materia.

Una especificación del CPC

La dimensión del CPC comprende la interacción de tres componentes: el conocimiento de la enseñanza en cuanto a la adaptación que hace el profesor del saber al nivel escolar, el conocimiento del profesor en relación al saber del alumno, y el conocimiento del profesor en el uso de medios didácticos.

El conocimiento de la enseñanza, incluye el conocimiento del profesor sobre el currículo (sus contenidos y objetivos por nivel); la organización de las tareas matemáticas escolares (secuencias), las concepciones del profesor sobre la matemática y las concepciones del profesor sobre las teorías de aprendizaje en cuanto guían su toma de decisiones en sus planificaciones y en su accionar en el aula; y el diseño de escenarios dependiente de la situación (todo aquello que potencie la conexión entre ideas, como las contextualizaciones, analogías, ejemplos y contraejemplos, ideas unificadoras, entre otros).

En el conocimiento de la relación de los alumnos con el contenido, CRAC[4], subyacen las conceptualizaciones adquiridas de los alumnos, sus dificultades frecuentes, los posibles errores de los alumnos, y sus estrategias más usuales.

El conocimiento de los medios didácticos, MEDI, involucra la concretización que hace el profesor en cuanto al medio con el contenido.

Indicadores para las dimensiones del CPC

Para la categoría del CPC se consideran las dimensiones de Enseñanza, CRAC y MEDI. Y los indicadores como las características distintivas del fenómeno objeto de estudio (CPC), las que se segmentan y codifican en un plano global y específico del CPC; y a partir de las cuales se obtienen los datos y fenómenos en forma de ideas y conceptos definidos como necesarios para el estudio del CPC.

1 Enseñanza
La dimensión de Enseñanza incluye características distinguibles como el estudio de las creencias, concepciones de y sobre la matemática y el estudio sobre los diferentes conceptos matemáticos, es decir, las formas en que los profesores comprenden un determinado contenido matemático, lo que involucra también la exploración sobre cómo se origina y obtiene dicho conocimiento en el sujeto, en qué se basa y cómo se comprende la estructura (definida por el saber sabio) de la materia a enseñar, cómo se aprende y cómo se transforma el contenido matemático a contenido matemático enseñable (transposición didáctica).

[4] Ver en Anexo 1 de Glosario de Abreviaciones

En este estudio nos abocamos a dos tipos de concepciones, (1) del profesor sobre la matemática y (2) del profesor sobre el aprendizaje. Hemos definido las concepciones citadas como una integración de los conceptos de creencia y de concepciones. Asumimos las concepciones como una creencia consciente, referido a una creencia de orden superior y basada sobre procesos de razonamiento semejante los cuales están por lo menos justificados y aceptados por el propio individuo, (Pehkonen, 2001).

1.1 Concepciones del profesor sobre la Matemática. Las concepciones de los profesores sobre la naturaleza de la matemática podemos operacionalizarlas, por ejemplo en tres categorías:
Instrumentalista concibe la matemática como un conjunto organizado de conocimientos preexistentes de carácter utilitario, de los cuales se enseñan reglas y herramientas.
Argumentada invita a descubrir, inventar y probar ideas matemáticas a través de la argumentación y de la reflexión crítica.
Estructuralista conciben la matemática como una disciplina lógico-deductiva y deducen las verdades dadas en teoremas a partir de una axiomática formal preestablecida.

1.2 Concepciones del profesor sobre el aprendizaje. Desde una perspectiva sobre las concepciones de los profesores de las teorías de aprendizaje, se identifican idealmente cuatro categorías: Conductista, Cognitivista, Significativista, y la Sociocontructivista. Al vincular cada una de ellas con una metáfora de aprendizaje, se tiene: *Conductista - Exponer* (memorizar fórmulas de cálculo, repetir, exponer el saber, resolver bien); *Cognitivista - Organizar* (organizar redes de conceptos, desafíos), *Significativista – Útil* (relación con saberes previos y funcionales), y *Socialconstructivista - Participar* (participar en solución de problemas en la comunidad a través de la modelación, etc., trabajar y argumentar en grupos).

1.3 Conocimiento del currículo. Este indicador reconoce el conocimiento del currículo como herramienta al servicio de la tarea de enseñar del profesor, con especial dominio de los materiales y los programas diseñados para la enseñanza de materias particulares a un nivel determinado, la variedad de materiales de instrucción disponibles en relación a esos programas, y el conjunto de orientaciones que sirven como indicaciones y/o contraindicaciones para el uso del currículo o del programa de estudios. Establecimos los siguientes tipos de evidencia de conocimiento del currículo: conocimientos en geometría y fracciones para 4º y conocimientos de geometría y proporcionalidad para 7º básico, en conformidad al marco curricular nacional vigente.

1.4 Organización de las Tareas Matemáticas Escolares. Respecto a la organización de las tareas matemáticas escolares, identifica o no identifica la secuencia.

1.5 Diseño de escenario. El diseño de escenario considera cómo se construye un escenario para aprender, si destaca el contexto sobre el uso enfatizado de analogías, o principalmente ocupa ejemplos y contraejemplos para mostrar; o crea conflictos cognitivos o integra otras disciplinas.

2 Conocimiento del Profesor en Relación al Saber del Alumno
La dimensión CRAC incluye características distinguibles del conocimiento del profesor en cuanto a los errores, dificultades, conocimientos adquiridos y estrategias respecto al saber de los alumnos. Es la habilidad del profesor para movilizar sus conocimientos de manera apropiada, (a) frente a una situación compleja en que alumnos expresan sus errores y/o dificultades, y que exigen del profesor una acción rápida, (b) frente al planeamiento, conducción y evaluación en la cual el profesor acude a sus conocimientos sobre los conocimientos adquiridos y las estrategias usuales de los alumnos del nivel.

2.1 Conocimiento de errores de los alumnos. Es el indicador del trabajo o conocimiento con los posibles errores de los alumnos, con una actitud anticipada a los mismos. Entendiendo por error a proporcionar una respuesta incorrecta a una cuestión matemática que se le plantea al alumno.

2.2 Conocimiento de las dificultades de los alumnos. Es el indicador de la comprensión del profesor respecto a las dificultades más frecuentes de los alumnos. La dificultad relacionada con aquello que impide conseguir, ejecutar o comprender el concepto o tópico matemático.

2.3 Conocimientos adquiridos por los alumnos. Este indicador está relacionado con el conocimiento del profesor de las conceptualizaciones del alumno, sobre los conocimientos previos adquiridos para enfrentar con éxito una tarea.

2.4 Estrategias usadas por los alumnos. Es el indicador del conocimiento del profesor sobre las estrategias utilizadas por sus alumnos al resolver una tarea.

3 Medios Didácticos
La dimensión MEDI reúne todas las representaciones concretizadoras utilizadas por el profesor para ayudar a generar el conocimiento por parte de los alumnos y construir y establecer relaciones. Indicadores de ésta son la utilización de tecnologías de la información, calculadora; la presentación a través esquemas, ilustraciones, dibujos, o el uso de materiales concretos (reloj, termómetro, balanza, pizarra, lápices de colores, etc.), entre otros.

Indicadores del CC

El CC, Conocimiento del Contenido, involucra CG -Conocimiento General- y el CE -Conocimiento Específico- de las fracciones, proporciones y geometría. El CPC queda descrito como sigue:

Tabla descriptora de la variable principal del estudio

	CPC CONOCIMIENTO PEDAGÓGICO DEL CONTENIDO		
DIMEN-SIONES	**ENSEÑANZA** transposición didáctica (adaptación al nivel escolar)	**CRAC** conocimiento del profesor en relación al saber del alumno	**MEDIOS DIDÁCTICOS** representaciones concretizadoras
INDICADORES	**CURR** conocimiento del Currículo **OTME** Organización de las tareas matemáticas escolares (secuencias) **CRE-M** Concepciones del profesor sobre la Matemática **CRE-A** Concepciones del profesor el aprendizaje (Teorías) **DIES** Diseño de escenario para aprendizaje (contextualizaciones, analogías, ejemplos y contraejemplos)	**ADQU** conceptualizaciones de los alumnos (sus conocimientos adquiridos) **DIFI** Dificultades más frecuentes de los alumnos **ERRO** Errores posibles de los alumnos **ESTG** Estrategias usuales de los alumnos	**MEDI** Medios didácticos (esquemas, ilustraciones, concretizaciones, materiales concretos, TIC)

Parte 2: Propuesta de investigación y sus componentes. Aspectos metodológicos y de validación.

Introducción

El objetivo principal de la investigación comprometida con FONIDE fue "Mostrar evidencias de que las fortalezas y debilidades de los saberes de profesores en relación a la noción CPC están significativamente asociadas con la eficiencia de la enseñanza de la matemática en la Educación Básica; y cuantificar el grado de asociación". Para ello se diseñó un estudio empírico que relaciona los saberes de los profesores con los saberes de sus alumnos. El CC y el CPC de los profesores se obtuvieron por medio de cuestionarios y los conocimientos adquiridos por los alumnos se obtienen por medio de pruebas. El estudio se complementó con un segundo estudio que cuantificó la presencia de indicadores del CPC y del CC durante el desarrollo de las clases. Este segundo estudio consideró la preparación de una pauta de observación, rúbricas, videograbación de clases, codificación individual por tres jueces y discusiones entre ellos para consensuar una codificación común. En esta sección del informe se presentan aspectos centrales de la metodología usada en estos estudios, ofreciendo evidencias de la calidad del estudio y algunas debilidades del mismo.

Propuesta Metodología del Estudio

El estudio incluyó una componente cualitativa y otra cuantitativa. La componente cualitativa contempló observación y análisis de videos de clases. Los análisis se realizaron a partir de una pauta de observación de la presencia de indicadores del CPC y del CC del profesor en videograbaciones de clases. Antes de la elaboración de la pauta hubo observaciones y transcripciones de episodios de clases, además de la revisión de cuadernos, guías y pruebas de alumnos. Todo lo cual dio cabida a la identificación de algunos énfasis puestos por profesores en clases, algunos errores cometidos por alumnos y algunas representaciones usadas por profesores o alumnos.

Con respecto a la componente cuantitativa, se aplicó pruebas a alumnos y cuestionarios a profesores en el marco de un muestreo estratificado en tres comunas de la Región de Valparaíso, alcanzando a 106 profesores y 128 grupos cursos. De cada establecimiento fue elegido un curso de 4º básico y otro en 7º, salvo excepciones originadas por el muestreo aleatorio que en cuatro casos llevó a la selección de dos cursos por nivel en un mismo establecimiento. Hubo 2 profesores que hacen clases en 2 cursos de la muestra, uno de ellos en establecimientos distintos. Alrededor de 20 profesores no respondieron a los cuestionarios, pese a que inicialmente junto a sus directores habían aceptado participar en el estudio, cuestión que era admisible conforme a los protocolos de ética de participación voluntaria.

A cada curso se le hizo corresponder el profesor de matemáticas para el año. A cada profesor de 4º básico se le solicitó contestar un cuestionario con datos personales y profesionales, un cuestionario referido a las fracciones y su enseñanza y un cuestionario referido a geometría y la enseñanza de la geometría. Análogamente a los profesores de 7º se les pidió contestar un cuestionario de datos personales, uno referido a la proporcionalidad y su enseñanza y otro a geometría y su enseñanza.

Los alumnos de cada curso respondieron a una prueba, primero como pretest y luego como postest. La prueba se refirió a fracciones y geometría en 4º básico, y a proporcionalidad y geometría en 7º. También se consideraron algunos ítems de datos y azar utilizados en otro estudio. Tanto la prueba de 4º como la de 7º básico fueron confeccionadas en tres formas, para su aplicación en una clase de 45 minutos y así no quitar demasiado tiempo a las actividades curriculares habituales de profesores y alumnos.

Muestreo en componente cuantitativa

La selección de los establecimientos se inició a partir del listado de todos los establecimientos que están en los registros de la página web www.simce.cl del año 2009 de las comunas de Valparaíso, Viña del Mar y Quilpué. Los datos principales de los establecimientos de cada comuna fueron transcritos a una planilla Excel y clasificados según su nivel socioeconómico (según clasificación del SIMCE) y rendimiento SIMCE, para luego proceder a una selección aleatoria y proporcional, según lo indica el número en paréntesis en la tabla siguiente. En la práctica, debido a que no todos los directores de establecimientos y profesores aceptaron participar, o bien aceptando la participación no contestaron los cuestionarios, para el muestreo real se requirió cambiar unos establecimientos por sustitutos equivalentes. Lo cual no fue siempre posible y llevó a las cantidades expresadas sin paréntesis en la tabla.

Cantidad (teórica) / real de grupos cursos por comuna, NSE y Nivel SIMCE

Nivel SIMCE	*NSE*	*Valparaíso*	*Viña del Mar*	*Quilpué*
Significativa-mente sobre la media	Alto y Medio Alto	(4) 2 y 2	(5) 2 y 2	(2) 1y 1
	Medio	(2) 0	(4) 4 y 4	(4) 0
	Bajo y Medio Bajo	(2) 1 y 1	(6) 3 y 3	(1) 1 y 1
En la media	Alto y Medio Alto	(5) 3 y 3	(5) 2 y 2	(3) 0
	Medio	(5) 3 y 3	(5) 2 y 2	(2) 1 y 1
	Bajo y Medio Bajo	(6) 3 y 3	(4) 2 y 2	(2) 1 y 1
Significativa-mente bajo la media	Alto y Medio Alto	(6) 2 y 2	(8) 4 y 4 + 1 y 1	(6) 2 y 2
	Medio	(10) 5 y 5	(10) 4 y 4 + 2 y 2	(7) 4 y 4 + 1 y 1
	Bajo y Medio Bajo	(10) 6 y 6	(4) 1 y 1	(2) 2 y 2
Total	**112 + 16 = 128**	**(50) 48**	**(51) 48 y 6**	**(29) 16 y 10**

En rojo: cursos en que se aplicó a fin de año el instrumento de pre-test en vez del de pos-test en números

No todos los profesores de los 128 cursos en que se aplicó pruebas a los alumnos respondieron a los cuestionarios de números (fracciones o proporcionalidad) y /o de geometría.

Establec	Comuna	Simce-NSE	Profesor	Nivel	Pro	Geo	Profesor	Nivel	Frac	Geo
Estab 1	Quilpué	siAnsAMA	Profe 1	7°	si	si	Profe 47	4º	si	si
Estab 2	Quilpué	siAnsBMB	Profe 2	7°	si	si	Profe 48	4°		si
Estab 3	Quilpué	siBnsAMA	Profe 3	7°	si	si	Profe 49	4°	si	si
Estab 4	Quilpué	siBnsAMA	Profe 4	7°	si	si	Profe 50	4°	si	si
Estab 5	Quilpué	siBnsBMB					Profe 51	4°	si	si
Estab 6	Quilpué	siBnsBMB	Profe 5	7°	si	si	Profe 52	4°	si	si
Estab 7	Quilpué	siBnsBMB	Profe 6	7°	si	si				
Estab 8	Quilpué	siBnsM					Profe 53	4°		si
Estab 9	Quilpué	siBnsM	Profe 7	7°	si	si	Profe 54	4°	si	si
Estab 10	Quilpué	siBnsM	Profe 8	7°	si	si	Profe 55	4°	si	si
Estab 11	Quilpué	siBnsM	Profe 9	7°	si	si	Profe 56	4°	si	si
Estab 12	Quilpué	siBnsM					Profe 57	4°	si	si
Estab 13	Quilpué	siMnsBMB	Profe 10	7°	si		Profe 58	4°	si	si
Estab 14	Quilpué	siMnsM	Profe 11	7°	si	si	Profe 59	4°	si	si
Estab 15	Valpara	siAnsAMA	Profe 12	7º	si	si	Profe 60	4º	si	si
Estab 16	Valpara	siAnsAMA	Profe 13	7º	si	si				
Estab 17	Valpara	siAnsAMA	Profe 14	7º	si	si				
Estab 18	Valpara	siAnsAMA	Profe 15	7º	si	si	Profe 61	4º		si
Estab 19	Valpara	siAnsBMB	Profe 16	7º	si	si	Profe 62	4º	si	si
Estab 20	Valpara	siAnsM	Profe 17	7º	si	si				
Estab 21	Valpara	siBnsAMA	Profe 18	7º	si	si	Profe 63	4º	si	si
Estab 22	Valpara	siBnsAMA					Profe 64	4º	si	si
Estab 23	Valpara	siBnsAMA					Profe 65	4º	si	si
Estab 24	Valpara	siBnsBMB	Profe 19	7º	si	si	Profe 66	4º	si	si
Estab 25	Valpara	siBnsBMB					Profe 67	4º	si	si
Estab 26	Valpara	siBnsBMB					Profe 68	4º	si	si
Estab 27	Valpara	siBnsBMB	Profe 20	7º	si	si	Profe 69	4º	si	si
Estab 28	Valpara	siBnsBMB	Profe 21	7º	si	si				
Estab 29	Valpara	siBnsBMB	Profe 22	7º	si	si	Profe 70	4º	si	si
Estab 30	Valpara	siBnsM	Profe 23	7º	si	si	Profe 71	4º	si	si
Estab 31	Valpara	siBnsM	Profe 24	7º	si	si	Profe 72	4º	si	si
Estab 32	Valpara	siBnsM					Profe 73	4º	si	si
Estab 33	Valpara	siBnsM					Profe 74	4º	si	si
Estab 34	Valpara	siBnsM					Profe 75	4º	si	si
Estab 35	Valpara	siMnsAMA	Profe 25	7º		si	Profe 76	4º	si	si
Estab 36	Valpara	siMnsAMA	Profe 26	7º	si	si	Profe 77	4º	si	si
Estab 37	Valpara	siMnsBMB	Profe 27	7º	si	si				
Estab 38	Valpara	siMnsBMB	Profe 28	7º	si	si	Profe 78	4º	si	si
Estab 39	Valpara	siMnsBMB	Profe 29	7º	si	si	Profe 79	4º	si	si
Estab 40	Valpara	siMnsM	Profe 30	7º	si	si	Profe 80	4º	si	si
Estab 41	Valpara	siMnsM					Profe 81	4º	si	si
Estab 42	Valpara	siMnsM	Profe 31	7º	si	si	Profe 82	4º	si	
Estab 43	Viña	siAnsAMA	Profe 32	7º	si	si	Profe 83	4º	si	si
Estab 44	Viña	siAnsAMA	Profe 33	7º	si	si	Profe 84	4º	si	si
Estab 45	Viña	siAnsAMA	Profe 34	7º	si	si	Profe 85	4º	si	si
Estab 46	Viña	siAnsM	Profe 35	7º	si	si	Profe 86	4º	si	si
Estab 47	Viña	siAnsM					Profe 87	4º	si	si
Estab 48	Viña	siAnsBMB	Profe 36	7º	si	si	Profe 88	4º	si	si
Estab 49	Viña	siAnsBMB	Profe 37	7º	si	si	Profe 89	4º	si	si
Estab 50	Viña	siAnsBMB					Profe 90	4º		si
Estab 51	Viña	siMnsAMA	Profe 38	7º	si	si	Profe 91	4º	si	si
Estab 52	Viña	siMnsAMA					Profe 92	4º	si	si
Estab 53	Viña	siMnsM					Profe 93	4º	si	si
Estab 54	Viña	siMnsM	Profe 39	7º	si	si	Profe 94	4º	si	si
Estab 55	Viña	siMnsBMB					Profe 95	4º	si	si
Estab 56	Viña	siBnsAMA	Profe 40	7º	si	si	Profe 96	4º		si
Estab 57	Viña	siBnsAMA					Profe 97	4º	si	si
Estab 58	Viña	siBnsAMA					Profe 98	4º	si	si
Estab 59	Viña	siBnsAMA	Profe 41	7º	si	si	Profe 99	4º	si	si
Estab 60	Viña	siBnsAMA					Profe 100	4º	si	si
Estab 61	Viña	siBnsM	Profe 42	7º	si	si	Profe 101	4º	si	si
Estab 62	Viña	siBnsM	Profe 43	7º	si	si	Profe 102	4º	si	si
Estab 63	Viña	siBnsM	Profe 44	7º	si	si	Profe 103	4º	si	si
Estab 64	Viña	siBnsM					Profe 104	4º	si	si
Estab 65	Viña	siBnsM					Profe 105	4º	si	si
Estab 66	Viña	siBnsM	Profe 45	7º	si	si	Profe 106	4º	si	si
Estab 67	Viña	siMnsM	Profe 46	7º	si	si				

Instrumentos para la Recolección de Datos

Se construyeron pruebas para los alumnos de 4º y 7º básico en torno a dos ejes del currículo: Números y Geometría. Los ítems de las pruebas fueron diseñados a partir de preguntas de pruebas SIMCE, TIMSS, PISA y LLECE (Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación). Esta selección y adaptación de ítems permitió construir instrumentos con ítems validados en mediciones de alcance nacional o internacional.

Con respecto a los instrumentos que miden el CC y CPC de los profesores, se optó por una metodología más sofisticada, puesto que existen pocos instrumentos de esta naturaleza ya validados. En primer lugar se obtuvo ítems usados en otros estudios, principalmente por el grupo de la Universidad de Michigan. Constatamos que existen de distintos tipos, por ejemplo de selección múltiple, abiertos de respuesta breve y reactivos ante episodios de clases en videos cortos. Para la construcción de los ítems se tuvo en cuenta una tabla de especificaciones con los Contenidos Mínimos Obligatorios declarados en el ajuste curricular para 4º y 7º básico referidos a los temas de Fracciones, Proporcionalidad y Geometría; y el marco teórico sobre el CPC adoptado en este estudio.

Plataforma Computacional

Se construyó una plataforma computacional con el propósito de recoger las respuestas de los profesores a los cuestionarios, ofreciéndoles privacidad, más confianza y libertad para responder según disponibilidad de tiempo y ritmo de trabajo. Los docentes pudieron entrar tras una conexión vía e-mail a una plataforma LimeSurvey. Ésta es una aplicación informática cuyo código fuente es abierto, gratuito y de libre distribución, diseñado específicamente para la creación de encuestas en línea.

Para asegurar la privacidad de la información, la invitación que los encuestados reciben para ingresar al sistema les permite única y exclusivamente responder la encuesta, una única vez. Los paneles de control de encuestas y usuarios y de la Plataforma sólo están disponibles para el administrador del sistema. Se utilizó la versión 1.87 de LimeSurvey, la que se encuentra instalada en el equipo servidor del Instituto de Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, el cual funciona usando el sistema operativo Linux Ubuntu Server.

Características de las pruebas para alumnos y de los cuestionarios para profesores

Prueba de Fracciones para alumnos de 4º básico

La prueba constó de 34 ítems de alternativas y uno abierto para completar. Todos referidos a los Contenido Mínimos Obligatorios (CMO) 5 y 6 del Currículum de Matemática para 4º Básico o a conocimientos considerados previos o claves para adquirir los CMO 5 y 6 señalados.

CMO 5. Significado, lectura y escritura de fracciones simples o de uso frecuente (1/2,1/3, 1/4, 1/8, 3/4, 1/10, 1/100), su empleo para cuantificar y comparar partes de un objeto, de una unidad de medida o de una colección de elementos en contextos cotidianos; comparación entre fracciones y representación en la recta numérica.

CMO 6. Lectura, escritura y reconocimiento del valor representado por cada dígito en números decimales entre 0 y 1 (hasta las cifras de las centésimas) y su relación con fracciones (1/2, 1/4, 3/4, 1/10, 1/100), empleo para cuantificar magnitudes, comparación entre números decimales y representación en la recta numérica.

Considerando que el CMO 5 involucra varias ideas, se descompuso en tres partes, con lo cual se delimitó cuatro contenidos y dos dimensiones para la construcción de los ítems, esto es ocho categorías para el CMO 5 y dos para el CMO 6.

Tabla de Especificaciones de la prueba de fracciones

CMO	Descripción	Contenidos previos	Conocimiento y aplicación de los contenidos
5ª	significado, lectura y escritura de fracciones simples	4	4
5b	empleo para cuantificar y comparar - partes de un objeto, - partes de una unidad de medida o - partes de una colección	6	11
5c	comparación entre fracciones y representación en la recta numérica.	0	4
6	valor representado por cada dígito en números decimales entre 0 y 1 (hasta las cifras de las centésimas) y su relación con fracciones	1	3

La prueba de Fracciones se estructuró en tres formas para su aplicación, de modo que cada alumno respondiera sólo 11 a 12 ítems junto a otras preguntas sobre Geometría y otros datos, en un máximo de 45 minutos.

La forma A se aplicó a 528 alumnos y contó con once ítems de fracciones. La impresión de la alternativa c) del ítem 2 de la forma A tuvo un corrimiento de una expresión fraccionaria, por lo que se eliminó para el análisis de la confiabilidad. Usando el método de Kuder-Richardson, se obtiene R = (10/9) * (3,09-538066/528*528)/ 3,09 = 0,89, para la forma A de la prueba de fracciones.

La forma B se aplicó a 508 alumnos y contó con once ítems. Diez de alternativas y uno que solicita responder si/no y representar las fracciones 1/2 y 2/4 por medio de un esquema. Usando el método de Kuder-Richardson, obtenemos una confiabilidad R = 0,75 para la forma B de la prueba de fracciones. La forma C se aplicó a 441 alumnos y contó con once ítems de alternativas. Usando el método de confiabilidad de Kuder-Richardson, obtenemos R = 0,51 para la forma C.

Prueba de proporcionalidad para alumnos de 7º básico

La prueba de proporcionalidad para 7º básico constó de 23 ítems de alternativas, complementados en cuatro casos la solicitud de resultados de cálculos numéricos y cuatro casos en que se solicitan argumentos o pareceres. Los ítems están vinculados a los dos Objetivos Fundamentales (OF) sobre proporcionalidad contemplados en el Marco Curricular para 7º básico (MINEDUC, 2009). A saber:

> CMO 6. Interpretación de una proporción como una igualdad entre dos razones cuando las magnitudes involucradas varían en forma proporcional, y su aplicación en diversas situaciones, por ejemplo, en el cálculo de porcentajes.
>
> CMO 8. Resolución de problemas en contextos diversos y significativos en los que se utilizan proporciones, enfatizando en aspectos relativos al análisis de las estrategias de resolución, la evaluación de la validez de dichas estrategias en relación con la pregunta, los datos y el contexto del problema.

Tabla de Especificaciones de la prueba de Proporcionalidad

CMO	Descripción	Contenidos previos	saber	CC y CPC
6 a	interpretación de una proporción como una igualdad entre dos razones cuando las magnitudes involucradas varían en forma proporcional	1		3
6 b	aplicación en diversas situaciones, por ejemplo, en el cálculo de porcentajes.	1	2	2
8 a	resolución de problemas en contextos diversos y significativos en los que se utilizan proporciones	1	4	2
8 b	análisis de las estrategias de resolución, evaluación de la validez de dichas estrategias en relación con la pregunta, los datos y el contexto del problema.		5	3

Indicadores de confiabilidad

La prueba de Proporcionalidad para 7º básico también se estructuró en tres formas para su aplicación, de modo que cada alumno respondiera sólo 8 a 9 ítems junto a preguntas de Geometría y Datos, en un máximo de 45 minutos.

A diferencia de la prueba de Fracciones para 4º básico, que sólo midió conocimiento en los alumnos, en esta prueba se incluyó ítems que recabaron información para medir el CPC de los profesores. De las 24 preguntas, 14 fueron de conocimiento y 10 para recoger información sobre el CPC de los profesores. La prueba, al igual que en el caso de 4º básico, se dividió en tres Formas. La forma A incluyó 6 preguntas de conocimiento, la B 5 preguntas y la forma C sólo 3. La poca cantidad de ítems por cada Forma llevó a índices de confiabilidad bajos: R_{kr20} =0,59; R_{kr20} =0,30 y R_{kr20} =0,01 respectivamente.

Pruebas de geometría para alumnos

Las pruebas de geometría para 4º y 7º básico contaron con 39 y 20 ítems respectivamente. En el caso de 4º básico los ítems contemplaron 3 alternativas y en algunos casos sólo dos. En 7º los ítems en su mayoría fueron de 4 alternativas. En ambas pruebas se permitió a los alumnos dar más de una respuesta. El énfasis en 4º básico fue la visualización y en 7º la argumentación. Los ítems de visualización correspondieron a los objetos matemáticos tratados en el nivel y en niveles anteriores, en el caso de 7º básico, las argumentaciones se refirieron a temas de construcción y propiedades de los cuerpos que se estudian en el nivel, conforme al marco curricular.

Los índices de confiabilidad para 4º básico fueron, en la forma A con 9 ítems, R_{kr20}=0,29; en la forma B con 17 ítems, R_{kr20}=0,625, y en la forma C con 13 ítems, R_{kr20}=0,48. En 7º básico, en la forma A con 7 ítems, R_{kr20}=0,39; en la forma B con 6 ítems, R_{kr20}=0,38, y en la forma C con 7 ítems, R_{kr20}=0,23.

