



# FONIDE – Fondo de Investigación y Desarrollo en Educación

*Departamento de Estudios y Desarrollo. División de Planificación y Presupuesto.  
Ministerio de Educación.*

---

*Informe Final*

## *Saber Pedagógico y Conocimiento de la Disciplina Matemática en Profesores de Educación General Básica*

Investigador Principal: Roberto Araya Schulz  
Institución Adjudicataria: Universidad de Chile  
Proyecto FONIDE N°: 212 2006

---

**Enero 2008**



GOBIERNO DE CHILE  
MINISTERIO DE EDUCACION

Información: Secretaría Técnica FONIDE. Departamento de Estudios y Desarrollo – DIPLAP. Alameda 1371, Piso 8,  
MINEDUC. Fono: 3904005. E-mail: [fonide@mineduc.cl](mailto:fonide@mineduc.cl)

**INFORMACIÓN SOBRE LA INVESTIGACIÓN:**

**Inicio del Proyecto:** Junio 2007

**Término del Proyecto:** Enero 2008

**Equipo Investigación:** Roberto Araya, Pablo Dartnell, Carlos Aguirre, Eileen Tiedemann, María José Contreras, Marylen Araya, Daniela Soria, María Angélica Palavicino, Patricio Calfucura.

**Monto adjudicado por FONIDE:** \$19.000.000-

**Presupuesto total del proyecto:** \$19.000.000-

**Incorporación o no de enfoque de género:** NO

**Comentaristas del proyecto:** Eckahrt Klieme, Leonora Díaz, Silvia Navarro.

*“Las opiniones que se presentan en esta publicación, así como los análisis e interpretaciones, son de exclusiva responsabilidad de los autores y no reflejan necesariamente los puntos de vista del MINEDUC”.*

**Las informaciones contenidas en el presente documento pueden ser utilizadas total o parcialmente mientras se cite la fuente.**

Esta publicación está disponible en [www.fonide.cl](http://www.fonide.cl)

# Tabla de Contenidos

|   |    |
|---|----|
| Abstract .....  | 4  |
| Contextualización .....                                       | 5  |
| Preguntas de Investigación, Hipótesis y Objetivos .....       | 9  |
| Marco Teórico Conceptual .....                                | 16 |
| Descripción Metodología .....                                 | 22 |
| Presentación Resultados Investigación .....                   | 25 |
| Conclusiones .....  | 52 |
| Recomendaciones para la formulación de políticas públicas.... | 53 |
| Bibliografía .....  | 55 |
| Agradecimientos .....   | 61 |
| Anexos .....  | 62 |



## **Abstract**

En este proyecto se presenta una caracterización detallada de los patrones de enseñanza de las matemáticas mostrados en los videos de la Evaluación Docente del año 2005. Incluye tanto profesores de Educación Básica (segundo ciclo) como de Enseñanza Media, y de diferentes regiones del país. Contiene la cuantificación de diferencias por nivel (básica versus media), región, eje (geometría, números, álgebra y azar) y edad del profesor. Los principales hallazgos son por una parte una metodología de codificación de videos que aprovecha la información que se acumula en miles de videos de la Evaluación Docente y por otra parte hallazgos propios de la forma como la enseñanza de la matemática efectivamente se lleva a cabo en el aula: una baja participación autónoma de los estudiantes (no hacen preguntas matemáticas), el profesor no hace demostraciones matemáticas ni usa metáforas matemáticas. Además, este estudio ofrece un panorama estimativo del uso efectivo de tecnologías en la enseñanza de la matemática. En los videos no se observa el uso de tecnologías de la información (computador y software educativos) y hay un escaso uso de textos.

# Contextualización

El problema que este proyecto aborda es el de las prácticas docentes: cómo efectivamente se enseña matemáticas en el aula. Con esa información cuantificada se puede comparar las prácticas docentes con las de otros países, mejorar la estimación de impactos de políticas públicas orientadas a la calidad docente y de programas de formación y capacitación, y apoyar cuantitativamente la búsqueda de alternativas para mejorar las prácticas docentes y los logros de los estudiantes.

Se revisaron los 720 videos de la Evaluación del Desempeño Profesional Docente 2005, en los que los profesores eligieron el sector de matemáticas. Estos videos son todos los de ese año, tanto de educación básica (segundo ciclo) como de enseñanza media. El objetivo del estudio es caracterizar los saberes pedagógicos tal como efectivamente ocurren en la sala de clase y el conocimiento de la disciplina.

El estudio analiza aspectos didácticos como el modo de trabajo (clase completa, en grupos, individual), intensidad de preguntas del profesor, grado de participación de estudiantes, estrategias de motivación y aspectos didácticos específicos de las matemáticas como demostraciones matemáticas y uso de metáforas matemáticas. También se cuantifica la dinámica a medida que transcurre la clase distinguiéndose el inicio, intermedio y final. Contiene además la cuantificación del uso de diferentes tecnologías: pizarrón, computadores, textos, tijeras y cartones, papelógrafos, etc. Un hallazgo importante es la existencia de dos patrones didácticos: el de trabajo de clase completa, con más preguntas del profesor y donde saca estudiantes al pizarrón, y el de trabajo en el escritorio donde el profesor se pasea supervisando y mirando los trabajos en desarrollo de los estudiantes. Si bien estos modos didácticos son clásicos en matemáticas, según nuestro conocimiento es primera vez que se cuantifican en el país. Existen significativas diferencias entre básica (segundo ciclo) y enseñanza media, en cuanto no sólo a contenidos si no que también en la forma de efectuar la clase. Otros hallazgos interesantes son la baja participación de los estudiantes (cerca de una pregunta matemática por clase generada autónomamente por ellos), el prácticamente nulo uso de textos y computadores, la inexistencia de demostraciones matemáticas y el no uso de metáforas matemáticas. Finalmente, un aspecto interesante de este estudio es el metodológico: el hecho que una enorme cantidad de videos de clases, única en el mundo, puede aprovecharse tomando muestras compuestas por sólo tajadas de videos y lograr obtener de esta forma una visión detallada de las prácticas pedagógicas efectivamente en uso.

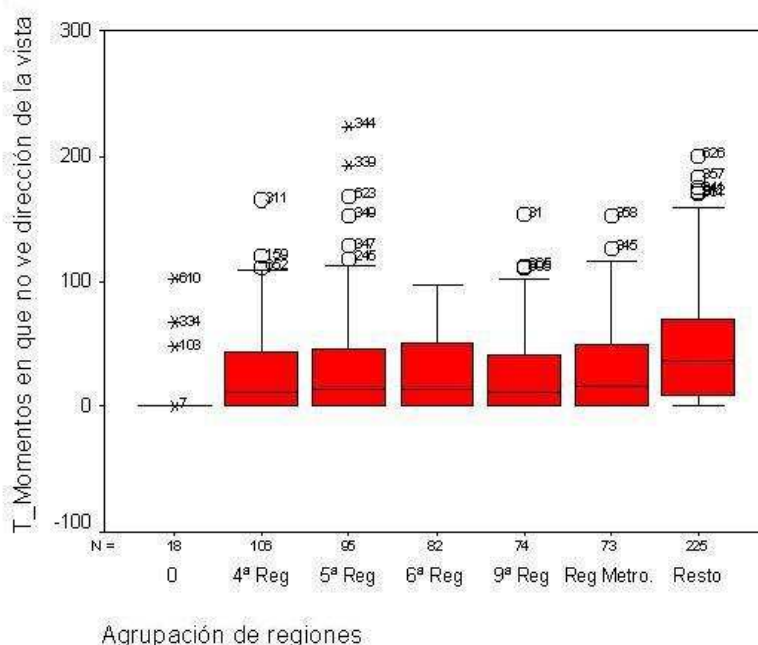
## **Diferencias con otros estudios de videos de clases de matemáticas**

El presente estudio tiene importantes diferencias con otros estudios de lecciones de matemáticas basados en videos. Primero, está el hecho que en este caso la información ya está disponible. No fue registrada especialmente para este

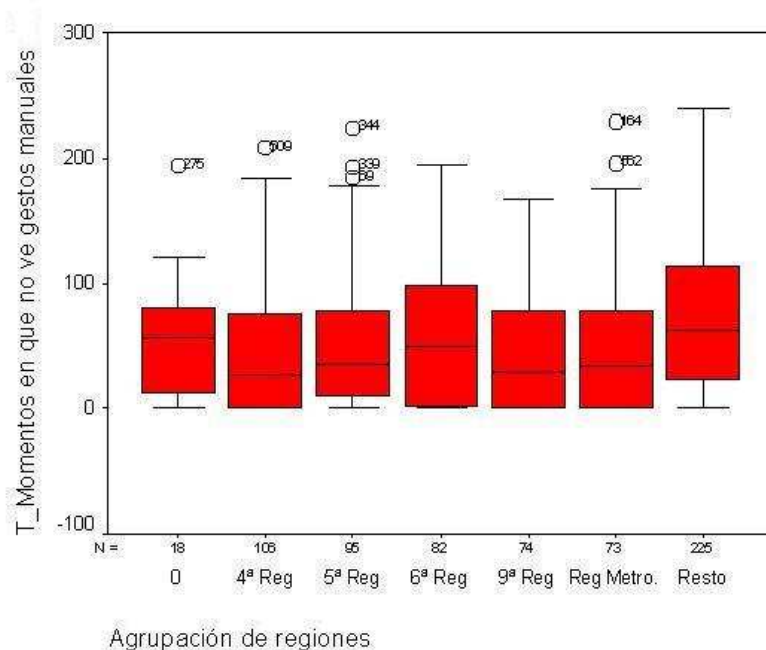
estudio ni para ninguna investigación de esta naturaleza. De partida, fue registrada durante el 2005 y recién a fines del 2006 se decidió analizar su contenido con fines de investigación. El análisis de la información comenzó el segundo semestre del 2007. Esto significa que no existió una fase de diseño de experimentos tal como lo fue en TIMMS video y los otros estudios. En ellos, por varios meses e incluso años, expertos de diferentes universidades analizaron alternativas y acordaron principales objetivos, distinciones, variables, estrategias de registro de video, muestreo, grupos de control, acopio de información complementaria, etc.

Debido a la naturaleza y propósito de los videos de la Evaluación Docente, éstos fueron registrados sólo a una cámara lo que imposibilita caracterizar con mayor detalle la interacción estudiante – profesor y la que existe entre estudiantes. En otros estudios como los de TIMMS video o el proyecto Pitágoras existen dos o más cámaras, unas enfocadas en el profesor y otras en los estudiantes.

Debido a que no es sólo un equipo el que hace el diseño y planeación de las filmaciones, no existe uniformidad en qué grabar. Hay videos que se enfocan más en el profesor y otros en los estudiantes. Por ejemplo, cerca de un 10% del tiempo no se observa la dirección de la vista del profesor y casi un sexto del tiempo de grabación no se ven los gestos manuales del profesor.



Duración de intervalos de tiempo (en segundos) de las tajadas de 4 minutos en los que no se observa en el video la dirección de la vista del profesor según regiones del país.



Duración de intervalos de tiempo (en segundos) en las tajadas de 4 minutos en los que no se observa en el video los gestos manuales del profesor según regiones del país.

La calidad de las grabaciones de video no es uniforme. Hay algunos casos mal grabados y otros pocos con problemas de sonido.

Por otra parte, todas las grabaciones de video pueden no ser muy representativas de una clase normal. El hecho que el profesor esté siendo grabado ya es una interrupción no menor. En los videos de la Evaluación Docente el sesgo puede ser aún mayor pues es una evaluación y es una muy importante para la vida profesional y económica del profesor. En comparación, en los estudios internacionales de videos de clase ninguno proviene de videos que se prepararon para una evaluación.

Tampoco hay acceso a información complementaria muy importante como tests de conocimientos y encuestas al profesor y estudiantes. Todo el análisis se basa en los videos y un par de variables adicionales demográficas (ruts, región, nivel).

### Videos de Clases en Chile

El programa de registros de prácticas docentes está comenzando. Se espera que estos números aumenten considerablemente dada la importancia de este mecanismo de evaluación de profesores. El aumento de la cobertura y la aplicación permanente de esta metodología será una inversión importante. Por lo tanto es necesario ensayar diversas e independientes formas de analizar la información para obtener así un conocimiento detallado de la educación matemática.

Existen gran variedad de estudios sobre el SIMCE, pero no de los videos de la Evaluación Docente, ni menos del cruce de estas dos importantes fuentes de



información crítica. Es de gran importancia preparar el camino para llegar a hacer el cruce entre las estrategias didácticas usadas en el aula y los desempeños de los estudiantes.

# Preguntas de investigación, Hipótesis y Objetivos

El objetivo central de esta investigación es caracterizar las prácticas pedagógicas de los profesores chilenos que enseñan matemáticas. Conocer cuáles son sus saberes pedagógicos y cómo efectivamente los aplican para enseñar matemáticas. Por ejemplo, se pretende determinar qué materiales utiliza, qué metáforas usan (Lakoff & Núñez, 2000; Araya, 2007, 2000; Soto-Andrade, J., 2006, 2007), qué tipo de demostraciones matemáticas y razonamiento deductivo enseñan, cómo hacen participar a los estudiantes, cómo promueven el trabajo en equipo, cómo utilizan juegos, cuánto tiempo usan las tecnologías TICs en matemáticas, cuánto tiempo dedican a resolver problemas, qué tipos de problemas hacen que los alumnos resuelvan, quién efectivamente hace matemáticas en clase (Stiegler et Al), cómo usan el pizarrón, qué uso y rol juegan los textos, cómo motiva el profesor a sus estudiantes, qué estrategias comunicacionales verbales y no verbales utilizan (Goldin Meadow; McNeill, 1992), etc. También es importante distinguir cuáles estrategias son usadas en forma consciente y planificada, cómo cambian según los contenidos a enseñar (según ejes), y qué ventajas y dificultades ofrece cada una de ellas. Estudios detallados muestran el gran impacto de la estrategia de enseñanza en la dinámica de aprendizaje (Siegler & Araya, 2005; Goldin Meadow) así como del dominio de la disciplina (Liping Ma, 1999) y que ésta es diferente a la de otras disciplinas (Chambliss et Al.), pero está poco claro qué peso tiene el conocimiento disciplinario versus el saber pedagógico en el aula en Chile, cómo se complementan y el impacto en los aprendizajes de los estudiantes. El objetivo de largo plazo es obtener los antecedentes para poder en el futuro llegar a discriminar cuáles de estos componentes tienen un mayor impacto en el aprendizaje de los estudiantes.

A continuación va la lista de preguntas e hipótesis sobre el saber pedagógico efectivamente utilizado en clases.

**Pregunta: Codificación de información en videos.** ¿Qué distinciones sobre el saber pedagógico pueden codificarse objetivamente? ¿Cuáles pueden utilizarse con los videos de la Evaluación Docente?

Existe una creciente literatura sobre codificación de información de videos de clases de matemáticas. Sin embargo, todas las experiencias se basan en situaciones especialmente diseñadas para detectar distinciones específicas y por lo tanto filmadas con este objetivo. Por ejemplo, Stiegler, J & Hiebert, J. (1999) usan videos de clases de octavo básico comparando profesores en Japón, Alemania y Estados Unidos y donde se observan prácticas más superficiales y contextualizadas en EEUU versus más profundas en Japón. LessonLab, ha producido un manual que sintetiza la experiencia de TIMMS de varios años de codificación y análisis de videos de clases de profesores en acción. Luego de ese estudio muchos otros comenzaron a hacerse. Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K. B., Hollingsworth, H., Jacobs, J., et al. 2003, realizan un estudio

que muestra las diferencias de estrategias en el aula al comparar siete países. Sin embargo, los videos de la evaluación docente presentan desafíos diferentes: ya están grabados de antemano, fueron filmados con otro objetivo, son de diferentes niveles, de diferentes ejes (contenidos), son muchos más que en las muestras internacionales, etc. Nuestra hipótesis es que los videos de la evaluación docente contienen información muy importante y que pueden codificarse para analizarse.

**Pregunta: Paseos del profesor.** ¿Cómo observa el profesor el trabajo de los estudiantes? ¿Con qué frecuencia se pasea por los escritorios mirando lo que ellos hacen?

Hay estudios en la literatura que se enfocan en investigar la participación en clase. Este es un aspecto muy relevante del saber pedagógico. David Clarke (Clarke, 2004), por ejemplo, promueve un estudio a 3 cámaras de video registrando paseos del profesor. Particularmente los paseos entre escritorios para proveer instrucción “instrucción-entre-escritorios”. Estos paseos son muy importantes en el saber pedagógico japonés, conocidos en la literatura como los kikan-shido. Mientras los estudiantes trabajan individual o colectivamente, el profesor se pasea observando su trabajo, hablándoles o no, y/o interactuando con ellos.

David Clarke dirige un estudio internacional de patrones de participación en la sala de clases, con especial foco a los paseos entre escritorios. Participan 15 países (Australia, China, Czech Republic, Germany, Israel, Japan, Korea, The Philippines, Singapore, South Africa, Sweden, United Kingdom, USA). En Australia, por ejemplo, se dedican varios minutos a paseos entre escritorios en cada clase.

Nuestra hipótesis es que algunos profesores se pasean más que otros y que lo hacen más en ciertas etapas del desarrollo de la clase.

**Pregunta. Comunicación verbal y no verbal del profesor.** ¿Con qué frecuencia el profesor establece contacto ocular, se acerca, indica, o realiza manifestaciones no verbales de apoyo a la enseñanza? ¿Con qué frecuencia el profesor nombra los estudiantes, los felicita públicamente?

La comunicación verbal y no verbal puede tener un gran impacto. Por ejemplo, Goldin-Meadow, S; Kim, M estudian el gran impacto del lenguaje no verbal (corporal, gestos) para la enseñanza de la matemática en niños de educación básica. Nuestra hipótesis es que podemos registrar este tipo de información y que hay variedad entre los profesores. Esperamos en el futuro poder determinar cuánto ayuda a la participación de los estudiantes y el aprendizaje.

**Pregunta: Participación de los estudiantes.** ¿Cuántas preguntas matemáticas hacen los estudiantes? ¿Establecen conjeturas?