Antecedentes de los profesores

Por medio de la plataforma computacional se recogió la siguiente información de los profesores, la cual ofrece un perfil de los docentes participantes y se usa en los análisis complementarios:

Rasgos del profesor

1-1 Formación

Posee título de Profesor:

En caso afirmativo complete: Institución y Modalidad

Posee mención o postítulo en matemática:

En caso afirmativo complete: Número de horas aproximado: Institución:

Curso importante adicional a su formación que incidió en cómo enseña matemática

Nombre (tema) del curso: Institución:

1-2 Experiencia profesional

Número de años que hace clases de matemáticas (horas del currículo, no talleres).

Años en primer ciclo

Años en segundo ciclo

Número de horas actual frente a curso a la semana (este y otros establecimientos]

1-3 Rasgos personales

Gênero (masculino o Femenino) y Edad (años)

Cuestionarios aplicados a los docentes

Los docentes respondieron a dos cuestionarios. Los de 4º básico respondieron a uno sobre el CC y el CPC referido a fracciones y otro a geometría. Los docentes de 7º respondieron a un cuestionario sobre el CC y el CPC referido a proporcionalidad y otro a geometría.

Los cuestionarios para los profesores se ajustaron a la siguiente tabla de especificaciones:

Nivel	Tipo de Conocimiento / Temática	CC	CPC		
			CRAC	ENSE	MEDI
4º básico	Fracciones	9	10	15	3
4º básico	Geometría	21	10	9	0
7º básico	Proporcionalidad	11	8	9	3
7º básico	Geometría	10	4	14	0

Los índices de confiabilidad de estos instrumentos son bajos, R= 0,2 a R=0,3, aunque mejoran con el coeficiente Phi como indicador. Ello en parte se debe a que las mediciones se realizan con 35 a 60 profesores y los ítems responden a constructos complejos en construcción.

Parte 3: El CPC en los profesores y su relación con la conceptualización de las fracciones por parte de sus alumno en 4º básico.

Introducción

Esta parte 3 del informe presenta una investigación en sí misma. 60 de los 106 profesores que participaron en el estudio hacían clases en 4º básico, por lo cual los tamaños de muestra responden a esta situación. Además, al igual que en las partes siguientes de este informe, la concretización del marco teórico responde a las características del objeto matemático en estudio, en este caso el de fracción. Los aprendizajes y consecuentemente la enseñanza se vincula a las peculiaridades de los saberes en juego. Por ejemplo la proporcionalidad se relaciona con la modelación de situaciones en que intervienen dos variables y la geometría con fenómenos de visualización y razonamiento. En el caso de la conceptualización de las fracciones, juega un rol importante las nociones de extensión conceptual y de formas de representación, cuestiones que afectaron diferenciadamente la operacionalización del marco teórico.

A diferencia de los informes usuales, en éste se presenta primero el nivel de certidumbre que corrobora la hipótesis principal del estudio y luego se describe en detalle los procesos que conllevaron a este hallazgo, mostrando los alcances, debilidades y proyecciones de la investigación. Esta secuencia se adoptó para facilitar la comprensión del lector e invitarlo a abandonar o continuar en la lectura del documento en función de su interés por conocer los pormenores que avalan los resultados.

Corroboración de la hipótesis principal

El estudio mostró una relación significativa entre las variables estudiadas (P=0,009), llegando el CPC en el profesor a explicar un 13% de los conocimientos alcanzados por los alumnos con respecto a la conceptualización de las fracciones.

Regression Analysis: Alumnos versus CPC. The regression equation is Alumnos = 0.137 + 0.0116 CPC

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	0.13659	0.06537	2.09	0.043
CPC	0.011603	0.004222	2.75	0.009

S = 0.0982620 R-Sq = 14.9% R-Sq(adj) = 13.0%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	0.072921	0.072921	7.55	0.009
Residual Error	43	0.415183	0.009655		
Total	44	0.488104			

La variable CPC sería más explicativa que el CC en cuanto a la conceptualización de las fracciones por parte de los alumnos. Alcanzándose un nivel de explicación del 17% al actuar conjuntamente las variables CPC y CC.

Regression Analysis: Alumnos versus CPC; CC. The regression equation is Alumnos = 0.145 + 0.00966 CPC + 0.00620 CC

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	
Constant	0.14469	0.05384	2.69	0.011	
CPC	0.009662	0.003986	2.42	0.020	
CC	0.006205	0.008101	0.77	0.448	S = 0.0788776 R-Sq = 21.6% R-Sq(adj) = 17.4%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0.065042	0.032521	5.23	0.010
Residual Error	38	0.236424	0.006222		
Total	40	0.301466			

Al integrar nuevas variables al modelo, el estudio dio evidencias de que el nivel socioeconómico que caracteriza a los estudiantes por establecimiento y la experiencia del docente haciendo clases de matemáticas, se comportaban como mejores predictores y que en suma explican el 50% de la conceptualización de las fracciones por parte del alumno.

Regression Analysis: Alumnos versus NSEN; CPC; CC; EXP

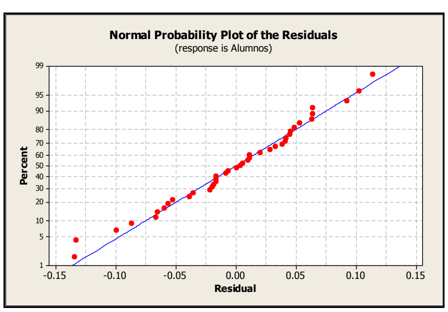
The regression equation is Alumnos = 0.105 + 0.0538 NSEN + 0.00294 CPC - 0.00016 CC + 0.00359 EXP

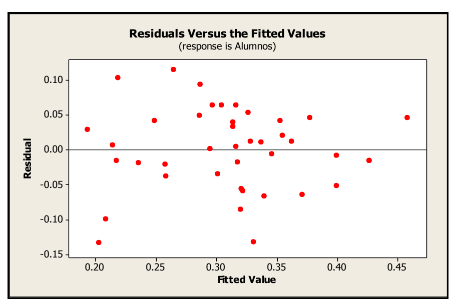
Predictor	Coef	SE Coef	T	P	
Constant	0.10535	0.04345	2.42	0.020	
NSEN	0.05384	0.01360	3.96	0.000	
CPC	0.002936	0.003392	0.87	0.393	
CC	-0.000161	0.006480	-0.02	0.980	
EXP	0.0035936	0.0009566	3.76	0.001	S = 0.0618086 R-Sq = 54.4% R-Sq(adj) = 49.3%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	4	0.163935	0.040984	10.73	0.000
Residual Error	36	0.137531	0.003820		
Total	40	0.301466			

La consistencia de estos resultados está avalada además por la normalidad de la distribución de los residuos y la aparente inexistencia de sesgo, conforme se visualiza en los gráficos siguientes.





Era esperado que el NSE fuera el mayor predictor, de hecho en función de éste se estratificó la muestra. Lo nuevo es la cuantificación del efecto del CPC y CC en ese contexto. Si se separa el NSE en 5 estratos en vez de 3 y si se combina con la ubicación del establecimiento por sobre, en la media o por bajo de los puntajes medios en el SIMCE se alcanza mayor poder predictivo. Pero esto último no es el foco de este estudio, sino la conceptualización del CPC y en esa dirección apuntan las secciones siguientes.

Medición del CPC y CC en los Profesores en cuanto a las Fracciones

Se elaboró e implementó un cuestionario para medir el CPC y el CC referido a la conceptualización de las fracciones de los profesores de 4º básico. El cuestionario fue aplicado en línea con el objeto de conseguir un alto nivel de respuestas, privacidad y adaptación a las diferencias de ritmo personal de los profesores. A pesar de que hubo un incentivo económico, debido probablemente a que se aplicó en Noviembre, fecha de término del año escolar, hubo que insistir vía mail y telefónicamente por más de 5 semanas para obtener sobre el 80% de las respuestas esperadas, cuestión crucial para contrastar válidamente los resultados de la aplicación del cuestionario a los profesores con la prueba aplicada a los alumnos.

El cuestionario referido a fracciones fue contestado, entre el 30 de octubre y el 6 de diciembre del 2010, por 54 profesores de 4º Básico, correspondiente al 84% de los 64 cursos considerados en conformidad a la muestra. Más adelante se logró que 6 profesores contestaran el cuestionario, datos que quedaron fuera de los análisis parciales. Las razones para no contestar aludieron principalmente a la falta de tiempo en el período de finalización de año. Además hubo otras causas como la falta de manejo de computadores por parte de al menos 3 profesores, razones de licencias médicas prolongadas de 2 profesores y un fallecimiento de cónyuge. El tiempo que demoró cada profesor en responder al cuestionario quedó registrado en la plataforma. Varios profesores ingresaron más de una vez a la plataforma para dar por terminado el cuestionario después de 2 a 5 intentos. La demora en responder osciló en general entre los 25 minutos y 85 minutos. Si se considera todos los intervalos en que el cuestionario estuvo activo en línea, algunos pocos profesores demoraron más de 2 horas en responder. Aunque no hubo control de lo qué hizo el docente mientras respondía al cuestionario o de si fue suplantado o recibió ayuda, cabe hacer notar que se insistió en que los resultados individuales no serían públicos. Al encabezado del cuestionario se hizo notar la privacidad y que las respuestas debían reflejar sus apreciaciones y no necesariamente lo que aparentemente era lo más correcto. Estas ideas reiteraban lo establecido en el protocolo de participación. Todo esto con el objeto de recoger información lo más fidedigna a la percepción de la realidad del participante.

El instrumento considera 37 preguntas de cuatro alternativas, además de incluir una sección que recoge datos profesionales y personales del docente, como ya se señaló: edad, género, años de experiencia como docente de primer ciclo en matemáticas, título profesional, número de horas de la mención o pos-título cuando lo tuviera, tema y número de horas del principal curso de perfeccionamiento en matemáticas. A partir de estos antecedentes se construyó la variable “FORM”, horas de formación matemática. Esta se estimó de la siguiente manera: 2400 horas para quienes ostentan el título de profesor de enseñanza media y 400 para quienes eran profesores de básica. Más 400 u 800 horas para quienes tenían mención, según lo esclarecieran y 100 a 200 horas adicionales para quienes declararan un curso en ese rango que encontraran que había tenido impacto en su formación como profesores de matemática.

Las 37 preguntas abarcan 6 preguntas para el CC y 31 para el CPC, distribuidas en 6 para representaciones o medios didácticos (MEDI), 14 para enseñanza (ENS) y 11 sobre el conocimiento del alumno (CRAC). La componente ENS se descompuso en 2 ítems para conocimiento del currículo (CURR), 6 para diseño de escenarios (DIES), 4 para creencias sobre el aprendizaje de la matemática (CRE-A), 1 para creencias sobre la matemática (CRE-M) y 1 para organización de tareas matemáticas (OTME).

La mayor dificultad de algunos profesores para responder a las preguntas de representaciones (MEDI) podría estar asociada a su nivel en CC, y no sólo al aspecto representacional del ítem, siendo en algunos casos difícil para los investigadores diferenciar ambos aspectos. Esta discusión no quedó agotada entre los investigadores en este estudio.

Si bien la mayoría de las respuestas fueron categorizadas a priori con su alternativa correcta, hubo casos en que la respuesta correcta quedó determinada por las concepciones de los investigadores. Para la categoría “ENSE” se estimaron a priori como respuestas correctas las más cercanas al constructivismo que al conductismo, a un enfoque social por sobre uno tecnológico, a la conceptualización por sobre el desarrollo de estrategias algorítmicas. Para la categoría CRAC se consideró a priori que las afirmaciones de los profesores en relación a los errores de los alumnos y sus estrategias y preconceptos serían contrastados con las respuestas de los estudiantes, por ello, en algunos casos las respuestas quedaron sujetas a los resultados de la aplicación del cuestionario a los alumnos.

La menor cantidad de alumnos por curso que la esperada, en casos extremos uno de 17 y otro de 11, junto al hecho de que se usó 3 formas para recoger la información de los alumnos, debilitó el criterio preestablecido para la categoría CRAC. Para precisar la respuesta correcta asociada a cada ítem sobre el CRAC se investigó por medio del pretest y el postest las estrategias, errores y pre-concepciones de los alumnos.

Tablas con las alternativas postuladas a priori como correctas a las 37 preguntas del cuestionario

ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS
DIE	CREA	DIE	OTME	CURR	DIE	DIE	DIE	CREA	CREA	CREA	CREM	DIE	CURR
b	c	a	d	d	d	d	b	c	c	b	c	c	c
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

CC	CC	CC/MED	CC	CC	CC	CC	CC/MED	CC/MED	MED	MED	MED	ENS
												ESTR
c	b	c	c	a	c	c	c	C	b	a	c	b
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27

CRA	CRA	CRA	CRA	CRA	CRA	CRA	CRA	CRA	CRA
ERRO	ERRO	ERRO	ADQ	ERRO	ADQ	ADQ	ERRO	ERRO	ESTR
a	c	d	d	c	a	A	**bd**	C	c
28	29	30	31	32	33	34	**35**	36	37

Validación del cuestionario

Para la validación de este cuestionario sobre **"conocimiento del profesor sobre la enseñanza de las fracciones"** quedó fuera la idea inicial de aplicar análisis factorial, debido a la heterogeneidad de los elementos contemplados en cada dimensión y el escaso número de profesores. La apariencia multidimensional del CPC no hizo posible desarrollar en el corto plazo suficientes ítems para atender las 10 sub-dimensiones adoptadas y, a su vez, solicitar a los docentes que dispusieran del tiempo requerido para responder a los dos contenidos tratados por nivel. La siguiente tabla muestra las correlaciones resultantes de los ítems del cuestionario con las dimensiones asociadas, en función de las respuestas a priori:

	0,44	0,37	0,15	0,39	0,4	0,45	0,4	0,41	0,5	0,59
CRAC	CRA	CRA	CRA	CRA	CRA	CRA	CRA	CRA	CRA	CRA
	ERRO	ERRO	ERRO	ADQ	ERRO	ADQ	ADQ	ERRO	ERRO	ESTR

	-0,1	0,3	0,3	0,06	0,4	0,26	0,2	0,52	0,23	0,2	0,46	0,41	0,32	-0,1	0,32
ENSE	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS
	DIE	CREA	DIE	OTM	CURR	DIE	DIE	DIE	CREA	CREA	CREA	CREM	DIE	CURR	ESTR

	0,23	0,49	0,49	0,39	0,4	0,62	0,7	0,41	-0	0,67	0,73	0,34
CC y MEDI	CC	CC	CC	CC	CC	CC	CC/M	CC/M	CC/M	MED	MED	MED

Las tablas de arriba mostraron correlaciones negativas, lo que llevó a cuestionar la pertinencia de las respuestas elegidas. Se estudió detenidamente cada pregunta y se tuvo en consideración las correlaciones que emergen al correlacionar cada ítem con los resultados de los alumnos de cada profesor, al seleccionar las distintas alternativas como correctas en relación a las respuestas de los profesores. Las tablas muestran en amarillo las celdas con las correlaciones óptimas por ítem.

Si es d	-0	-0	-0	0	0,09	-0	0,1	0	0,1	0,1	0,1	0,1
Si es c	0,2	0,1	0,4	0,1	0	0,2	0,1	-0	-0	0,1	-0	0,1
Si es b	0,1	0,1	-0	0	0,09	-0	0,1	0,1	0,3	0,1	0,1	0,1
Si es a	0,1	-0	-0	-0	-0,1	0,1	0,1	-0	0,3	0,4	0	
ítem	it1	it2	it3	it4	it5	it6	it7	it8	it9	it10	it11	it12

Si es d	0	0,1	-0	0,3	-0	-0	-0	-0	-0	0,1	-0	-0
Si es c	-0	0	0	-0	-0	-0	0,1	0,1	0,3	0	0,1	-0
Si es b	-0	0	0	0	-0	-0	-0	0,1	0,3	0	0,1	0,1
Si es a	0,1	-0		-0	-0	0,1	-0	-0	-0	0,2	-0	0,1
ítem	it13	it14	it15	it16	it17	it18	it19	it20	it21	it22	it23	it24

Si es d	-0	0,2	0	0	-0	0,2	0,1	-0	-0	-0	0,1	0,3	0,1
Si es c	0	-0	0,2	-0	0,1	0	-0	0,1	-0	-0	-0	-0	0,1
Si es b	-0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0	0,1
Si es a	-0	0,1	-0	0,1		-0	-0	0,2	0,2	0,1	-0	0	0,1
ítem	it25	it26	it27	it28	it29	it30	it31	it32	it33	it34	it35	it36	it37

Este análisis llevó a identificar situaciones críticas como las que se explican a continuación para el caso de los ítems 17 y 18:

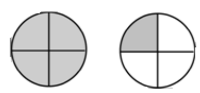
17 Javier, alumno 5º básico, afirma que encontró una forma nueva para comparar fracciones: "La fracción con el numerador más cerca del denominador es mayor. Por ejemplo: 4/5 es mayor que 3/7, ya que 4 está más cerca de 5 que 3 de 7."

¿Qué opina usted de este método?

a. El método es correcto
b. El método solamente funciona con fracciones menores que uno
c. El método funciona sólo con algunas fracciones.
d. Su método resulta sólo para este ejemplo

La mayor parte de los docentes, 36 de 51, respondió "d", siendo correcta la alternativa "c". Sin embargo el ítem no discrimina a favor de los 10 profesores que respondieron b.

18 La profesora Jiménez considera importante variar la unidad cuando enseña fracciones. Un día ella usó cien pesos y luego doce huevos como la unidad. Ahora, utiliza como unidad un dibujo con dos pizzas. **¿Qué fracción de las dos pizzas ella está ilustrando abajo?**



a. 5/4 b. 5/3 c. 5/8 d. ¼

Cabe hacer notar que 27 de 51 docentes respondió "a", de manera incorrecta, y 17 respondieron "c", la alternativa correcta. Sin embargo, como se observa en la tabla anterior, sólo discrimina positivamente y de manera no significativa la alternativa "a", lo cual es contradictorio. Este ítem ha sido usado por otros investigadores, por ejemplo el grupo de Ball y Hill de la Universidad de Michigan (www.sitemaker.umich.edu/lmt) y fue validado empíricamente en el marco de este estudio con profesores de Educación Básica chilenos. Se formuló de manera independiente esta pregunta a dos profesoras y un profesor que cursaban un programa de postítulo de mención en matemáticas, tras estudiar el módulo de números. Luego, pasados unos minutos se les pidió a la tríada de profesores que se reunieran, comentaran sus respuestas e hicieran un breve informe acerca de sus coincidencias, discrepancias y acuerdos. El informe del grupo decía que en un principio los tres profesores habían dado una misma respuesta pero que se habían sentido algo inseguros, y que después de la discusión habían acordado en cambiar la respuesta. Los tres profesores, al principio de manera independiente eligieron "a", luego tras la discusión el grupo dio efectivamente la respuesta correcta sin que hubiese habido intervención alguna de los investigadores.

Esta experiencia de validación empírica nos lleva a ser cautelosos y desconfiar de la utilización acrítica de la técnica Rasch u otra similar para identificar las alternativas correctas en este instrumento. Lo primordial fue la adhesión al principio de vigilancia epistemológica.

La tabla siguiente muestra los ítems y las alternativas que se decidió cambiar. Las decisiones se fundamentaron en la discusión de los investigadores sobre la base de los antecedentes que emergieron durante el estudio.

	it6	it13	It36
Alt corr d	-0,13	0,01	0,3
Alt corr c	0,20	-0,08	-0
Alt corr b	-0,13	-0,08	0
Alt corr a	0,07	0,06	0

En general se mantuvo la postura constructivista de los investigadores. Pero cabe hacer notar que si se consideran correctas las respuestas que muestran un perfil más academicista, pragmático o conductista, se habría logrado una correlación mayor con los resultados de los alumnos. Es decir, el CPC habría sido más explicativo de los conocimientos de los alumnos.

En efecto, si se asumen correctas las respuestas según la siguiente tabla, se obtiene una correlación entre el CPC y los resultados de los alumnos superior a R= 0,4 (P=0,001).

ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	ENS	CC	CC	CC	CC
DIE	CREA	DIE	OTM	CURR	DIE	DIE	DIE	CREA	CREA	CREA	CREM	DIE	CURR				
B	c	d	c	d	c	d	b	c	a	b	c	a	d	c	db	c	c
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

CC	CC	CC	CC	CC	MED	MED	ENS	CRA	CRA	CRA	CRA	CRA	CRA	CRA	CRA	CRA	CRA
							ESTR	ERN	ERRO	ERRO	ADQ	ERRO	ADQ	ADQ	ERR	ERRO	ESTR
A	c	c	c	c	b	a	b	a	c	d	d	c	a	a	b	c	c
19	20	21	22	23	24	25	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37

Si bien tras una discusión los investigadores decidieron mantener una concepción constructivista, se reconoce que no siempre esta visión se muestra como la alternativa más eficiente. Cualquiera sea la opción que se tome, aún los ítems quedan sujetos a críticas, pues la enseñanza siempre tiene matices. Algunas veces se privilegia la memorización, otras las estrategias de resolución de problemas, respondiendo a requerimientos y orientaciones de la cultura. La siguiente tabla muestra los ajustes realizados y las alternativas seleccionadas como correctas en la prueba. Para el ítem 35 se mantuvo como correctas dos alternativas.

it1	it2	it3	it4	it5	it6	it7	it8	it9	it10	it11	it12	it13	it14	it15	it16	it17	it18
b	c	a	d	d	d	d	b	c	c	b	c	c	c	c	b	c	c
b	c	a	d	d	c	d	b	c	c	b	c	a	c	c	b	c	c

it19	it20	it21	it22	it23	it24	it25	it26	it27	it28	it29	it30	it31	it32	it33	it34	it35	it36	it37
a	c	c	c	c	b	a	c	b	a	c	d	d	c	a	a	b-d	c	c
a	c	c	c	c	b	a	c	b	a	c	d	d	c	a	a	bd	d	c

Argumentación de los cambios

La “6 c” pide a los alumnos que representen las 30 luces, formen grupos de 5 y pinten. Luego que expliquen. Esta es una propuesta más realista y que favorece la comunicación entre alumnos y el apoyo entre pares.
La “13 a” se ajusta más al nivel de 4º básico, pues sólo considera ordenar fracciones de distinto denominador “1/2, 1/8, 1/4”.
La “36 d”, ser muestra óptima, pero no tenemos antecedentes, no fue preguntada a los alumnos en el postest. Aparece en LEARNING MATHEMATICS FOR TEACHING RELEASED ITEMS ítem 16 pág 14 documento LMT_sample_items.txt. Study of Instructional Improvement/Learning Mathematics for Teaching Content Knowledge for Teaching Mathematics Measures (MKT measures).Released Items, 2008. ELEMENTARY CONTENT KNOWLEDGE ITEMS

Fundamentación a priori de las alternativas correctas al cuestionario docente

El tema más complejo en este estudio se refiere a la creación de ítems para cada componente del constructo y en ese proceso la determinación de la aseveración correcta y sus distractores. A continuación se presentan los argumentos que justifican los ítems del cuestionario para los docentes. Se identifica frente a dada pregunta del cuestionario la alternativa correcta, la dimensión que mide un argumento de ello. Esto es, se declaran las razones por las cuales se eligió a priori una alternativa como respuesta correcta para cada ítem del CPC y CC del cuestionario.

Pregunta 1.- Alternativa correcta B
Dimensión CPC ENS DIES
Argumentos: Es constructivista. El profesor dirá cómo enseña, revelando sus creencias, como organiza la clase, diseña la situación que presenta a los estudiantes.

a. secuencias de ejercicios — Da ejercicios — Conduce, modela
b. situaciones descubrimiento — Lleva a explorar — Constructivista
c. explico, doy ejemplos — Expositivo — Academicismo, conductismo
d. problemas en contexto — Resol Problema — Aplicador social

Pregunta 2.- Alternativa correcta C
Dimensión CPC ENS CRE-A
Argumentos: Se refiere a la concepción de aprendizaje enseñanza. C es constructivista. A y B muestran a un docente poco flexible. D conductista academicista

¿Qué perjudica?

a. pidan explicaciones a compañeros Academicista
b. interrumpan pregunten Poco Flexible
c. estrategias no justificadas Constructivismo Radical
d. no memoricen los procedimientos Modelador técnico

Pregunta 3.- Alternativa correcta A
Dimensión ENS DIES
Argumentos: A reconoce potencial de actividad constructivista como situación. Manifiesta su visión constructivista. ¿Para qué reparte hojas?

a. introducir concepto fracción Construye
b. ejerciten el concepto Modela
c. evaluar los logros Poco exigente
d. Con cualquiera Flexible o sin postura

Pregunta 4.- Alternativa correcta D
Dimensión ENS OTME
Argumentos: Se refiere a la complejidad del plan del mes.

a. representar el concepto, + distinto denominador.
b. lenguaje, + igual denominador y aplicación.
c. modelar, situaciones aditivas igual denominador
d. modelar, comparar, situaciones aditivas igual denominador

Pregunta 5.- Alternativa correcta D
Dimensión ENS CURR
Argumentos: Sin discusión

Pregunta 6.- Alternativa correcta B
Dimensión ENS DIES
Argumentos: Medio. Uso visualización para mostrar equivalencia de las partes. Uso doblez para visualizar el entero, referente. Tomo decisiones para enseñar, usando conocimiento profundo. Hago uso de mi saber acerca del saber del alumno. Es más que CC. Es DIES.

Pregunta 7.- Alternativa correcta D
Dimensión ENS DIES
Argumentos: Se refiere a los medios. Propongo DIES ¿Cómo realizar una tarea matemática? Buscando una técnica. Enseñándola desde una situación. Se proponen DIES para que el profesor elija, ello según sus creencias; CRE-M y CRE-A.

Pregunta 8.- Alternativa correcta B
Dimensión ENS DIES
Argumentos: Claramente es cercano a sus creencias; CRE-M y CRE-A, correlaciona con creencias.

Pregunta 9.- Alternativa correcta C
Dimensión ENS CRE-A
Argumentos: Sin discusión

Pregunta 10.- Alternativa correcta C
Dimensión ENS CRE-A
Argumentos: Sin discusión

Pregunta 11.- Alternativa correcta B
Dimensión ENS CRE-A
Argumentos: General, forma de enseñar

Pregunta 12.- Alternativa correcta c
Dimensión ENS CRE-M
Argumentos: Sin discusión

Pregunta 13.- Alternativa correcta C
Dimensión ENS DIES
Argumentos: Puede entenderse como ENS u OTME, sin embargo es evaluación formativa, luego corresponde a DIES en el marco de una secuencia de enseñanza.

Pregunta 14.- Alternativa correcta C
Dimensión ENS CURR
Argumentos: Sin discusión

Pregunta 15.- Alternativa correcta C
Dimensión CC
Argumentos: Conceptual Invariantes cuantifica

Pregunta 16.- Alternativa correcta B
Dimensión CC
Argumentos: Conceptual orden profundo. Cercano a CRAC. Esta pregunta es CC. Si se pregunta ¿Qué justificación sería más común en su curso? sería CRAC. Otra pregunta sería: Usted ve dos pruebas sin nombre, ¿quién dio cada respuesta?

Pregunta 17.- Alternativa correcta C
Dimensión CC
Argumentos: Adecuado para 5º. Orden. Conocimiento profundo.

Pregunta 18.- Alternativa correcta C
Dimensión CC
Argumentos: Cercano a CRE-A. Conceptual fracción como operador. Posiblemente uno se deje llevar por el contexto. En definitiva se pregunta por el conocimiento. Las creencias se asocian a las prioridades que da el docente. En este caso no se le pide al docente que de la prioridad.

Pregunta 19.- Alternativa correcta A
Dimensión CC
Argumentos: Corresponde a una extensión conceptual

Pregunta 20.- Alternativa correcta C
Dimensión CC
Argumentos: Por extensión, pillería. Centrada en el saber, es conocimiento del contenido , CC.

Pregunta 21.- Alternativa correcta C
Dimensión CC
Argumentos: Corresponde al concepto de fracción según definición

Pregunta 22.- Alternativa correcta C
Dimensión CC
Argumentos: Parece DIES. Uso procedimiento matemático (técnica) para alcanzar fracción equivalente, verificar una relación. Verifico validez de procedimiento. Aparecen las nociones de Tratamiento de Duval, Tecnología de Chevallard, y la noción de PROCEPTO. Es Conocimiento matemático requerido para DIES.

Pregunta 23.- Alternativa correcta C
Dimensión CC
Argumentos: Parece CRAC, ADQU o ESTRAT
Al observar el trabajo de 2 alumnos, capta que trabajo es más eficiente. Identifica la naturaleza de la estrategia, el saber que se pone en juego. Es conocimiento profundo CC. No es CRAC ya que no se dice a priori qué sucederá con el ítem en mis alumnos. El CRAC está vinculado con el análisis a priori. Una vez que tengo este conocimiento profundo puedo enfrentarme a reconocer el nivel de mis alumnos, disponer de CRAC.

Pregunta 24.- Alternativa correcta b
Dimensión MEDI REPR
Argumentos: Cercano a CC o ERRO. Usa representaciones para mostrar un conocimiento.

Pregunta 25.- Alternativa correcta A
Dimensión MEDI REPR
Argumentos: Corresponde a una representación

Pregunta 26.- Alternativa correcta C
Dimensión MEDI REPR
Argumentos: Es una representación, cercano a CC

Pregunta 27.- Alternativa correcta B
Dimensión CRAC ESTRA
Argumentos: Cercano a CC, quizás REPR. Puede darse de dos maneras pero a nivel de profesores es ESTR. Desde la experiencia práctica la profesora puede reconocer que estrategia es primitiva y cuál usan los buenos alumnos. Por otro lado, desde la matemática, CC conocimiento profundo, puede constatar que un enfoque es aditivo y el otro multiplicativo, que requiere más elaboración.

Pregunta 28.- Alternativa correcta A
Dimensión CRAC ERRO
Argumentos: Es discutible, puesto que se consideró el ´ítem n la forma A y en la forma C, dando resultados algo discrepantes con respecto al mejor distractor. No pareciera estable la idea de mejor distractor. En todo caso, el más débil, efectivamente, corresponde al de la alternativa A.

Pregunta 29.- Alternativa correcta C
Dimensión CRAC ERRO
Argumentos: Sin discusión

Pregunta 30.- Alternativa correcta D
Dimensión CRAC ERRO
Argumentos: Si bien la alternativa D es el error más común, en los establecimientos de NSE bajo casi no hay diferencia entre la alternativa “” y la “d”. Ello podría deberse a que estos alumnos responden sin criterios muy estables, la mayoría responde mal, desde nuestra mirada, al azar.

Pregunta 31.- Alternativa correcta D
Dimensión CRAC ERRO
Argumentos: ADQUI, con ERRO si responde la correcta estará pensando que sus alumnos aprendieron y si ello correlaciona con los resultados de los estudiantes diremos que tiene CRAC-ADQUI. Si plantea un distractor y acierta también predecirá a) DIFI b) reconocerá ERRO, y si hay correlación. Así estaría identificando el error frecuente en el marco de la dificultad

Pregunta 32.- Alternativa correcta C
Dimensión CRAC ERRO
Argumentos: Los alumnos en el pretest y en el postest responden distintas alternativas, pero siempre C en menor cantidad, lo que se da en todos los NSE, aunque hay variaciones en algunos cursos. Cuestión que no se consideró, ya que el “n” por curso era muy bajo. En todo caso, ello responde a la realidad de cada curso, cuestión que se pued tenerse en cuenta.

Pregunta 33.- Alternativa correcta A
Dimensión CRAC ADQU
Argumentos: Cercano a DIF. Percepción de logros, cercanía a la realidad. Es ADQU. No se trata de identificar la dificultad

Pregunta 34.- Alternativa correcta A
Dimensión CRAC ADQU
Argumentos: No pregunto por la dificultad, DIF, sino si lo han adquirido, ADQU

Pregunta 35.- Alternativa correcta B o D
Dimensión CRAC ERRO
Argumentos: Está asociado a DIFI y a CC. No es simple decidir la respuesta correcta. Se pregunta por ERRO, no por la dificultad

Pregunta 36.- Alternativa correcta D
Dimensión CRAC ERRO
Argumentos: CPC con cambio de referente. Cercano a REPR. Sería ERRO si lo viviéramos con nuestros alumnos. Sin embargo, es ficticio, potencial. El interrogado evaluará si cada proposición puede ser fuente de error. Es decir, identificar posibles errores. Eso lo decide un experto identificando patrones posibles, con CC. Sin embargo, sin mucha profundidad, los docentes observadores recurrirán a su experiencia, es ERRO

Pregunta 37.- Alternativa correcta C
Dimensión CRAC ESTR
Argumentos: CPC Estrategia. El error está dado, se pide la asociada a él (estrategia no válida, pues se cambió la unidad)

Medición del conocimiento de los alumnos sobre las fracciones

La medición se realizó por medio de una prueba de selección múltiple, aplicada en el aula de clases a los grupos cursos completos. La prueba fue implementada bajo tres formas. Se aplicó a 22 cursos de Viña del Mar, 24 de Valparaíso y 7 de Quilpué. Considerando que el número de alumnos por curso fue variable y la cantidad de pruebas por Forma aplicada a cada curso se hizo en proporción al número de alumnos en sala el día de aplicación de la prueba, se tabuló los resultados obteniéndose la razón de respuestas correctas en relación al número de preguntas de la prueba de fracciones para cada alumno. Para evitar el peso del nivel de dificultad de cada Forma, se obtuvo un promedio de respuestas correctas por curso, por Forma. Luego se promedió los tres números para dar un porcentaje de respuestas correctas por curso.

El contenido de la prueba se ajusta al marco curricular y contiene preguntas sobre el concepto de fracción, su escritura y representaciones. Considera conocimientos previos como el de reparto y las diferentes conceptualizaciones de la fracción, como cuantificación de la parte de un todo, parte de una cantidad discreta y parte de una medida. Por último considera la relación entre fracciones y decimales. El ámbito se reduce a fracciones unitarias, salvo 2/3 y 2/5 (escapando este último de los contenidos mínimos obligatorios). Si bien no figura formalmente el símbolo de suma, se consideran situaciones problemáticas en las que se puede resolver el problema usando sumas y restas de fracciones con igual denominador o bien recurriendo a la idea del complemento del entero.
La siguiente tabla muestra los resultados por forma, por pregunta, por alternativa, considerando sólo las respuestas contestadas. Esto es, quedan fuera las no contestadas.

Resultados por ítem (3 formas)

							Respuesta correcta			
Forma A										
F-1	**F-2**	**F-3**	**F-4**	**F-5**	**F-6**	**F-7**	**F-8**	**F-9**	**F10**	**F11**
95	159	62	171	177	110	132	89	135	110	109
100	164	74	155	123	145	165	125	68	266	67
33	99	298	60	79	115	74	173	174	49	111
259	125	109	93	96	99	98	73	83	36	161
Forma B										
F-1	**F-2**	**F-3**	**F-4**	**F-5**	**F-6**	**F-7**	**F-8**	**F-9**	**F10**	
37	74	49	57	96	55	54	64	108	54	
48	67	284	326	53	185	68	82	72	271	
33	231	51	113	366	261	195	249	60	41	
362	106	91	41	25	39	141	69	224	72	
Forma C										
F-1	**F-2**	**F-3**	**F-4**	**F-5**	**F-6**	**F-7**	**F-8**	**F-9**	**F10**	**F11**
64	40	55	63	146	239	46	98	127	69	47
54	27	231	181	68	45	107	71	139	76	97
269	288	39	71	64	101	160	116	86	90	209
28	45	85	96	125	19	86	104	90	142	77

La pregunta 11 de la forma B es abierta. Se analiza por separado.

Respondieron un total de 1532 alumnos a la prueba de fracciones, de un total de 53 a 56 cursos, la variación del número de cursos está afectando el "n" en los análisis, ya que se obtuvo datos de cursos una vez que ya habían comenzado los análisis de datos.

Validez de los ítems y de la prueba de fracciones a los alumnos

En la presente sección se reflexiona acerca de la prueba a partir de una revisión de los ítems y su comportamiento en la aplicación:

Forma A de la prueba de fracciones

El ítem 4 de la forma A es un ítem difícil, que puede ser utilizado como un indicador de validez de la prueba puesto que apareció repetido en la prueba.

4. Tenía una cantidad de dinero, de la cual gasté la tercera parte. Si me quedan $ 30, **¿cuánto era la cantidad inicial?**
a) $ 90 b) $ 60 c) $ 30 d) Otro valor

El ítems 4 es el mismo que el ítem 5. Podemos tratarlos como ítems equivalentes. El 23,5% de los alumnos respondió bien el ítem 4 y el 24,2% el ítem 5. Hubo 57 alumnos que respondieron ambos ítems correctamente y 396 de manera incorrecta. Por otro lado, hubo 75 alumnos que respondieron correctamente uno y sólo uno de los ítems. Al aplicar la prueba Chi cuadrado se obtiene p=0,00** Es decir, el valor esperado difiere significativamente del valor alcanzado, lo que evidencia la consistencia interna del ítem (alfa=0,01), un indicador de la validez del instrumento.

Valores alcanzados		Valores esperados	
57	36	33	99
39	396	99	297

Sin embargo, la correlación entre estos ítems 4 y 5 es Phi=0,52. Muy baja. ¿Qué podría justificar que 57 alumnos dieran respuestas distintas a una misma pregunta. Quizás se deba a inseguridad, o bien a un factor de azar. Ambas consideraciones tienen sentido.

Los ítems 3 y 6 son bastante similares, controlan la relación "el todo es igual a la suma de sus partes iguales". Difieren en el hecho de que en el ítem 3 la unidad de magnitud es una longitud y en el 6 es un volumen; además, en el hecho que el ítem 6 hace referencia a "un cuarto", es decir, controla un concepto del nivel, no uno que debió ser adquirido previamente.

3. José cortó un cordel en 5 trozos del mismo largo. **¿Cuántos trozos necesita colocar, uno a continuación del otro, para obtener el largo total del cordel?**
a) 3 trozos b) 4 trozos c) 5 trozos d) 10 trozos

6. **¿Cuántos litros de jugo podemos tener en 4 botellas de un cuarto de litro de capacidad cada una?**
a) ¼ Lt. b) 1 Lt. c) 4 Lt. d) 16 Lt.

Ítem	a	b	c	d	No resp.	% correctas
Fr-3	60	68	262	97	44	49,6 %
Fr-6	112	147	116	100	53	27,8 %

Los resultados muestran, como era esperado, que la probabilidad de responder bien al ítem 6 habiendo respondido mal al ítem 3 es significativamente menor a la de responde bien al ítem 6 habiendo respondido bien al ítem 3. Lo cual también es un indicador de la consistencia del instrumento.

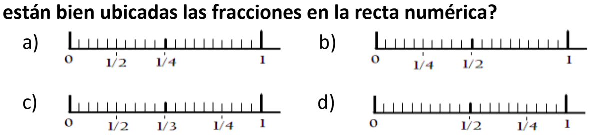
		ítem 3	
		bien	mal
ítem 6	bien	77	71
	mal	185	195

Las preguntas 7 y 8 de la forma A también están relacionadas. En ambos casos se pregunta por los significados de ½ y ¼, ¿Qué cantidad indica cada fracción? En el ítem 7 se pregunta por tales números como indicadores del peso de ¼ y ½ Kg de harina. En el ítem 8 se pregunta por ¼ y ½ como puntos o ubicación en la recta numérica.

7. Susana hizo unas galletas con ¼ Kg. de harina. Su mamá hizo un queque con ½ Kg. de harina. **¿Qué frase es correcta?**

a) Susana usó un cuarto de la harina que usó su mamá
b) Susana usó el doble de la harina que usó su mamá
c) Susana usó cuatro veces la harina que usó su mamá
d) Su mamá usó más harina

8. **¿En qué caso están bien ubicadas las fracciones en la recta numérica?**



El análisis de las respuestas de los alumnos muestra que la mayoría de los alumnos considera que ½ es menor que ¼. Ello se aprecia en la alternativa b) del ítem 7 y en las alternativas a), c) y d) del ítem 8.

Ítem	a	b	c	d	No resp.	% correctas
Fr-7	136	170	75	98	49	18,6 %
Fr-8	90	128	179	74	58	24,2 %

La probabilidad de responder bien a sólo uno de los ítems es baja, pues en ambos ítems los distractores son muy fuertes y la gran mayoría responde mal a ambos ítems. Responder bien a ambos ítems fue difícil para los alumnos. Siendo el ítem 7 más difícil que el ítem 8. Las respuestas dejan ver que los alumnos están respondiendo en base a su intuición, por sobre el azar, dando evidencias de la pertinencia de los distractores y por ende validez del instrumento.

		ítem 7	
		bien	mal
ítem 8	bien	48	80
	mal	50	350

Las preguntas 9 y 10 relacionan la expresión decimal con la expresión fraccionaria de un número. En este caso se atiende al CMO 6 del currículo y no al CMO 5, como lo hacían los ítems anteriores. La pregunta 9 pide identificar la expresión decimal de una fracción y la 10 pide identificar la expresión fraccionaria de un decimal.

9. **¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a $\frac{1}{10}$?**

a) 10 b) 1 c) 0,1 d) 0,01

10. **¿Qué fracción tiene el mismo valor que el número 0,25?**

a) 2/5 b) 0/25 c) 1/5 d) 1/4

Ítem	a	b	c	d	No resp.	% correctas
Fr-9	137	70	174	84	64	33,0%
Fr-10	110	270	49	36	63	6,8%

El ítem 10 es más difícil que el ítem 9, pues está asociado a una simplificación, no se obtiene el resultado de manera intuitiva. El distractor más seleccionado fue aquel en que se mantienen los números. La correlación entre ambos ítems es R= 0,12

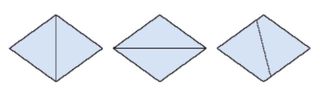
Forma B de la prueba de fracciones

En el estudio de la consistencia interna de la forma B de la Prueba de Fracciones se utilizó el Coeficiente de correlación biserial puntual, Rbp= (Xp-Xq)sqrt(p*q)/Sx, que corresponde a un indicador entre el ítem y los restantes ítems que componen la forma B de la prueba.

Rbp	0,626	-0,36	0,39	0,46	0,52	-0,16	0,016	0,31	0,17	0,38	0,12
ítem	F-1	F-2	F-3	F-4	F-5	F-6	F-7	F-8	F-9	F-10	F-11

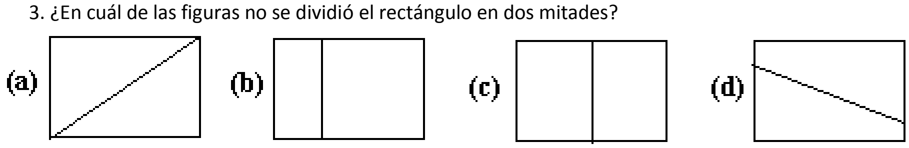
Se identificó dos ítems que correlacionaban negativamente con el total de la forma B. Como en el caso anterior, se incluye una presentación comentada de los ítems. Se comienza con los ítems 1, 2 y 3:

1. Juan y su papá comieron pizza. Juan comió la mitad de la pizza y su papá comió la otra mitad. **¿Cuánta pizza queda?**
   a) Quedan dos mitades de la pizza
   b) Queda la mitad de la pizza
   c) Queda la mitad de la mitad de la pizza
   d) No queda pizza
2. **¿En qué casos se dividió la figura de manera que cada trozo correspondiera a la fracción 1/2?**



   a) Sólo en el primer caso, en la figura de la izquierda
   b) Sólo en el segundo caso, en la figura del centro
   c) En el primer y segundo caso
   d) En los tres casos

3. ¿En cuál de las figuras no se dividió el rectángulo en dos mitades?



Los ítems 2 y 3 no son equivalentes, pese a que se planteo a priori que lo serían. El ítem 2 parece no medir el concepto de fracción, sino posiblemente mide la representación, visualización.

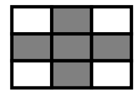
a	b	c	d
76	70	234	111

4. El curso de Trinidad tiene 24 alumnos. Entre todos los alumnos forman grupos de seis personas para jugar a la pelota **¿Cuántos equipos de 6 alumnos se formaron?**

a) 2 equipos c) 6 equipos
b) 4 equipos d) 24 equipos

5. Parte de la figura está sombreada. **¿Qué fracción de la figura está sombreada?**

(a) $\frac{5}{4}$ (b) $\frac{4}{5}$ (c) $\frac{5}{9}$ d) $\frac{6}{9}$



Los ítems 4 y 5 no son equivalentes, pero como son fáciles la correlación entre ellos es relativamente alta Phi=0,55.

El ítem 6 también muestra una correlación negativa con el test. Posiblemente se deba a que también es asunto de visualización. En ambos casos, pareciera que el alumno tiene una concepción limitada de la representación de la fracción ½. Estos ítems tienen entre sí una correlación baja, R=0,125, Phi=0,124, siendo la más alta correlación del ítem 2 con el resto de los ítems de esta forma B de la prueba de fracciones.

6. ¿Cuál de las figuras tiene 1/2 de los círculos en blanco?

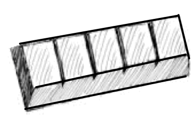
a) b) c) d)

7. Existen 600 bolas en una caja, y 1/3 de esas bolas son rojas**. ¿Cuántas bolas rojas hay en la caja?**
a) 600 bolas b) 1800 bolas c) 200 bolas d) 300 bolas

Los ítems 8 y 9 se muestran equivalentes en cuanto se refieren a la fracción de una longitud. Sus índices de dificultad son similares y alcanzan un coeficiente de correlación Phi=0,76

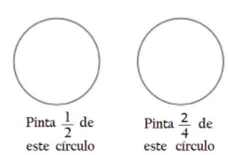
8. Con dos pasos del mismo largo avanzas 1 metro**. ¿Cuánto mide uno de esos pasos?**
a) 2 metros c) Medio metro
b) 1 metro d) La mitad de 2 metros

9. Esteban recibió un chocolate como el dibujado y le dio a cada uno de sus tres hermanos un pedazo y él se comió el resto. **¿Qué fracción del chocolate se comió Esteban?**
a) Dos tercios
b) Dos cuartos
c) Tres cuartos
d) Dos quintos



10. Un pastel fue cortado en 10 trozos de igual tamaño. Juan comió 3 trozos de pastel. **¿Qué fracción del pastel comió Juan?**
a) 1/10 b) 3/10 c) 3/1 d) 10/3

11. Esteban dice que ½ de torta es lo mismo que 2/4 de torta **¿Está Esteban en lo correcto?**
Respuesta: ________________
Usa los círculos a la derecha para mostrar lo que dices.



Forma C de la prueba de fracciones

El instrumento tiene preguntas que indagan más allá del conocimiento de las fracciones. Por ejemplo los ítems 7 y 8 abarcan resolución de problemas, exigiendo razonamiento multiplicativo y caminos personales, no simple aplicación de conceptos o procedimientos rutinarios sobre fracciones.
El ítem 11 es exactamente el mismo ítem 8 de la forma A, mide si los estudiantes son capaces de ubicar las fracciones ¼ y ½ en la recta numérica.

Ítem	a	b	c	d	No resp.	% correctas
Ít. 11 forma C	40	85	179	70	66	19,3 %
Ít. 8 forma A	90	128	179	74	58	24,2 %

Los resultados muestran que la alternativa "c" es un distractor muy fuerte. Además, se puede apreciar una variación del 5% entre los alumnos de las formas A y C que responden bien el ítem.

Estos análisis muestran que la prueba puede optimizarse en cuanto a su validez. Especialmente por el hecho de ser difícil para estos alumnos de 4º básico de distintas realidades sociales de la Región. Véase en las siguientes tablas los índices de dificultad de los distintos ítems. Una prueba con ítems más sencillos para los alumnos, con lecturas más simples, ítems de reconocimiento directo o bien de respuesta breve y no tantas preguntas con alternativas, habría llevado a mejores índices de confiabilidad y consistencia interna, interviniendo menos el factor azar.

Forma A (NSE alto)

	d-p /CMO	%
F-1	1d / CMO5	60,24
F-2	1p / CMO5	39,16
F-3	2d / CMO5	57,83
F-4	2d / CMO5	15,66
F-5	2d / CMO5	18,07
F-6	2d / CMO5	29,52
F-7	3p / CMO5	23,49
F-8	3p / CMO5	25,3
F-9	4p / CMO6	39,16
F-10	4p / CMO6	8,434
F-11	2p / CMO5	21,69

Forma B

	d-p /CMO	%
F-1	2d / CMO5	72,05
error F-2	1d / CMO5	21,85
F-3	1p / CMO5	58,07
F-4	2d / CMO5	58,66
F-5	2p / CMO5	63,39
F-6	2p / CMO5	28,74
F-7	2p / CMO5	38,78
F-8	4d / CMO6	50
F-9	2p / CMO5	45,08
F-10	1p / CMO5	53,94
F-11	3p / CMO5	42,13
F-11´	3p / CMO5	28,94

Forma C

	d-p /CMO	%
F-1	1d / CMO5	61,59
F-2	1p / CMO5	67,95
F-3	1p / CMO5	53,41
F-4	2p / CMO5	41,14
F-5	2p / CMO5	34,09
F-6	2p / CMO5	23,18
F-7	2p / CMO5	25
F-8	2p / CMO5	26,82
F-9	4p / CMO5	28,41
F-10	2p / CMO5	20,68
F-11	3p / CMO5	19,32

Las tablas de arriba muestran que los ítems que miden conocimientos previos, tipo "d", diagnóstico, como A1, A3, B1, B4 y 1C son parte de los ítems fáciles. Los ítems tipo "4p" son difíciles. Puede ser que los profesores aún no enseñen fracciones con decimales en 4º básico, pues el tratamiento de los decimales era contenido de cursos superiores en el marco curricular anterior.

Conclusiones

El estudio revela que el CPC en los profesores, más que el CC, incide en los conocimientos que manifiestan los alumnos con respecto a las fracciones. Sin embargo el estudio muestra que el proceso de medición aún requiere ser mejorado. Una importante contribución de este estudio se refiere a la profundidad de la discusión de las componentes del constructo y de los análisis minuciosos de los ítems que se construyeron para la medición de los mismos.

Parte 4: Estudio del CPC en los profesores y su relación con el conocimiento de los alumnos sobre la proporcionalidad en 7º básico.

Introducción

Esta parte del informe se focaliza en el ámbito de la proporcionalidad. Se basa en los datos recogidos desde un cuestionario contestado por 46 profesores y las respuestas de sus alumnos a una prueba sobre el tema. El cuestionario consta de 31 preguntas y fue respondido en línea. La prueba para los alumnos se dividió en tres formas, conteniendo cada una de ellas 6 a 7 ítems sobre proporcionalidad. Se midió la asociación entre el CPC del profesor y el conocimiento del alumno, resultando una correlación r=0,198, positiva, pero no suficientemente significativa.

El foco de esta parte del informe está puesto en la identificación de los elementos que subyacen en la relación entre el CPC del profesor y el conocimiento alcanzado por el alumno. En primer lugar se hace un breve análisis de la prueba aplicada a los alumnos comentando algunos resultados. Luego, el informe se centra en el cuestionario del profesor y en la relación entre ambos, como indicador de la asociación entre el CPC en el profesor y el aprendizaje de los alumnos en relación a la proporcionalidad.

Prueba de proporcionalidad aplicada a los alumnos

La prueba midió los conocimientos previos y los correspondientes al nivel de 7º básico conforme a los CMO 6 y 8 del currículo. Además, varias preguntas se crearon vinculadas al cuestionario construido para los profesores.

La forma A consideró 8 ítems, de los cuales tres se vinculaban a los conocimientos que debieran haber adquirido previamente los alumnos para poder aprender el tema de la proporcionalidad y sus aplicaciones. Una pregunta se refirió a la resolución de problemas de proporcionalidad y dos preguntas a estrategias de resolución de problemas vinculados a la proporcionalidad. 4 ítems fueron construidos para contrastar el CPC de los profesores.

La forma B consideró 5 ítems para medir el saber del alumno: uno de aplicación a porcentajes, dos de resolución de problemas y dos de análisis de estrategias de solución. Además consideró 2 ítems para contrastar el CPC del profesor.

La forma C se destinó en su totalidad a ítems relacionados con el CPC en el profesor. El objetivo en este caso fue indagar principalmente acerca de las dificultades de los alumnos, las formas de enseñanza del profesor y las representaciones usadas por los alumnos en el estudio de la proporcionalidad. La siguiente tabla muestra la distribución de los ítems conforme a los criterios mencionados.

CMO	Descripción	Contenidos previos	Saber - CC	CPC
6 a	Interpretación de una proporción como una igualdad entre dos razones cuando las magnitudes involucradas varían en forma proporcional	A2		B6-ENS B7-ENS C7-MEDI
6 b	Aplicación en diversas situaciones, por ejemplo, en el cálculo de porcentajes.	A3	B2 C1	A6-CRAC A9-DIFI
8 a	Resolución de problemas en contextos diversos y significativos en los que se utilizan proporciones	A1	A5 B3 B4 C2	3C-DIFI C8-ENS
8 b	al análisis de las estrategias de resolución, la evaluación de la validez de dichas estrategias en relación con la pregunta, los datos y el contexto del problema.		A7-CRAC A8 B1 B5 C6	A4-CRAC C4-ENS C5-ENS

La prueba se aplicó a 1456 alumnos, de los cuales 523 rindieron la forma A, 481 la B y 452 la C. Las siguientes tablas muestran los resultados de aplicación por forma. Los porcentajes de respuestas correctas corresponden en promedio al 25%, lo cual indica que la prueba fue difícil para los alumnos. La prueba se ajusta al tema de proporcionalidad y su foco está en la resolución de problemas. La mayor parte de las preguntas requieren análisis por parte de los alumnos.

Forma A

N=523	Forma A					
	a	**b**	**c**	**d**	**No resp.**	**%**
P-1	bien 231	mal 138			154	44,2
P-2	263	91	76	77	17	14,7
P-3	142	155	109	88	30	29,6
P-4	138	94	117	107	67	20,5
P-5	117	181	128	37	60	24,5
P-6	106	179	102	78	57	
P-6 E	bien 55	mal 159			309	10,5
P-7	272	63	152	23	23	(a) 52,0 (c)29,1
P-8	91	94	149	142	49	251
P-9	111	90	131	150	41	28,5

Forma B

N=481	Forma B					
	a	**b**	**c**	**d**	**No resp.**	**%**
P-1	23	358	35	54	11	11,2
P-2	144	223	33	43	39	46,4
P-3	194	87	72	76	51	18,1
P-4	77	66	224	74	40	
P-4 E	65	178			238	13,5
P-5	182	63	83	82	71	
P-5 E	70	186			225	14,5
P-6	72	71	124	158	56	
P-7	110	186	121	22	45	
P-8 E	21	144			316	4,3
P-8	90	68	78	127	119	

Forma C

N=452	Forma C					
	a	**b**	**c**	**d**	**No resp.**	**%**
P-1	105	154	95	62	39	13,7
P-2	164	96	118	47	27	26,1
P-3	122	124	72	102	32	
P-4	63	115	59	184	31	
P-5	172	101	87	59	33	
P-6	139	108	110	62	33	24,3
P-7	127	139	81	67	40	
P-8	169	102	60	88	40	

Cuestionario aplicado a los docentes

Si bien el cuestionario se diseñó conforme a una tabla de especificación, barriendo sus dimensiones, y en conformidad con la revisión de literatura, sus resultados no llevaron a las características psicométricas esperadas

El análisis de los resultados de la aplicación del cuestionario a los profesores ha sido una tarea compleja, puesto que no resultó simple decidir y argumentar las respuestas correctas o al menos consistentes. De hecho el mayor desafío intelectual de este estudio consistió en la construcción de las preguntas para dicho cuestionario y los esfuerzos por argumentar su validación. El cuestionario de 31 ítems se aplicó en línea a 46 docentes que respondieron a fin de año

Los ítems del cuestionario para el profesor que más evidencian la relación entre el saber del profesor y los aprendizajes de los alumnos corresponden a los problemas 3, 14, 19 y 29 del cuestionario para el profesor.

Contenido de Pregunta 3: Solicita al docente discriminar estrategias distintas de alumnos para resolver un problema, el cual es de más de un paso.

Contenido de Pregunta 14: Solicita al docente que seleccione una representación de variables proporcionales en una o dos rectas numéricas.

Contenido de Pregunta 19: Solicita al docente que identifique el error más frecuente o probable de sus alumnos ante un problema de proporcionalidad. En este caso el error frecuente se refiere a enfrentar el problema como si fuese una situación aditiva y no multiplicativa.

Contenido de Pregunta 29: Solicita al docente que vincule una actividad con su finalidad, el objetivo de la actividad.

Las respuestas a estos problemas tienen las más altas correlaciones con los resultados de los alumnos. Todas estas preguntas hacen referencia al saber profundo del contenido y se relacionan con la enseñanza. El problema 3, por ejemplo, se refiere al conocimiento del contenido (CC), pero a la vez es fundamental para entender el pensamiento del alumno (esto es básico para el CRAC).

De las preguntas de proporcionalidad, las referidas al CPC están más asociadas con los resultados de los alumnos. De hecho, una selección de diez ítems de la prueba lleva a una correlación significativa con los resultados de los alumnos (r=.45**). Estas corresponden a las preguntas 14, 16, 19, 20, 25, 26, 28, 29, 30 y 33.

Las preguntas del CC asociadas a un conocimiento mecánico, por ejemplo al cálculo de un porcentaje o a la resolución de un problema por medio de la regla de tres simple, no están fuertemente asociadas a los resultados de los alumnos. Ello se debe principalmente a que se trataría de preguntas fáciles para los profesores, preguntas en que sólo 1 o 2 profesores se equivocó, en las que el índice de dificultad es prácticamente cero y en nada aporta el coeficiente de discriminación.