Una medida de participación de los estudiantes son las preguntas matemáticas que ellos generan autónomamente. Las preguntas son también una indicación de comprensión más profunda, particularmente cuando establecen conjeturas sobre relaciones o resultados matemáticos. Se supone que un buen profesor logra que

los estudiantes generen más preguntas. Este tipo de variables comenzó a medirse a principios del siglo pasado. Entre 1907 y 1911 un estudio en 100 diferentes establecimientos educacionales usando reloj contabilizó que los profesores hacen un promedio de 2 a 3 preguntas por minuto (Cuban, 1986). Según Catherine Bruce (Bruce, 2007, Ross & Bruce ) profesores con mayor puntaje en medidas de auto eficacia intentan más fácilmente nuevas estrategias y dan más control a los estudiantes. Nuestra hipótesis es que la participación estudiantil puede registrarse y que esta estaría relacionada con la comprensión.

## **Tecnologías**

**Pregunta: Textos.** ¿Con qué frecuencia se usan los textos? ¿En qué ejes y niveles?

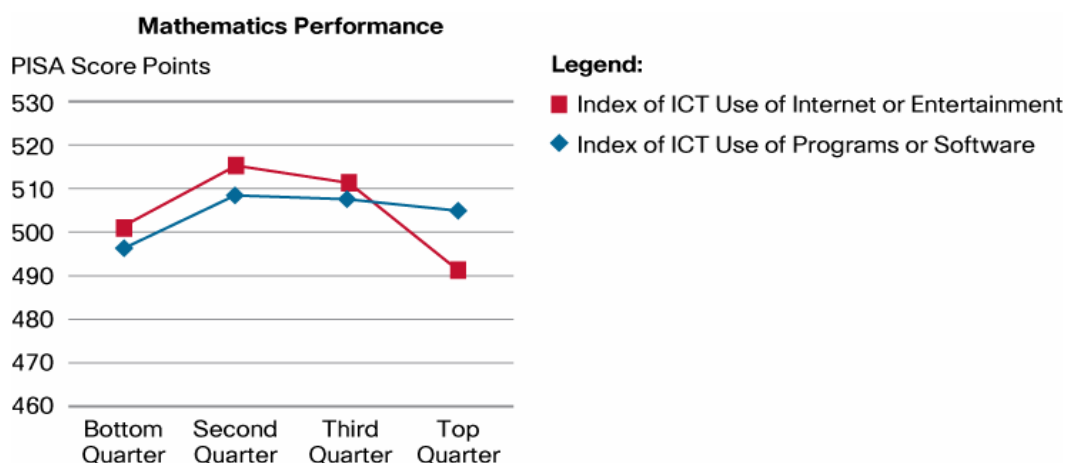
El uso de textos es un aspecto muy importante en apoyar la enseñanza de calidad. El Ministerio invierte una gran cantidad de recursos en poner a disposición de cada estudiante un texto. Existen diversas metodologías de análisis de textos. Para caracterizar su uso la metodología TEXTOR Video Observational Methodology, desarrollada en Australia, se basa en la observación de videos. El objetivo es determinar la forma de uso de textos y el rol en el aprendizaje de los estudiantes. Según Horsley y Walter el 90% de los estudiantes australianos usa textos en clase. El uso de textos puede dar pistas sobre la calidad de éstos y sobre los programas de capacitación de profesores. Nuestra hipótesis es que los textos son usados principalmente para sacar ejercicios y asignar tareas, y que por lo tanto debería observarse su uso al menos en etapas iniciales y/o finales de la clase.

**Pregunta: Computador.** ¿Con qué frecuencia usan los estudiantes y el profesor las tecnologías TIC? ¿En qué ejes y cuáles niveles? ¿Qué tipo de software usan? ¿Qué signos de efectividad del computador existen?

Según [Times](#), en Japón en el 2007, cinco de los top ten bestsellers son digitales que se leen en teléfonos celulares y, aún más, los top 3 son todos digitales. Muchos predicen la pronta muerte del diario de papel y su total reemplazo por el de Internet y con acceso móvil por laptops y celulares. Esto ya ha significado que desde 1990 a 2004 ha bajado en un 18 % la fuerza laboral de los diarios en Estados Unidos según la Asociación Nacional de Periódicos de EEUU (The Economist, 2006). Un fenómeno similar ocurre en la industria musical y está comenzando a ocurrir también con el cine. Estos son sólo algunos botones de muestra de una tendencia irreversible donde el impacto cultural de la tecnología de información es enorme. Sin embargo es muy difícil especificar en detalle cómo afectará a cada sector de la economía.

En el ámbito educacional el impacto es aún muy bajo. El investigador educacional Larry Cuban de la Universidad de California en Berkeley, en su libro *Sobrevendido y subusados: computadores en la sala de clase* (Cuban, 2001), revisa el impacto en diferentes niveles de enseñanza. Según Cuban el impacto es nulo, a excepción quizás de Kinder. Muchos otros estudios confirman esta situación.

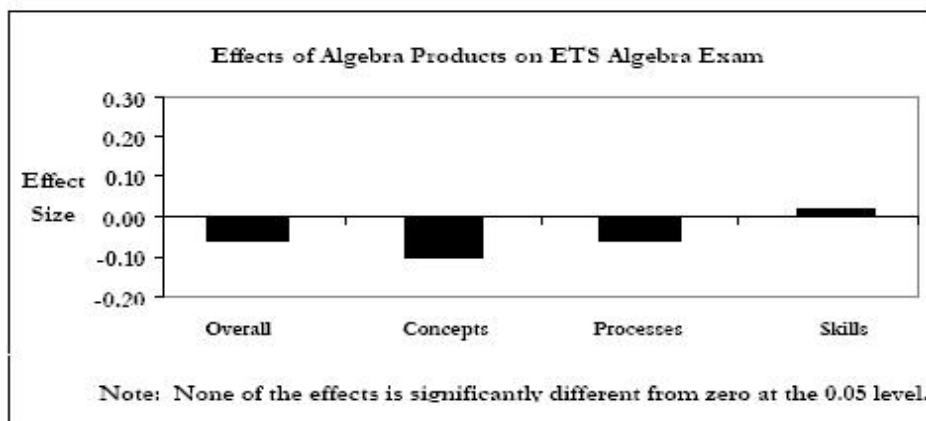
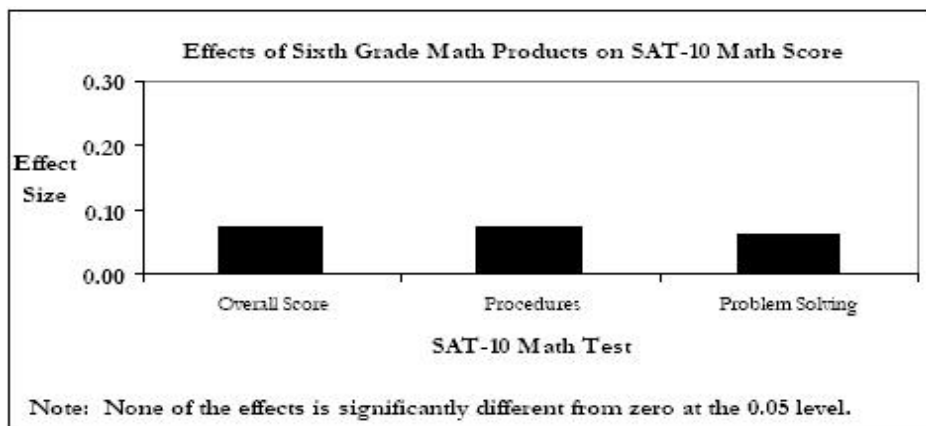
Por ejemplo, según el National Mathematics Advisory Panel de Estados Unidos (Cavahagh, 2007), las calculadoras no han mostrado impacto o un impacto muy limitado en habilidades de cálculo, competencias de resolución de problemas y en el desarrollo conceptual. Investigaciones europeas (Fuchs & Woessmann, 2006) del Ifo Institute for Economic Research, basadas en la información de las pruebas internacionales PISA han encontrado un efecto en desempeño matemático del uso de computador con la forma de una U invertida:



\*Source: OECD PISA 2003 database, Tables 4.5, 4.6 and 4.7

Es decir, a partir de cierto nivel de uso, el mayor uso de TICs tanto para entretenimiento como educacionales no sólo no mejora los desempeños en matemáticas de los estudiantes sino que los bajan.

En un reporte reciente del año 2007 al Congreso de Estados Unidos, el Departamento de Educación documenta un cuidadoso estudio con una selección de los mejores software de apoyo a la enseñanza de la matemática. Los puntajes en los tests de matemáticas de los estudiantes en clases aleatoriamente asignadas a usar esos productos no eran mejores en forma estadísticamente significativa que aquellos estudiantes que no lo usan.



Efectividad de software educacional seleccionado en el desempeño de estudiantes. US. Department of Education 2007

Es interesante entonces conocer la situación en el país. ¿Qué uso hay de las tecnologías TIC para la enseñanza de las matemáticas? ¿Cuán efectivas son en matemáticas? Nuestra hipótesis es que todavía hay muy poco uso de TICs para apoyar la enseñanza de matemáticas.

**Pregunta: Materiales.** ¿Con qué frecuencia se usan materiales, manipulativos, herramientas, juegos de patio o tablero?

Los materiales han provocado importantes cambios en la enseñanza. Uno de los más importantes fue el pizarrón introducido en 1841 (Cuban, 1995). Al poco tiempo todos los profesores lo adoptaron. Algo similar ocurrió con el lápiz a pasta. Otros casos son los mapas y globos terráqueos. En matemáticas el conocimiento está ligado a procesos biológicos que la evolución nos ha otorgado para resolver problemas distintos a los académicos pero que reutilizamos para matemática, y que son claves para la comprensión. Por esta razón, la enseñanza con algunos materiales concretos puede hacer diferencias en el aprendizaje de los estudiantes. Existe evidencia de efectividad de estrategias didácticas utilizando materiales como balanzas, cajas, ábacos, juegos de tablero, puzzles, etc. Por ejemplo, Dehaene (2004) destaca el potencial del uso del ábaco y Stiegler (1984) ha documentado el gran efecto del ábaco en el aprendizaje de la aritmética. Siegler, R. S., & Ramani, G. B. (2007) han encontrado un gran impacto de juegos de tablero especialmente diseñados para enseñar aritmética básica. Nuestra hipótesis es que el uso de materiales es bajo, y que ocurre más en enseñanza básica que en media.

## Enseñanza de matemáticas

**Pregunta: Demostraciones matemáticas.** ¿Con qué frecuencia los profesores realizan demostraciones matemáticas en las clases? ¿En qué eje hacen más demostraciones? ¿En qué nivel hacen más demostraciones? ¿Cómo las motivan? ¿Cómo se aseguran que los estudiantes valoren la necesidad de demostrar?

Una actividad central en matemáticas es la demostración. Esto es una secuencia encadenada de argumentos, cada uno muy simple, que a partir de cosas ya conocidas permite llegar al resultado a demostrar. Existen varios desafíos en una demostración. El primero de todos es darse cuenta de la necesidad de demostrar un resultado. Transmitir esta necesidad es un gran desafío para el profesor. Por ejemplo, para multiplicar  $47 \times 32$ , mucha gente no ve necesidad alguna de demostrar que al multiplicar por 3 hay que correr toda la fila un lugar hacia la izquierda. Parece ser evidente que si funciona basta. Otra dificultad es reconocer qué axiomas o resultados pueden usarse. Es decir, cuáles son las hipótesis. Mucha gente usa inadvertidamente el resultado al que hay que demostrar como un argumento entre tantos otros para llegar a ese resultado. Finalmente está el desafío de hacer una cadena correcta de argumentos y que efectivamente llegue al resultado.

En los estudios de videos del TIMSS de James Stigler, James Hiebert (2004), no se encontraron muchos casos de demostraciones matemáticas. El razonamiento deductivo, tal como fue definido por el grupo que codificó esos videos (el Math Group), no era común. Sólo un cuarto de las 90 lecciones contenían instancias de razonamiento deductivo. Esas instancias fueron encontradas en 62% de las lecciones japonesas, 21% de las lecciones alemanas y 0% de las lecciones norteamericanas.

Nuestra hipótesis es que hay muy pocas demostraciones matemáticas en enseñanza básica como media. Esperamos encontrar más en geometría que en otros ejes, pues en la formación de profesores y en los textos se destaca más la noción de demostración en ese eje.

**Pregunta: Metáforas.** ¿Con qué frecuencia se usan metáforas matemáticas en la clase? ¿Cuáles son las más usadas? ¿En qué ejes y a cuál nivel?

Existe creciente evidencia de que la naturaleza del aprendizaje en matemáticas reutiliza procesos cognitivos diseñados por la evolución para otros efectos (Dehaene, Araya 2000), y que por lo tanto estrategias pedagógicas que utilicen vías de acceso más naturales tienen impactos importantes en el aprendizaje de los estudiantes (Araya 2005, 2007). Por ejemplo, estudios comparativos (Liping Ma) entre profesores de educación básica de Estados Unidos y China muestran grandes diferencias en las estrategias pedagógicas, y donde el uso de metáforas adecuadas tiene un gran impacto en la calidad de la enseñanza. Hay importantes diferencias en la enseñanza de la resta, multiplicación, división de fracciones y relación entre área y perímetro. Por ejemplo, Liping Ma, comparando las estrategias usadas por profesores, encontró que en fracciones la metáfora de “cuántas veces cabe” usada por los chinos produce entendimientos más profundos que las usadas por norteamericanos. Richland et Al (2004) han

estudiado el uso de metáforas en clases a partir de videos. En octavo año básico han encontrado cerca de 4 metáforas matemáticas por clase en EEUU. Nuestra hipótesis es que existe un uso de metáforas matemáticas similar al de Estados Unidos.

**Pregunta: Conocimientos de matemáticas del Profesor.** ¿Qué grado de dominio del contenido matemático tiene el profesor? ¿Qué errores comete?

Existe evidencia que el grado de dominio afecta en forma importante el logro de los estudiantes. Por ejemplo, Chambliss, Graeber & Clark analizan cuánta incidencia tiene el dominio de contenidos en comparación con el saber pedagógico y se compara el caso de matemáticas con otra disciplina. Nuestra hipótesis es que el grado de dominio del contenido puede medirse parcialmente en videos, al menos a través del conteo de los errores conceptuales y de cálculo.

**Pregunta: Impacto de saberes pedagógicos.** ¿Qué prácticas pedagógicas tienen mayor impacto en el desempeño de los estudiantes?

Existe una gran discusión en la literatura sobre cuáles estrategias didácticas tienen un impacto mayor en el aprendizaje de los estudiantes. Por ejemplo, en el reciente estudio del panel de expertos National Mathematics Advisory Panel nombrado por el presidente Bush para analizar qué funciona en educación matemática y que por cerca de dos años revisó los estudios, proyectos y artículos más importantes de las últimas décadas, concluye que no existe todavía base científica que pueda beneficiar decisiones de políticas públicas. El reporte final examina las investigaciones del impacto en el aprendizaje de estudiantes del uso explícito de representaciones (metáforas), material concreto, uso de problemas contextualizados, uso de calculadoras, tecnología computacional, y estrategias como las más centrada en el alumno versus las dirigidas por el profesor, el aprendizaje en equipo, etc. Según el Director del Panel, Larry R. Faulkner, “A partir de investigaciones generalizables, no se conoce mucho sobre qué exactamente hace efectivo a un profesor” (Hermes, 2008). En este proyecto pretendemos principalmente identificar y describir las diferentes prácticas pedagógicas usadas en el país. Esta descripción servirá para preparar posteriores estudios de impacto en el desempeño de los estudiantes. La dificultad de medir el impacto viene por un lado de tener buenas caracterizaciones de los diferentes patrones didácticos, pero también es absolutamente indispensable contar con información de los progresos a través del tiempo de los desempeños de los estudiantes respectivos. La evaluación docente no cuenta con este segundo tipo de información sobre los estudiantes. Se espera que en el futuro cercano la información de desempeño personalizado de los estudiantes será cada vez más conocida en detalle y accesible al análisis en investigaciones científicas, tal como lo está siendo en otros países. Nuestra hipótesis es que el saber pedagógico tiene un importante impacto en el desempeño de los estudiantes.



# Marco Teórico Conceptual

El sistema educacional es un sistema complejo. Incluye la interacción de muchos individuos, cada uno con una estructura cerebral compuesta de una enorme cantidad de neuronas, todas con miles de conexiones. Es una estructura biológica muy bien adaptada para ciertas tareas, aquellas que por miles de generaciones nuestros ancestros han tenido que efectuar. Esas adaptaciones significan un gran sesgo que facilitan ciertos tipos de aprendizajes. Sin embargo, esas mismas estructuras mentales hacen muy difíciles otros aprendizajes, entre los cuales están muchos de los aprendizajes requeridos en el sistema educacional. Por otra parte, la estructura cerebral de cada individuo contiene poderosos mecanismos sociales de asimilación cultural. Cada estudiante interactúa con otros estudiantes, profesores, miembros de la familia e individuos de su entorno, y aprovecha esa interacción para aprender de ellos, sea mediante mecanismos implícitos como la imitación o mediante mecanismos explícitos y cuidadosamente planificados como lo son las estrategias de enseñanza aprendizaje.

Para enfrentar el desafío de entender este complejo sistema lo primero a hacer es definir el marco teórico a utilizar. Según Redish (2003) “si es que vamos a intentar estudiar la educación usando los métodos y herramientas de la ciencia, necesitamos desarrollar un marco teórico – un lenguaje y suposiciones compartidas que nos guíen y permitan comparar diferentes aproximaciones y maneras de pensar”. Esto significa definir los objetos y variables (la ontología), y los mecanismos de interacción entre esos objetos. Un punto crucial es seleccionar el grado de granularidad del fenómeno educacional, y en particular, seleccionar descriptores de los saberes pedagógicos de los profesores y de los aprendizajes de los estudiantes en el aula. Aquí hay una abundante literatura. Una parte de ella analiza en profundidad el trabajo de los estudiantes. Por ejemplo, Tuminaro et Al (2007) y Redish (2003), destacan la noción de juegos epistémicos: “una actividad coherente que utiliza procesos o tipos particulares de conocimientos asociados con ese conocimiento para crear nuevo conocimiento o resolver problemas”. La identificación de estos juegos epistémicos y la descripción de las modalidades de uso por parte de los estudiantes requieren sin embargo realizar registros especialmente diseñados para este fin. Otro ejemplo es Díaz (2006), quien considera la noción de epistemes, o modos de pensar de los estudiantes, para lo cual analiza en detalle muestras de trabajo de éstos. En este proyecto no se cuenta con trabajos de estudiantes ni registros especiales que capturen en detalle esos procesos, por cuanto sólo se cuentan con los videos previamente grabados para la evaluación docente. Estos videos fueron grabados hace años y con fines muy diferentes. Otra parte de la literatura se enfoca en la práctica social y de esta forma describen la construcción social de conocimiento matemático. Por ejemplo, Cantoral et Al (2006) destacan la dimensión social, tal como la búsqueda de consensos. De este modo capturan componentes que no se pueden percibir con una aproximación que sólo considere la construcción o representación de

objetos. Sin embargo, para capturar estas dimensiones se requiere un detallado análisis del desarrollo histórico de los conceptos, del discurso matemático escolar y de registros escritos de los desarrollos de los estudiantes. En este proyecto nos limitamos sólo a lo mostrado por los videos de la evaluación docente, donde cada profesor escogió un contenido particular, que en general es diferente al escogido por otros profesores de la evaluación docente, y en el que la información desplegada no se presta para observar en detalle la bitácora de desarrollo de los intentos de resolución de problemas matemáticos de los diferentes estudiantes.

Este proyecto aprovecha un tipo de información muy diferente a la comentada anteriormente. Son cientos de videos en los que se observa al profesor en el aula en interacción con los estudiantes, pero en los que no se tiene acceso al trabajo de éstos. Este material es único por el tipo y cantidad de información que despliega. Ofrece una perspectiva distinta a los realizados en estudios basados en encuestas y análisis de trabajos de estudiantes. El gran potencial de este tipo de análisis basados en videos para entender los saberes pedagógicos efectivamente en uso en el aula explica el creciente número de estudios internacionales de clases de matemáticas usando videos.

El marco teórico propuesto ha sido escogido teniendo en cuenta dos aspectos cruciales. Por una parte, está la necesidad de adaptarse a la naturaleza de la información disponible. Por otra parte, el marco teórico ha sido seleccionado de manera de poder llegar a comprender posibles causas de los diferentes niveles de logro de desempeño de los estudiantes. Estos dos aspectos definen el norte epistemológico que orienta la selección de fenómenos en el aula. El objetivo es entonces poder describir el desempeño de los estudiantes y buscar factores observables en los videos que puedan explicar los diferentes niveles de logro de los estudiantes.

Los logros de desempeño son normalmente medidos por pruebas nacionales tipo SIMCE. Por lo tanto, estamos de partida seleccionando fenómenos con la ayuda de un lente epistemológico muy particular. Estos tests intentan medir el dominio que poseen los estudiantes de los contenidos y objetivos curriculares, los cuales pueden descomponerse en múltiples objetos básicos de conocimiento. Estos objetos son como átomos de conocimiento, que en cada nivel describen lo que finalmente el currículum sugiere que los estudiantes deben lograr comprender. Por ejemplo, un átomo de conocimiento para el nivel 1 (primero básico) puede ser “sumar mentalmente dos enteros positivos menores a 20”.

Este lente epistemológico orienta naturalmente a seleccionar factores que representen los saberes pedagógicos que potencialmente puedan influir en los logros de los estudiantes. Estos factores pueden ser de naturaleza muy diversa. Entre estos factores están las estrategias comunicacionales del profesor (verbales y no verbales), estrategias motivacionales del profesor, estrategias para lograr la participación de los estudiantes, el grado efectivo de participación de estudiantes logrado, las tecnologías usadas (material concreto, textos, TICs), la forma de distribución de los estudiantes en la sala, etc. También incluye factores como el dominio del contenido matemático por parte del profesor, las estrategias de razonamiento matemático que usa el profesor, etc.

Puesto en términos matemáticos, el marco teórico aquí propuesto pretende ayudar a buscar dentro de un conjunto seleccionado de descriptores de saberes pedagógicos cuáles son los impactos de éstos para lograr un cambio en el desempeño de los estudiantes. Esto significa apuntar los esfuerzos para en algún momento llegar a medir el impacto construyendo estadísticamente un modelo sobre el mejoramiento de desempeño de los estudiantes con una forma como la siguiente:

$$A_{ijst} - A_{ijs(t-1)} = \alpha X_{it} + \beta E_{ijt} + \gamma S_{ist} + v_{ijst}$$

$A_{ijst}$  es el puntaje en algún test normalizado (como el Simce) del estudiante  $i$  del profesor  $j$  en el establecimiento o comuna  $s$  al fin del año  $t$ .

$X_{it}$  es el vector de características individuales del estudiante  $i$  en el año  $t$  (sector socio económico, género, discapacidad de aprendizaje, etc.),

$E_{ijt}$  es un vector que define las estrategias o saberes pedagógicos del profesor  $j$  del estudiante  $i$  que utilizó durante el año  $t$ . Aquí están las estrategias comunicacionales del profesor (verbales y no verbales), las estrategias motivacionales, las estrategias para lograr participación estudiantil, las tecnologías que usa (material concreto, textos, TICs), el dominio del contenido matemático, el uso de demostraciones y metáforas, etc.

$S_{ist}$  es un vector con otras características del profesor  $i$  y el establecimiento o comuna  $s$  ( género y edad del profesor, estudios, número de alumnos por profesor, tamaño del colegio y de la comuna, urbano o rural, salario promedio de profesor del establecimiento, valor promedio casas del sector, etc.).

$v_{ijst}$  es el error que hay que tratar de alguna forma de minimizar

## Revisión de antecedentes

El desafío es entonces precisar qué saberes pedagógicos seleccionar. El estudio de los saberes pedagógicos efectivamente en uso es uno de los aspectos más relevantes para determinar el impacto de diferentes políticas públicas. Es crítico saber qué pasa en el aula y el impacto que en ella tiene las diferentes estrategias de formación y capacitación de profesores, los cambios curriculares, estrategias de diseño, evaluación y distribución de textos, incorporación de tecnologías al aula, e incluso cambios en la estructura de incentivos en el sector educacional.

Pero conocer las prácticas docentes requiere analizar en detalle las estrategias del profesor, su interacción con los estudiantes, y los aprendizajes de éstos. Diferentes concepciones sobre el aprendizaje dan lugar a diferentes estrategias

de enseñanza. Por lo tanto, en principio hay al menos tantas estrategias y saberes pedagógicos como teorías del aprendizaje. Considerando que existen publicadas varias decenas de teorías del aprendizaje (en el anexo 2 se listan 57 teorías del aprendizaje), es posible darse una idea de la magnitud y dificultad de estudiar los saberes pedagógicos.

Ante tal variedad de opciones, una alternativa es estudiar empíricamente lo que pasa en la sala de clases, seleccionando aspectos o distinciones que puedan tener impacto en los logros de los estudiantes pero que a la vez sean simples de observar y registrar. Aspectos en los que sea relativamente fácil codificar y conseguir acuerdo entre diferentes revisores. Si bien aquí también hay una gran variedad de posibles aspectos, existe una larga tradición empírica que ha estudiado variables que pueden tener un poder predictivo de los aprendizajes finales de los estudiantes.

Ya a principios del siglo pasado investigadores educacionales registraban la interacción en la sala de clase midiendo aspectos como el número de preguntas por unidad de tiempo y la proporción de palabras habladas por el profesor versus la de los estudiantes (Stevens, 1912). Para medir el impacto de políticas públicas se medían también aspectos como el uso de diferentes tecnologías, desde textos y pizarrón hasta computadores. Por ejemplo, desde la década de los 40, existen registros en compendios estadísticos con variables como el número de films usados por mes por profesor (National Education Association, 1946) y comparaciones de las diferencias de uso de films por nivel, es decir, entre profesores de enseñanza básica y enseñanza media.

A través de los años estos estudios se han ido facilitando por diversos adelantos tecnológicos. En matemáticas, ya hace más de una década se realizan estudios comparativos internacionales usando registros en video de clases de matemáticas. Existe evidencia internacional (Stiegler et Al, TIMSS, 1999 Video Study) de que el registro en video aporta elementos únicos: un análisis mucho más fino de lo que realmente pasa en clase. La posibilidad de revisar reiteradamente la clase y de hacerlo por diferentes revisores que no tienen necesariamente que estar presente en la clase, la posibilidad de ir paulatinamente agregando más distinciones en la medida que se van detectando regularidades interesantes, y la posibilidad de interrelacionar esta información con encuestas, tests e información demográfica y etnográfica significa una mucho mayor riqueza de información y una posibilidad de análisis mucho más potente y efectivo. Estas nuevas capacidades permiten encontrar patrones imposibles de lograr sólo con encuestas y tests. TIMSS, por ejemplo, ha realizado varios estudios que han revelado prácticas culturales muy diferentes entre países, tales como tiempos dedicados a que el estudiante desarrolle una idea versus el profesor lo enseñe, calidad matemática de la clase, estrategias de motivación, etc.

La codificación de la información en video permitirá tener un mejor conocimiento de las prácticas reales usadas en el sistema educacional. Este conocimiento es clave para proponer cambios en la formación de profesores, determinar la combinación adecuada de horas en práctica, teoría pedagógica, conocimiento disciplinario, integrar los saberes pedagógicos con la disciplina,

etc. Lo mismo es necesario para poder mejorar programas de capacitación a profesores en ejercicio, y para determinar qué debiera hacer un profesor para ser más efectivo y mejorar su valor agregado, y para realizar ajustes al currículo (Araya 2004).

Por otra parte, el análisis no busca evaluar la calidad docente si no que encontrar los patrones típicos de comportamiento. Esta descripción de saberes debe tener dos características: objetividad y repetibilidad.

**Objetividad:** el objetivo de este proyecto no es dar una opinión de la calidad del video, del profesor o de la clase. El objetivo es distinto: es caracterizar cómo son los saberes pedagógicos. Esto se traduce en contar eventos o determinar la duración de éstos. Por ejemplo: número de preguntas matemáticas que hace el profesor, o tiempo en el que el profesor usa el pizarrón. Esto es muy diferente de los puntajes de la evaluación docente o de cualquier mecanismo de evaluación. El proyecto no da juicios o evaluaciones sobre los saberes, no porque eso no sea importante. En realidad es muy importante. Pero nuestro objetivo de medir de la forma más precisa posible lo que pasa en la sala de clase.

El efecto Dr. Fox

Un aspecto muy importante a tener presente en el estudio de los saberes pedagógicos es la influencia de componentes no relacionadas con el aprendizaje de los estudiantes. Existe evidencia que la evaluación docente hecha por estudiantes puede ser influenciada significativamente por componentes no educacionales. En la literatura es conocido el llamado “Efecto Dr. Fox” nombrado así luego del artículo “[The Doctor Fox Lecture: A Paradigm of Educational Seduction](#)” del *Journal of Medical Education*. En 1973 Naftulin, Ware Donnelly. En ese estudio los autores diseñaron a propósito una clase completamente irrelevante aunque muy entretenida. Luego entrenaron a un actor quien la presentó a grupos de psiquiatras y posteriormente también a grupos de educadores. En ambos casos el tema de la clase no era uno de la competencia directa de los asistentes. Sin embargo, la evaluación docente hecha por los participantes fue bastante buena. De esta forma Naftulin y Donnelly demostraron empíricamente la influencia (seducción) que tienen factores mediáticos, como los son las capacidades de showman del instructor.

Dado que en este proyecto no se realizó ninguna evaluación, sino que se restringió a la contabilización de eventos la posibilidad de efectos como el Dr. Fox es muy menor. De todos modos se midió y monitoreó la calidad de las contabilizaciones para asegurar confiabilidad de las codificaciones.

**Repetibilidad:** la cuantificación de los eventos debe ser independiente del revisor. Por esta razón hasta la mitad del proyecto toda variable era cuantificada por dos revisores distintos en forma independiente. Una vez verificada la similaridad de las cuantificaciones, esta restricción se levantó para la segunda mitad de los videos.

La selección final de variables fue hecha considerando la experiencia reportada en la literatura de selección de variables en estudios internacionales, particularmente con videos de clases de matemáticas (ver anexo con resumen de estudios internacionales), la realidad de los videos de la Evaluación Docente 2005 y las condiciones de objetividad y repetibilidad mencionadas.

# Descripción Metodología

Este estudio se basa en la revisión de cerca de 700 videos de la Evaluación del Desempeño Profesional Docente del área de matemáticas correspondiente al año 2005 que resguarda el Área de Acreditación y Evaluación Docente del Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP) del Ministerio de Educación. Todos los gráficos que se muestran con diferencias entre dos segmentos o subpoblaciones tienen significancia estadística con un nivel de 95% de confianza.

La metodología usada se basa en analizar todos los videos de la Evaluación Docente 2005. Es importante destacar que esto significa que no se hizo un muestreo por regiones o niveles de enseñanza, pues fueron analizados todos los videos disponibles. Sin embargo, de cada video se tomó una tajada de 4 o 2 minutos. Se espera así mantener todos los videos sin descartar ninguno, pero registrar patrones característicos que pueden observarse en tajadas cortas muy inferiores a la duración de una clase completa. Este tipo de aproximación metodológica ha sido utilizada en la evaluación docente en otros estudios. Por ejemplo, en la evaluación de docentes por estudiantes (Ambadi & Rosenthal, 1993). El proyecto tuvo varias etapas donde esta aproximación metodológica se fue ajustando y validando.

## **Muestreo por tajadas:**

Se digitalaron y analizaron todos los videos de la Evaluación del Desempeño Profesional Docente 2005 del sector matemáticas. 78,8% son de enseñanza básica (segundo ciclo) y 21,2% son de enseñanza media.

Cada video fue analizado en uno de 5 segmentos diferentes. Se usaron originalmente segmentos de 4 minutos. Luego se usaron también segmentos de 2 minutos

Se definieron los segmentos 1, 2, 3 y 4 como los segmentos medidos a partir del minuto 0, 10, 20 y 30, respectivamente. El segmento 5 toma los últimos minutos de la clase. Este segmento se incluyó siguiendo la recomendación de Eckart Klieme, experto de la OECD, quien evaluó el primer estado de avance.

Cada segmento se revisó 20 veces en promedio. Se registraron 120 variables por video, las cuales estaban agrupadas en dos formularios distintos. Una pareja de revisores codificó un formulario y la otra el otro formulario. Se adjuntan los formularios como hojas de una planilla electrónica. La tercera hoja no se utilizó, pues corresponden a variables de eventos que no se observaron en los videos.

La información se llenó en dos formularios. El primero con información más general y el segundo con información más relacionada con la enseñanza de la matemática.

De las variables del formulario 1, el 79% de los videos fueron revisados por ambos revisores. Es decir fueron revisados duplicadamente. En el formulario 2, el 32% de los videos fueron revisados en forma duplicada.

|              | Revisor 1 | Revisor 2 | Revisor 3 | Revisor 4 |
|--------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Formulario 1 | 601       | 623       |           |           |
| Formulario 2 |           |           | 512       | 437       |

Tabla de resumen con el número de videos revisados por revisor.

### **Fundamentos de análisis de tajadas de videos:**

Existe una amplia literatura sobre el uso muestras temporales (segmentos de un video) para describir patrones presentes en eventos temporales de mucho mayor duración. Por ejemplo Gottman (Gottman, 2000; Coan & Gottman, 2007; Gladwell, 2005) ha desarrollado una metodología (SPAFF) que codifica información a partir de segmentos cortos de videos en los que se observa la interacción de una pareja de novios o recién casados. Sus investigaciones muestran que segmentos de 3 minutos bastan para predecir con gran precisión el comportamiento futuro por varias décadas de interacción de esa pareja, como por ejemplo si seguirán juntos o se divorciarán.

En el dominio de evaluación docente un estudio clásico es el de Ambadi & Rosenthal (1993). Encontraron que la evaluación de un docente que realizaban estudiantes universitarios luego de un semestre de asistir a clases con él era estadísticamente equivalente a la evaluación que realizaban al ver solo 10 segundos de un video de ese docente.

Por otro lado, existe en la literatura estudios que abogan por tiempos mayores para realizar un diagnóstico de la docencia. Shimizu, Yoshinori (2003), por ejemplo, argumentan que la unidad de análisis para describir los patrones de prácticas pedagógicas debería ser una secuencia de varias clases (10 clases). Analizan, por ejemplo, el rol de las tareas que da el profesor. Según los autores las tareas hacen el importante papel de pegamento entre clases, lo cual tendría un rol educacional significativo. En este proyecto nos restringimos a no buscar factores que requieran observación por tiempo prolongado, pues sólo tenemos información de una clase.

### **Técnicas de análisis de la información**

La información correspondientes a las variables utilizadas fue analizada calculando medidas de tendencia central y de dispersión para diferentes segmentos considerados relevantes, tales como variables demográficas como región, ruts (que refleja edad del profesor), enseñanza básica versus media y ejes. Además se agruparon segmentos como los que están por arriba versus abajo de una variable y se estudiaron las diferencias de las diferentes variables para ese par de segmentos. Todos los resultados mostrados satisfacen el criterio de 95% de significación estadística.



La distribución de ejes, ruts (edades del profesor), regiones y otra información de todos los videos de la Evaluación Docente 2005 están presentadas en la sección de Resultados de la Investigación y Conclusiones.

### **Etapas del proyecto**

El proyecto se desarrolló en 24 etapas. Sólo una de las 24 etapas no pudo completarse por la imposibilidad de conseguir información que si bien está disponible es de naturaleza confidencial. En el anexo 3 se describe cada etapa como estaba originalmente presupuestada y la ejecución posterior correspondiente.