Las otras preguntas de conocimiento disciplinar (CC), tuvieron efectos variados. Por ejemplo, las preguntas referidas a la proporcionalidad como modelo de situaciones tienen un nivel de dificultad alto, sin embargo, no permiten discriminar. A continuación se presenta un análisis más profundo de los saberes asociados a este tipo de ítems por las implicancias culturales que éste tiene. Otros análisis cabe hacer en relación a las preguntas vinculadas a los problemas de estrategias y problemas de representación de conceptos. Temas que no se abordaron en este estudio.

La proporcionalidad como modelo:

Dos ítems fueron usados para identificar si los profesores y sus alumnos identifican la proporcionalidad como un modelo de la realidad o simplemente la ven como si fuera una ley universal, sin serlo obviamente. Uno de los ítems, el 8 del cuestionario del profesor y a la vez ítem 1 de la forma B para el alumno dice:

8.- Como indica la tabla, un taxi colectivo partió sin pasajeros. A los 10 minutos llevaba 2 pasajeros y a los 20 minutos llevaba 4 pasajeros, **¿cuántos pasajeros llevaba el taxi a los 15 minutos?**

minutos	0	10	15	20
pasajeros	0	2	X	4

a. 2 pasajeros
b. 3 pasajeros
c. 4 pasajeros
d. No es posible determinarlo con la información disponible

Muchos alumnos seguramente observaron la tabla y sin pensar en el contexto respondieron como si la situación respondiera a una relación de proporcionalidad. En efecto, de 271 alumnos que contestaron alguna de las alternativas, 206 marcaron la alternativa b. En cambio, sólo 29 respondieron la alternativa correcta, d.

Tabla con respuestas de los alumnos a la pregunta:

a	b	c	**d**
19	206	17	**29**

Si bien era de esperar que los alumnos cometieran el error, no esperábamos que tantos profesores (24 de los 35 analizados en primera instancia) cometieran el mismo error, habiendo entre ellos varios con formación como profesores de matemáticas de enseñanza media. Cuestión que también sucedió en los otros ítems referidos a este tema de la modelación matemática.

Tabla con respuestas de los profesores a la pregunta:

a	b	c	**d**
0	24	2	**9**

Podría esperarse que los grupos cursos de aquellos profesores que respondieron correctamente al ítem (respuesta d) tengan algunos alumnos que respondan acertadamente, cuestión que se dio sólo en 3 de los 9 casos en que los profesores respondieron bien. De hecho el coeficiente de correlación no fue significativo, y más, fue negativo (r=-0,18).

Lo que deja en evidencia este ítem es que la proporcionalidad probablemente es tratada en el aula como una regla sin estar ligada a situaciones para las cuales tiene sentido usarla. Es decir, la evidencia mostraría la matemática escolar ajena al enfoque realista propio del marco que sustenta la prueba PISA y los currículos de los países desarrollados. Por supuesto que el problema va más allá, alcanzando la formación de profesores.

Conocimiento del profesor de la relación del alumno al conocimiento (CRAC)

El cuestionario sobre “la proporcionalidad y su enseñanza”, respondido por los profesores que están enseñando matemáticas en 7º básico, ofreció varias evidencias acerca de la importancia del saber del profesor para lograr aprendizajes en sus alumnos.

Nuestra hipótesis postuló que los docentes que lograban altos logros en sus alumnos probablemente tendrían una alta puntuación en el CRAC, por lo cual nuestro objetivo se centró en dar evidencias de esta relación.

Paradojalmente algunas respuestas a los ítems dieron evidencias de que los profesores cuyos estudiantes eran de mejor rendimiento manifestaban debilidades en el CRAC, y que lo que explicaba el alto rendimiento de algunos cursos era por sobre todo el nivel socioeconómico de la escuela y las puntuaciones en SIMCE en el período anterior. Nos preguntamos ¿qué está sucediendo?, lo que nos llevó a un análisis aún más profundo de los datos. En primer lugar, constatamos que si cambiábamos el valor de verdad de las respuestas de los ítems en cuestión lográbamos mejorar significativamente el índice que relaciona el saber del docente con los conocimientos de los alumnos. Tal es el caso, por ejemplo, de los ítems 17, 18, 19 y 21 referidos al CRAC. Como se puede observar en la tabla,

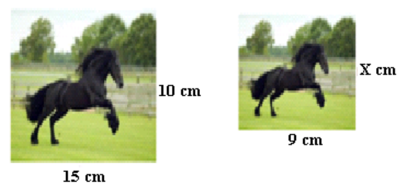
Número del ítem	17	18	19	20	21
valor de la correlación respuesta del profesor al ítem vs conocimiento de los alumnos	-0,2	-0,2	-0,4	0,11	-0,1
correlación ítem profesor vs conocimiento alumno al cambiar el valor de verdad de una alternativa del ítem	0,45	0,39	0,5	0,17	0,53

Se constata que las correlaciones referidas al CRAC, véase tabla, indican una asociación negativa entre las respuestas de los docentes y los conocimientos de sus alumnos en el tema de la proporcionalidad. Pero además, se observa que si se asume que la "respuesta correcta" es otra alternativa, se obtienen correlaciones positivas y significativas.

Por ejemplo, el ítem 19 correlaciona negativamente (r= -.4) con el conocimiento del alumno, pero al cambiar la alternativa correcta, la correlación queda positiva y significativa (r=.5).

19.- Ante la pregunta **¿Qué valor debe tener "x" para que las fotos sean proporcionales?**

i. 4
ii. 5
iii. 6
iv. 7



¿Cuál podría ser la mayor dificultad de sus alumnos de 7º básico para responder a la pregunta?

a) Darse cuenta de que es una situación multiplicativa y no aditiva, respondiendo (i. 4)
b) Superar la percepción visual que lo induce al número más grande, opción (iv.7)
c) Dejar de lado el modelo aditivo usual, que lo lleva a restar 15 con 10 y contestar(ii. 5)
d) Ninguna, pues más del 80% de mis estudiantes respondería correctamente.

Existe una gran dispersión en las respuestas de los docentes a este ítem. 11 contestaron a), la respuesta correcta, 3 eligieron b), 8 eligieron c) y 14 seleccionaron d). Si la alternativa correcta fuera d, entonces los resultados mostrarían una alta asociación de las respuestas al ítem con el conocimiento de los alumnos (r=0,5). ¿A qué se debe esta anomalía? Conforme a nuestra indagación profunda se debe a dos puntos claves. El primer punto corresponde al hecho de que los profesores cuyos cursos son de alto rendimiento esperaban que sus alumnos no tuvieran dificultad con el ítem, prediciendo que más del 80% de sus estudiantes respondería correctamente. Ello no fue así, pues al presentar la pregunta a los alumnos, ningún grupo curso obtuvo un acierto superior al 50%. Ello llevó a que todos ellos tuvieran una respuesta incorrecta, puesto que no percataron la dificultad del ítem pese a su aparente simpleza. Por su lado, los profesores de grupos cursos de bajo rendimiento acertaron al pensar que sus alumnos fallarían y además, más de la mitad de estos docentes intuyó que el error frecuente sería que los alumnos trabajarían el modelo aditivo y no multiplicativo. Esto es, la mayor dificultad para sus alumnos sería superar la idea de que la diferencia 15-10 se replicaría en la vertical y por ende el valor esperado sería 4 (=9-5). Si bien esta dificultad no fue la más común entre los alumnos de cursos de alto rendimiento, si hubo alumnos que cometieron esta falta. Pues la comprensión de la proporcionalidad por parte de los alumnos no se obtiene sólo a partir de la práctica de la regla de tres simple. La modelación de la situación es clave y en ello, como se comentó en el acápite anterior, los docentes estarían poniendo poco énfasis. Los profesores de cursos con alto rendimiento usualmente constatan que los errores de sus alumnos son típicamente de operación y como en este caso las operaciones eran sencillas, habrían menospreciado el error debido a la falta de comprensión de la situación.

El análisis ítem por ítem dio luces acerca de las razones por las cuales las correlaciones resultaron tan poco significativas o a veces contrarias a las esperadas, en donde variables de tipo socioeconómico pesaron de sobremanera. En efecto, en la tabla se muestra cómo varían las puntuaciones entre los estudiantes de nivel socioeconómico bajo y el alto.

NSE+SIMCE	Nivel conocimiento del alumno	Desviación a la media
A + A	0,39	16
A + M	0,41	18
A + B	0,22	-1
M + A	0,31	8
M + M	0,17	-6
M + B	0,17	-6
B + A	0,13	-10
B + M	0,11	-12
B + B	0,12	-11
media	0,23	0

Como se observa en la tabla, los cursos de nivel socio económico alto (A) y de establecimientos que el año anterior obtuvieron puntuaciones altas (A) y medias (M) en el SIMCE con respecto a establecimientos similares triplican los resultados en la prueba de proporciones en comparación con los alumnos de nivel socioeconómico bajo (B).

Este gran peso de las condiciones socioeconómicas sobre los aprendizajes escolares en Chile lleva a que sea imperceptible la calidad del docente en estudios con pocos sujetos en los que no se controle la variable socioeconómica. Nótese que los establecimientos de NSE alto tienen la posibilidad de tomar del mercado a los profesores más efectivos, ofreciéndoles mejores condiciones de calidad de vida, por lo que las variables tienden a hacerse difusas, mimetizarse.

La naturaleza de los errores y dificultades de los alumnos en el aprendizaje de las proporciones y la percepción de los docentes

Ante la pregunta acerca de las dificultades de los alumnos, muchos docentes consideran que el error está en la operatoria, en entender la pregunta, o incluso en que no hay dificultad, no conociendo con profundidad las verdaderas dificultades de sus alumnos, las cuales difieren entre ellos. A continuación analizaremos el ítem 20 propuesto a los docentes y las preguntas asociadas planteadas a los alumnos.

20.- Un tipo de leche contiene 20 gr de proteínas por cada 12 gr de grasa. Si la producción de leche contenía 9600 gr de grasa. **¿Cuál es la mayor dificultad que tendrían sus alumnos de 7º básico para determinar "Cuántos gr de proteínas contenía la producción"?**

(a) La mayor dificultad está en entender la pregunta.
(b) La mayor dificultad es decidir qué cálculos hacer, escribir la proporción.
(c) La mayor dificultad es hacer los cálculos: las operaciones aritméticas.
(d) No encuentro que sea difícil responder.

Las respuestas de los profesores se distribuyeron conforme a la tabla siguiente:

a	b	c	d
12	10	8	6

A los alumnos se les planteó la siguiente pregunta:

6. Un tipo de leche contiene 20 gr de proteínas por cada 12 gr de grasa. Si la producción de leche contenía 9600 gr de grasa.

¿Cuál es la mayor dificultad para determinar "Cuántos gr de proteínas contenía la producción"?

(a) La mayor dificultad está en entender la pregunta.
(b) La mayor dificultad es decidir qué cálculos hacer.
(c) La mayor dificultad es hacer los cálculos: las operaciones aritméticas.
(d) No encuentro que sea difícil responder.

¿Cuántos gramos de proteína contenía? _________________

La tabla muestra las alternativas elegidas por 508 alumnos:

a	b	c	d	No responden
101	164	112	74	57

Con respecto a la pregunta ¿Cuántos gramos de proteína contenía?, las respuestas fueron variadas, las cuales obedecen a una comprensión a veces equivocada de la forma de resolver el problema y a veces obedecen a un error en los cálculos. También se dio la combinación de esos errores y hubo casos en que los alumnos plantearon bien y calcularon correctamente el resultado.

Una forma de resolver este problema s planteando la proporción siguiente:

20 gr. Proteínas corresponde a 12 gr. Grasa
X gr. Proteínas corresponde a 9600 gr. Grasa

Así, X = 20 x 9600 / 12 = 96000 / 6 = 32000 / 2 = 16.000

La respuesta es 16.000 gr. Proteína.

La tabla muestra las 204 respuestas numéricas entregadas por los alumnos. 304 alumnos no dieron respuesta, en su gran mayoría, ni siquiera plantearon el problema en su hoja de respuestas.

100	16	16000	16000	16000		20	40	541	8	69	9,67
10115	16	16000	16000	16000	192	20	40	600	8	99,7	
11000	16	16000	16000	16000	192	20	**40**	6000	20-12=8	96	**9632**
115200	160	16000	16000	16000	1920	20	40	6400	80	900	9632
155		16000	16000	16000	1900	20	40	500000	800	900	9632
12	1600	16000	16000	16000	19200	20	406		800	992	9608
12	1600	16000	16000	16000	19200	20	4000		800	9568	9608
14	1600	16000	16000	16000	192000	20	4000		800	9544	9608
14	1600	16000	16000	16000	192000	20	4130		800	9600	9608
140	1600	16000	16000	16000	192000	20	4160		800	9600	9608
140	1600	16000	16000	16000	192.000	200	48	5760	800		9608
14333	1600	16000	16000	16000	192000	200	40,8	5760	800	9602	9608
25	1600	16000	16000	16000	192000	206	40,8	5760	800	9800	
45	1600	16000	16000	16000	192000	205	480	5760	800	9592	
55	1600	16000	16000	16000	192000	240	480	5760	800	9460	
30	180	16000	16000	16000	1,872,000	240	480	5760	800		
32	1800	16000	16000	16000		2400	480	5760	800		
32	15600		16000	16000	2.304.000	2429	480	5760	800		
32	16800						4500	57060	8400		
	17000						4800		80 gr por 12 de grasa		

Analizando e interpretando las respuestas de los alumnos, proponemos las siguientes explicaciones:

Número de alumnos	Respuesta	Presumiblemente los alumnos la obtienen de
3	8	Plantearon 20-12
9	20	Como el dado en la razón. Comprensión lectora
5	40	Plantearon (9600 dividido 12) dividido 20
9	cerca de 40	Además cometieron errores de cálculo
14	800	Plantearon 9600 dividido en 12
10	cerca de 9600	Plantearon 9600+20-12 o +12 es 9632 o 9608
5	480	Plantearon 9600 dividido en 20
6	cerca de 480	Además cometieron errores de cálculo
8	192000	Plantearon 9600 multiplicado por 20
8	cerca de 192000	Además cometieron errores de cálculo
8	5760	Plantearon 9600 dividido 20 multiplicado por 12
3	cerca de 5760	Además cometieron errores de cálculo

Planteamos el siguiente resumen acerca de las respuestas de 508 alumnos. El 60% no logra plantear una respuesta al problema, el 25% plantea erróneamente el problema, del cual el 15% hace bien los cálculos y el 10% comete errores en los cálculos. El 15% plantea bien el problema, del cual el 5% tiene errores de cálculo y el 10% llega a la respuesta correcta.

Las evidencias de los planteamientos de los alumnos y sus cálculos nos permiten inferir que, como ellos afirman, la mayor dificultad está en el planteamiento de las operaciones. La alternativa correcta es b. Aunque cabe hacer notar que la percepción no es la misma para cada alumno y que superada la dificultad de plantear el problema, muchos alumnos se enfrentan a la siguiente, que es hacer bien los cálculos. De 51 alumnos que determinaron correctamente los gramos de proteínas, sus repuestas a la pregunta planteada fueron las siguientes

(a)	está en entender la pregunta.	4
(b)	es decidir qué cálculos hacer.	14
(c)	es hacer los cálculos: las operaciones aritméticas.	6
(d)	No encuentro que sea difícil responder.	24

Lo que avala la idea de que la mayor dificultad está en decidir qué cálculos hacer.

NSE	SIMCE	b	d	c	a
A	siA	3	3	1	2
A	siA	3	0	0	2
A	siA	3	2	0	3
A	siA	2	2	2	1
A	siM	5	2	0	4
A	siB	2	2	0	7
A	siB	5	2	0	4
A	siB	1	1	4	0
M	siA	4	0	0	4
M	siA	1	2	5	3
M	siM	3	0	1	1
M	siM	0	4	1	1
M	siM	3	0	0	3
M	siB	3	0	3	2
M	siB	1	2	2	2
M	siB	7	0	3	1
M	siB	3	2	5	2
M	siB	3	0	3	4
M	siB	6	4	0	4
B	siA	1	2	3	4
B	siA	2	1	3	0
B	siM	3	4	0	3
B	siM	4	0	2	2
B	siM	1	0	0	3
B	siB	2	0	2	0
B	siB	0	0	2	0
B	siB	3	0	2	3
B	siB	3	0	2	0

De igual forma, la dificultad mayor no se da por igual en todos los cursos y por ende juzgar la respuesta del profesor en función de un único parámetro sería un error. Cada curso difiere en los conocimientos previamente adquiridos por sus alumnos, por ende hay que ser cautelosos y no identificar una única respuesta como correcta a la pregunta planteada al docente.

La tabla de la izquierda muestra las opciones de los alumnos en distintos cursos, ordenados por nivel socioeconómico y las puntuaciones SIMCE obtenidas en el año anterior en el respectivo establecimiento. Cada fila corresponde a las alternativas dadas por parte de los alumnos del respectivo curso. Pese a manifestarse una tendencia a responder “b”, especialmente en el NSE alto, es difícil asegurar patrones generales. Al parecer, las diferencias individuales de los alumnos es un factor presente en el aprendizaje de la proporcionalidad. Ello podría estar ligado a patrones de maduración. De hecho Piaget usó ítems referidos a la proporcionalidad en sus investigaciones sobre el desarrollo cognitivo en los niños, paso del pensamiento concreto al formal.

Estos antecedentes llevan a sostener que un buen profesor debiera saber identificar las diferencias individuales y que su forma de actuar debiera atender esa diversidad. Ello avala la idea tratada en el punto anterior, acerca de la importancia de que el profesor sea capaz de identificar distintos niveles y modos de pensamiento en sus alumnos. Por ende, el CRAC y la capacidad para distinguir distintas soluciones a un problema (CC) se hacen difíciles de distinguir.

La enseñanza como componente del CPC en el caso de la proporcionalidad

A nuestro entender las clases dialógicas, en las que los alumnos participan con preguntas y aportan ideas, son más efectivas que las clases francamente expositivas. En la construcción de los ítems se postuló que los profesores cuya enseñanza estaba basada en el constructivismo, en la que incorporaban actividades de discusión en contraste a la clase frontal expositiva, serían más efectivos en producir aprendizajes de sus alumnos. Ello no se corroboró en este estudio. En efecto, si bien la asociación fue positiva, el coeficiente de correlación no fue significativo.

El cuestionario para el docente sobre proporcionalidad incluyó nueve ítems referidos a enseñanza. Preguntas que en algunos casos trascienden el tópico de la proporcionalidad y abarcan incluso las creencias del docente en relación al rol de la matemática en el currículo y a cómo se produce el aprendizaje de las matemáticas en el alumno.

El ítem 29 del cuestionario al docente, por ejemplo, mostró una diversidad de respuestas.

> 29.- El profesor Fernández, inició el tema “variaciones proporcionales”presentando la imagen de 4 etiquetas con el precio y el gramaje de trozos de un tipo de queso dispuestos en un supermercado. **¿Qué actividad sería apropiada si la finalidad de la clase es que los estudiantes reconozcan variaciones proporcionales?**
>
> a) Solicitar a los alumnos que determinen el valor del kilo de queso
> b) Verificar que los precios están bien puesto en los productos
> c) Dar la posibilidad de que los alumnos exploren las regularidades y le den significado a la situación
> d) Pedir a los alumnos que identifiquen dos magnitudes y la relación entre ellas

Diecisiete profesores prefirieron responder la alternativa c y trece la alternativa d.

a	b	c	d
5	1	17	13

Ahora bien, si consideramos como correcta la alternativa c, constatamos que el ítem correlaciona negativamente (r= -.25) con el nivel de conocimiento de los alumnos con respecto a proporciones. Por otro lado, si consideramos que la alternativa d es la correcta y correlacionamos las respuestas de los profesores con el nivel de conocimiento de sus alumnos, obtenemos una correlación positiva y significativa al 5% (r=.3*). Este ejemplo, al igual que otros ítems nos lleva a la idea de que los profesores más efectivos son más directivos en organizar las actividades para conseguir el objetivo planteado para una clase.

Otra pregunta sobre enseñanza que pone en juego las preferencias de los profesores corresponde al ítem 30.

> 30.- Los estudiantes de 7º básico resuelven el desafío de “determinar el total de alumnos de un curso en el que la razón de niños y niñas es 4:5, y hay 12 niños en el curso”
> La profesora escucha a dos estudiantes que conversan sus formas de resolver:

I. **Trinidad:** "Plantee la proporción 4/5=12/x para encontrar el número de niñas. Luego sume el resultado con la cantidad de niños para obtener el total".

II. **José:** Sumé 4 con 5 y plantee la proporción 4/9=12/x para obtener el resultado, con el objeto de que los estudiantes profundicen en la proporcionalidad:

¿Qué actividad haría usted en el lugar de la profesora?

a) Explicaría al curso los errores cometidos por Trinidad o José
b) Explicaría al curso dos formas de resolver el problema, como las de Trinidad y José
c) Pediría a Trinidad y José que expliquen sus estrategias para discutirlas en pleno
d) Pediría a los estudiantes que expliquen si dos ecuaciones distintas, 4/5=12/x y 4/9=12/x, pueden servir para resolver el problema.

Los profesores ofrecieron las siguientes respuestas:

a	b	c	d
0	3	26	7

Identificamos las respuestas a) y b) dentro de un enfoque de enseñanza expositivo. La respuesta c) corresponde a un docente que promueve el diálogo, la discusión en clases. Pero también se trataría de una clase en la que el profesor podría perder su rol de conductor. Por otro lado, entendemos la alternativa d) como la respuesta de un profesor problematizador, cuyo rol estaría en guiar la discusión. Luego ambas, c) y d) se muestran como alternativas correctas.

Al revisar las correlaciones entre las alternativas seleccionadas por los profesores y los conocimientos de sus alumnos en proporcionalidad, constatamos que al plantear como correcta la alternativa c) se obtiene un índice de correlación positivo de r=.14, y al plantear la alternativa d) el índice pasa a negativo, r=-.16. En ambos casos la correlación no es significativa. En definitiva se consideró como correcta la alternativa c).

En términos globales, los ítems adoptados para medir la variable "enseñanza" (ENS) del constructo CPC se alinean a ideas ligadas al constructivismo, a clases basadas en desafíos y a situaciones que favorecen la conceptualización.

El perfil de los profesores más efectivos si bien manifiesta algunas de las cualidades elegidas, en general correspondería al de profesores más directivos, aunque respetando la participación activa de los estudiantes. Cabe hacer notar que la información recogida por medio de los cuestionarios para el profesor es de carácter declarativa. Es decir esta parte de la investigación no da cuenta de la total complejidad del problema en estudio. La sección 6 referida a la componente cualitativa entrega antecedentes de las clases de los profesores. A partir de videos de clases se constató que la dimensión declarativa no siempre es coincidente con la acción. Algunos docentes poco efectivos tienden a ofrecer un discurso bajo el cual se declaran constructivistas, sin que ello quede de manifiesto en las clases video grabadas.

CPC profesores y conocimientos de los alumnos con respecto a la Proporcionalidad

46 profesores respondieron al cuestionario de CPC y CC vinculado a la proporcionalidad. En 8 de los cursos se aplicó el pretest en vez del postest, no siendo posible revertir la situación con la finalización del año escolar, además, hubo un profesor que no consignó su nombre por lo que baja el “n” en el cruce de la información entre los profesores y los alumnos.

Para cruzar los datos de los alumnos y profesores se consideró 35 cursos, correspondientes a los que entregaron la totalidad de los datos en el momento de hacer los análisis. Se presenta de los datos de la aplicación de la prueba a 874 alumnos. 301 alumnos respondieron la forma A, 282 alumnos la forma B y 291 la forma C.

Al cruzar los datos del profesor con los de los alumnos resultó una correlación r=0,198, positiva, pero no suficientemente significativa al nivel del 5%. Al revisar las correlaciones entre las alternativas seleccionadas por los profesores y los conocimientos de sus alumnos en proporcionalidad, se observa que el perfil de los profesores más efectivos si bien manifiesta algunas de las cualidades elegidas, en general se trataría de profesores directivos, que respetan la participación activa de los estudiantes.

Conclusiones

Los resultados muestran una relación débil entre el conocimiento del profesor y el de los alumnos. Ello en parte se debe a que los docentes más efectivos a veces no responden a ítems que caracterizan actividades de aula de investigación, o con connotación constructivista. Una explicación seria el hecho de que los profesores prioricen la adquisición de técnicas en desmedro de la comprensión, otra explicación podría sostenerse en el hecho de que los docentes confundan el activismo con las actividades más conceptuales o que no compartan el sentido que le dan los investigadores a a las palabras que parecen en los ítems. En todo caso, es claro, según lo corroboran los ejemplos mostrados en este estudio que los docentes tiene debilidad en el CPC y en el CC, y que los alumnos también muestran debilidad en sus conocimientos, lo cual debilita la posibilidad de hacer significativa la relación buscada entra las variables en juego.

Parte 5: Estudio del CPC y de los saberes de los alumnos en relación a la geometría en los niveles de 4º y 7º básico

Introducción

Al igual que en las Partes 3 y 4 de este informe, aquí se estudia la relación entre el CPC del profesor y los saberes de los alumnos, diferenciándose de los otros estudios en el contenido, en este caso, geometría. La estrategia aquí usada consistió en construir una prueba basada en problemas de reconocimiento de figuras y sus elementos para 4º básico y en problemas de construcción geométrica para 7º. Sobre la base de tales problemas se formularon preguntas a los profesores cubriendo las distintas dimensiones del CPC. Las preguntas referidas al CC de los profesores correspondieron a las de los problemas presentados a los alumnos, con el objeto de que tras responderlos pusieran en juego el conocimiento pedagógico del contenido sobre el cual se les consultó.

El foco de esta parte del informe está puesto en el estudio de los conocimientos de los profesores de 7º básico con respecto al CPC, atendiendo a cada uno de los ítems del cuestionario con el objeto de favorecer la identificación de los elementos que subyacen en la relación entre el CPC del profesor y los conocimientos de los alumnos. En primer lugar se hace un breve análisis de las pruebas aplicadas a los alumnos. Luego, el informe se centra en el cuestionario del profesor. Finalmente se provee un indicador de la asociación entre el CPC en el profesor y los conocimientos de los alumnos en relación a geometría, atendiendo el objetivo central de este estudio. resultando una correlación positiva, R=0,27 en 4º y R=0,24 en 7o, pero no suficientemente significativas.

Características de los problemas de geometría presentados a los alumnos

Los problemas de geometría para 4º básico se presentaron en tres formas. En la forma A (similar a la forma C) se plantearon los siguientes desafíos a los alumnos:

1 Construir figuras que cumplan condiciones dadas trazando líneas.
2 Reconocer visualmente cuerpos, figuras y sus elementos en dibujos dados.
3 Calcular el área de superficies de cuerpos presentados en esquemas dados los datos requeridos.

Para la forma B, los problemas fueron los siguientes:

1 Reconocer visualmente figuras geométricas
2 Reconocer visualmente los nombres de cuerpos y de sus elementos en dibujos dados
3 Reconocer los nombres de cuerpos y figuras representados en dibujos tridimensionales
4 Distinguir un cono recto de uno oblicuo y sus características a partir de sus representaciones.

La forma A fue respondida por 512 alumnos, la forma B por 497 y la forma C por 424. Los resultados de la aplicación de estos problemas por formas se presentan en las siguientes tablas:

Nota: En amarillo se destacan las alternativas correctas.

N=512	Forma A				
	A	**b**	**c**	**No resp.**	**% bien**
G-A1	Bien 218	Mal 98		196	43,0
G-A2	Sí 197	No 203		112	40,0
G-A3	281	71	105	55	75,0
G-B1	136	162	192	22	38,0
G-B2	71	132	278	31	54,0
G-B3	40	113	311	48	61,0
G-C1	267	88	105	52	17,0
G-C2.1	152	167	111	82	22,0
G-C2.2	137	150	129	96	29,0

N=497	Forma B				
	A	**b**	**c**	**No resp.**	**%**
G-A1	90	97	278	32	74,0
G-A2a	207	156		134	31,4
G-A2b	165	209		123	75,3
G-A2c	171	158		168	34,4
G-B1	141	129	217	10	26,0
G-B2	234	216	30	17	47,1
G-B3	36	389	44	28	78,3
G-B4	68	40	358	31	72,0
G-C11	59	355	18	65	71,4
G-C12	62	72	265	98	53,3
G-C13	61	129	90	217	43,7
G-C14	332	45	44	76	66,8
G-C2	250	103	106	38	20,7
G-C3	105	251	105	36	48,5
G-C4	96	120	243	38	48,9
G-B1´	70	181	226	20	36,4
G-B2´	118	90	250	39	50,3
G-B3´	144	160	134	59	32,2

N=424	Forma C				
	a	**B**	**c**	**No resp.**	**%**
G-A1	212 bien	51 mal		161	50
G-A2	161 sí	173 no		90	53,4
G-A2	175 bien	163 mal		86	41,3
G-A3	60	90	234	40	69,3
G-A4.a	164	139		121	32,8
G-A4.b	146	178		100	42,0
G-A4.c	138	137		149	32,6
G-B1	158	127	120	19	28,3
G-B2	56	124	221	23	52,1
G-B3	46	98	254	26	59,9
G-C1	235	59	87	43	13,9
G-C2.1	108	157	117	42	27,6
G-C2.2	135	120	114	55	28,3

Como se observa en las tablas anteriores, alrededor de un tercio de los ítems son relativamente fáciles y algo más de la mitad difíciles. Por un lado, los ítems son de sólo tres alternativas y en algunos casos de dos, lo que justifica en esos casos un aumento de la probabilidad de obtener la respuesta correcta por azar. La confiabilidad medida por el test de Kuder Richardson fue para la forma A, R=0,29; para B, R=0,625, y para C, R=0,48.

Los problemas presentados a los alumnos de 7º, se refieren todos, independientemente de la forma, a la posibilidad de realizar construcciones conforme a las instrucciones dadas. En este sentido se trata de una prueba más homogénea y de una estructura similar entre las distintas formas.

Resultados de la prueba en 7º básico

Nota: En amarillo se destacan las alternativas correctas.

N=526	Forma A						
	a	**b**	**c**	**d**	**No resp.**	**% correctas**	
G-1	161	129	95	50	93	24,5	9,5
G-2	117	104	113	84	108	19,8	21,5
G-3	124	94	120	89	100	22,8	
G-4	160	258			107	30,4	
G-5	81	78	181	77	108	15,4	14,6
G-6	91	162	156		119	29,7	
G-7	88	125	199	107	116	23,8	

N=482	Forma B						
	a	**b**	**c**	**d**	**No resp.**	**% correctas**	
G-1	152	120	93	62	73	24,9	12,9
G-2	111	111	111	87	70	23,0	
G-3	120	102	107	85	71	22,2	
G-4	207	192			81	42,9	
G-5	97	115	184	2	85	20,1	38,2
G-6	98	186	83		125	17,2	

N=453	Forma C						
	a	**b**	**c**	**d**	**No resp.**	**% correctas**	
G-1	166	87	125	48	37	19,2	10,6
G-2	135	79	86	106	55	17,4	19,0
G-3	139	80	108	90	38	30,7	
G-4	129	290			36	28,5	
G-5	73	118	108	108	50	23,8	
G-6	135	166	128		43	36,6	28,3
G-7	86	145	237	122	36	32,0	

En el caso de las preguntas de 7º, resultaron en general difíciles, incluso en casos en que se postuló dos alternativas correctas. Los coeficientes de confiabilidad, de Kuder Richardson, son para la forma A, R=0,59 para la forma B R=0,301, y para la forma C, R=0,01.

Cuestionarios sobre el CC y el CPC de los profesores en relación a geometría

Los profesores de 4º y 7º respondieron a los cuestionarios de geometría teniendo en consideración las preguntas que se les planteo en las pruebas a sus alumnos. Es decir, en primer lugar, respondieron a los problemas de conocimiento propuestos a los alumnos, para situar el contenido con el fin de preparar al profesor para responder a las preguntas sobre el conocimiento pedagógico del contenido.

En el caso de 7º, la primera parte del cuestionario tiene 4 problemas y 9 ítems: Cuatro ítems en el Problema 1, Dos ítems en el problema 2; un ítem en el problema 3 y dos ítems en el problema 4; en los cuales se ponen en juego los objetos geométricos: la simetral de un segmento, su construcción, relación de la simetral con la circunferencia y triángulos; propiedades de las diagonales de un paralelogramo. Las actividades geométricas solicitan reproducir un cuadrilátero, donde es necesario reconocer propiedades y la construcción de una figura bajo ciertas condiciones dadas.

En la segunda parte del cuestionario, tomando en cuenta esos problemas plantea preguntas a los docentes para así recoger datos sobre su relación al CPC.

Las preguntas que recogen información con respecto al conocimiento pedagógico del contenido son las siguientes:

¿Qué objetos geométricos se ponen en juego en este problema?
¿Qué rol tiene el problema?
Cuándo los alumnos (as) no logran resolver lo pedido, ¿a qué cree Ud. que podría deberse?
Cuando han logrado resolver con éxito alguno de los ítems, ¿qué conocimientos han puesto en juego?
¿Qué tipo de aprendizaje se logra con un determinado problema?

¿Qué objetivo tiene según su opinión este problema?
Sobre las tareas propuestas en los ítems, reflexionar para qué objetivos se podrían emplear.
¿En qué nivel del currículo escolar es posible ubicar las tareas pedidas en los ítems?
¿Cuál según su opinión es la metodología más apropiada para tratar el problema propuesto?
¿Cuál según su opinión es el grado de dificultad de la tarea planteada?

La pregunta ¿Qué rol tiene el problema?, Se refiere a qué conocimiento apunta, si se trata de explorar y descubrir algo nuevo, o de reforzar conocimiento.

La pregunta -si los alumnos no resuelven correctamente, ¿a qué se debe?- tiene relación con reconocer los conocimientos que les faltan o prever los obstáculos que podrían aparecer.

Con tales preguntas se procuró alcanzar una visión de la relación al CC y al CPC en los profesores.

Análisis de las respuestas de los profesores al cuestionario

Se analiza cada problema desde el punto de vista del conocimiento del contenido y del conocimiento pedagógico del contenido.

- Análisis en base al problema 1

Acerca del conocimiento del contenido por parte de los profesores

El problema 1 consta de 4 ítems, en los que se ponen en juego se la simetral de un segmento, su construcción, y su relación con la circunferencia y triángulos.

El item1 se refiere al concepto de simetral y de su construcción.
El cual tenía 4 alternativas de respuestas, dos de las cuales correctas, la b que pone en juego directamente el concepto y la técnica habitual de construcción con los arcos trazados desde los extremos y sobre y bajo el segmento. La alternativa d pone en juego el trazado de la simetral mediante las circunferencias con centro en los extremos del segmento con radio dado. Se han obtenido los siguientes resultados:

P1.1	A	b	c	d
	7	16	12	17

De 48 respuestas, 29 demuestran que el concepto de simetral y su construcción están bien adquiridos. Pero casi un tercio de las respuestas son insuficientes, lo que no es un buen resultado ya que la simetral es un objeto geométrico fundamental en la geometría de este nivel.

El ítem 2 tiene un objetivo muy cercano al ítem 1 pero con una dificultad ligeramente mayor. Se han obtenido los resultados siguientes:

P1.2	A	b	c	d
	5	19	18	5

En este caso, la respuesta correcta es b y la c es aceptable aunque menos precisa. Esto es que casi un tercio de las respuestas son completas, y alrededor de otro tercio son incompletas pero alrededor de la quinta parte son inaceptables.

El ítem 3 está relacionado con el ítem 1 y tiene como objetivo relacionar la simetral con triángulos.

Este ítem 3 de 43 respuestas obtenidas, 39 son correctas, es decir la mayoría responde bien.

El ítem 4 también está relacionado con el ítem 1 y ha recibido 42 respuestas, de las cuales 28 son correctas, es decir dos tercios, y el tercio restante da respuestas incorrectas, lo que corrobora la debilidad del conocimiento sobre la simetral, que muestran algunos de los profesores encuestados.

Acerca del conocimiento pedagógico del contenido por parte de los profesores

Respecto al conocimiento pedagógico del contenido hemos planteado 7 preguntas en con los ítems del problema 1.

La pregunta 1 se refiere a identificar los objetos geométricos en juego en el problema 1.
Se obtuvieron 65 respuestas, pues se podía marcar más de una opción. Son 47 profesores que respondieron el cuestionario.

Respuestas a Pregunta 1	A	b	c	d
	17	13	20	15

En este caso la mejor respuesta era la d, se refiere a la simetral y circunferencia, es decir ligeramente más de la quinta parte de las respuestas. Y la quinta parte de las respuestas (opción b) no reconocieron que el ítem ponía en juego la simetral.
Las respuestas restantes son ambiguas.
Se observa que hay una debilidad en identificar los objetos geométricos en juego.

En la pregunta 2, se pide identificar el objetivo del problema. Las alternativas apropiadas eran a y c.
Las respuestas obtenidas son las siguientes:

Respuestas a Pregunta 2	A	b	c	d
	8	13	27	9

También en esta pregunta se podía marcar más de una alternativa.
Como se puede ver en la tabla se obtuvieron 35 respuestas apropiadas de 57 respuestas recibidas. Pero 17 respuestas no pertinentes.
Ligeramente la mitad de las respuestas reconocen el objetivo del problema.

En la pregunta 3 se preguntaba el para qué serviría el problema 1, es decir se refiere al aspecto metodológico del problema.

Se obtuvieron las respuestas

Respuestas a Pregunta 3	A	b	c	d
	26	1	17	6

En este caso las respuestas más apropiadas eran a y c que se refieren al rol metodológico del problema. Se puede apreciar que, las respuestas son pertinentes lo que muestra que respecto a la elección de la metodología las respuestas son apropiadas.

En la pregunta 4 se pide interpretar los resultados eventuales de los alumnos en los ítems 1 y 2 del problema.

Respuestas a Pregunta 4	A	b	c	d
	3	22	25	8

Las respuestas apropiadas son la b y c que se refiere a la opinión de los profesores respecto a la falta de comprensión de los alumnos de los conceptos y la falta de familiaridad con el tipo del problema; Las opciones a y c son típicas de los y las docentes, se refieren a la falta de estudio de los alumnos o a que el tipo de ejercicios no está en los textos.
Puede apreciarse que las respuestas son pertinentes.

La Pregunta 5, pide identificar el objetivo del ítem 3 del problema 1
Las respuestas obtenidas en la tabla siguiente siendo a la respuesta más apropiada.

Respuestas a Pregunta 5	A	b	c
	19	15	18

Se puede ver de la tabla que 19 de 52 respuestas, es decir alrededor de los dos quintos son las apropiadas, reconocen el objetivo del ítem 3 del problema 1.

En la Pregunta 6 se pide interpretar la dificultad eventual de los alumnos en resolver el ítem 3.

Respuestas a Pregunta 6	a	B	c	d	e
	4	4	16	7	30

En esta pregunta también se podía marcar más de una alternativa. De las 61 respuestas obtenidas 30 interpretan la dificultad como la falta de familiaridad de los alumnos con problemas que favorezcan la comprensión (de los alumnos) de la simetral y sus propiedades.
Y 16 respuestas interpretan el fracaso de los alumnos por el tratamiento insuficiente por parte de los profesores de las propiedades de la simetral.

En la pregunta 7 se pedía identificar las tareas del problema 1

Respuestas a Pregunta 7	A	b	c
	20	12	16

De 48 respuestas, 20 las consideran como tareas nuevas, 16 como para reforzar conocimientos y 12 para repasar.
Las respuestas más apropiadas son las b y c, ya que el problema 1 tiene que ver con una materia fundamental en este nivel.
Se puede apreciar que 28 de 48 respuestas identifican las tareas pedidas en el problema.

- Análisis en base al problema 2

Acerca del conocimiento del contenido por parte de los profesores

El problema 2 es un problema que implica una construcción bajo ciertas condiciones y exige estudiar la posibilidad de encontrar más de una solución.
Respecto al primer ítem, que implica la construcción, se obtuvieron las siguientes respuestas:

Respuestas ítem 2.1	A	b	c	d
	14	5	4	24

Las respuestas correctas son la a y d, siendo la d más particular.

De la tabla se puede apreciar que 14 de 47 (un tercio aproximadamente) son correctas; 24 de 47 dan respuestas particulares, es decir casi la mitad de las respuestas.
Con todo 38 de 47 respuestas (casi los tres cuartos) son apropiadas.
Se podría interpretar que los conocimientos de los paralelógramos estarían algo más firmes.

Respecto al segundo ítem, de estudio y reflexión se obtuvieron las siguientes respuestas:

Respuestas ítem 2.1	A	b	c	d
	20	4	13	8

En este caso la mejor respuesta era la opción c, elegida sólo por 13 de 45 respuestas reconoce la figura (rombo) la opción a resulta parcial, pues considera solo el caso del cuadrado.
Se obtuvieron 45 respuestas a este ítems, y alrededor de un tercio (13 de 45) son correctas y ligeramente menos de la mitad de las respuestas obtenidas son parciales y no demuestran reflexión, sino que repitieron los resultados obtenidos en el item anterior. 12 respuestas de 45 son equivocadas. Hay dos omisiones, pues el total de profesores que respondieron este cuestionario son 47.

Acerca del conocimiento del contenido por parte de los profesores

En relación con el problema 2 se plantearon 4 preguntas sobre el conocimiento pedagógico del contenido.

La pregunta 1 se refiere al objetivo del problema 2.
Las respuestas obtenidas fueron 58, ya que se podía marcar más de una opción.

Respuestas a Pregunta 1	A	b	c
	16	23	19

La alternativa b era la más apropiada, la a es aceptable en cierta medida y la c es muy general y casi ambigua.
Alrededor de los dos quintos de las respuestas identifican el objetivo (23 de 58) de la pregunta, cerca de un tercio de las respuestas no lo identifica con precisión (19 de 58) y ligeramente más de un cuarto de respuestas son ambiguas.

La pregunta 2 se refiere a los conocimientos en juego para resolver con éxito el problema.
Las respuestas obtenidas fueron 63, ya que se podía marcar más de una opción

Respuestas a Pregunta 2	A	b	c
	30	15	18

La respuesta más apropiada era la b, la alternativa a, podría ser aceptable pero la c está fuera de foco.
Estos resultados muestran que en la mayoría de las respuestas no se reconoce que el conocimiento en juego es la propiedad de que las diagonales de un paralelógramo se intersectan en sus puntos medios y a partir de ahí, responder.

La pregunta 3 se refiere a ubicar en curriculum la pregunta

Las respuestas obtenidas fueron 46

Respuestas a Pregunta 3	A	b	c
	6	17	23

Las respuestas apropiadas son la c y b. Se puede apreciar de la tabla que las respuestas están buenas y se podría interpretar que existe un buen conocimiento del curriculum.

La pregunta 4 se refiere al papel que se daría el al problema 2 por el o la docente
Se han obtenido 53 respuestas ya que se podía marcar más de una opción

Respuestas a pregunta 4	A	b	c	d
	13	34	1	5

Las alternativas más apropiadas eran la a y la b.
Y como se puede apreciar las respuestas son buenas, lo que se puede interpretar como una adecuada decisión pedagógica respecto al uso del problema.

- Análisis en base al problema 3

Acerca del conocimiento del contenido por parte de los profesores

Este problema tiene por objetivo reproducir una figura, a partir de mensajes propuestos.

Se obtuvieron respuestas 52 respuestas ya que se podía elegir más de un opción.

Respuestas a Problema 3	A	b	c	d
	14	13	14	11

La mejor respuesta es la alternativa b. Las a y d son incompletas. La alternativa c es equivocada.

La cuarta parte de las respuestas son correctas, la mitad de las respuestas eligen alternativas incompletas.

Acerca del conocimiento pedagógico del contenido por parte de los profesores

En relación con el problema 3 se plantearon 4 preguntas sobre el conocimiento pedagógico del contenido.

La pregunta 1 se refiere a identificar el objetivo del problema

Las respuestas obtenidas fueron 51, ya se podía marcar más de una opción.

Respuestas a Pregunta 1	A	b	c
	6	30	15

La alternativa c, es la más precisa, la opción a es aceptable y la b es general.

Como se puede apreciar de la tabla más de la mitad de las respuestas son imprecisas. Solamente casi un tercio de las respuestas son buenas.
Estas respuestas dejan en evidencia la dificultad para precisar el objetivo del problema.

La pregunta 2 se refiere al aprendizaje que se logra al resolver este problema.
Las respuestas obtenidas fueron 47.

Respuestas a Pregunta 2	A	b	c
	14	1	32

La alternativa c que se refiere al refuerzo de conocimientos en clases; la opción b también podría ser apropiada, se refriere al repaso de conceptos tratados. Pero 14 de 47 respuestas se refieren a descubrimiento de conocimiento nuevo.
Como se puede apreciar, las respuestas dadas son pertinentes, pues depende de las distintas realidades.

La pregunta 3 se refiere al grado de dificultad del problema.
Las respuestas obtenidas fueron 53, debido a que se podía marcar más de una opción.

Respuestas a Pregunta 3	A	b	c
	18	2	33

La opción c, consideraba la dificultad como normal, y es elegida por más de la mitad de las respuestas. No obstante la resolución correcta del problema aparece solo en la cuarta parte de las respuestas obtenidas.
La opción a, consideraba la dificultad como difícil, lo que está más acorde con los resultados de la resolución del problema.

La pregunta 4 se refiere a la ubicación del problema en el curriculum.
Las respuestas obtenidas fueron 56, debido a que se podía marcar más de una opción.

Respuestas a Pregunta 4	A	b	c
	7	36	13

La mayoría de las respuestas ubica el problema en el séptimo año.
13 de 56 respuestas las ubica en octavo año.

- Análisis en base al problema 4

Acerca del conocimiento del contenido por parte de los profesores

El problema 4 consta de dos ítems, el ítem 1 solicita elegir un modo de construcción de una figura con 4 vértices y 4 lados congruentes, dadas cinco posibilidades. El ítem 2 solicita identificar la figura construida.

Para el Ítem 1 se obtuvieron 49 respuestas

Respuestas a Item 1	S1	S2	S3	S4	S5
	8	8	13	9	11

La solución S1 es correcta, utiliza regla y compás y trazado de arcos de circunferencia, es la construcción típica, partiendo de un segmento con una medida u.
S4, es correcta y parte dibujando un ángulo y luego utiliza el compás y se trazan paralelas.
S5 también es correcta. Se reconoce que la figura es un rombo, paralelógramo, entonces se trazan paralelas y arcos de circunferencias.
S3 es particular, se dibuja un cuadrado, trazando perpendiculares y midiendo.
S2 es incorrecta, no respeta la congruencia de lados, dadas en las condiciones.
Como se puede apreciar, de la tabla 28 de 49 respuestas son correctas, es decir aproximadamente la mitad eligen procedimiento de construcción correctos para la tarea pedida ; y ligeramente más de un cuarto de las respuestas contienen un procedimiento particular.

El Item 2 solicita identificar la figura construida en el ítem 1.
En este ítem se obtuvieron 48 respuestas

Respuestas a ítem 2	A	b	c	d
	15	1	19	13

La mejor respuesta es la opción c; la alternativa a es aceptable, la opción b y d son equivocadas.
Hay cerca de dos quintos de respuestas correctas (19 de 48) que reconocen la figura construida, y aproximadamente un tercio reconoce un cuadrado, un caso particular.
Es usual que los docentes de este nivel al resolver problemas geométricos traten casos particulares.

Acerca del conocimiento pedagógico del contenido por parte de los profesores

En relación con el problema 4 se plantearon 4 preguntas sobre el conocimiento pedagógico del contenido.

La pregunta 1 solicita identificar el objetivo del problema
En este caso se obtuvieron las siguientes respuestas

Respuestas a preguntas 1	A	b	c
	6	16	32

Las opciones b y c son correctas.
Como puede apreciarse, las respuestas en su mayoría (48 de 54)
identifican los objetivos del problema 4

La pregunta 2 solicita identificar los conocimientos en juego para resolver el problema.
En este caso se obtuvieron 60 respuestas

Respuestas a pregunta 2	A	b	c	d
	6	14	10	30

La mejor respuesta es la opción d. Las opciones a, b, c son incompletas.

Como puede apreciarse la mitad de las respuestas son buenas. La otra mitad son respuestas no reconocen los conocimientos que son necesarios poner en juego.

La pregunta 3 solicita ubicar el nivel del problema en el currículo

En este caso se obtuvieron 43 respuestas

Respuestas a preguntas 3	A	b	c
	5	27	11

Como se puede apreciar de la tabla más de la mitad ubica el problema en séptimo año. Alrededor de la cuarta parte lo ubica en octavo.

La pregunta 4 se refiere al grado de dificultad del problema

En este caso se obtuvieron 41 respuestas

Respuestas a preguntas 4	A	b	c
	16	2	23

La opción c corresponde a grado de dificultad considerado normal.
Como se puede apreciar de la tabla alrededor de la mitad de las respuestas considera el problema con dificultad normal. Lo que no concuerda con la resolución correcta del problema, ya que solamente los tres quintos de las respuestas no fueron buenas.
El grado de dificultad difícil es la opción a; vemos en la tabla que corresponde a un tercio de las respuestas, lo que es más coherente con las respuestas al problema de conocimiento.

Conclusiones acerca del conocimiento de los profesores referidos a temas geométricos

El análisis de los resultados de la aplicación del cuestionario a los profesores da informaciones sobre el conocimiento del contenido y sobre el conocimiento pedagógico del contenido de los profesores y de la articulación entre ellos. En esta parte 5 del informe se consideran temas geométricos que tratan los y las docentes en enseñanza básica a través del cuestionario aplicado a 47 profesores que realizan docencia en séptimo.

Respecto al conocimiento del contenido.

Con respecto al conocimiento del contenido, los problemas propuestos dejan evidencia una debilidad en los conocimientos geométricos de algunos de los profesores encuestados. En efecto,

En el Problema 1 (que pone en juego la simetral): En el ítem1, 29 de 48 respuestas son correctas, (aproximadamente 3/5) y en el ítem 2, un tercio solamente da respuestas completas. Dos tercios tiene éxitos en el ítem 4 que era paralelo al ítem 1, pero hay algunas diferencias entre estos dos ítems.
En el Problema 2 (diagonales de un paralelogramo): En el item1, 14 de 47 (un tercio aproximadamente) son correctas; y casi la mitad (24 de 47) las respuestas son particulares. En el ítem 2 alrededor de un tercio (13 de 45) son correctas y ligeramente menos de la mitad de las

respuestas obtenidas son parciales y no demuestran reflexión, sino que repitieron los resultados obtenidos en el ítem 1.

En el Problema 3 (reproducir una figura dada): En el item1, de las 52 respuestas ya que se podía elegir más de un opción, la cuarta parte de las respuestas son correctas y la mitad de las respuestas son incompletas.

En el problema 4 (Construir una figura respetando condiciones): En el item1, 28 de 49 respuestas, es decir aproximadamente la mitad eligen procedimiento de construcción correctos para la tarea pedida; y ligeramente más de un cuarto de las respuestas contienen un procedimiento particular. En el Item2, cerca de dos quintos (19 de 48) de las respuestas son correctas y aproximadamente un tercio reconoce un caso particular. Es usual que los docentes de este nivel al resolver problemas geométricos traten casos particulares.

En consecuencia, estos datos empíricos, muestran que los profesores encuestados no muestran dominio en actividades geométricas genuinas.

Respecto al conocimiento pedagógico del contenido

Las informaciones recogidas muestran que el conocimiento pedagógico del contenido no es suficiente. A continuación detallamos los resultados obtenidos.

En las preguntas sobre la identificación de los objetos geométricos en juego en los ítems, hay una insuficiencia. En efecto:

Con respecto al reconocimiento del objeto matemático en juego: En el Problema 1, ítem 1, ligeramente más de la quinta parte de las respuestas son apropiadas, reconocen que se trata de la simetral. La quinta parte de las respuestas (opción b) no reconocen que el ítem ponía en juego la simetral. En el ítem 2, la mayoría de las respuestas no reconoce que el conocimiento en juego es la propiedad de que las diagonales, por ello no pudieron concluir. En el problemas 4 la mitad de las respuestas reconocen los conocimientos en juego y la otra mitad son respuestas que no los reconocen.

Con respecto a reconocer el objetivo del problema, también se encuentra debilidad. En el Problema 1, ligeramente la mitad de las respuestas reconocen el objetivo del problema. En el Problema 2, alrededor de los dos quintos (23 de 58) de las respuestas identifican el objetivo de la pregunta, cerca de un tercio (19 de 58) de las respuestas no lo identifica con precisión. En el Problema 3, la mitad de las respuestas son imprecisas. Solamente casi un tercio de las respuestas son buenas. En el Problema 4 (48 de 54) logran identificar los objetivos del problema. La debilidad del reconocimiento del objetivo de un problema tendrá consecuencia en los aprendizajes de los alumnos, puesto que faltarán los énfasis necesarios en los conocimientos focalizados.

Con respecto a la decisión pedagógica sobre el uso del problema, las respuestas son adecuadas, lo que se puede interpretar como una elección pertinente de la metodología para ponerlo en práctica.

Con respecto a la ubicación en el currículo del problema, la mayoría de las respuestas muestran conocimiento del currículo.

Con respecto al fracaso de los alumnos o a la dificultad de los alumnos para resolver los problemas, la mayoría de las respuestas se refieren a la falta de familiaridad con los conceptos contenidos en el problema y a la falta de comprensión de ellos. Por ejemplo, en el problema 1, de 61 respuestas obtenidas 30 interpretan la dificultad como la falta de familiaridad de los alumnos con problemas que favorezcan la comprensión (de los alumnos) de la simetral y sus propiedades y 16 respuestas interpretan el fracaso de los alumnos debido al tratamiento insuficiente por parte de los profesores de las propiedades de la simetral.

Sobre el grado de dificultad de los problemas hay incoherencia en las respuestas, por ejemplo en el problema 3, la opción c, consideraba la dificultad como normal, y es elegida por más de la mitad en las respuestas. No obstante la cuarta parte de las respuestas obtenidas tiene la resolución correcta. La opción a, consideraba la dificultad como difícil, lo que está más acorde con los resultados de la resolución del problema. En el problema 4, alrededor de la mitad de las respuestas considera el problema con dificultad normal. Lo que no concuerda con la resolución correcta del problema, ya que solamente los tres quintos de las respuestas no fueron buenas.
El grado de dificultad difícil es elegido por un tercio de las respuestas, lo que es más coherente con las respuestas al problema de conocimiento.

Relación entre el saber de los profesores y los conocimientos de los alumnos en el ámbito de la geometría.

A partir de las pruebas aplicadas a los alumnos y cuestionarios aplicados a los profesores se determinó el nivel de asociación entre las variables centrales del estudio con respecto a geometría. La relación entre los conocimientos de los alumnos y el CPC de los profesores de 7º fue R=0,24 (p=0,166), con N=34, y en el caso de 4º básico la correlación fue R=0,273 (p=0,077), con N=43. En ambos casos las correlaciones son positivas, pero no suficientemente significativas.

La relación entre los conocimientos de los alumnos y el CC de los profesores en 7º fue R=0,027 (p=0,87), y en 4º fue R=0,275 (p=0,078); también positivas pero en promedio, por debajo del CPC y no significativas.

La relación entre el CC y el CPC fue significativa tanto en 7º como en 4º básico. En efecto, en 7º R=0,43 (p=0,005) y en 4º, R=0,71 (p=0,000).

A modo de conclusión en el ámbito de la geometría

Si bien la relación entre el CPC del profesor y el nivel de conocimientos del alumno no alcanza un nivel de significación del 5%, si lo alcanza al nivel del 10 al 20%. Los niveles de significación son más bajos de los esperados, pero se reconoce que las mediciones e índices podrían mejorar en un estudio que tuviera en consideración las limitaciones y hallazgos de este estudio.

Parte 6: Estudio de la puesta en juego del CPC: observaciones de clases y pauta de observación de video grabaciones de clases

Introducción:

Desde la perspectiva cualitativa el estudio consideró la observación de clases, la revisión de cuadernos, guías y pruebas completados por alumnos, lo que contribuyó a la selección y depuración de ítems por parte de los investigadores. Véase anexo 4. En el marco de la observación de clases se contempló el registro de clases observadas y de manera más sistemática la elaboración de una pauta en relación a la puesta en escena del CC y CPC por parte del profesor en clases. En esta Parte 6 del informe se presenta en primer lugar una discusión sobre la articulación del CPC y CC a partir del análisis cualitativo de dos clases observadas, y luego se presenta la estructuración de una pauta y los resultados de su aplicación con videograbaciones de clases.

Articulación del CPC y CC, un análisis cualitativo de dos clases observadas

Los conceptos de Conocimiento Pedagógico del Contenido y el Conocimiento del Contenido son las ideas centrales del marco teórico de la investigación. A priori se puede suponer que ambos conceptos deben articularse para que los alumnos/as logren los aprendizajes significativos y en consecuencia durables. No obstante, las observaciones realizadas en terreno muestran que esta articulación no es buena.

En las clases que hemos observado se detecta que los profesores tiene un conocimiento del contenido muy limitado, sin proyección, es decir el contenido que tratan no lo sitúan como perspectiva de conocimiento nuevo interesante anclado en los conocimientos ya tratados que se supone aprendidos y que a su vez será base para otros conocimientos que se aprenderán posteriormente. Pareciera que el contenido que tratan sigue la secuencia del programa y no en vista de favorecer un aprendizaje durable en los alumnos (as).

Esta percepción la percibimos tanto en las clases de Geometría como en la de Algebra que observamos.

Análisis de la Clase de Geometría en séptimo año.

En la clase de geometría observada, cuyo protocolo de observación se presenta en el anexo 2, tuvimos la impresión de que las niñas trabajaron en algo, sin mucho sentido, siguieron instrucciones de la docente, que no resultaban difíciles para las alumnas pero que no sabían el para qué: “¿para qué hacemos lo mismo?” pregunta de una alumna…

El saber matemático no apareció durante el desarrollo de la clase el trabajo que se les pidió fue una actividad de construcción que dejaba al descubierto en varios momentos la dificultad de las alumnas para construir cuadrados con escuadra y compás.