# Presentación Resultados Investigación

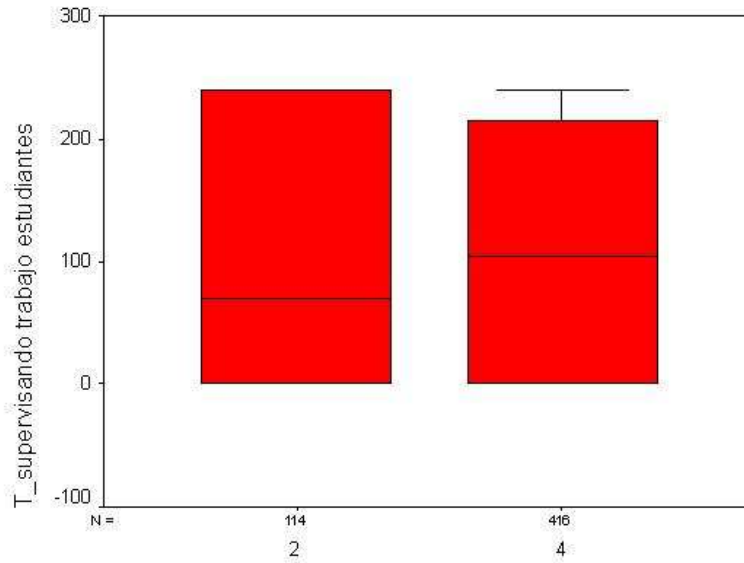
**Resultado: Codificación propuesta es estable y confiable.** Codificadores distintos lograron patrones estadísticamente similares al registrar las variables propuestas en este estudio. Por lo tanto las variables seleccionadas son estables y miden características de los saberes pedagógicos en forma independiente de quién las mida.

**Resultado: Segmentos de tajadas cortas de video entrega información relevante.** No hay diferencias estadísticamente significativas en las variables que estiman el *tiempo total de duración* de eventos al registrarlas en tajadas de videos de 2 minutos de duración versus 4 minutos de duración. Sin embargo, las variables que *contabilizan el número de veces* que un evento ocurrió deben distinguirse en dos categorías. Aquellas que contabilizan eventos de corta duración versus aquellas para eventos de larga duración. Cuando estos eventos son de larga duración se producen distorsiones en tajadas cortas.

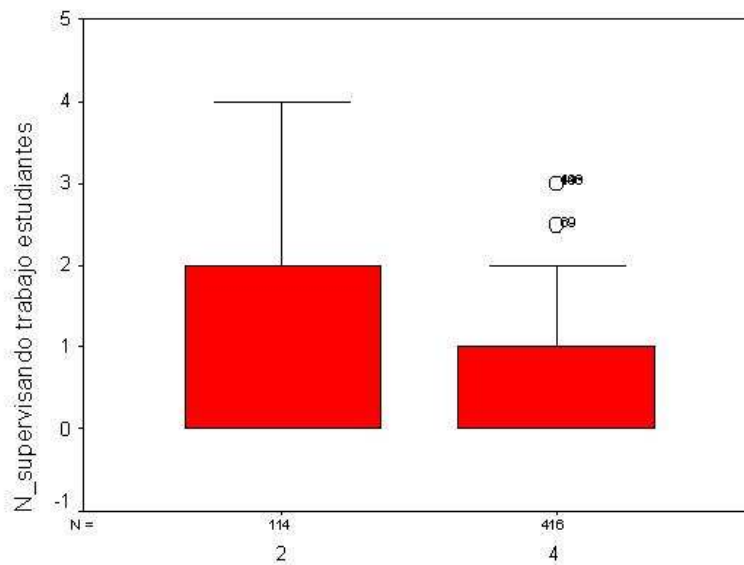
Esto significa que es preferible usar variables que midan la duración de eventos. Las variables que midan contabilizaciones de eventos también pueden usarse, pero hay que verificar que sean eventos de corta duración respecto al largo del segmento a codificar.

Para comparar las mediciones de 2 con 4 minutos, las variables temporales correspondientes a 2 minutos deben ser duplicadas. Muchas de las variables de contabilización también.

En las variables de duración temporal no se encontraron diferencias estadísticamente significativas entre las medias en 2 minutos (debidamente duplicadas) versus 4 minutos. Por ejemplo, el gráfico caja para la variable *tiempo supervisando trabajo del estudiante* para 2 minutos (duplicada) versus 4 minutos es:



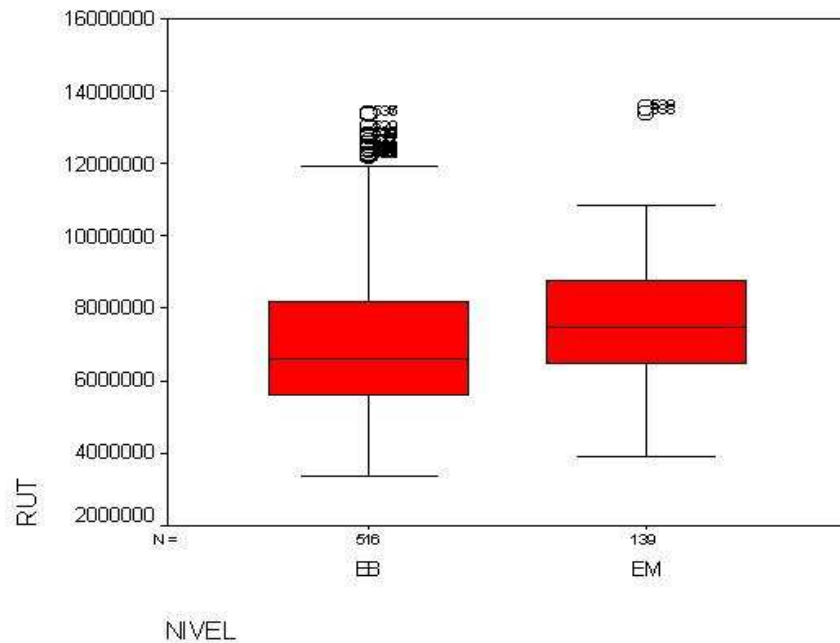
La variable de contabilización correspondiente cuenta el número de intervalos en los que el profesor se observó *supervisando trabajo de estudiantes*. En este caso pueden existir diferencias significativas como lo muestra el gráfico siguiente:



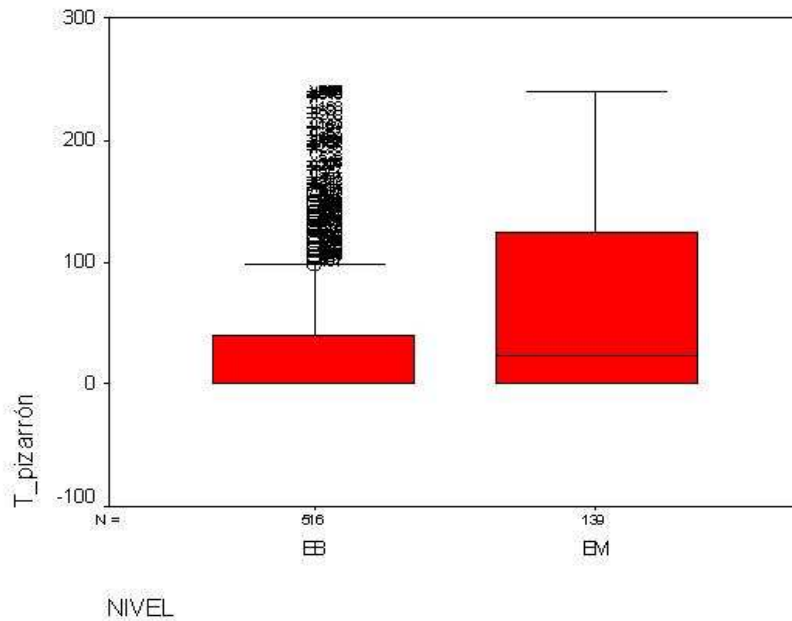
Esta diferencia se debe a que el evento *supervisando trabajo de estudiantes* es de larga duración. En este tipo de variables de contabilización de intervalos no pueden simplemente doblarse para pasar de la contabilización de 2 a 4 minutos. En eventos de gran duración, es muy posible que al alargar el intervalo de codificación al doble, el mismo evento siga ocurriendo y entonces la contabilización debería seguir siendo uno y no dos.

**Resultado: Hay diferencias didácticas entre enseñanza básica y media:** Se constataron diferencias típicas entre la clase de enseñanza básica (segundo ciclo) y la de enseñanza media. En enseñanza media el profesor está un poco más de tiempo usando el pizarrón, más tiempo escribiendo matemáticas, menos tiempo de la clase hace uso de papeles, cartones, palos y/o tijeras y existe menos tiempo de uso de

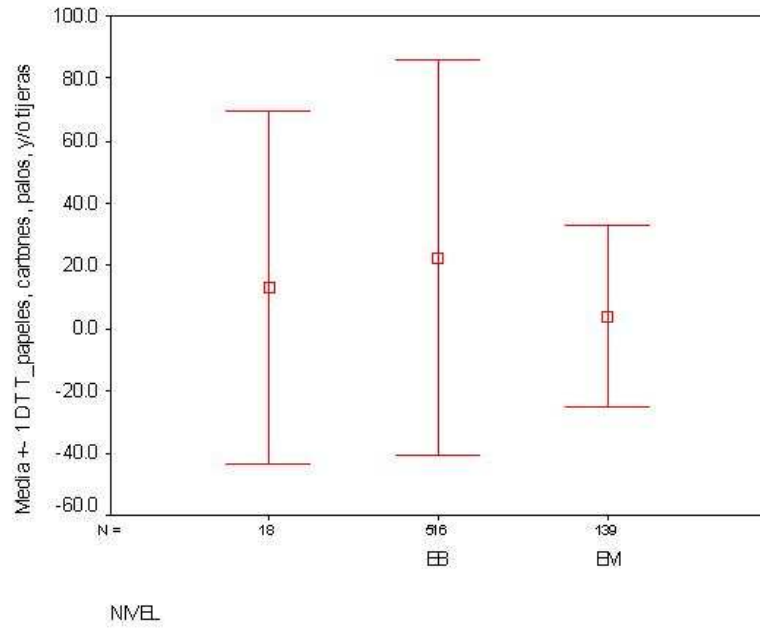
papelógrafo y establece menos contacto ocular con los estudiantes. Los estudiantes pasan más tiempo resolviendo problemas puramente matemáticos. En enseñanza media se enseña más álgebra y en básica más geometría y números. Además, en esta muestra de videos de la Evaluación Docente los ruts de los profesores de enseñanza media son mayores, por lo que se estima que estos profesores son más jóvenes que los de enseñanza básica.



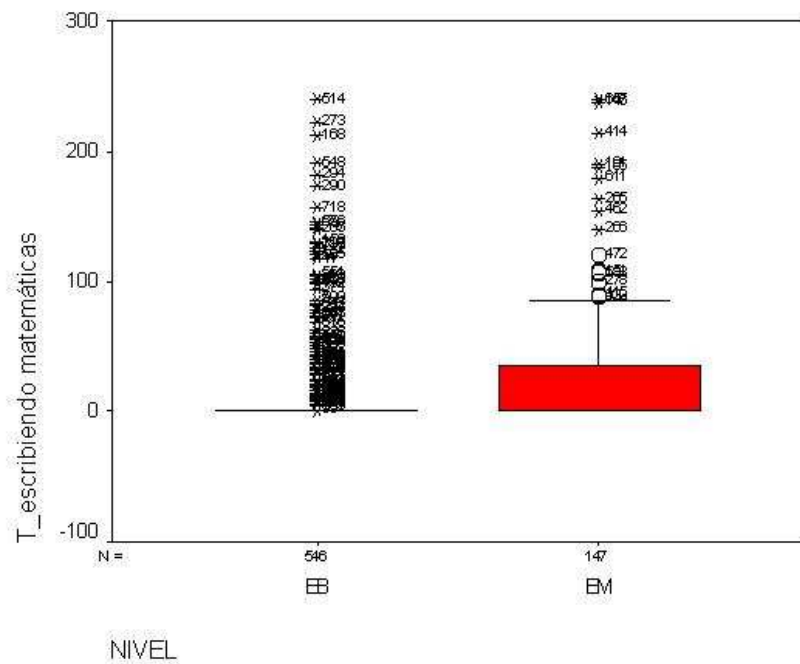
Distribución de ruts de profesores según nivel.



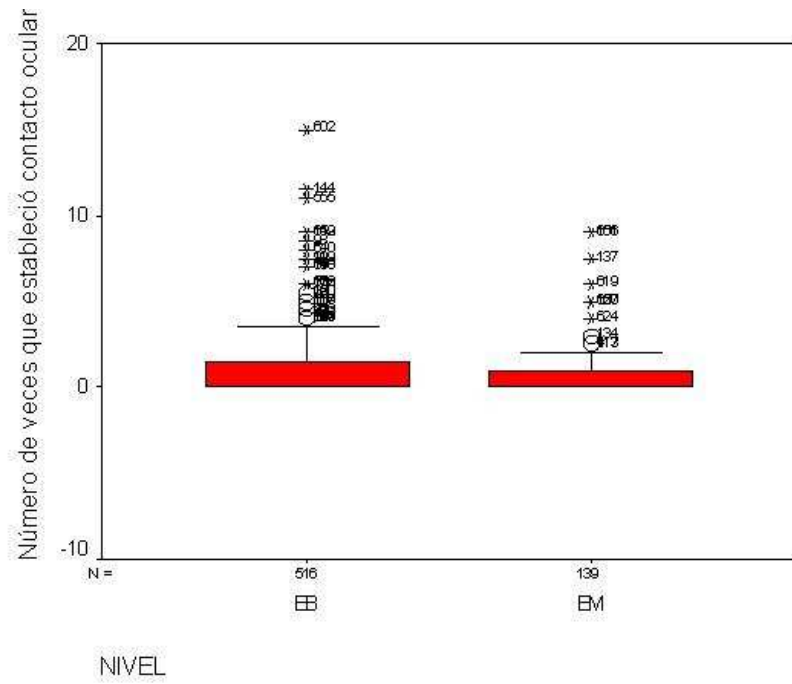
Distribución del tiempo del profesor (en segundos) usando el pizarrón dentro de la tajada de 4 minutos según nivel



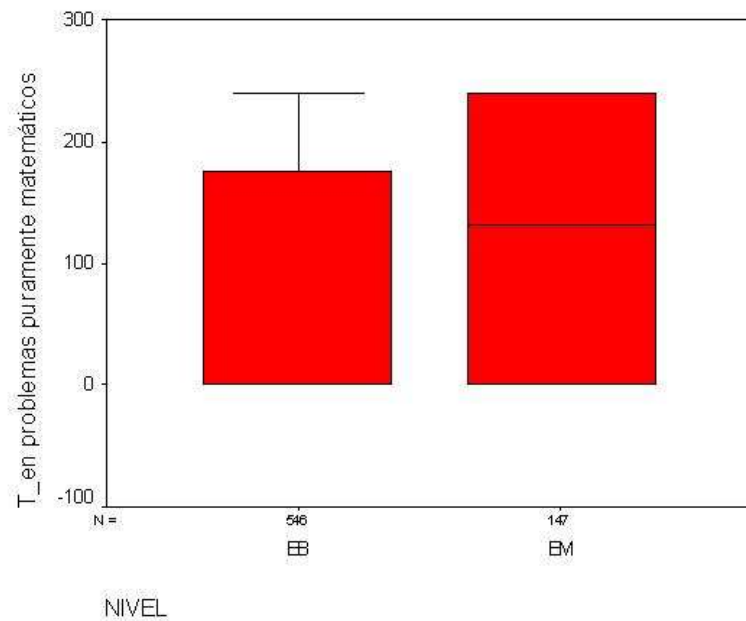
Distribución del tiempo dedicado por el profesor y los estudiantes a usar papeles, cartones, palos y tijeras (en segundos) dentro de la tajada de 4 minutos según nivel



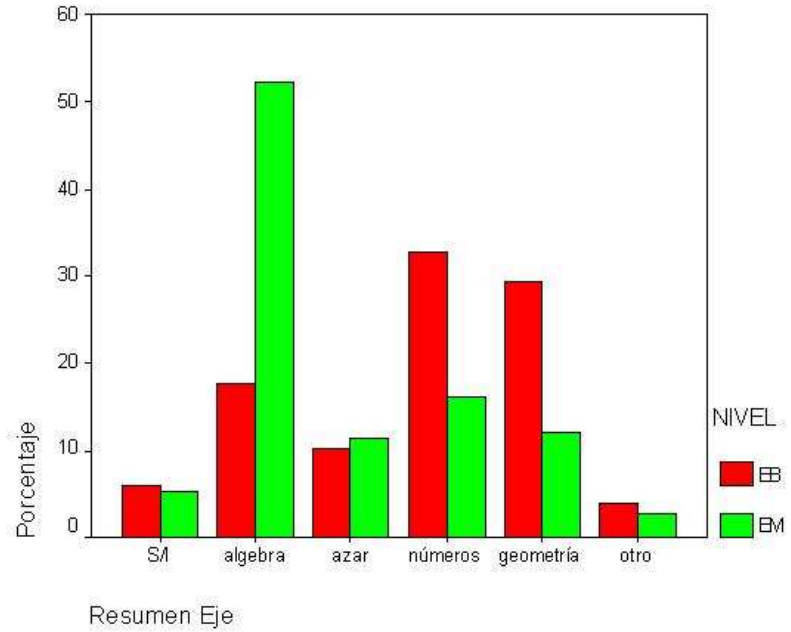
Distribución del tiempo del profesor (en segundos) escribiendo expresiones y contenidos matemáticos dentro de la tajada de 4 minutos según nivel



Distribución del número de veces que el profesor establece contacto ocular con estudiantes dentro de la tajada de 4 minutos según nivel

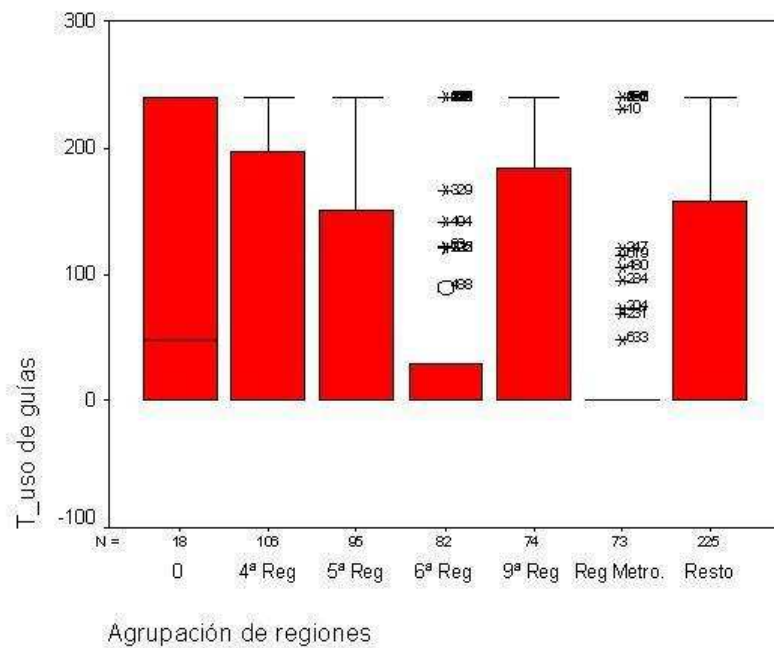


Distribución del tiempo (en segundos) que los estudiantes están resolviendo problemas puramente matemáticos en la tajada de 4 minutos según nivel

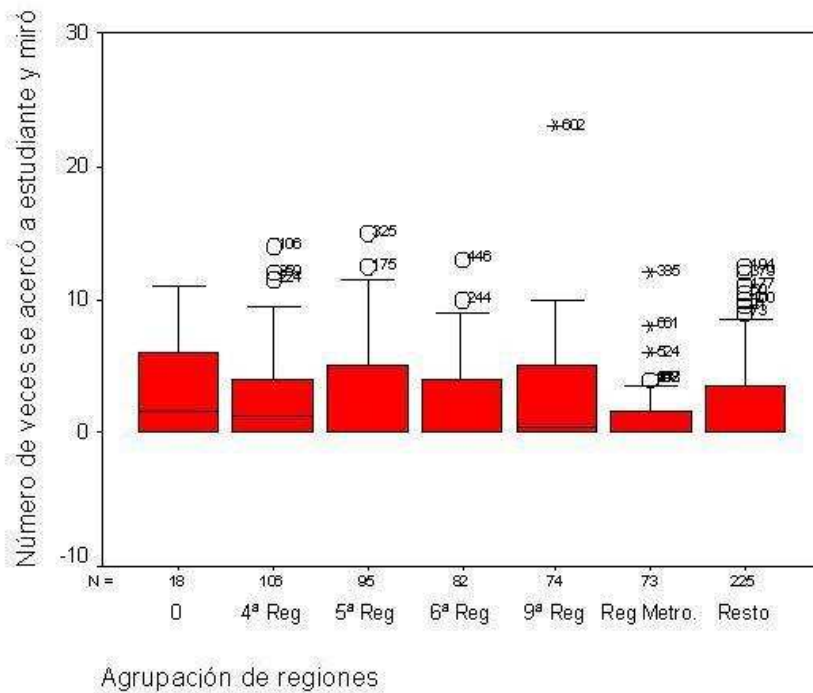


Distribución ejes según nivel

**Resultado: Existen diferencias didácticas entre las regiones del país:** A diferencia del resto de las regiones, en la Región Metropolitana prácticamente los profesores no usan guías y se acercan mucho menos a los estudiantes a mirar sus trabajos y a supervisar el trabajo de ellos, pero hacen más preguntas matemáticas distintas a los alumnos y por lo tanto el número de respuestas de los estudiantes es mayor. En la quinta y octava región los profesores de esta muestra de la Evaluación Docente 2005, tienen ruts significativamente más bajos, y por lo tanto son de mayor edad.

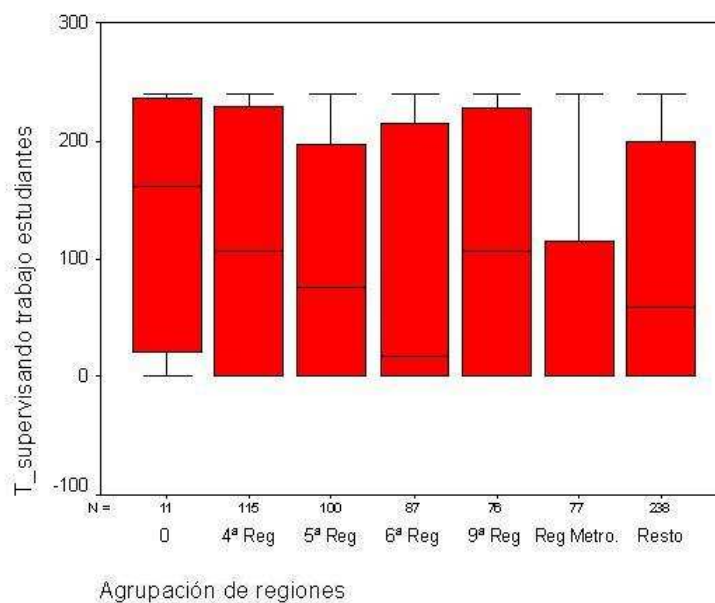


Distribución del tiempo de uso de guías en la clase (en segundos) dentro de la tajada de la tajada de 4 minutos según la región del país.



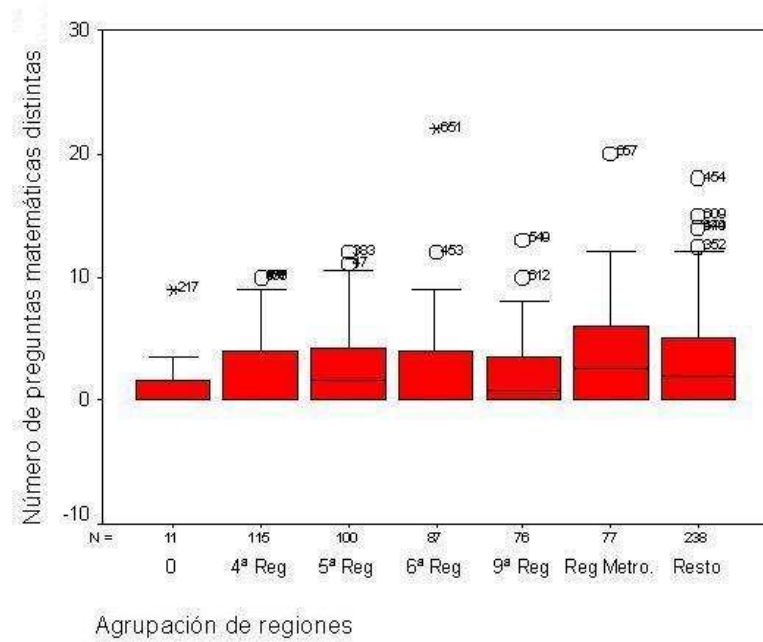
Distribución del número de veces en el que el profesor se acercó a un(os) estudiante(s) y miró su(s) trabajo(s) dentro de la tajada de 4 minutos según la región del país.

El gráfico siguiente fue codificado por una pareja de revisoras diferente del anterior. Muestra el tiempo dedicado por el profesor a supervisar el trabajo de estudiantes. También es estadísticamente significativamente menos en la Región Metropolitana.

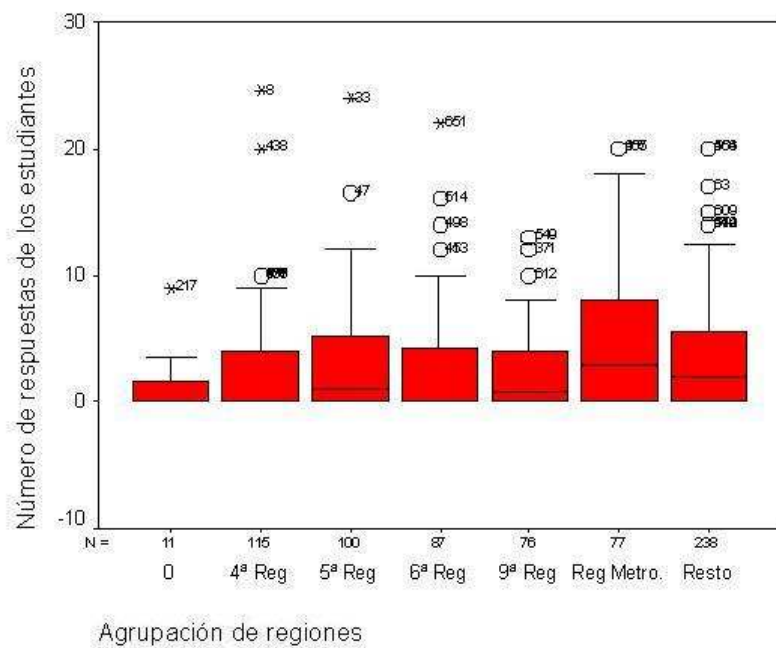


Distribución del tiempo del profesor supervisando trabajo de estudiantes (en segundos) dentro de la tajada de 4 minutos según la región del país.

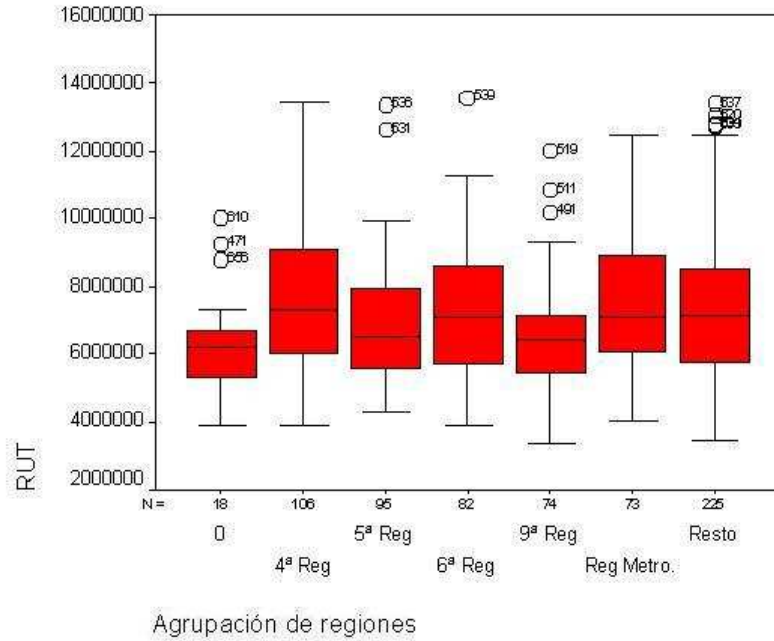




Distribución del número de preguntas matemáticas distintas que hace el profesor dentro de la tajada de 4 minutos según la región del país.

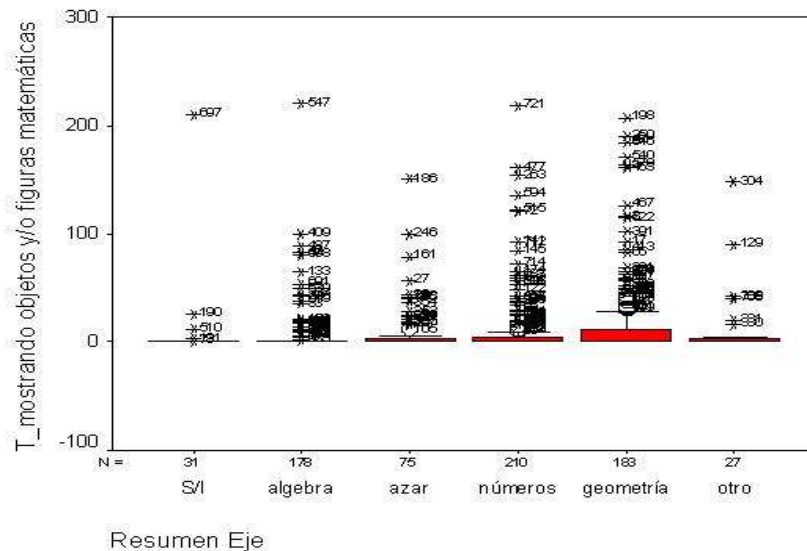


Distribución del número de respuestas de los estudiantes dentro de la tajada de 4 minutos según la región del país.

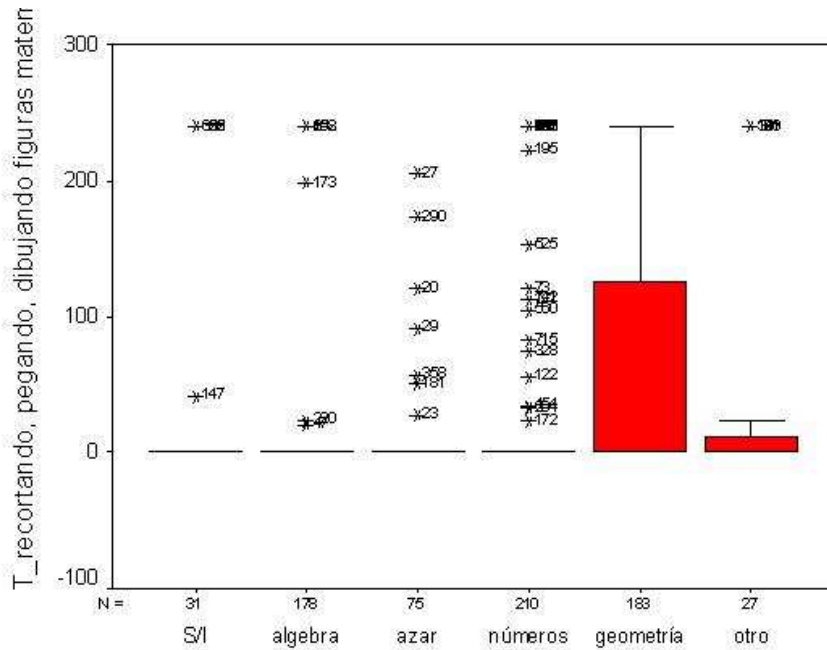


Distribución ruts de profesores según la región del país.

**Resultado: Existe un patrón distinto en geometría al de los demás ejes.** El tiempo que el profesor se dedica a mostrar objetos y/o figuras matemáticas, a dibujar figuras matemáticas y a recortar y pegar figuras es mayor en el eje de geometría, mientras que el tiempo dedicado a resolver problemas puramente matemáticos es menor al tiempo dedicado a ello en el resto de los ejes (números, álgebra y azar). Es natural prever el uso de prácticas pedagógicas diferentes en geometría, pero también se habrían esperado en azar. Por otro lado en aritmética se habría también podido esperar uso de materiales concretos.

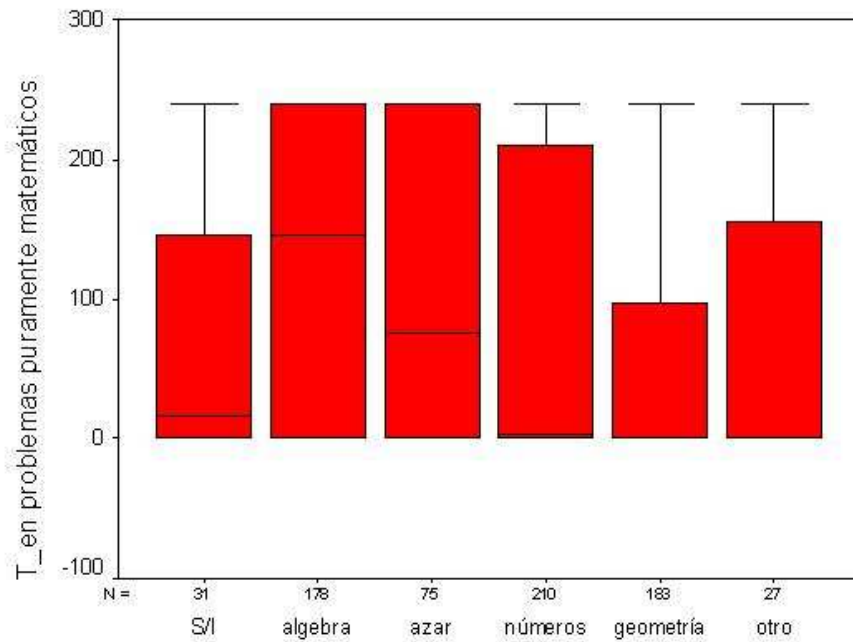


Distribución del tiempo del profesor (en segundos) mostrando objetos y figuras matemáticos según nivel el eje (álgebra, azar, números y geometría)



Resumen Eje

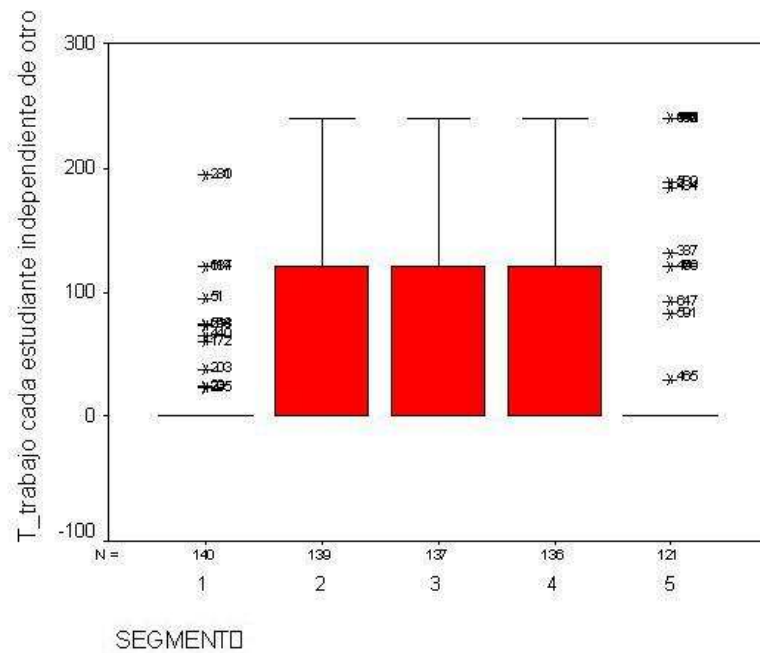
Distribución del tiempo del profesor y estudiantes (en segundos) recortando, pegando y dibujando figuras matemáticas según nivel el eje (álgebra, azar, números y geometría).