Al final de la clase, nos dimos cuenta lo que pretendía la profesora: en la clase anterior se pidió a las niñas dibujar un triángulo rectángulo y luego construir cuadrados sobre sus lados. (Al parecer no se mencionó a Pitágoras). Ahora, en esta clase, pidió dibujar un triángulo equilátero y los cuadrados sobre sus lados sus lados y verificar que no “se cumplía lo mismo que con el triángulo rectángulo” La profesora insistía que se trataba de un triángulo acutángulo, cuestión que nos llamó la atención en este momento, pero después comprendimos cuando pidió dibujar un triángulo obtusángulo y verificar.

La verificación pedida no aportó el conocimiento de la configuración Pitagórica, la experiencia de las alumnas con tales actividades no fue aprovechada en vista del conocimiento del Teorema de Pitágoras y de sus hipótesis. En consecuencia el conocimiento matemático que la profesora tenía implícito no logró explicitárselos a las alumnas como conocimiento nuevo para ellas y por ende favorecer un aprendizaje. Lo que deja en evidencia la debilidad del conocimiento del Contenido.

Por otra parte, la gestión de la clase que permite ver la otra idea base del marco teórico, el Conocimiento Pedagógico del contenido, también fue débil.

Uno de los indicadores es la organización del contenido para llevarlo al aula, ya sea a través de ejercicios para el aprendizaje de técnicas o bien como problemas para la puesta en juego de estrategias de búsqueda.

En la clase observada, pensamos que la profesora hubiera podido plantear las actividades como un problema global. Es decir, Ya vimos lo que ocurre con los cuadrados construidos sobre los lados de un triángulo rectángulo. Aquí podría haberse mencionado la configuración de Pitágoras.

Pero a los 10 minutos de entrar a la sala, la profesora escribe en la pizarra:

> ***Construir un triángulo acutángulo con las siguientes medidas, les voy a dar sólo las medidas de los lados. Si es un Triángulo Equilátero acutángulo ¿Cuál va a ser la medida de sus lados? El Triángulo. Será equilátero, de medida 6cm.***
> ***Una vez que lo tengan construido, ustedes construirán uno rectángulo y veremos los cuadrados.***
> ***Ahora va a ser acutángulo y equilátero***.

Como se puede apreciar la ni la redacción de la tarea ni la tarea misma es clara, hay implícitos.

A medida que avanzaba la clase nos dimos cuenta que “veremos los cuadrados” significaba construir cuadrados sobre los lados del triángulo, con el uso de la escuadra.

Nos llamó la atención en el énfasis que dio al referirse a triángulo acutángulo y equilátero, pero después nos dimos cuenta que pedía la configuración pitagórica, y por ello insistía en que el triángulo fuera equilátero, ya que si no cómo elegiría el lado que jugara el rol de la hipotenusa? ¿Tomar el lado mayor del triángulo acutángulo al ojo? Decisión que tomó cuando les pidió construir la configuración pitagórica en el triángulo obtusángulo.

Algunas alumnas muestran dificultades con la construcción del triángulo equilátero y , la docente dice “ yo no lo veo equilátero, ” . No parece una devolución acertada, como por ejemplo: ¿estás segura que es equilátero tu triángulo?

En otro momento mirando el trabajo de otra niña se percata de que los cuadrados no están bien construidos y le dice "tienes que usar el ángulo recto de la escuadra para que te quede perfecto"…

En estos dos momentos la profesora no aprovecha de reforzar las definiciones o las imágenes de las figuras en cuestión.

Después cuando va a la pizarra y dibuja la configuración del teorema de Pitágoras

Una niña dice *"Ah ese dibujo es lo que hicimos en la hojita*

Ese dibujo fue la actividad que se les pidió en la clase anterior, pero la profesora no lo conectó con las actividades solicitadas en clase actual que estábamos observando.

Cuando las alumnas tienen ya la configuración análoga a la pitagórica con el triángulo equilátero, la docente dice, "Ahora recorten los cuadrados"

Una alumna dice "para qué hacemos lo mismo" la profesora le responde:
"para *ver si es lo mismo que con un triángulo rectángulo. Vamos a comparar!*
Es en este momento, después de 40 minutos nos damos cuenta del objetivo de la clase.

Se constata en este caso la falta de articulación entre el conocimiento del contenido como el conocimiento pedagógico del contenido.

No se observó una gestión organizada, El ritmo de la clase fue lento, algo aburrida y las alumnas trabajaron siguiendo las instrucciones, pero conversaron y se tomaron su tiempo.
No hubo cierre ni síntesis, a nuestro juicio no hubo aprendizaje, no se mencionó a Pitágoras nunca durante esta clase.

El trabajo geométrico solicitado consistió en medir y la manipulación de la escuadra (no uso de compás), recortes y verificaciones por superposición. Este tipo de trabajo no es el más adecuado en un curso de séptimo, aún cuando los conocimientos de las alumnas eran débiles en este curso, ya que aparecieron dificultades para construir un triángulo equilátero, un cuadrado, una perpendicular etc.…
Ello puede ser consecuencia de la falta de familiaridad con las imágenes de esas figuras y las estrategias de construcción con los instrumentos, regla, compás y escuadra. La docente no aprovechó de preguntar por ejemplo ¿porqué no es equilátero tu triángulo o bien hacer participar a otra niña para que verificara o juzgara…
Durante esta clase, la docente no se dirigió a todo el curso, sino a dos alumnas en sus puestos o una. No dio lugar a una puesta en común, de modo de ayudar a superar las dificultades y reforzar las ideas y conceptos en juego.

Se puede notar que la actividad propuesta, al quedarse sólo en la manipulación, no promovió aprendizaje, y la actividad resultó muy simple y sin proyección, empleando un tiempo didáctico demasiado largo. La falta de preparación y reflexión de la actividad queda de manifiesto.

Análisis de la Clase de Álgebra en séptimo año.

En la clase de Algebra, cuyo protocolo de observación e encuentra en el anexo 2, también se nota una falta de proyección del contenido tratado, aquí se trataba de las expresiones algebraicas y en particular los términos semejantes.

Los objetos de trabajo eran los términos semejantes que los alumnos describieron como formados por dos partes: un número y una letra. Afirmación que el profesor no amplía, con distintos ejemplos, donde esa descripción no basta. Por ejemplo 2x; 2x+ 7; $2x^2$; ax^2+5 ; tampoco se refiere al significado de las letras, las que pueden ser variables o parámetros. En ambos casos son números y que pueden ser números naturales, enteros o fracciones…

Clasifica las expresiones algebraicas en monomios, binomios y trinomios, y pone ejemplos sencillos que no confronta con la descripción dada por los alumnos(as), Suponemos que el docente dio antes una definición correcta, pero no se hace cargo de la distancia entre la suya y la de ellos.

Observamos que profesor no le da a las expresiones algebraicas el estatus que en matemáticas le corresponde, ellas son objetos matemáticos nuevos, y que se operarán en forma muy diferente a como se operaban los números. También enfatizar la necesidad de tener términos semejantes y por lo tanto, el sentido que tienen. Es necesario que los alumnos(as) comprendan todo esto, para trabajar en el álgebra escolar que les espera en futuro inmediato.

Aparecieron dos fenómenos en la clase: ante una pregunta de una alumna, dice Atención! Una pregunta de su compañera: y explica:

$4a - 4a = 0a$

No puedo poner 0a, eso No EXISTE

$4a - 4a = 0 \cdot a = 0$

Multiplicación

Agrega: Si tengo 4 manzanas y me las como ¿queda algo?
Alumnos (as) a coro: Nada!
El ejemplo muestra una clara insuficiencia en el Conocimiento del Contenido, ya que el ejemplo que propone es de carácter aritmético, y la pregunta de la niña no es aritmética, sino algebraica. Lo que representa a no es un objeto concreto del mundo sensible o real, sino un número.

Como puede apreciarse, el profesor no presenta las expresiones algebraicas como formando parte de un marco matemático distinto al marco matemático por ejemplo de los números enteros o de los números racionales. Hay otras reglas, otras propiedades. Que hay que tener en cuenta, si los alumnos no toman conciencia de ello, van a cometer los errores usuales, por ejemplo, en la simplificación de expresiones fraccionarias en que el numerador y denominador aparecen expresiones algebraicas.

El Conocimiento Pedagógico del Contenido

Como ya señalamos tiene que ver con el cómo e docente organiza el tratamiento del contenido y lo gestiona en clases. En lo formal, el docente escribe en la pizarra el Objetivo de la clase: *Conocer y operar correctamente con términos semejantes.*

Su clase resulta dinámica, con una metodología dialogada en la que hace participar a todo el curso, cada vez les pide explicar el por qué los términos que les propone son semejantes o no. Los alumnos (as) van a la pizarra, propuso ejercicios suyos que escribió en la pizarra y otros del texto Guía. No obstante no aprovecha las ocasiones de debate que se le presentaron, como las señaladas para favorecer aprendizajes de conocimientos nuevos para ellos.

Queda en evidencia que si el conocimiento de los contenidos es insuficiente, la organización para el tratamiento y gestión de la clase también será insuficiente.
Esta afirmación aunque puede parecer teórica, lo anterior muestra que no lo es, y podría ser una hipótesis para una nueva investigación.
Una consecuencia obvia de esta situación tiene que ver con la fragilidad de los aprendizajes de los alumnos/as, por una parte, debido a la falta de claridad y proyección de las materias que se les enseña y por otra a la poca significación matemática que tienen los tipos de actividades que se les propone.

La pauta de observación de clases

Reconociendo por un lado la existencia de una relación dialéctica entre el conocimiento y las creencias del profesor y su actuación en el aula (Clark y Peterson, 1989), y por otro, que el CPC articula la comprensión del contenido por parte del docente y el escenario pedagógico en el que los organiza, representa y adapta a los intereses y a las capacidades diversas de los alumnos. Para este estudio se elaboró una pauta de observación de clases sobre la base de indicadores de desempeño observable del CPC en el aula, en el entendido que un mejor CPC por parte del docente estará asociado a una mejor calidad de las clases.

Para la elaboración de la pauta se consultaron otras referencias (Mathematical Quality of Instruction Video Coding Glossary, 2007; Hill, 2006; Kersting y Santagata, 2003) además del Marco de la Buena Enseñanza como referente nacional (Mineduc, 2003).

La pauta fue estructurada en los mismos componentes a través de las cuales se operacionaliza el CPC, proponiendo *indicadores observables* asociados a estas dimensiones. Para contextualizar la gestión pedagógica de la clase y tener en cuenta la componente disciplinaria, también se consideró dimensiones asociadas al conocimiento pedagógico (CP) y al conocimiento del contenido (CC) vinculados a la validez del conocimiento matemático que el docente enseña. La sumatoria del puntaje de estos tres tipos de conocimientos, representa el conocimiento base para la enseñanza o la capacidad para enseñar, con énfasis en la presencia del CPC.

Tabla con las dimensiones CP, CC y CPC presentes en la pauta

A. CONOCIMIENTO PEDAGÓGICO
Estructura de la clase
Interacción profesor-alumno
Instrucciones
Organización del grupo curso
Uso del tiempo
B. CONOCIMIENTO DEL CONTENIDO
Validez del conocimiento matemático que se enseña
Validez de las explicaciones del contenido matemático
C. CONOCIMIENTO PEDAGÓGICO DEL CONTENIDO
C.1 ENSEÑANZA
C.1 .1 Currículo
Contenidos matemáticos del programa del curso según el marco curricular vigente
Vinculación con otros contenidos matemáticos
C.1.2 Organización tareas matemáticas escolares
Secuenciación de las tareas matemáticas
Nivel cognitivo de las tareas matemáticas
Conectividad con otros contenidos matemáticos
C.1.3 Concepción del profesor sobre la matemática
Concepción del profesor sobre la actividad matemática
Concepciones del profesor sobre la construcción social del conocimiento matemático
Concepción del profesor sobre la actividad matemática
C.1.4 Concepciones del profesor sobre el aprendizaje
Concepciones del profesor sobre el aprendizaje presente en las tareas
Concepciones del profesor sobre el rol del estudiante
Concepciones del profesor sobre las capacidades de los estudiantes
Concepciones del profesor sobre el nivel de autonomía de los estudiantes en resolución de tareas
C.1.5 Diseño de escenarios dependiente del contenido matemático
Pertinencia del escenario
Uso de ejemplos, contraejemplos o analogías
C.2 CONOCIMIENTO DEL PROFESOR EN RELACIÓN AL SABER DEL ALUMNO
C.2.1 Conceptualizaciones de los alumnos
Saber del profesor sobre conocimientos previos de los estudiantes
C.2.2 Dificultades más frecuentes de los alumnos
Conocimiento del profesor de las dificultades más frecuentes de los estudiantes
C.2.3 Errores posibles de los alumnos
Conocimiento del profesor los errores posibles de los estudiantes
C.2.4 Estrategias usuales de los alumnos
Conocimiento del profesor de las estrategias usuales de los alumnos
C.3 MEDIOS DIDÁCTICOS
C.3.1 Representaciones concretizadoras
Uso de distintas representaciones del objeto matemático.
C.3.2 Uso de medios didácticos
Uso de materiales concretos para representar el objeto matemático

Para cada componente se estableció niveles de desempeño asociados a una puntuación, que van desde un nivel de desempeño insuficiente, suficiente a desempeño competente, en función de la capacidad del profesor – en cuanto al diseño y gestión del conocimiento en la clase- para promover aprendizajes en los estudiantes. Estos niveles se ejemplifican a continuación y en la última hoja de la pauta figura el puntaje vinculado a cada dominio.

C.3 Medios didácticos			
C.3.1 Representaciones concretizadoras			
	1 Nivel de dominio insuficiente	**2 Nivel de dominio suficiente**	**3 Nivel de dominio competente**
Uso de distintas representaciones del objeto matemático.	El profesor muestra un solo tipo de representación del contenido matemático.	El docente muestra distintas representaciones del contenido matemático (dibujos, esquemas, ilustraciones, materiales concretos).	El docente plantea tareas donde los estudiantes integran distintas representaciones del contenido matemático.

Para la aplicación de la pauta, primero se graba la clase en video. Luego se revisa el video por un experto entrenado, para que ubique y marque el mejor desempeño observado en el docente. La idea es retomar las ideas de la evaluación dinámica y de ZDP (zona de desarrollo próximo), pretendiendo con esto evaluar el mejor desempeño docente observado en la actuación del profesor durante la clase videograbada.

La pauta que se presenta en el anexo 3 corresponde a una versión depurada de tres versiones preliminares. Para su elaboración se diseñó una versión inicial en concordancia con el marco teórico del estudio, la cual fue utilizada para observar el video de una clase, arrojando comentarios de los investigadores que actuaron con el rol de jueces, las observaciones dadas sirvieron para precisar los indicadores de la pauta. El grado de acuerdo entre los jueces llevó a eliminar y/o modificar los indicadores de la pauta. El mismo procedimiento se utilizó con la versión 2, 3 y 4. La versión que se anexa, corresponde a la de mayor nivel de elaboración y depuración como resultado de este proceso. Los especialistas que actuaron como jueces poseen el siguiente nivel de experticia: 1) Dr. en Filosofía, Educación, con experiencia en formación inicial y continua de profesores y formación inicial como Licenciado en Matemáticas, 2) Mg. en Didáctica de la Matemática, con experiencia en formación inicial y continua de profesores y formación inicial de Estadístico y de Licenciado en Matemáticas, y 3) Dra. en Psicología Educativa, con experiencia en formación inicial y continua de profesores.

Si bien, la pauta aún se encuentra en un nivel exploratorio, se recogieron indicios de su adecuación al propósito del estudio. En las cuatro ocasiones utilizadas para depurar el instrumento, se obtuvo un 100% de concordancia en dos jueces y un 36% entre los tres jueces, como se muestra a continuación.

Versión de la pauta	Acuerdo dos jueces	Acuerdo tres jueces
Versión 1	100%	36%
Versión 2	80%	12%
Versión 3	92%	24%
Versión 4	81%	27%

Resultados de la aplicación de la pauta a cuatro profesores

La pauta fue aplicada en la videograbación de clases de matemática de cuatro docentes participantes del estudio, obteniéndose los resultados que se muestran a continuación.

Tabla comparativa del puntaje obtenido por cuatro profesores

Conocimiento	Profesor 1		Profesor 2		Profesor 3		Profesor 4	
	Puntaje	Nivel dominio	Puntaje	Nivel dominio	Puntaje	Nivel dominio	Puntaje	Nivel dominio
CP	11	Suficiente	6	Insuficiente	7	Insuficiente	13	Competente
CC	3	Insuficiente	2	Insuficiente	5	Suficiente	6	Competente
CPC	39	Suficiente	21	Insuficiente	27	Suficiente	44	Suficiente
Conocimiento base para la enseñanza	53	Suficiente	29	Insuficiente	39	Suficiente	63	Suficiente

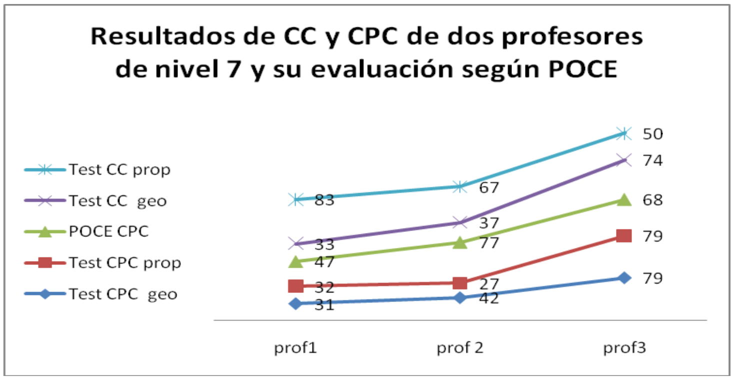
Tanto en conocimiento pedagógico y conocimiento del contenido dos docentes presentan un nivel de dominio insuficiente. Solo el profesor 4, presenta un nivel de dominio competente en conocimiento pedagógico y conocimiento del contenido, no obstante, el puntaje total lo ubica en conocimiento base para la enseñanza a nivel suficiente. Respecto al conocimiento base para la enseñanza, un docente se ubica en nivel insuficiente y tres a nivel suficiente. Ninguno de los cuatro profesores obtuvo el nivel de competente. Específicamente en el ámbito de conocimiento pedagógico del contenido, tres docentes presentan un nivel de dominio suficiente y un profesor se ubica a nivel insuficiente.

Respecto al nivel socioeconómico de los establecimientos en que trabajan los profesores grabados, el profesor 4 se desempeña en un establecimiento de nivel socioeconómico alto. Como se aprecia en el puntaje otorgado por los jueces, es el profesor que obtiene la puntuación más alta, solo un punto por debajo de la banda que lo identificaría en el nivel general de competente. Por su parte el profesor 2, también se desenvuelve en un establecimiento de nivel socioeconómico alto y presenta un nivel de dominio de conocimiento base para la enseñanza a nivel insuficiente, pero es un docente joven, el más joven de los cuatro, recién egresado de la carrera de pedagogía en matemática; y su clase fue en un séptimo básico. Las profesoras 1 y 3 se desempeñan en escuelas de nivel socioeconómico bajo, obteniendo un nivel de dominio de conocimiento base para la enseñanza de nivel suficiente.

Conclusiones

Se logró elaborar una pauta que permite diferenciar en qué tipo de conocimientos el docente presenta debilidades o fortalezas con respecto al CC y CPC durante su actuación en clases. Tres de los cuatro videos discutidos durante la elaboración de la pauta correspondieron a clases realizadas por profesores que participaron en la investigación, quienes respondieron a los cuestionarios y a los que a sus alumnos se les aplicó las pruebas de conocimiento. Existe consistencia entre los resultados obtenidos en la caracterización de los docentes en función de la pauta y en términos de los puntajes que alcanzaron en los cuestionarios sobre el CPC y CC, tanto en geometría como en números.

	Test CPC geo	Test CPC prop	POCE CPC	Test CC geo	Test CC prop
prof1	31	32	47	33	83
prof 2	42	27	77	37	67
Prof 3	79	79	68	74	50



Consideraciones finales:

1) La pauta se construyó sobre el CPC y centrada en el objeto matemático de la clase, lo cual exige que los jueces posean un nivel de experticia[5] en tres ámbitos: el CPC de Shulman, el currículo matemático escolar del nivel, y el conocimiento del contenido matemático; y

2) el tiempo ocupado en codificar una clase de 45 minutos fue en promedio de alrededor de tres horas, lo cual consideraba la observación del video, tabulación y discusión de las diferencias para consensuar de tres jueces expertos.

3) Durante el estudio se grabó un total de 20 clases, de las cuales alrededor de la mitad fue a docentes que participaron en la investigación. Luego se dispone de datos para continuar con el estudio y eventualmente mejorar la pauta.

[5] Este estudio coincide con las Conclusiones sobre la codificación de videos para la Medición de la Calidad de la Instrucción Matemática desarrollada por el Grupo de la Universidad de Michigan: "There were many segments where classroom work was connected. But in between these clearer examples, there was a gray zone— segments where members of the group had legitimate yet different opinions. […] But again, we cannot replicate these discussions in our codes or glossary. As a result, we expect that researchers using these codes will need to spend considerable time going through the same trial codings and discussions before reaching agreement. Third, we strongly suspect that coders must possess high levels of mathematical knowledge, and knowledge of mathematics for teaching, to code accurately".

Conclusiones y Recomendaciones del Estudio

El estudio tuvo como objetivo principal mostrar evidencias de que las fortalezas y debilidades de los saberes de profesores en relación a la noción CPC están significativamente asociadas con la eficiencia de la enseñanza de la matemática en la Educación Básica; y cuantificar el grado de asociación

Con respecto a este objetivo se llevaron adelante cuatro estudios cuantitativos y uno cualitativo. En los cuatro estudios cuantitativos se identificó una asociación positiva entre el CPC del docente y el conocimiento de sus estudiantes con respecto a los tópicos y niveles en que se focalizó el estudio. Sin embargo, sólo uno de los cuatro estudios llevó a un nivel de asociación significativo.

Nivel	Contenido	Correlación CPC profesor v/s conocimiento del alumno	Correlación CC profesor v/s conocimiento del alumno	Correlación CPC profesor v/s CC profesor
4º básico (n=43)	Fracciones	R = 0,38** p=.01	R = 0,18 p=.24	R = 0,41 p=.002
	Geometría	R = 0,27 p=.077	R = 0,28 p=.078	R = 0,71 p=.0000
7º básico (n=34)	Proporcionalidad	R = 0,28 p=.08	R = 0,06 p=.74	R = 0,22 p=.2
	Geometría	R = 0,24 p=.17	R = 0,03 p=.87	R = 0,43 p=.005

Teniendo presente el nivel significativo de la asociación en el caso de las fracciones de 4º básico, se llevó adelante un estudio de regresión, incluyendo otros parámetros, obteniéndose un modelo que explica prácticamente el 50% de la varianza. En este modelo, resulta como mejor predictor el nivel socioeconómico, como era esperado y luego los años de experiencia, por sobre el CPC. El nivel explicativo del CC queda por debajo del CPC. El nivel explicativo del CPC alcanza un 13%.

El nivel de asociación entre el CC y el CPC es alto, como se corroboran los altos índices de la última columna de la tabla de arriba. Las diferencias entre el CC y CPC quedan claras al identificar las componentes ENSE y esencialmente CRAC. Existe menos precisión con respecto a las representaciones. La investigación no clarificó suficientemente ese aspecto.

Si bien, la variable dependiente no es "aprendizaje directo del alumno a raíz de la intervención del docente", sino "conocimiento demostrado por el alumno a través de una prueba tras cursar un año con el profesor(a) un nivel en el que debieran tratarse los tópicos en que se focalizó el estudio", podemos inferir que esas variables están asociadas y que por ende el nivel de conocimiento de los alumnos podría estar asociado entonces al CPC y también al CC del profesor.

Los resultados muestran que las relaciones encontradas entre las variables no son fuertes; pero, más complejo aún, los análisis cualitativos y estrategias usadas para controlar la validez y confiabilidad del estudio muestran que aún se está en un nivel exploratorio en lo que se refiere a la sistematización de esta información. Lo cual es consistente con la literatura con respecto al tema.

El estudio cualitativo también muestra evidencias de una asociación positiva entre las variables en estudio, y más aún vinculando el saber del profesor con la puesta en acción de ese saber en clases.

Los principales aportes de este estudio son:
a) Desarrollo de un modelo, procedimientos e instrumentos para medir CPC. Caracterizándose el modelo por la identificación de tres componentes: CRAC, ENSE y MEDI, los procedimientos en tanto cruzan datos de los profesores con los de sus alumnos, y la configuración de los instrumentos por ítems de alternativas en el ámbito de las fracciones, la proporcionalidad y la geometría.
b) Los hallazgos en cuanto a las relaciones positivas, aunque sólo 1 de 4 significativas, con respecto a la relación entre el CPC del profesor y los conocimientos que alcanzan los alumnos con respecto a los tópicos ya mencionados.
c) La obtención de datos empíricos con respecto a las percepciones de los docentes, las presunciones de los investigadores y los resultados de los estudiantes en el aula, llevando a la emergencia de relaciones complejas que muestran la dificultad de predecir la efectividad de los docentes para lograr el aprendizaje de sus alumnos sobre la base de criterios simplistas como "enfoque de enseñanza constructivista" o "participación activa del alumno en clases".

Alcances y Limitaciones del estudio

La relevancia del tema abordado junto a la originalidad y rigurosidad con la que se llevaron adelante las tareas se muestran auspiciosas para ofrecer resultados de alcance global por medio de una publicación en revista de corriente principal, tarea a la que nos avocaremos en una próxima etapa.

Entre las limitaciones del estudio cabe señalar:
a) que el énfasis en temas críticos del currículo, como el de razonamiento y construcciones geométricas, proporcionalidad y fracciones, si bien responde a requerimientos de investigación, jugó negativamente en las características psicométricas de las pruebas y cuestionarios aplicados, debilitando índices de confiabilidad y validez del estudio.
b) que las condiciones insuficientes de un gran número de alumnos con respecto a sus conocimientos previos llevó a la prevalencia de respuestas incorrectas que afectaron sus intentos genuinos de obtener buenos resultados en las mediciones.
d) Un diseño de pruebas de alternativas con escasa cantidad de preguntas por forma y a veces con múltiples respuesta correctas asociadas a bajos índices de confiabilidad
e) Una conceptualización del CPC aún en discusión, incluso al interior del mismo grupo de investigación, vinculado a la aparición de una componente representacional fuertemente ligada al objeto matemático.
f) El surgimiento de otros factores cuya presencia también explica los aprendizajes de los estudiantes, como lo son "el conocimiento pedagógico", "la experiencia docente" y "las características cognitivas de los alumnos".

g) La imposibilidad de hacer uso de los pre-tests, debido al retraso que acarreó la exigencia de contar con protocolos de acuerdo de participación razonables.
g) Pérdida de control sobre la autenticidad de las respuestas en línea ofrecidas por los docentes y escasa homogeneidad de las condiciones en que los profesores respondieron los cuestionarios. Y,
h) Escaso tiempo disponible para ahondar en puntos en los cuales aún parece conveniente seguir profundizando en el marco de la exigencia de terminar el proyecto en un año.

Proyecciones futuras:

La base de datos estructurada a partir de esta investigación da cabida a nuevos estudios con análisis entre tópicos y entre niveles. Es posible extraer tipos de ítems y profundizar en aspectos específicos del CPC con análisis entre tópicos y entre niveles. Los ítems sobre CPC construidos en este estudio pueden ser comparados con ítems de otros estudios, por ejemplo, de Avalos y Camus (2010).

Consideraciones finales

Si bien se obtuvo evidencias de una asociación significativa parcial entre las variables y constructos estudiados, estas relaciones no se identificaron con clara estabilidad, pudiendo modificarse las relaciones según cambien los énfasis en el currículo escolar, emerjan nuevas creencias acerca de las buenas prácticas y se modifique la prioridad dada a tipos de aprendizaje matemático. Es conveniente no sobredimensionar los hallazgos ni descuidar las limitaciones del estudio. En atención a lo anterior, se acoge la sugerencia del Dr. Fidel Oteiza, evaluador externo de este proyecto, quien propusiera que se manejen los hallazgos de esta investigación en el marco de un estudio exploratorio.

Actualmente existe en Chile diversas presunciones acerca de las principales variables que afectan la eficiencia de la enseñanza. Este estudio recogió antecedentes de alto interés con respecto al tema. La disponibilidad de estos antecedentes favorecerá la consistencia y el grado de validez de las herramientas usadas en la actualidad para la evaluación y promoción del profesorado, para el financiamiento de su formación inicial y continua, para la definición de estándares de contenidos y futuras mallas curriculares en la formación inicial de profesores en el país.

Recomendaciones para la formulación de políticas públicas.