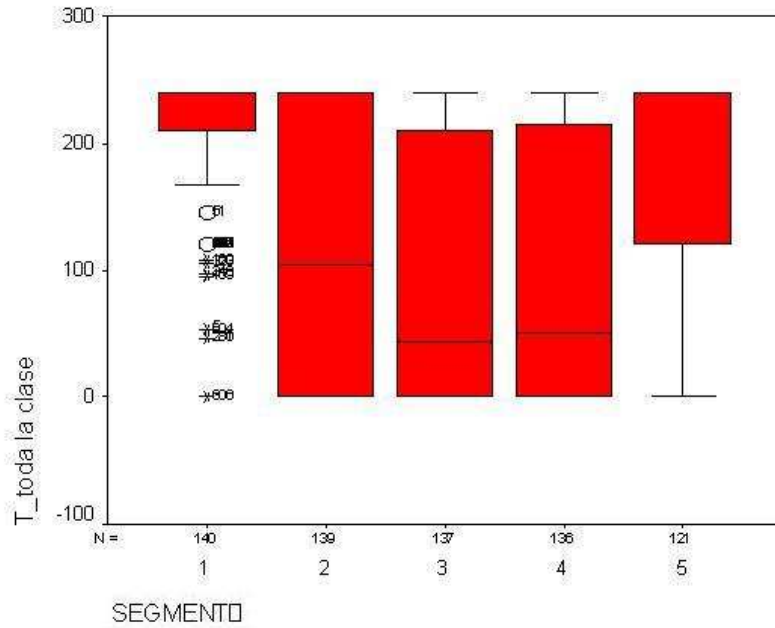
Resumen Eje

Distribución del tiempo de los estudiantes (en segundos) resolviendo problemas puramente matemáticos (no aplicados a ningún contexto de vida cotidiana ni ciencias) según nivel el eje (álgebra, azar, números y geometría).

**Resultado: Hay diferencias de patrones entre el inicio, medio y fin de la clase.** El tipo de actividades que el profesor y los alumnos realizan va cambiando a medida que transcurre la clase. Esta dinámica tiene un patrón en el que se distinguen claramente los segmentos extremos (inicio y fin) de los intermedios (2, 3 y 4). En el segmento 1 (el inicial) y en el segmento 5 (el final), los estudiantes no trabajan en forma independiente si no que gran parte del tiempo el modo de trabajo es que toda la clase atiende al profesor. Este patrón es totalmente previsible, sin embargo el interés reside en cuantificarlo. Esto permite comparar con otras realidades, sectores, y apoyar la cuantificación del impacto de estrategias de formación y capacitación.

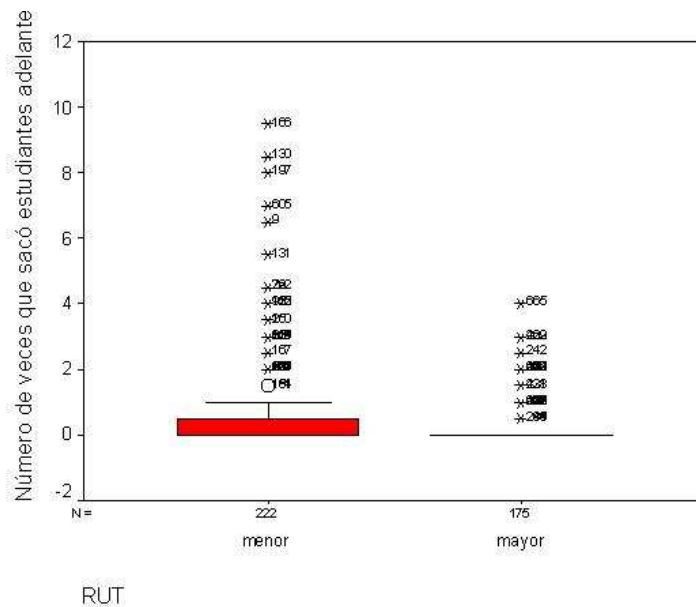


Distribución del tiempo (en segundos) en que los estudiantes trabajan independientemente dentro de la tajada de 4 minutos según transcurren los diferentes segmentos de la clase.

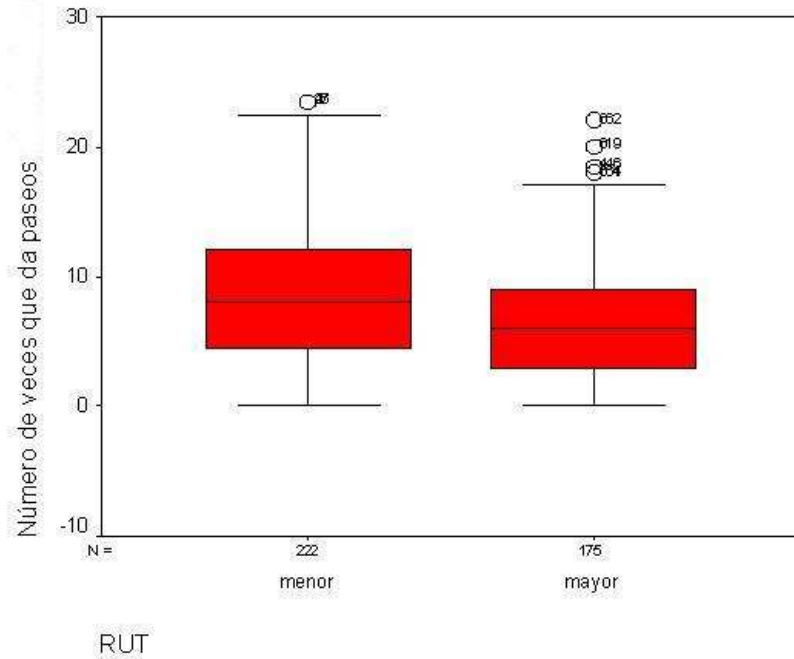


Distribución del tiempo en que los estudiantes trabajan en modo toda la clase dentro de la tajada de 4 minutos según transcurren los diferentes segmentos de la clase.

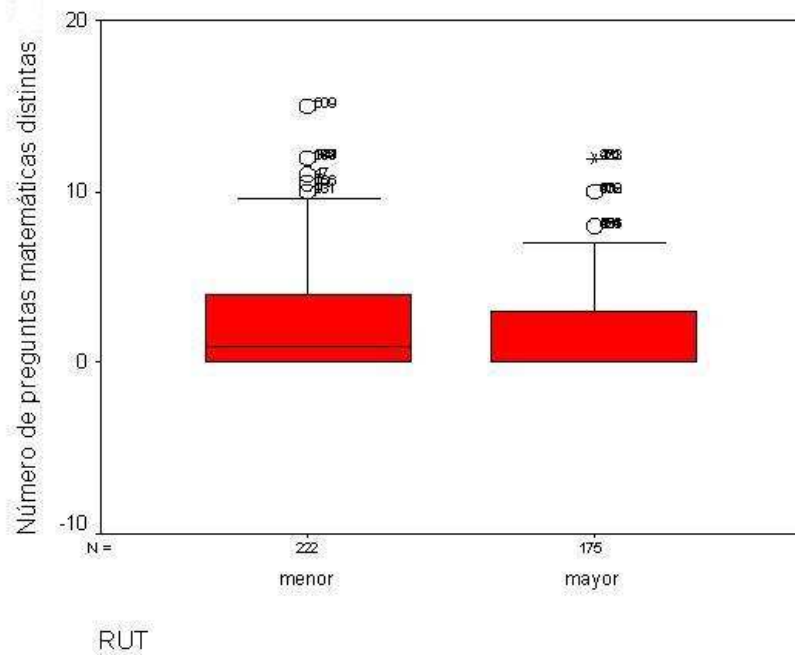
**Resultado: Profesores más jóvenes tienen algunas estrategias diferentes:** El comportamiento del profesor con ruts mayores a la media (6.915.638) es diferente al de ruts menores. Analizando los segmentos intermedios (2, 3 y 4) se tiene que los profesores con ruts menores (de más edad) sacan más a los estudiantes adelante, se pasean más y les hacen más preguntas matemáticas.



Distribución del número de veces que el profesor sacó adelante estudiantes dentro de la tajada de 4 minutos según los ruts sean menores o mayores que la media.



Distribución del tiempo en que el profesor da paseos de más de dos pasos (en segundos) dentro de la tajada de 4 minutos según minutos según los ruts sean menores o mayores que la media.

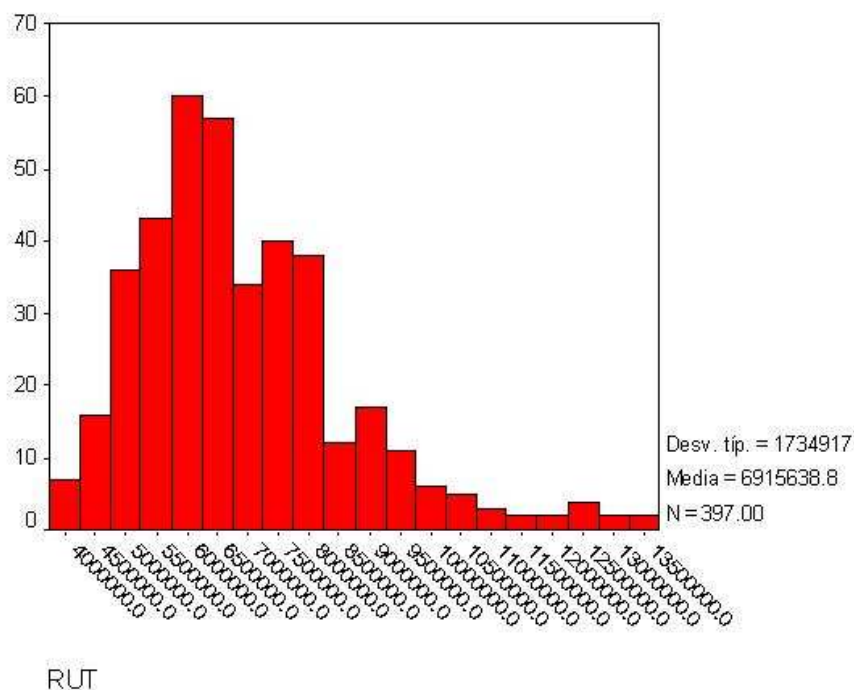


Distribución del número de preguntas matemáticas distintas que el profesor hace (en segundos) dentro de la tajada de 4 minutos según minutos según los ruts sean menores o mayores que la media.

Estos efectos pueden sin embargo deberse a que hay mayor proporción de profesores de menor rut (de más edad) en enseñanza básica en comparación a los

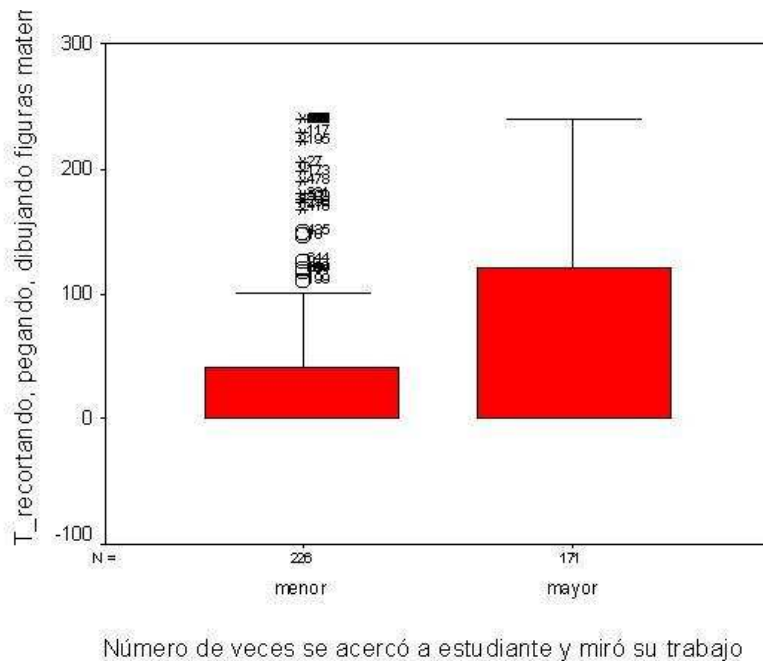
profesores de mayor rut. El 82% de los profesores con rut menor a 6.9 millones enseña en Enseñanza Básica, mientras que el 68% de los profesores con rut mayor a 6.9 millones enseña en Enseñanza Básica,

Los ruts de los profesores cuyos videos fueron analizados en los segmentos intermedios 2, 3 y 4 tienen la siguiente distribución



Distribución de ruts. La media es cercana a 6,9 millones.

**Resultado: Profesores que se acercan más a mirar es por trabajos manuales.** En los segmentos intermedios (2, 3 y 4) en los que el profesor se acerca más que la media a mirar el trabajo del estudiante, el tiempo recortando, pegando y dibujando figuras de éstos es mayor. Estos datos sugieren la hipótesis que este acercamiento y supervisión del profesor se debe a la naturaleza concreta de la actividad que realizan los alumnos.

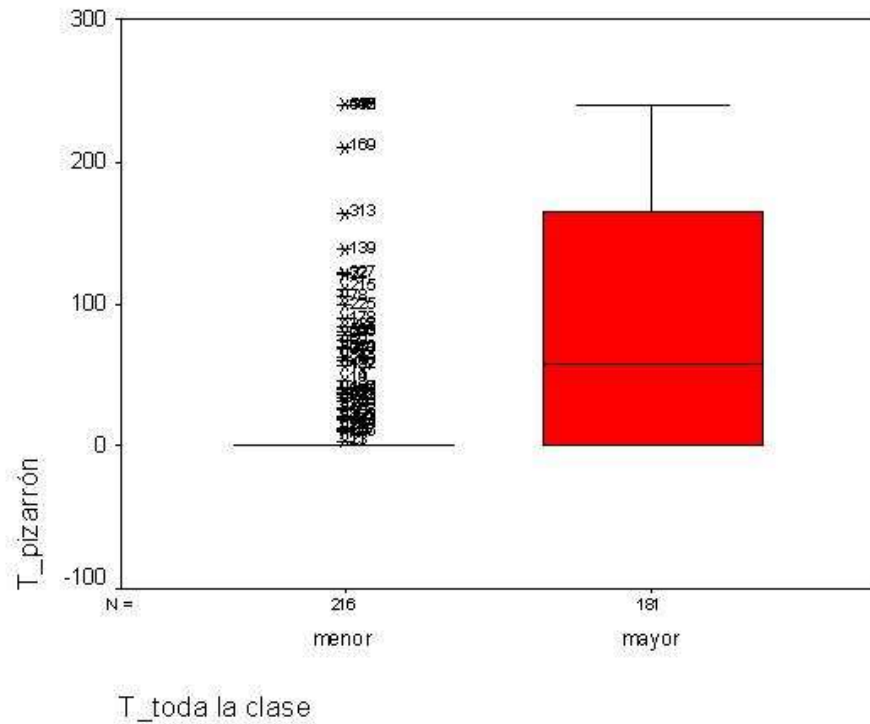


Distribución del tiempo (en segundos) en que los estudiantes están recortando, pegando o dibujando figuras en las tajadas de 4 minutos según el número de veces que se acercó al estudiante sea menos o mayor que la media.

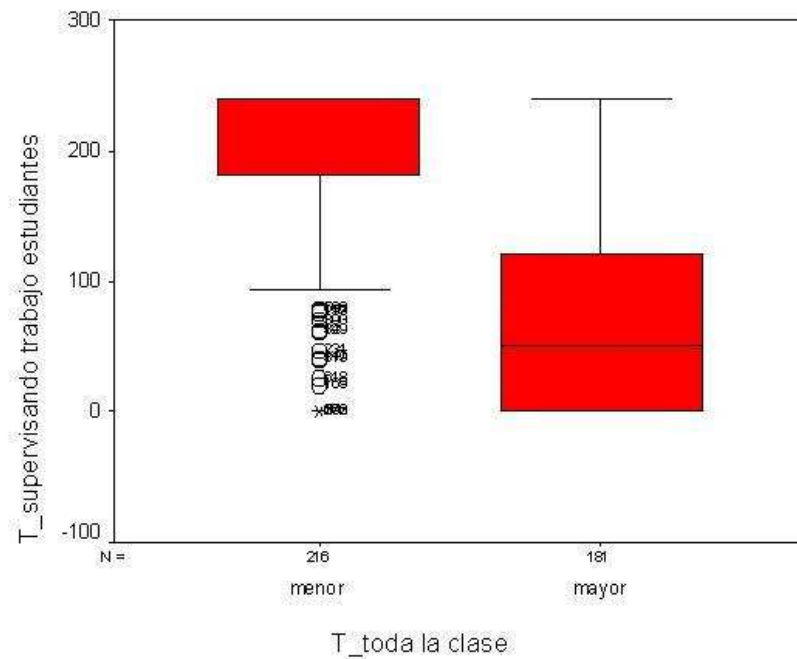
**Resultado:** Más paseos de supervisión de trabajo de estudiante cuando profesor no está exponiendo a toda la clase.

En los segmentos intermedios (2, 3 y 4) de la clase en que el modo de trabajo “toda la clase” es mayor a la media, el profesor está más tiempo en el pizarrón, los estudiantes están más tiempo sólo escuchando, el profesor hace más preguntas matemáticas a la clase y supervisa menos el trabajo de los estudiantes. En cambio, en los segmentos intermedios cuando hay más trabajo individual o en grupo que la media, el profesor supervisa más, da más paseos acercándose a los estudiantes y mira sus trabajos, los estudiantes hacen más actividades del tipo de recortar, pegar y dibujar figuras. Esta conclusión no sólo confirma apreciaciones razonables que se dan en clases de matemáticas, y las cuantifica, si no también destaca el hecho que cuando el profesor expone a toda la clase no se pasea supervisando. Esto no tendría porqué ser así. Una ayuda tecnológica podría ofrecer la posibilidad de hacer las dos cosas a la vez, un software on line podría ayudarle a monitorear en línea mientras trabaja simultáneamente con toda la clase. Hay juegos en equipo que también pueden ayudar a hacer ambas actividades simultáneamente.

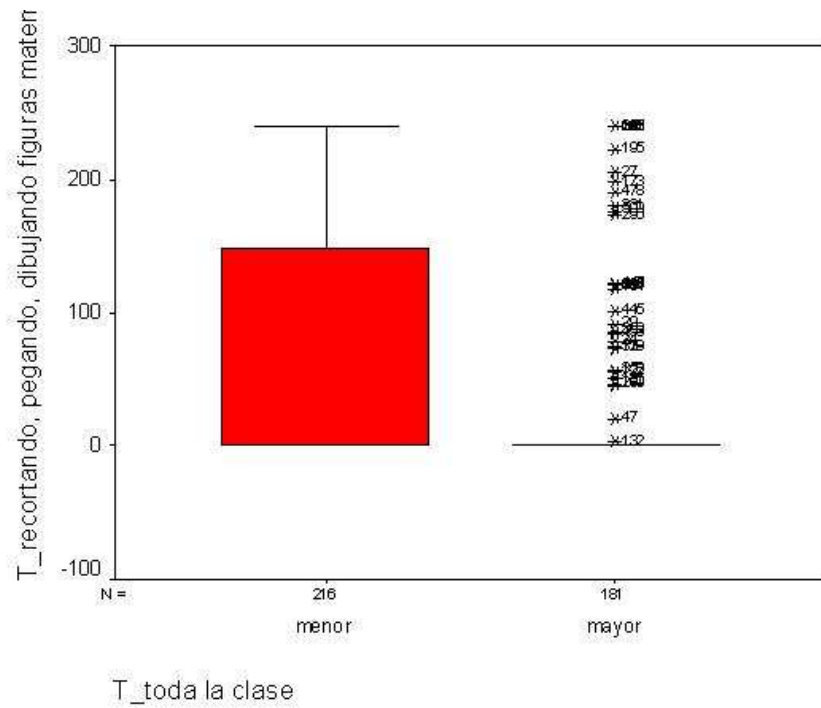




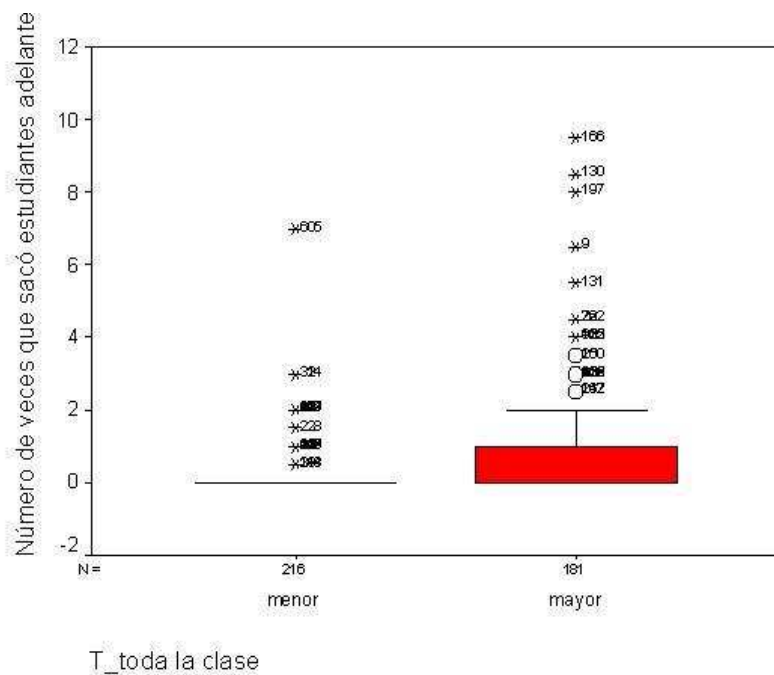
Distribución del tiempo (en segundos) de uso del pizarrón por parte del profesor en las tajadas de 4 minutos según si el modo de trabajo toda la clase es menor o mayor a la media.



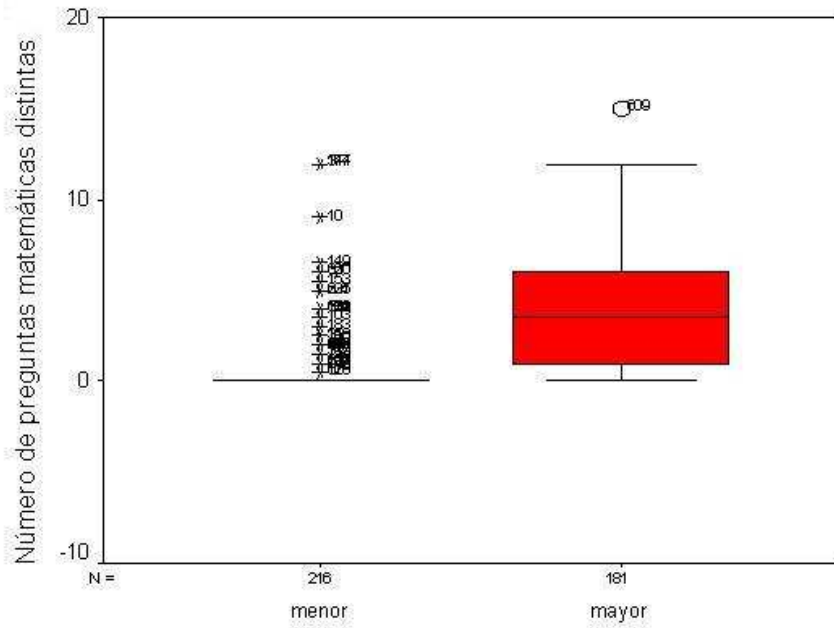
Distribución del tiempo (en segundos) de supervisión por parte del profesor del trabajo de estudiantes en las tajadas de 4 minutos según si el modo de trabajo toda la clase es menor o mayor a la media.



Distribución del tiempo (en segundos) de los estudiantes recortando, pegando o dibujando figuras matemáticas en tajadas de 4 minutos según si el modo de trabajo toda la clase es menor o mayor a la media.

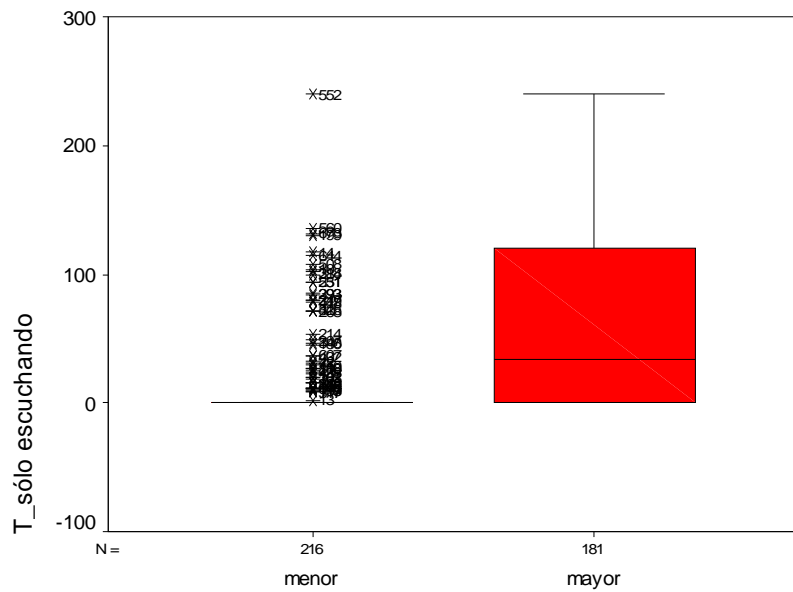


Distribución número de veces que el profesor sacó un estudiante adelante en las tajadas de 4 minutos según si el modo de trabajo toda la clase es menor o mayor a la media.



T\_toda la clase

Distribución número de preguntas matemáticas distintas que hace el profesor en las tajadas de 4 minutos según si el modo de trabajo toda la clase es menor o mayor a la media.

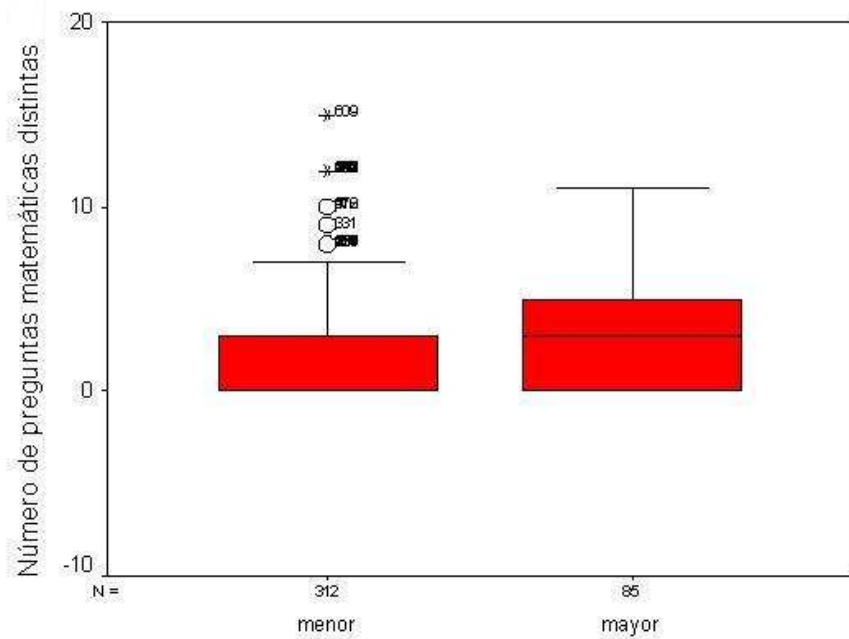


T\_toda la clase

Distribución del tiempo (en segundos) que los estudiantes están sólo escuchando en las tajadas de 4 minutos según si el modo de trabajo toda la clase es menor o mayor a la media.

**Resultado:** Los estudiantes hacen muy pocas preguntas matemáticas. Entre todos los estudiantes hacen sólo cerca de una pregunta por hora de clase.

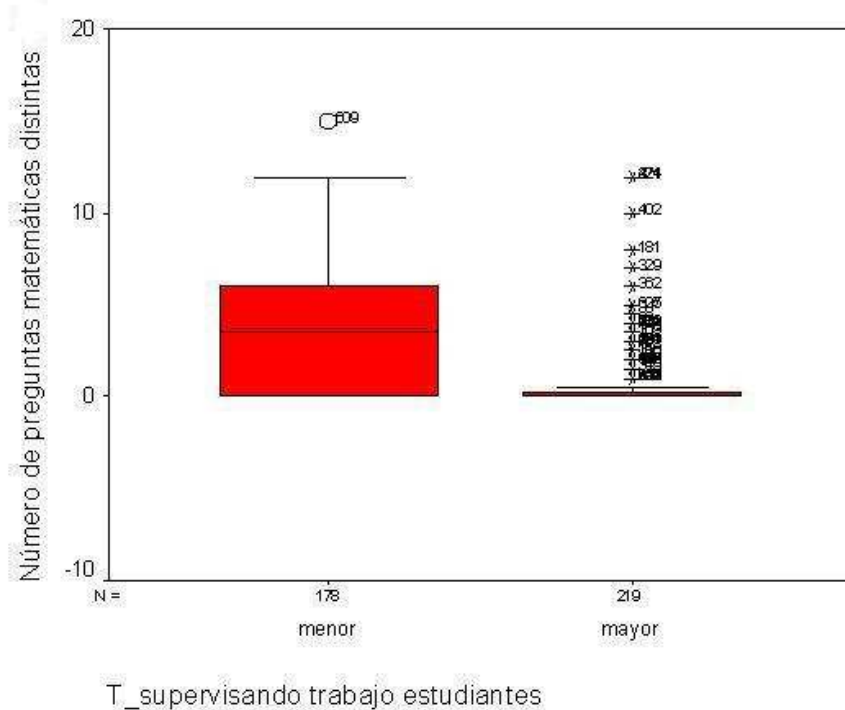
**Resultado:** En los segmentos intermedios ( 2, 3 y 4) donde el número de veces que el profesor sacó a estudiantes adelante es mayor a la media, el número de preguntas que hace el profesor también es mayor.



Número de veces que sacó estudiantes adelante a hacer algo m

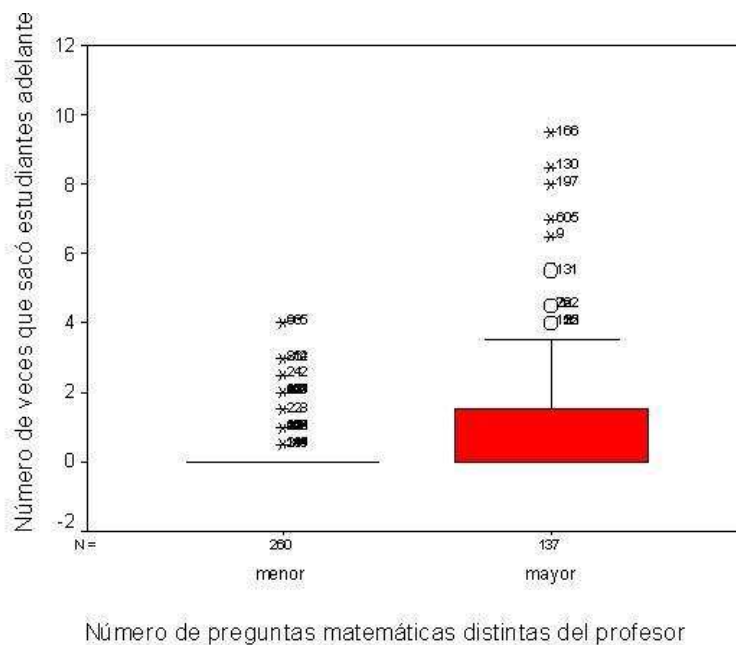
Distribución del número de preguntas matemáticas distintas que hace el profesor según si el número de veces que sacó estudiantes a hacer algo matemático es menor o mayor a la media.

**Resultado:** En los segmentos intermedios (2, 3 y 4) con menor supervisión del profesor que la media, el profesor hace más preguntas matemáticas.



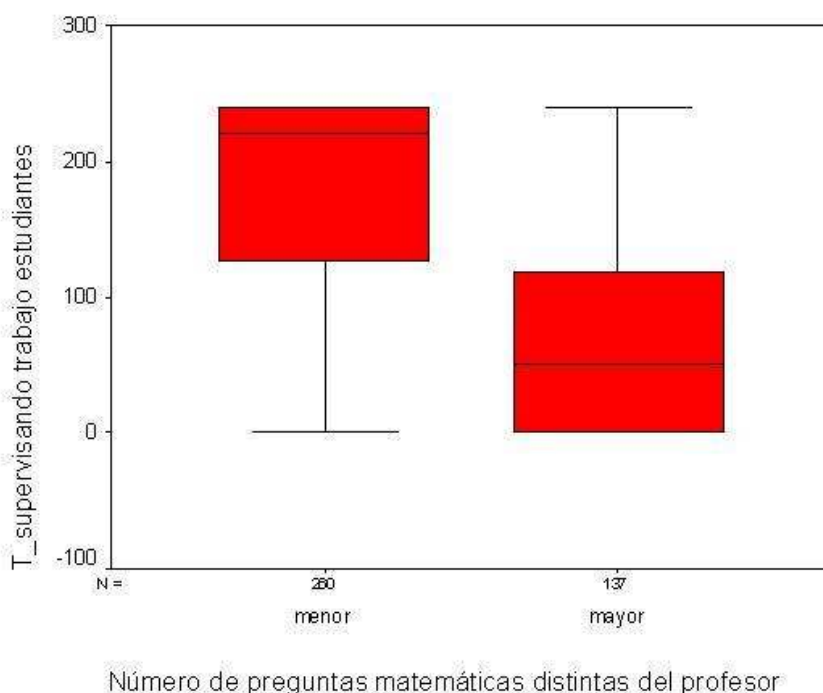
Distribución número de preguntas matemáticas distintas que hace el profesor según si el tiempo que el profesor supervisa el trabajo de los estudiantes es menor o mayor a la media.

En los segmentos intermedios 2, 3 y 4 en que el profesor hizo más preguntas que la media el número de veces que sacó adelante a estudiantes fue mayor.



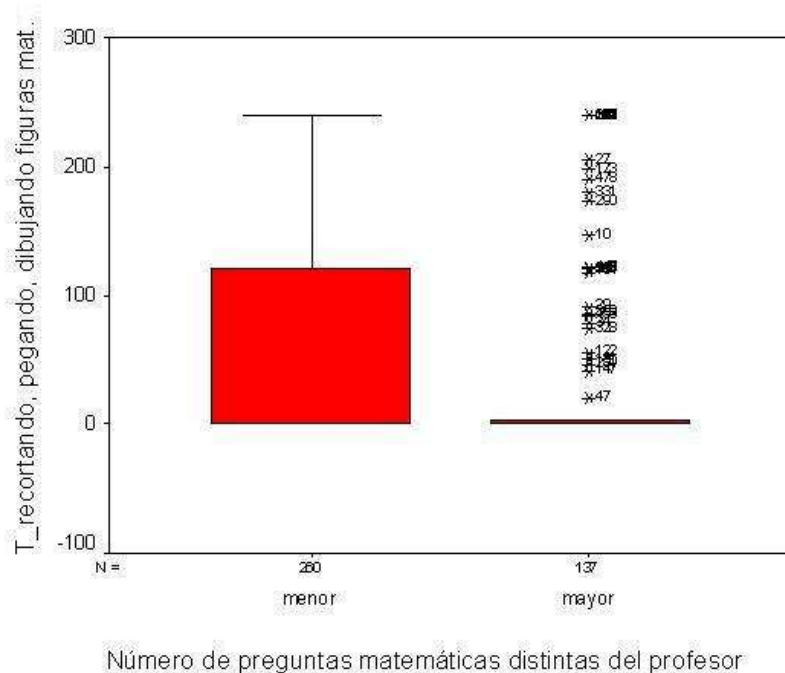
Distribución del número de veces que el profesor sacó estudiantes adelante a hacer algo matemático en las tajadas de 4 minutos según si el número de preguntas matemáticas distintas que hace es menor o mayor a la media.