Valorar los ítems construidos y el estudio exploratorio de los mismos, dando facilidades para una mayor profundización en el área, para mejorar los tipos de ítems empleados en las mediciones actuales en torno a la certificación de la calidad de los conocimientos adquiridos por los profesores en su formación, especialmente en la dimensión del CPC, conocimiento pedagógico del contenido.

Tener en consideración el CPC en las herramientas de evaluación docente, con el objeto de diagnosticar las fortalezas y debilidades de la formación inicial y continua de los profesores en sus saberes matemáticos y didácticos, en este caso en la Educación Básica

Profundizar en el estudio de las variables CPC y CC y su relación con los aprendizajes de las matemáticas escolares, incluyendo aprendizajes que involucran distintas demandas cognitivas. Fortalecer más aún la conceptualización del CPC y desarrollar herramientas para su evaluación, como una forma de disponer de herramientas para la reflexión docente y el mejoramiento de la calidad de la enseñanza, promoviendo así la internalización de las buenas prácticas de enseñanza.

El equipo de investigación agradece la oportunidad ofrecida por el Fondo de Investigación en Educación del Estado de Chile para indagar en un tema de tanta relevancia y de nuestro interés profesional.

REFERENCIAS

An, S., Kulm, G. & Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teachers in China and the U.S., *Journal of Mathematics Teacher Education* 7, pp. 145–172.

Artigue, M. (2004) Problemas y Desafíos en Educación Matemática: ¿Qué Nos Ofrece Hoy la Didáctica de la Matemática para afrontarlos? *Educación Matemática*, Santillana, Distrito Federal, México. 16 (3) 5-28.

Ball, D. L., Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. (2001). *Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge*. In V. Richardson (Ed.), Handbook of research on teaching (4th ed., pp. 433– 456). Washington, DC: American Educational Research Association.

Ball, D, Bass, H., Sleep, L., y Hoover, M. (2004). Using Records of Practice to Tackle the Unsolved Problem of Teachers' mathematical Knowledge. Center for Proficiency in Teaching Mathematics University of Michigan. Recuperada en diciembre 2009 desde http://www-personal.umich.edu/~dball/presentations/022304_bbsh1CSUN.pdf

Ball, D. L., Hill, H. C., y Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows math well enough to teach third grade and how can we decide? *American* Educator, pp. 14-46.

Ball, D. L., Thames, M. H., y Phelps, G. (2005). Articulating domains of mathematical knowledge for teaching. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Montreal, Canada.

Ball, D., y Sleep, L. (2007). What is Mathematical Knowledge for Teaching, and what are features of tasks that can be used to develop MKT? Presentation made at the Center for Proficiency in Teaching Mathematics (CPTM) pre-session of the annual meeting of the Association of Mathematics Teacher Educators (AMTE), Irvine, CA, January 25, 2007. Recuperada en mayo 2010 desde http://www-personal.umich.edu/~dball/presentations/012507_CPTM_presession.pdf

Ball, D.,Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? Journal of Teacher Education, 59 (5), 389-407.

Baumert, J. et al.(2010) Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress. *American Educational Research Journal*. 47 (1), 133–180.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*, Kluwer Academic Publishers

Buschang, R. (2008). *Validating Measures of Math Teacher Knowledge*. California Educational Research Association Annual Meeting CERA Preparation and Professional Development Rancho Mirage, CA – Diciembre, 2008

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique- du savoir savant au savoir enseigné*, éd. La Pensée Sauvage, Grenoble.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherches en didactique des mathématiques*, 19 (2), 221-266.

Clark, C. y Peterson, P. Procesos de pensamiento de los docentes. En Wittrock, M. , La investigación de la enseñaza III (pp. 444 - 539) . Barcelona: Paidós, 1989.

Darling-Hammond, L. (2000a). Reforming teacher preparation and licensing: Debating the evidence. Teachers College Record, 102(1), pp. 28–56.

Darling-Hammond, L. (2000b). Teacher quality and student achievement: A review of state

policy evidence. Educational Policy Analysis Archives, 8(1).

Estrella, S. (2011). Instrumento para la Evaluación del Conocimiento Pedagógico del Contenido de Estadística en profesores de Educación Básica. Tesis de Magister no publicada. Universidad Católica de Valparaíso.

Fennema, E., Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Jacobs, V. R., y Empson, S. B. (1996). Teachers' Knowledge: Developing in Context. A longitudinal study of learning to use children's thinking in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 403–434.

Fennema, E., y Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning, 147–164. New York: Macmillan.

Grossman, P. L. (1995). Teachers' knowledge. In L. W. Anderson (Ed.), International encyclopedia of teaching and teacher education, (2), 20–24. Oxford, UK: Pergamon Press.

GTD-PREAL (2009). Enfoques de Enseñanza y prácticas de aula: ¿qué dicen los docentes? Boletín N° 47. Recuperado en mayo 2010 desde http://www.oei.es/pdfs/gtd_preal_boletin_47.pdf

Hashweh, M. Z. (2005). Teacher pedagogical constructions: A reconfiguration of pedagogical content knowledge. Teachers and Teaching: Theory and Practice, 11(3), 273–292.

Hattie, J. (2008). Visible Learning: A Synthesis of Over 800 Meta-Analyses Relating to Achievement. New York: Routledge.

Hill, H. (2006). Video Coding Technical Report #2. Number of observations needed for reliability. Recuperado desde http://sitemaker.umich.edu/lmt/files/videocodingtechnicalreport.pdf

Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. American Educational Research Journal, 42, 371–406.

Hill, H. C., Ball, D. L., Blunk, M., Goffney, I. M., & Rowan, B. (2007). Validating the ecological assumption: The relationship of measure scores to classroom teaching and student learning. Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives, 5(2–3), 107–117.

Hill, H., Lewenberg, D. y Shilling, S. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge, Conceptualizing and Measuring Teachers´ Topic Specific Knowledge of Students. Journal for Research in Mathematics Education. (39) 4, 327-400.

Isoda, M. y Olfos, R. (2009). El enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del Estudio de Clases. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso.Krauss, S., Baumert, J. y Blum, W. (2008a). Secondary mathematics teachers' pedagogical content knowledge and content knowledge: validation of the COACTIV constructs. ZDM Mathematics Education 40, 873–892.

Kersting, N. y Santagata, R. (2003). Using Video Clips of Classroom Teaching to Measure Mathematics Teachers' Pedagogical Content Knowledge. EARLI 10th Biennial Conference, Padova, Italy.

Krauss,S., Brunner, M., Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M., Jordan, A. (2008b), "Pedagogical Content Knowledge and Content Knowledge of Secondary Mathematics Teachers", Journal of Educational Psychology, 100 (3), 716-725.

Learning Mathematics for Teaching (2006). A Coding rubric for Measuring the Mathematical Quality of Instruction (Technical Report LMT1.06). Ann Arbor, MI: University of Michigan, School of Education.

Learning Mathematics for Teaching. (2007). Mathematical Quality of Instruction video coding glossary. Ann Arbor, MI: University of Michigan, School of Education.

Ma, L. (1999). Knowing and Teaching Elementary Mathematics. Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States. Mahwah, NJ: Erlbaum.

McKinsey & Company. (2010). Mourshed, M., Chijioke, Ch., y Barber, M. How the world's most improved school systems keep getting better.

McKinsey & Company. (2007) How the World's Best Performing School Systems Have Come Out on Top.

MINEDUC (2003) Marco para la Buena Enseñanza. Ministerio de Educación. Chile.

MINEDUC. (2009). Propuesta Ajuste Curricular. Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios. Matemática. Junio, 2009. Ministerio de Educación. Chile.

MT21. (2007). Mathematic Teaching in the 2st Century, The Preparation Gap: Teacher Education forMiddle School Mathematics in Six Countries. Michigan University.

National Mathematics Advisory Panel. (2008). Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel. Washington, DC: U.S. Department of Education.

OECD (2004). Revisión de Políticas Nacionales de Educación: Chile. OECD, Paris y Ministerio de Educación de Chile.

OECD (2009). Evaluación y reconocimiento de la calidad de los docentes. Prácticas internacionales.

OECD (2010). Síntesis Estudio Económico de Chile, 2010. Recuperado desde http://www.oecd.org/dataoecd/7/38/44493040.pdf

Olfos, R., Estrella, S. (2010a). Chilean Primary Teachers Challenged to Build PCK for Statistics. Proceedings of 8th International Conference on Teaching Statistics, Ljubljana, Eslovenia. (11 al 16 de julio).

Olfos, R. (2010b). "Aprendizaje matemático en la diversidad del aula". Coloquio del Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Básicas, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación. (23 de agosto)

Olfos, R. (2010c). "El saber del profesor y el desarrollo del pensamiento multiplicativo en el alumno". Semana de la Matemática. Instituto de Matemática, Universidad Católica de Valparaíso.(5, 6 y 7 de octubre).

Olfos, R. y Estrella, S. (2010d). Conocimiento del Contenido y Conocimiento Pedagógico del Contenido para la Enseñanza. Ponencia presentada en IX Congreso Latinoamericano de Sociedades de Estadística, CLATSE, Viña del Mar, Chile. (19 al 22 de octubre).

Olfos, R. y Goldrine, T. (2010e). "Pauta de Observación del CPC de Matemática en el profesor de Educación General Básica". III Jornada Nacional de Estudio de Clases y 1er Seminario Regional para la Formación de Profesores de Matemática. Universidad Católica del Maule. (3 y 5 de noviembre).

Olfos, R. (2010f). "Dimensiones del Saber Didáctico". Tercera Jornada Regional de Didáctica de la Matemática. Sede San Felipe de la Universidad de Playa Ancha. (13 de noviembre).

Olfos, R. (2010g). Jornada de Difusión Proyecto FONIDE 410980 "Conocimiento Pedagógico del Contenido y su incidencia en la Enseñanza de la Matemática Nivel de Educación Básica", Instituto de Matemática, Universidad Católica de Valparaíso. (24 de noviembre).

Park, S. y Oliver, S. (2008) Revisiting the Conceptualization of Pedagogical Content Knowledge (PCK): PCK as a Conceptual Tool to Understand Teachers as Professionals. *Research in Science Education*, (38) 3, 261-284.

Pehkonen, E. (2001). A hidden regulating factor in mathematics classrooms: mathematicsrelated beliefs. In M. Ahtee, O. Björkqvist, E. Pehkonen & V. Vatanen(Eds.). *Research on mathematics and science education* (pp.11-35). Institute for Educational research. University of Jyväskylä.

Pinto, J. E. (2010). Conocimiento didáctico del contenido sobre la representación de datos estadísticos: estudios de casos con profesores de Estadística en carreras de Psicología y Educación. Disertación doctoral no publicada. Universidad de Salamanca. España.

SERCE (2009). Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo. Aportes para la enseñanza de la Matemática. LLECE, OREALC/UNESCO.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher,* 15(1), 4–14.

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. Harvard Educational Review, 57(1), 1–22.

Shulman, L.S. (1995). Those who understand: knowledge growth in teaching in: B. Moon & A.S. Mayes (Eds) Teaching and Learning in the Secondary School (London: Routledge).

Shulman, L. (2005). Signature pedagogies in the professions. Daedalus, Summer 2005.

Sliva, J., Strage, A., y Bergthold, T. (2007). Content Knowledge Achievement: Placing Mathematics Content for Prospective K-8 School Teachers in Context Through Field Experiences. En Lamberg, T., & Wiest, L. R. (Eds.). Proceedings of the 29th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Stateline (Lake Tahoe), NV: University of Nevada, Reno.

Swafford, J. O., Jones, G. A., y Thornton, C. A. (1997). Increased knowledge in geometry and instructional practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(4), 476–483.

Turnuklu, E. y Yesildere, S. (2007). The pedagogical content knowledge in mathematics: Preservice primary math teachers´ perspectives. Turkey. IUMPS: *The Journal*. (1)

Wilson, S. M., Floden, R. E., y Ferrini-Mundy, J. (2002). Teacher preparation research: An insider's view from the outside. *Journal of Teacher Education*, 53(3), 190-204.

Wilson, S. M., Shulman, L. S., y Richert, E. R. (1987). ‘150 different ways’ of knowing: Representations of knowledge in teaching. en J. Calderhead (Ed.), Exploring teachers’ thinking, 104–124. New York. Taylor and Francis.

Anexos

Anexo 1
Glosario de Acrónimos

ADQU	Conceptualizaciones de alumnos (sus conocimientos Adquiridos)
CC	Conocimiento del Contenido
CG	Conocimiento General
CE	Conocimiento Específico
CPC	Conocimiento Pedagógico del Contenido
CP	Conocimiento Pedagógico
CMO	Contenidos Mínimos Obligatorios
CRAC	Conocimiento del Profesor en Relación al Saber del Alumno
CR	Conocimiento de las representaciones concretizadoras
CURR	Conocimiento del Currículo
CRE-M	Concepciones del profesor sobre la Matemática
CRE-A	Concepciones del profesor del aprendizaje (Teorías)
DIES	Diseño de escenario para aprendizaje
DIFI	Dificultades más frecuentes de los alumnos
ERRO	Errores posibles de los alumnos
ESTG	Estrategias usuales de los alumnos
ENS	Enseñanza. Adaptación del saber al nivel escolar de la matemática.
OF	Objetivos Fundamentales
OTME	Organización de las tareas matemáticas escolares
MEDI	Medios didácticos
NSE	Nivel socioeconómico

Anexo 2: Registros de dos clases observadas

Escuela República del Ecuador
13 de Septiembre 2010
7º Año

Profesora	Se disculpa de su ausencia a la clase anterior y pregunta ¿" qué hicieron"?	
P	Se dirige a las niñas, de adelante, ellas le muestran su cuaderno.	Ignora al curso Algunas niñas conversan Otras me miran
Al	No vi el cuaderno de las niñas, al parecer era triángulos rectángulos	
P	¿Qué tipo de triángulo era?	
Al	Rectángulo	
P	¿Conocen un triángulo acutángulo?	
Al	Si	Las niñas de adelante
P	Yo les doy las medidas y escribe en la pizarra : Construir un tr. acutángulo con las siguientes medidas Les voy a dar sólo las medidas de los lados. Si es un Tr. Equilátero acutángulo ¿Cuál va a ser la medida de sus lados? El Tr. Será equilátero, de medida 6cm. Una vez que lo tengan construido, ustedes construirán uno rectángulo y veremos los cuadrados. Ahora va a ser acutángulo y equilátero	Da la tarea de manera confusa Y no señala lo que pretende. Pero las alumnas. siguen sus instrucciones,
Al1.	Ya terminé	
P	¿ quién terminó?	
Al1	Yo	
	Interrupción	llega una niña que viene del dentista
P	No atiende a Al 1 Se pasea se acerca a algunas mesas y mira y dice " yo no veo los vértices"	No dialoga con las alumnas
P	Se acerca a otras y dice " Yo no los veo equiláteros, deben tener la misma medida"	Realiza un efecto Topaze hubiera podido interrogarlas
P.	Va a la pizarra y Dibuja la configuración pitagórica Con una escuadra que le facilita una alumna.	Las alumnas dibujan en sus cuadernos, se intercambian las escuadras…(hay orden…)
Al2	Ah! Ese dibujo es lo que hicimos en la hojita	Se supone que es eso lo que hicieron en la clase anterior. Que la Prof. No repasó al inicio…
P	Muy bien	
P	Ahora construye la configuración análoga a la pitagórica con el Tr. equilátero.	
P	Para hacer un ángulo recto ¿Con qué trabajan?	
Als	Con los catetos	
P	Si es un cuadrado ¿Cómo van a ser sus lados?	
Als	De igual medida	Se observa una falta de coherencia en la gestión de la actividad…
P	Se acerca a otra niña Al 3 ¿Qué has hecho?	
Al 3	Pero lo se hacer	
P	Va a la pizarra y dice "Vamos a hacer la misma actividad" y muestra la configuración pitagórica que construyó antes.	Estaban construyendo la configuración Pitagórica! Es lo que pidió al principio, pero sin claridad.
p	Se acerca a otra niña Al 4¿Cómo estamos por acá? Mira su cuaderno y sigue..	
Al 5	Tía, ¿está bien?	
P	¿Cómo son los cuadrados? La niña no le contesta .." congruentes pues!	No pregunta qué les resulta, El hecho que los cuadrados sean congruentes ¿qué significa en la configuración?
P	Ahora, una vez hecho, recortan los cuadrados	Instrucción

Al 6	¿Cuánto miden los cuadrados? Ah! olvídelo	
Al 7	Si ya lo dijo (la profe)	
P	Yo no lo dije, Uds. Respondieron!	
P	¿Hay alguien que deba la prueba?	
	Tres niñas levantan la mano	
P	mañana	
Al 8	¿Qué se recorta?	La profe no la oye…
P	Oye! Observa lo que está haciendo!	
P	Se acerca a otro grupo ¿ Alguna consulta?	
P	Dice "Sólo una alumna está ya recortando!" Mira lo que hace la Alumna"¿ Dónde está tu escuadra? Sin la escuadra imposible que te quede bien"	Esta alumna está construyendo y tiene dificultades..
P	Al curso " están muy lentas"	
P	Se da cuenta que dos niñas conversan animadamente y les dice "próxima vez las voy a separar, No están trabajando como corresponde!	
P	Va a otro grupo y dice " No está perpendicular"	Nuevamente dictamina y NO interroga No hace devoluciones!
Als10	Ya terminamos la construcción! Y llaman Señorita!	
P	Les pide la escudara y les muestra que no está perfecto!"Miren No usaron los catetos de la escuadra"	Otras niñas con dificultades en la construcción de los cuadrados
P	Va recorriendo los puestos y controlando con la escuadra	
Als 10	La llaman para que les revise nuevamente	
P	Ahora sí!	
Als	¿Para qué hacemos lo mismo?	Es claro que las niñas no comprenden el sentido de las actividades que realizan…
P	"para ver si es lo mismo que con un triángulo rectángulo. Vamos a comparar!	Esto lo dice sólo a esta alumna. Y este es el problema que debió plantear al curso al inicio de la clase.
P	"Quiero resultados"!	
P	Mirando el dibujo de alumna 11 ¿Caben los dos en el otro?	
Al 11	No	
P	¿Por qué?	
Al 11	porque los cuadrados son de la misma medida	
P	Concéntrense más, para que puedan realizar la actividad	
	Interrupción	Una profe viene a avisar que algunas niñas deben ir al dentista…hay protestas, una debía ir ayer y no lo hizo, y por pué le pregunta la profe, " porque no quise"
	Continúa la clase	
P	Caben los dos?	
Als	No	
P	En el Tr rectángulo caben los dos	
Al	Si, pero hay que recortarlo	
Al 10	En el Tr, acutángulo equilátero, no caben, uno solo cubre	
P	Se trata de cubrir la superficie Ahora " peguen los cuadrados"	Aparece muy tarde otra de las consignas que debió darse al inicio.
P	Ahora Construyan un triángulo obtusángulo de base 5cm y un ángulo de 120º Y No se demoren tanto! Va a su escritorio y Espera un poco	Habría un problema en el plateo de la tarea, da dos datos y no hay cometarios…sobre la construcción
P	¿Estamos construyendo? Y se pasea entre las mesas…	
Al 12	Cuánto es el ángulo? Otra, ahí dice!120	
P	¿Puede haber otro Tr. de 120º?	
Als	Nadie responde	
	Nueva interrupción Llegan las niñas que estaban en el dentista. Gran bulla	
P	Señoritas! Las que vienen llegando calladitas y pónganse a trabajar	
	Hablan todas y hay mucha bulla	
P	Voy a contar hasta 3 y se callan. Se produce silencio y un rato corto y luego siguen las conversaciones	
P	¿Saben lo que es un Tr obtusángulo? Cuando digo acutángulo hablo de ángulo agudo y si digo obtusángulo hablo de ángulo obtuso	Nuevo desperdicio del diálogo para el refuerzo de conocimientos previos..

Al 13	Yo no entiendo	La profe no se hace cargo de lo dicho por esta alumna
P	Cómo van a salir los cuadrados?	
Al 10	De diferentes medidas	
P	Muy bien. ¿por qué?	
Al 10	Porque los lados tienen medidas diferentes	
Als	La llaman, como se hacen los cuadrados?	
P	¿Qué característica tiene un cuadrado?	
Al 14	¿Me podría explicar?	
P	Cómo son los ángulos de los cuadrados?	
Al 14	Rectos	
P	Revisando las construcciones de otros grupos y dirigiéndose a uno les pregunta ¿Es un cuadrado eso? Es recto ese ángulo? ¿Qué usas para construirlo?	
Als atrasadas	¿Qué significa Tr. acutángulo? Cómo se hacen los cuadrados?	
P	Quédense un rato y les explico…	
Al 15	Ah, me faltó cuaderno! La figura se me sale!	
P	¿Qué pasó?	
Al	No se puede cubrir!	
P	Pide que alguien concluya	
Al 15	Solo en el Tr Rectángulo 2 caben en uno…	La conclusión es muy imprecisa y la profe no la corrige ni hace un resumen final.
		Yo tengo la impresión que no todas alumnas entienden bien la tarea y lo que hicieron

Escuela John Kennedy
Martes 14 septiembre 2010
7º B

Nosotros fuimos a la escuela de acuerdo a una entrevista solicitada previamente y conocimos al profesor y fijamos la fecha para la observación.

Cuando entramos a la sala saludamos, yo me ubico en el fondo de la sala, el profesor les dice "tenemos una visita" que mirará cómo Uds. trabajan… Luego les dicta una comunicación:
Empieza la clase 10^{08}

P	Escribe en la pizarra Textualmente Objetivo de la clase: Conocer y operar correctamente con términos semejantes.	
P	Anoten el objetivo y la fecha	
P	¿Qué vimos la clase anterior? Lo que es un término matemático: Un término matemático está formado por?	
A	Dos partes: una letra y un número	
P	Qué más vimos?	
A	Expresiones algebraicas Enunciados	
P	Un enunciado es por ejemplo: el triple de 4 y menos 7. ¿Cómo se desarrolla?	
A	3 . 4	
P	¿Qué es una expresión algebraica? Tiene varios términos ¿Cómo se llama cada uno? MONOMIOS	Monólogo del profe
P	6x +y , ¿será una expresión?	Intenta dialogar
Als	Si, No	
P	Si, lo es Porque está separado por el signo + Aquí hay dos Términos ¿Cómo se llama? BINOMIO (son dos) binomio del tenis (Gonza y Massu) ¿Cuando tiene tres términos? a+b+c	
Als	TRINOMIO	
P	También vimos que las letras se ordenan por orden alfabético	
P	Hoy vamos a ver TÉRMINOS SEMEJANTES	
P	¿Qué significa Semejantes?	Se desarrolla el diálogo
ALs	Parecidos o iguales	
P	6x+ y , 6xy ¿son semejantes?	
Al	No son semejantes, va a la pizarra y muestra aquí dos términos, y acá un término	
P	Anoten esta pregunta Hay términos semejantes en la expresión a^2+3m-4 a^2-5m ¿por qué?	
Al1	Claro que hay	
P	Ahí dice ¿por qué?	
Al 2	Si hay dices por qué y si no también dices por qué	
P	Respóndanme individualmente, piensen, escriban su respuesta y	

	después cotejamos	
Al Moscoso	Digo si, hay la misma letra	
Ohio	Yo también digo si : 3m y 5m	
Otro Al	El cubo a^2	
Curso a coro	Es cuadrado	
P	La respuesta es Si, porque hay términos que tienen la misma parte literal e igual exponente	Resume
P	¿ Qué me pueden decir de $5x^4 + 3x^3$	
Al	Nada	
Otro AL	No son iguales	
P	Explica, recuerda la def. de Ter. Semejantes	La clase resulta dinámica en diálogo con los alumnos, involucra todo el curso. Enfatiza: la parte literal y el mismo exponente, el coeficiente No cuenta.
P	Recuerden que en Z cuando tenían números de distinto signo se consideraba el valor absoluto	Hay niñas que conversan, pero siguen la clase
Al	¿Absoluto?	Una compañera le explica (se saca el signo)
P	Les lee Lo que dice su libro pag 181, al terminar les dice : saquen su libro	
P	Escribe en la pizarra varios ejercicios:	
	. $-4x^2+15a^3+6x^2-10\ a^3$. $8mn+ 7m + 6mn$. $-12xy+ 4y – 6xy- 4y$. $ab+3m+ 5ab- 2m$. $-6x^4+ 8x^3 – 6x^2 +10\ x^4 – 4x^2+2x^3$	
Cristine	Hay 2 términos $-4x^2$ y $6x^2$	Cristine no quería salir a la pizarra
P	Pero Ud. Dijo que había otros 2 Ter iguales ¿ Cuál es el resultado?	
Cristine	$4x^2+15a^3+6x^2-10\ a^3 = 2x^2 +5a^3$	Prof. La estimula ¿Vé que lo hizo bien? Por qué no quería salir?
Cristine	Tenía vergüenza	
P	Resume: Se operan los coeficientes numéricos y la parte literal se conserva.	
Romina	Los términos de distintos signo, se restan	
		Niñas llaman al profe, no plantea la pregunta al curso
P	Signos iguales se suman Signos distinto se restan	
Sergio	Para el ejercicio 2	Profe lo llama
P	¿Cuáles son los términos Semejantes? Al mn qué le pasa?	
Sergio	. $8mn+ 7m + 6mn = 14\ mn + 7m$ Como 7m no tiene T semejante, se conserva	
P	Para el 3, Atención: Recuerden la ayuda memoria que les enseñé: + - 12 6 18	El profe involucra a los alumnos, trabaja con todos, inclusive con aquellos conversadores. Les hace repetir definiciones y reglas.

P	Atención una pregunta de su compañera: 4a – 4a =0a No puedo poner eso, Sino 0.a = 0(multiplicación)	
P	Si tengo 4 manzanas y me las como ¿Qué queda?	Aquí el profe muestra insuficiencia de conocimiento mat.
Als	Nada!	El cero es Nada para los alumnos
Frank	ab+3m+ 5ab- 2m= 6ab+m	Este ejercicio (Nº5) no se corrige
P	Ahora saquen su libro en pág. 125 y hagan los ejercicios 1,2,3.	El profe revisa que todos tengan libro y trabajen los ejercicios que les indicó.
Al	$3a^2 + 3a^2 = 6\ a^4$	
P	NO, Malo No estamos en potencias , sino en términos Semejantes, se conserva la parte literal, no importa el coef. Numérico. En Potencias: $3a^2 \cdot 3a^2$ Multiplicación potencia igual base	El profe no da la oportunidad a que los alumnos descubran el error.
P	El Profe recorre los puestos y mira lo que hacen los alumnos (as)	Hay niñas relajadas, se paran, conversan
P	Anuncia control sobre Clasificación de Términos semejantes Ejercicios de reducción	
P	Al cierre de la clase pregunta al curso ¿Qué aprendieron?	
Als	términos semejantes	
P	Pide a un alumno leer el Objetivo que escribieron al inicio de la clase. Luego refuerza : Termino semejante tiene: coeficiente y parte literal: misma letra y exponente. Qué es un exponente? Es un número que indica la cantidad de veces que se multiplica *un número* por sí mismo.	Pero no dice el significado de la letra. (*Que representa un número que puede ser de distinta naturaleza*.) No espera respuestas Descuido en el lenguaje del prof. *(número que se llama base de la potencia*)
P	Las potencias ¿cómo se formaban? Dice : dos términos : uno base y el otro exponente . este sirve para identificar términos semejantes.	No espera respuestas
P	Escribe una tarea. Reducir T S . -6ª +7m +8c- 5ª -7m . 8xy +7y – 10x – 9xy + 10y . $2b + 8ab^2 + 3\ a^2b + 8a\ b^2$. $-4xy^2 - 10xy^3 - 10xy + 3xy^2 - 6xy$. $-12mn + 8m^2n - 6mn^3 - 8mn$. Abc – 8ab -7ac – 5abc- 8ab-5abc	No explica lo que representan las letras. Cuestión que puede tendrá consecuencias después en 1º Medio.
P	Hace síntesis : Nos acordamos de los enteros, potencias y aprendieron a operar con Términos Semejantes.	No explicó la naturaleza de estos objetos: términos semejantes, es decir que pertenecen a otro marco matemático, distinto y más amplio que el de los números conocidos.

Actividades que propone y el saber matemático del profesor

Hechos

La metodología del profe es mixta, es protagonista y a la vez promueve diálogo.
Propone ejercicios al alcance de los alumnos (as)
Pero plantea preguntas que a son pobres.

Crítica

El profe no sitúa los objetos matemáticos que son las expresiones algebraicas (que había introducido en la clase anterior) en un marco matemático. No dice qué representan las letras y por ello no explica matemáticamente bien la pregunta de la niña sobre

$$4a - 4a = 0a$$

Aquí hay un cambio de marco matemático para los alumnos (as) : ellos hasta aquí han trabajado en Aritmética, donde las letras eran objetos físicos, pero ahora se está cambiando a un marco algebraico, donde las letras son números y estos pueden varias de naturaleza (enteros, racionales etc...) sobre lo que el profesor no trata. Lo que muestra la insuficiencia de su conocimiento matemático.

Anexo 3: Ejemplos componentes Pauta de Observación de Capacidad de Enseñanza

Tabla *Ejemplo de la dimensión Uso de Medios Didácticos, componente y sus indicadores*

C.3 Medios didácticos			
C.3.1 Representaciones concretizadoras			
	1 Nivel de dominio insuficiente	**2 Nivel de dominio suficiente**	**3 Nivel de dominio competente**
Uso de distintas representaciones del objeto estadístico.	El profesor muestra un solo tipo de representación del contenido matemático.	El docente muestra distintas representaciones del contenido matemático (dibujos, esquemas, ilustraciones, materiales concretos).	El docente plantea tareas donde los estudiantes integran distintas representaciones del contenido matemático.

Tabla *Ejemplo de la dimensión Conocimiento del profesor en relación al saber del alumno, componente y sus indicadores*

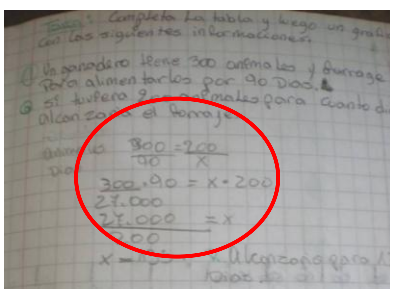
C.2 Conocimiento del profesor en relación al saber del alumno			
C.2.2 Dificultades más frecuentes de los alumnos			
	1 Nivel de dominio insuficiente	**2 Nivel de dominio suficiente**	**3 Nivel de dominio competente**
Conocimiento del profesor de las dificultades más frecuentes de los estudiantes	El docente no averigua/ ignora las dificultades que pueden presentar los estudiantes respecto al contenido matemático.	El docente hace explicita las dificultades que presentan los estudiantes respecto al contenido matemático.	El docente dispone de estrategias para ayudar a los estudiantes a superar las dificultades en relación a la comprensión del contenido matemático.

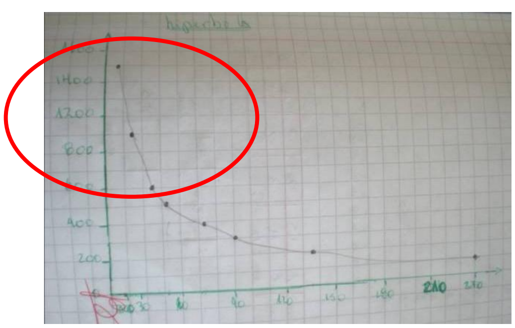
Anexo 4
Análisis Cualitativo de Observación de Clases

La componente cualitativa contempló observación y análisis de clases. Los análisis se realizaron a partir de una pauta de observación de videograbaciones, transcripciones y la revisión de material complementario, como cuadernos, guías y pruebas de alumnos, y pizarras de las clases. Lo que permitió identificar errores comunes y representaciones usadas por los alumnos y profesores, como también los énfasis puestos por los profesores en clases.

El CPC en la observación de clases respecto a Enseñanza destacan en lo emergente en el aula: la organización de las tareas matemáticas escolares, las concepciones del profesor del aprendizaje y de la matemática, y la puesta en aula del diseño de escenario. En cuanto al conocimiento del profesor en relación al saber del alumno, CRAC, destacan los conocimientos adquiridos, las dificultades, los errores y las estrategias usuales de los alumnos. Y respecto a Medios Didácticos destacan en lo emergente en el aula: las representaciones.

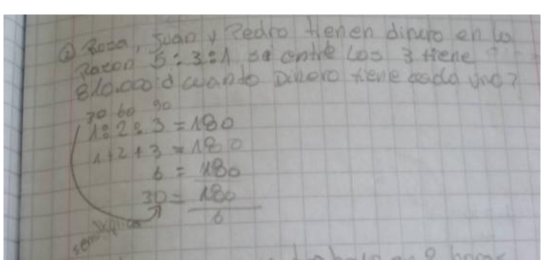
Errores de contenido de Proporcionalidad: Error común ocupar una representación en forma errónea, la igualdad cuando no lo es

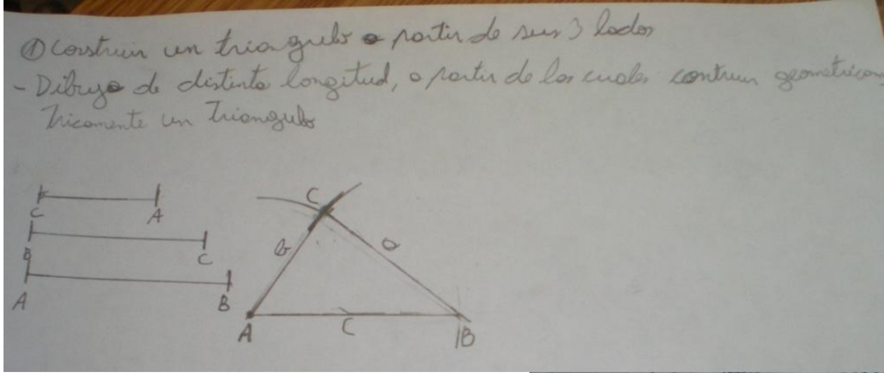




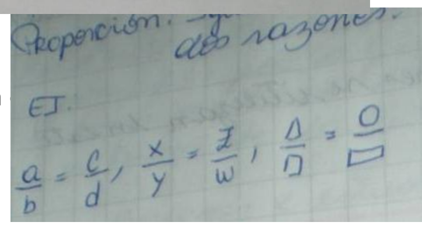
Eje de gráficos sin escala. Ausencia de las variables de los ejes.

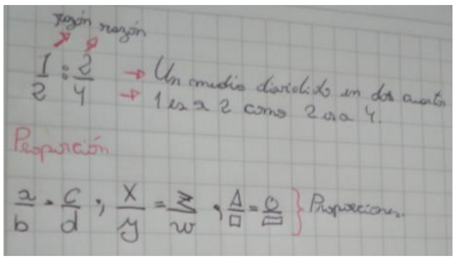
El uso del signo igual en relaciones de no igualdad





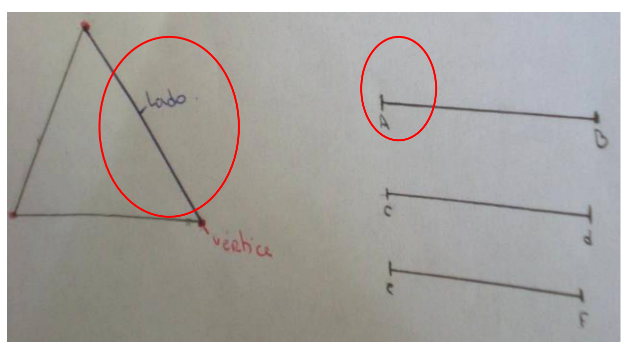
Analogías inapropiadas: “La ...ón triángulo es a círculo como ...ado es a triángulo”. División ...lente a Razón.



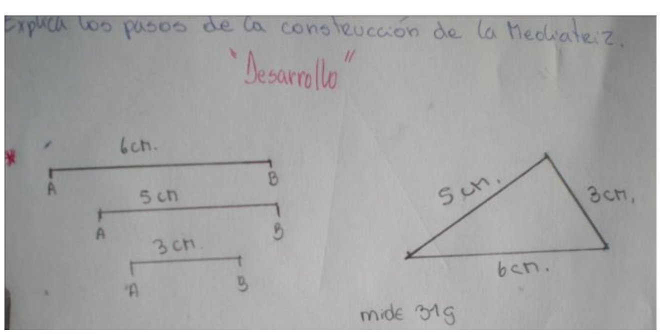


Errores en una clase de Geometría: A continuación se muestran imágenes de los desarrollos de trabajos grupales de un mismo curso de 7°, que no fueron atendidos por la profesora debido a su débil CC. Los errores que devenían en dificultades y volvían a errores no se detectaron, y por lo tanto no se hizo conciencia ni corrección de los mismos por parte de los alumnos y de la profesora. La profesora actuaba como evaluando los trabajos en cada grupo y oralmente manifestaba, Muy bien!, Bien!
No diferenciación entre medidas de longitud de los lados (segmento) respecto a la notación de los vértices (puntos).

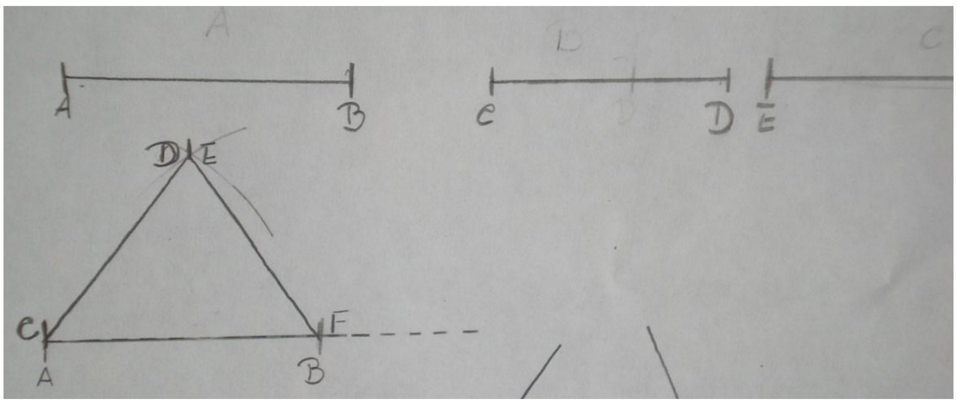
No diferenciación entre notación, letras mayúsculas y minúsculas en un segmento, las que devenían en dificultades de construcción de segmentos.



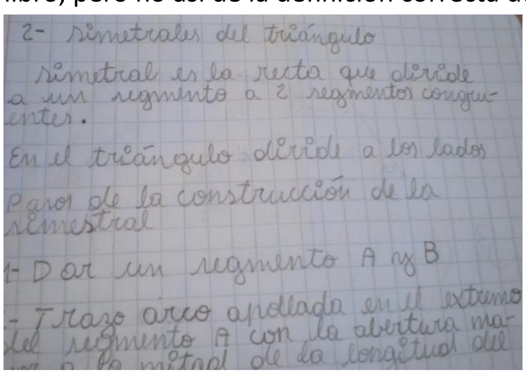
Mismo segmento AB pero distintas medidas y no hay uso de vértices en triángulo construido.

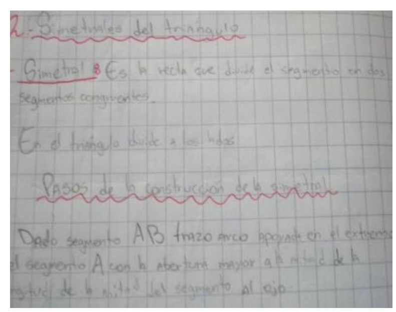


Invención de otro segmento para obtener los tres lados del triángulo (AB, BC y AC se cambian por AB, CD y EF, convirtiendo los vértices A y C en el mismo, así como D y E, y B y F).



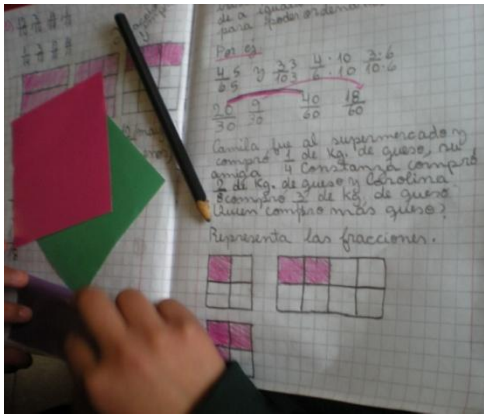
Errores de concepto del profesor registrados por los alumnos en sus cuadernos (simetral como equivalente a la mediana). Las imágenes de los cuadernos de los alumnos muestran la escritura (al dictado) de los pasos de construcción, pese a que son los mismos del
libro, pero no así de la definición correcta de simetral del libro.

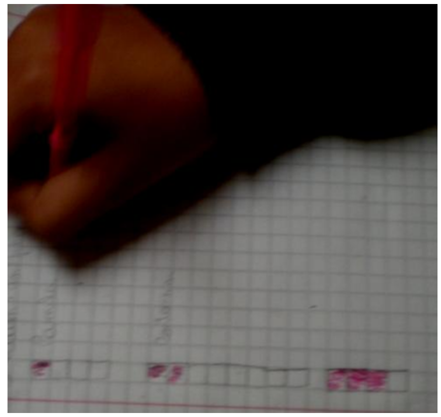




Errores en representaciones de Fracciones

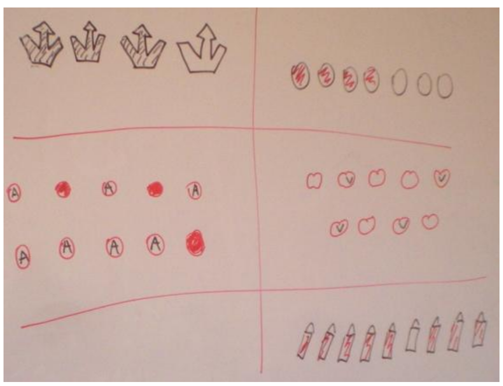
Errores de distinta unidad en comparaciones de fracciones no son
detectados por el profesor en el registro realizado en los cuadernos por los niños. Revisa las producciones pero no tiene conciencia de la diferencia

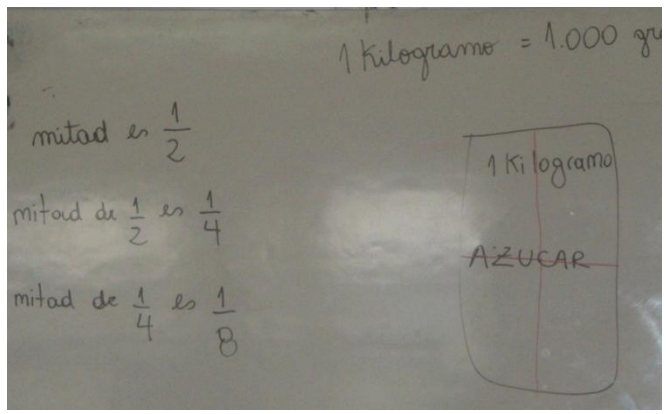




Uso de Pizarras

Los profesores usan la pizarra para mostrar estrategias, desarrollar ejercicios, realizar definiciones,





Análisis de Videos y Transcripciones

Se realizaron videograbaciones de clases, transcripciones de clases y registros de cuadernos de alumnos y pizarras. Según SIMCE y Nivel Socioeconómico, se observaron algunas características que se describen a continuación.

Observaciones generales de NSE bajo y SIMCE bajo:

1) Repetición de algoritmos y pocos ejercicios sin gradualidad. En estas clases los ejercicios se caracterizaban por ser pocos (en cantidad), simples y resueltos esencialmente de manera algorítmica, o repitiendo el procedimiento modelado por el profesor. La mayoría del curso espera a los más lentos, con pérdida de la disciplina y concentración en la tarea matemática. Las pocas propuestas de los alumnos no son tomadas en cuenta, o desvaloradas. El rol del profesor no se pasa al alumno. La mayoría no tiene útiles escolares personales y no toman registros ordenados de los contenidos de la clase, y los que tienen el hábito de registrar y manejar sus útiles, son constantemente interrumpidos pidiéndoseles préstamos de los mismos.

Prof.: Determinar la razón entre distancia y el tiempo en los siguientes tiempos: 1 hora, 2 horas, 6 horas, 8 horas y 10 horas. Empiecen a trabajar tienen 5 minutos.

Al.: Es muy fácil, pues “60 se suma dos veces y ahí sale”. (Alumna da una alternativa de solución más rápida y fácil que el algoritmo presentado por el profesor).

Prof.: 1/60 = 6/X “aquí hablamos de una proporción”. Partes de una proporción, escribe a:b=c:d (en horizontal esta vez) e indica “extremos e internos”, "es un lenguaje… Ah!, y ojo!, lo que estamos buscando es la tercera proporcional”, y escribe la terminología remarcando la X.
Prof.: (al ver trabajo con fracciones, o multiplicaciones o divisiones que realizan los alumnos para solucionar el problema), “Eso es matemático deben hacerlo en el mundo de las proporciones”.

2) En general, los profesores de NSE bajo y medio bajo no promueven conexiones entre temas disciplinarios, o contextos reales o dentro del mismo guión de la clase.
En una clase de proporciones de 7°:
Al.:¿Cómo divido 31/10 (treinta y uno partido por diez)?
Prof.: Ocupe la calculadora!
En una clase de fracciones de 4°, -múltiplos y divisores fue el contenido anterior-:
Prof.: Tengo que comparar 2/3 y 12/9 ¿Qué tienen en común?
Prof.: Cuando yo les dé la respuesta van a decir, van a decir ... y era eso!... (señala cada numerador y denominador de las fracciones presentadas) ¿Qué tienen en común?...
Prof.: ¡Nada! No tienen nada en común! ¿Y qué hacemos?
Prof.: ¡Bien! Amplificar, 2/3 * 6/6 y 12/9* 2/2, 12/18 18/18 (no ocupa signos matemáticos para mostrar la equivalencia entre las fracciones iniciales y las transformadas)
3) No hay anticipación a los errores típicos de los alumnos. Los profesores no se interesan por los errores y dificultades de los alumnos.

En una clase de Geometría, construcción de triángulos, de 8vo:
(Al esbozar los ángulos alfa y beta, el profesor dibuja los ángulos y dentro de su representación coloca solo α y β, sin explicitar el vértice asociado a ese ángulo, no están los vértices A y B respectivos.)
Al.: ¿Cómo uno sabe cuándo es “a”? (no queda claro si pregunta por la medida del segmento (a) o por el vértice (A)).
Prof: Titubea y propone cambiar de abertura, “pues el ángulo es el mismo”, pero luego borra la pizarra y vuelve a repetir lo mismo…”. El profesor copia el ángulo α y dice que el vértice es un punto cualquiera. Copia β y repite “este punto es cualquiera” señalando el origen del ángulo.
Alumnos: “Pero, el tío cambia todo”, “no entiendo”.

En una clase de proporciones de 7°:
[Después de dictar, la profesora recorre la sala mientras los alumnos intentan resolver el ejercicio.]
Prof.: ¿Cómo va?
Al.: Me enredo!
Prof.: Trata … trata, y se dirige a otro puesto. (No vuelve a preguntar si entendió).

4) Falta conocimiento del contenido matemático.
Al.: Profe, ¿qué es la simetral?
Prof.: (profesora define la simetral en términos del procedimiento) Uds. deben abrir el compás y colocarse en el punto y ….. "la mediatriz que divide al segmento" …así …. (realiza indicaciones pero no resalta que el ángulo formado entre la simetral y el segmento es de 90 grados. Repite la misma definición errónea del cuaderno).
Al.: Ven, está bien, como yo les decía (construye las tres simetrales–sólo uno de ellos-, pero solo una de las "simetrales" parece tener 90° las demás notoriamente miden menos de 70°.) Ya! terminamos. (Los tres alumnos del grupo están contentos, hicieron lo mismo que la profesora).

5) La falta de disciplina e interrupciones internas y externas a la clase dificulta la concentración de los alumnos y la fluidez de la clase. Así como las amenazas de anotaciones o llamadas a los apoderados del profesor a fin de mantener el orden. Hay sonrisas y humor entre alumnos, pero no entre profesor y alumnos.

6) Hay imprecisiones en la organización, planificación y planteamiento de las tareas de la clase:

En una clase de proporciones de 7°:
Prof.: Vamos a hacer ejercicios de Proporción, que yo sé que Uds. no lo han visto… (busca entre hojas durante unos minutos…).
Prof.: (cambia de idea) … mmmh, primero haremos un ejercicio de razón, (dicta el ejercicio).

En una clase de Geometría, Números Pitagóricos, de 7°:
Prof.: Les he pasado papeles lustre. La segunda actividad es construir un triángulo rectángulo de 5-12-13 y 6-8-10.
Prof.: Vamos a construir un triángulo rectángulo de 5-12-13 y 6-8-10, (repite las medidas nuevamente, varios alumnos hacen barquitos de papel y juegan).
[Los papeles lustre miden 9*9, y no será posible realizar lo pedido].
Prof.: (Después de varios minutos ella misma se da cuenta de la imposibilidad de realizar la actividad con los papeles entregados). No se puede… vamos a cambiar a … triángulos rectángulos de 3-4-5 y otro… cuyo factor … sea … sea…. 1,5, ¡si 1,5! de 3-4-5. (Comienza hacer los cálculos con un alumno que la sigue…).

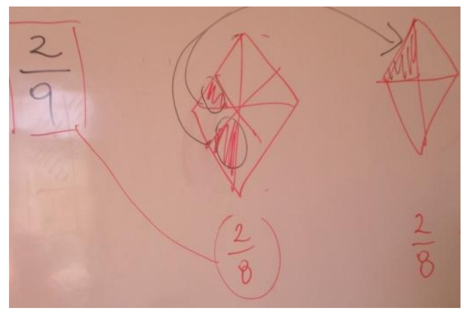
Observaciones Generales de NSE alto y SIMCE alto:

Existen momentos de diálogo y discusión entre alumnos y entre profesor y alumnos.
El rol es traspasado de profesor a alumno. Se respetan las distintas propuestas de los alumnos, se les escucha sus estrategias y dudas. Se observa y evalúa en el acto el proceso en el trabajo individual.
Hay momentos de repetición de algoritmos con muchos ejercicios graduados.

Existe disciplina, no hay interrupciones internas. Existe humor, sonrisas por parte del profesor a los alumnos y viceversa, el clima principalmente es de trabajo ameno.
Existen interrupciones externas a la clase que dificultan la concentración de los alumnos y la fluidez de la clase.
Todos los alumnos registran los contenidos y procedimientos y observaciones en sus cuadernos.
Se observa que, sino todos o la mayoría, tienen el hábito de cuadernos y útiles escolares personales.

A continuación se detallan dos transcripciones de video de profesores que trabajan en este tipo de establecimiento:

En una clase de fracciones se ocupan figuras geométricas para comparar fracciones, 4°:



Prof.: Pablo, qué pensó Ud., esto ¿está correcto? (muestra una propuesta en la pizarra que es otro pensamiento de un alumno, aunque erróneo).
Al.: (Balbucea, describe pero no se le entiende).
Prof.: No le entendí. Explíquemelo diferente. A ver…
Al.: Si el rombo lo divido en cuatro partes, y llevo lo pintado…a un cuarto…
Prof.: (ocupando la representación de la pizarra, ocupa flechas para que los demás entiendan) Esto pintado y lo forma…Mire que interesante lo que pensó Ud.!
Prof.: (Atendiendo a otro alumno que levanta la mano). Y Ud. Benjamín que pensó?
(La clase transcurre con diferentes propuestas de los alumnos, casi todas correctas)
Prof.: (El curso ha escuchado a otros alumnos. El profesor retoma la estrategia de movilizar triángulos en el rombo). ¡Muy bien lo que pensó Pablo!, buen razonamiento. Esto de haber juntado estos dos y haberlos puestos acá… (vuelve a mostrar la estrategia al curso y sonreír).
En una clase de Geometría, construcción de elementos secundarios de un triángulo, 7°:
Prof.: Como dibujamos un altura en una prolongación de una recta? (respecto a la determinación de alturas en un triángulo obtusángulo).
Al..: ¡Como segmento! Un segmento en una recta.
Prof.: Bien!
Al.: Porque el triángulo acutángulo no se llama “agudángulo” como el triángulo obtuso?
Prof.: Habría que ver… Recuerden que hemos visto que las palabras en Geometría tienen una raíz griega.

Observaciones Generales de NSE bajo y SIMCE sobre la media:

Entre las características similares entre el buen CPC detectado en los establecimientos de NSE y SIMCE alto, y los manifestados en establecimientos de NSE bajo y/o medio bajo, se encuentran:
Existencia de ciertos momentos de diálogo y discusión entre alumnos y entre profesor y alumnos (más breves que los de nivel alto).

Existencia de momentos en que se escuchan las propuestas de los alumnos, sus estrategias y dudas. Se observa y evalúa en el acto el proceso en el trabajo individual.
Hay momentos de repetición de algoritmos con ejercicios graduados, (pocos comparativamente a los de SIMCE alto).
Existe disciplina, hay interrupciones internas pero son manejadas por el profesor. Existe algo de humor, y sonrisas por parte del profesor a los alumnos y viceversa, el ambiente principalmente es de trabajo ameno.
Existen interrupciones externas a la clase que hacen perder la concentración de los alumnos y la fluidez de la clase.
No todos poseen en hábito de registro en el cuaderno, y útiles escolares personales.

CONCLUSIONES

El débil CPC en los establecimientos con bajo SIMCE y NSE:

1) Profesores muestran falta de utilización de conexiones entre temas o conexiones con las explicaciones. El nivel de conocimiento disciplinario del profesor afecta de manera positiva o negativa, el tipo y la integración de las conexiones.
2) La comprensión que evidencian los profesores de la matemática escolar es un conocimiento procedimental, con uso de aspectos superficiales de los algoritmos. No parecen clases preparadas con acuciosidad.
3) Frente a situaciones en los que los alumnos evidencian errores y/o dificultades y que exigen del profesor una acción, no se detectó que los profesores tengan una actitud anticipada a los posibles errores de los alumnos y tampoco estrategias para tratar los errores conceptuales típicos, o los errores de notación y lenguaje matemático; como tampoco se evidenció el tratamiento del error como fuente de aprendizaje grupal. Los errores conceptuales y/o procedimentales se observaron en la exposición de contenidos, explicaciones a toda la clase y de forma individual, los registros en pizarra, cuadernos de los alumnos, y desarrollo de guías de trabajo.
4) La visualización en geometría permite la comprensión, si las notaciones y lenguaje ocupados son congruentes. Los errores en la notación dificultan la comprensión de conceptos básicos en geometría, esta dificultad en la enseñanza se encontró reiteradamente en las clases de establecimientos con bajo SIMCE y NSE.
5) Los profesores pueden eventualmente apropiarse de la componente pedagógica curricular, utilizar metodologías de aprendizaje, e incluso reflexionar en forma general sobre su quehacer profesional, pero en su tarea de enseñar evidencian ausencia de la matemática en la enseñanza, y de reflexión sobre lo matemático de su quehacer en el aula.

El CPC en los establecimientos con alto SIMCE y NSE:

1) Profesores muestran mayor uso de conexiones tanto a nivel de explicaciones y lenguaje como con el uso de representaciones.
2) El nivel de comprensión del CC del profesor potencia las expectativas de aprendizaje de sus alumnos y la consolidación de los aspectos conceptuales matemáticos. Los algoritmos presentados no son necesariamente únicos, o sólo modelados por el profesor.

3) Existe mayor conciencia de transmitir un buen uso del lenguaje matemático, a través de la reiteración del buen uso de la notación y el lenguaje mismo. Las representaciones son más acuciosas en cuanto a la notación y las explicaciones enfatizan y/o reiteran las palabras y conceptos adecuados.
4) Los profesores muestran conciencia de dificultades y/o errores de los alumnos, manejan estrategias para tratar los errores como fuente de aprendizaje grupal. Existe mayor cantidad de preguntas y verbalización de argumentaciones -erróneas o correctas- por parte de los alumnos, lo que requiere y pone en acción el conocimiento del contenido del profesor.
4) La disciplina existente al interior de la sala propicia un ambiente en que los alumnos discuten centrados en la tarea matemática y donde el profesor guía la discusión, y se insta a los alumnos a verbalizar sus ideas.
5) Los profesores muestran un trabajo concentrado más en la matemática que en otras variables, y la comprensión conceptual es auxiliada por lo procedimental, pero el foco de la clase es lo matemático.
La siguiente tabla muestra la puesta en acción en la enseñanza de las matemáticas observada en videos, transcripciones, cuadernos, pizarras y asociadas a los niveles de SIMCE (bajo, medio, alto) según marco teórico asumido.

	CPC OBSERVADO SEGÚN MARCO Y SIMCE (BAJO MEDIO ALTO)											
	CONOCIMIENTO PEDAGÓGICO DEL CONTENIDO											
DIMENSIONES	**ENSEÑANZA** transposición didáctica (adaptación al nivel escolar)				**CRAC** conocimiento del profesor en relación al saber del alumno				**MEDIOS DIDÁCTICOS** representaciones concretizadoras			
INDICADORES	**CURR**	↓	↑	↑	**ADQU**	↓	↓	↑	**MEDI**	↓	↑	↑
	OTME	↓	↑	↑	**DIFI**	↓	↓	↑				
	CRE-M				**ERRO**	↓	↑	↑				
	CRE-A				**ESTG**	↓	↓	↑				
	DIES	↓	↑	↑								
		bajo	medio alto	alto		bajo	medio	alto		bajo	medio	alto

Nota: El indicador de concepciones de la matemática o las concepciones del aprendizaje son muy diversas y difíciles de clasificar dadas las flechas que indican que sube la presencia del indicador, o baja la presencia del indicador. Los colores solo pretenden acentuar el sentido de las flechas y dan una perspectiva más global y comparativa.