**Resultado: Hay dos patrones didácticos.** Claramente hay dos patrones de comportamiento pedagógico de los profesores para los segmentos intermedios de la clase: uno corresponde a preguntar a estudiantes, el otro es supervisar trabajo acercándose a los estudiantes. En aquellos segmentos que los profesores están en uno de ellos no están en el otro. Nuevamente este resultado cuantifica un hecho razonable: es más fácil para el profesor hacer preguntas a todos adelante. Esto no tendría porqué ser necesariamente así con apoyo tecnológico que ayude a monitorear lo que cada estudiante está haciendo. Sería interesante estudiar si los software ayudan efectivamente ayudan al profesor a realizar ambas actividades simultáneamente.



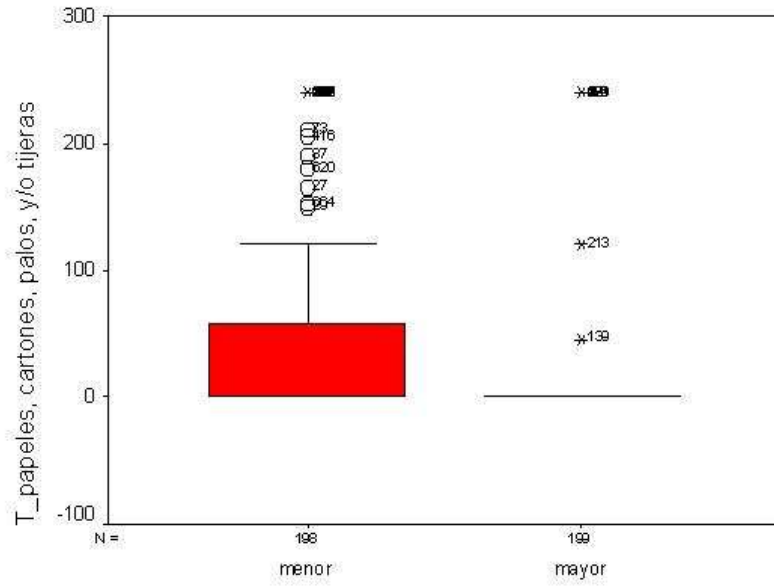
Distribución del tiempo (en segundos) que el profesor supervisa el trabajo de los estudiantes en las tajadas de 4 minutos según si el número de preguntas matemáticas distintas que hace es menor o mayor a la media.

Y en esos segmentos intermedios en los que el profesor hace más preguntas que la media, los estudiantes no están recortando, pegando ni dibujando figuras matemáticas o midiendo.



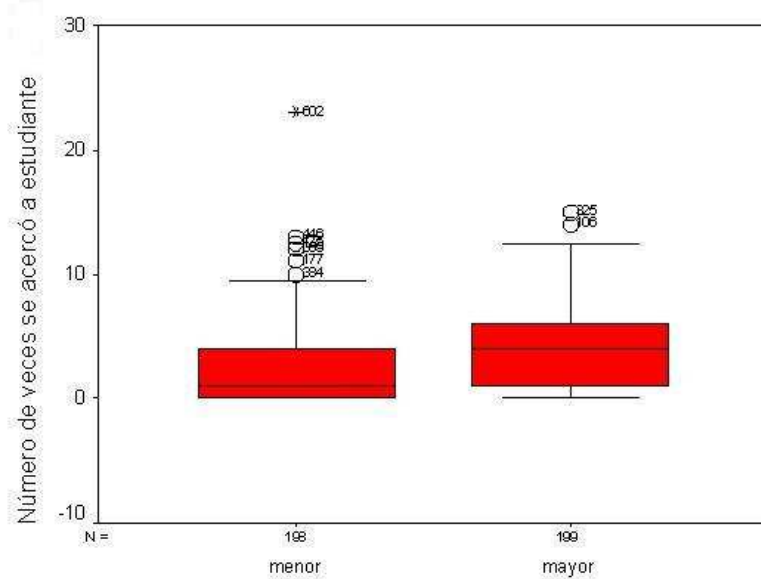
Distribución del tiempo (en segundos) que los estudiantes están recortando, pegando o dibujando figuras matemáticas en las tajadas de 4 minutos según si el número de preguntas matemáticas distintas que hace es menor o mayor a la media.

**Resultado: Hay diferencias de comportamiento en problemas puramente matemáticos respecto a otros problemas.** En los segmentos intermedios en los que los estudiantes están resolviendo problemas puramente matemáticos más que el promedio, están mucho menos tiempo usando papeles, cartones y tijeras, el profesor se les acerca mucho más a su escritorio y supervisa mucho más sus trabajos, pero en esos segmentos hay menos tiempo en los que el profesor hace preguntas matemáticas. Es interesante que en problemas menos aplicados haya más acercamiento y supervisión, y como se está acercando a los puestos, no hace preguntas matemáticas en voz alta a todos.



T\_en problemas puramente matemáticos

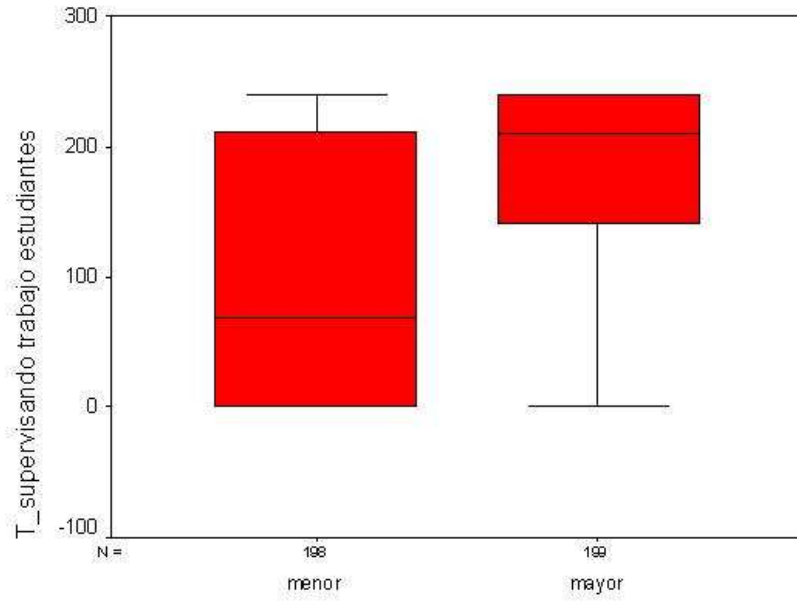
Distribución del tiempo (en segundos) que los estudiantes están usando papeles, cartones, palos y/o tijeras en las tajadas de 4 minutos según si el tiempo de los estudiantes resolviendo problemas puramente matemáticos es menor o mayor a la media.



T\_en problemas puramente matemáticos

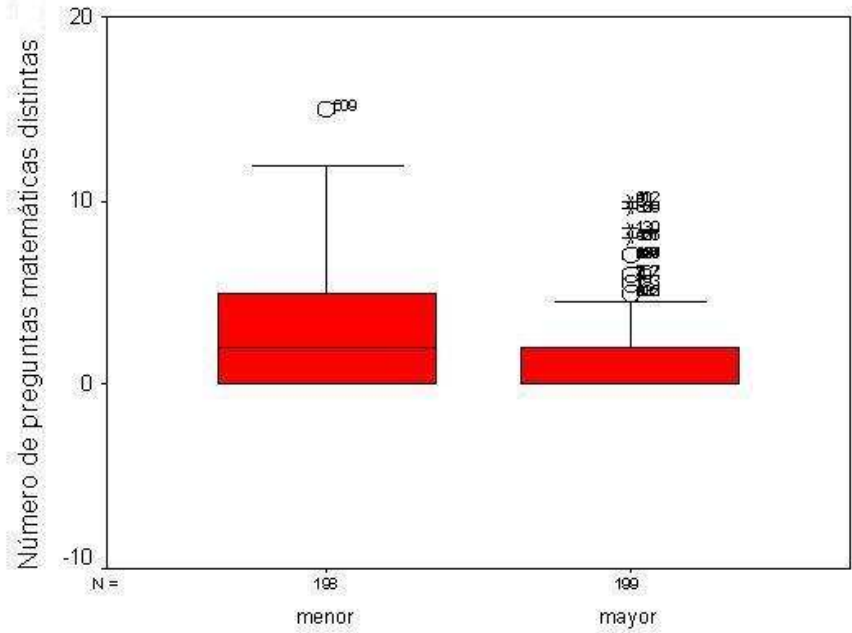
Distribución del número de veces que el profesor se acercó a estudiantes y miró su trabajo en las tajadas de 4 minutos según si el tiempo de los estudiantes resolviendo problemas puramente matemáticos es menor o mayor a la media.





T\_en problemas puramente matemáticos

Distribución del tiempo (en segundos) del profesor supervisando el trabajo de los estudiantes en las tajadas de 4 minutos según si el tiempo de los estudiantes resolviendo problemas puramente matemáticos es menor o mayor a la media.



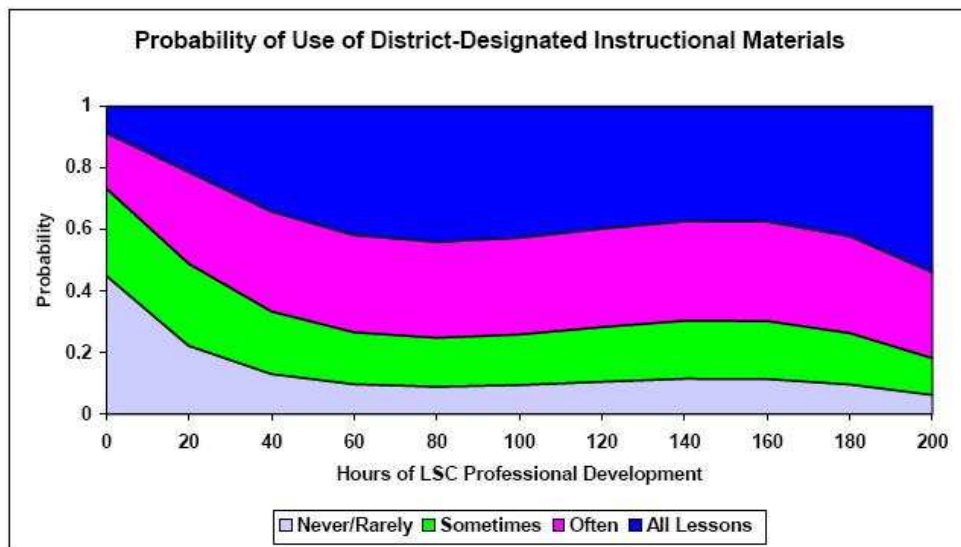
T\_en problemas puramente matemáticos

Distribución del número de preguntas matemáticas distintas del profesor en las tajadas de 4 minutos según si el tiempo de los estudiantes resolviendo problemas puramente matemáticos es menor o mayor a la media.

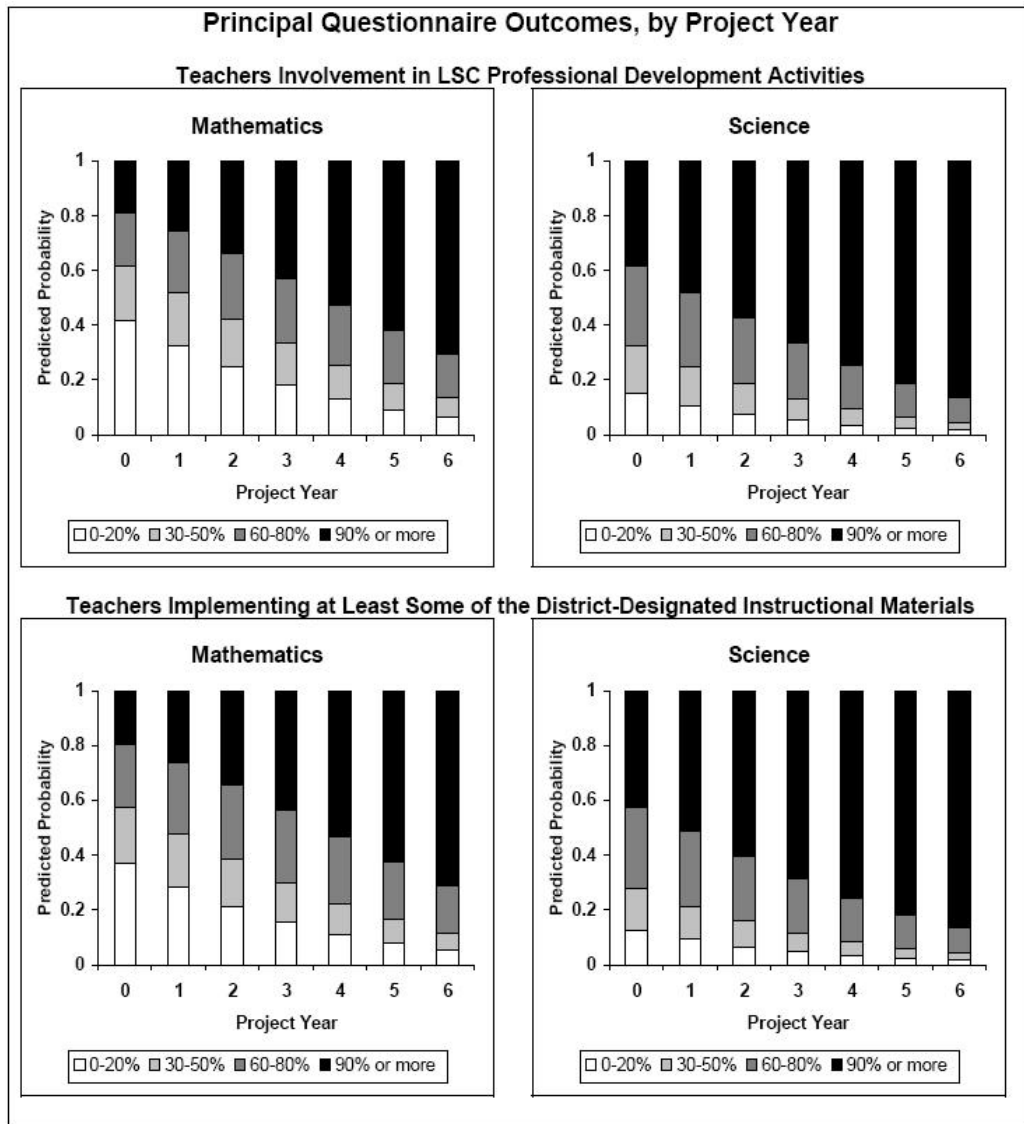
**Resultado:** El uso de textos es muy bajo en las clases filmadas para la evaluación docente.

En los videos de la evaluación docente examinados prácticamente no se encontraron eventos de uso de textos. Sí se encontró evidencia de uso de guías. No se puede observar, sin embargo, si éstas provienen de copias de ejercicios en textos.

Este hallazgo puede deberse a varios factores. Por ejemplo, a un factor cultural que induciría a los profesores a no usar textos pues en la evaluación podría entenderse que no es algo propio del profesor sino que está usando material diseñado por terceros. Sería importante averiguar si ese factor es real. Otra posibilidad es que los docentes no han tenido suficiente capacitación en el uso de los textos. Es sabido de mediciones internacionales que el uso de materiales de instrucción depende críticamente del número de horas de capacitación recibida en el uso de ese material. Según el estudio preparado para la National Science Foundation (Banilower et Al. 2006), después de cerca de 200 horas de capacitación la probabilidad de que el profesor use los materiales instruccionales en todas las lecciones es más del 50%.



Estas horas de capacitación son horas en las que se exploran los textos y se realizan actividades prácticas con ellos. El siguiente gráfico (Banilower et Al. 2006) muestra que recién luego del tercer año de programas de capacitación el 90% o más de los profesores usarán con probabilidad mayor a 50% los materiales instruccionales diseñados por el distrito.



**Resultado: No se observa uso de TICs para matemáticas.** Los profesores no usan computadores ni software educacional en las clases filmadas para la evaluación docente.

**Resultado: No hay demostraciones matemáticas:** No se observan demostraciones matemáticas ni razonamiento deductivo en los videos analizados.

Tal como en Estados Unidos en el estudio TIMMS video en este estudio de los videos de la evaluación docente tampoco se encontraron evidencias de demostraciones matemáticas. Esta es una gran diferencia con Japón y con Alemania.

**Resultado: Profesores no cometen errores matemáticos.** En los videos de esta muestra de evaluación docente prácticamente no se observan errores conceptuales matemáticos ni de cálculos cometidos por los profesores, y los pocos cometidos son en general corregidos por los profesores.

**Resultado: No se usan metáforas matemáticas.** No se encontró evidencia de que los profesores utilicen premeditadamente ni ocasional e inconscientemente metáforas matemáticas para la enseñanza.

A diferencia del estudio de clases norteamericanas ( Richland et Al, 2004) en base a los videos de TIMMS video, no se observó uso de metáforas. En el caso norteamericano se encontraron un promedio de 4 por clase. Ese estudio fue especialmente dedicado a detectar presencia de metáforas con una revisión mucho más exhaustiva de este aspecto, donde se revisaron 7 veces los videos por revisor sólo para detectar episodios de uso de metáforas. Puede que se requiera acá también una revisión más exhaustiva y especializada.

## Conclusiones

En este estudio podemos concluir por una parte aspectos metodológicos y por otra hallazgos de los saberes pedagógicos que están usándose realmente en las clases de matemáticas en el país.

En cuanto a metodología de análisis, concluimos que con las variables seleccionadas y la forma de codificarlas se obtienen mediciones objetivas, repetibles por terceros y estadísticamente independiente de codificadores, y que usando las muestras de tajadas de video se logra detectar patrones didácticos relevantes representativos de lo que pasa en clase y los saberes didácticos efectivamente en uso. Esta metodología es entonces una forma muy interesante de aprovechar la enorme cantidad de información que se produce fruto de las evaluaciones docentes mediante videos.

En cuanto a los saberes pedagógicos podemos concluir que existen patrones claros de estrategias didácticas en las clases de matemáticas. Por una parte es una enseñanza más centrada en el profesor. El es quién hace las preguntas y hace que los estudiantes sigan la exposición en el pizarrón o trabajen individualmente resolviendo problemas. Existe una dinámica claramente identificable que diferencia entre el inicio, segmentos intermedios y el final de la clase. Hay dos patrones de comportamiento pedagógico de los profesores para los segmentos intermedios de la clase: uno corresponde a preguntar a estudiantes, el otro es supervisar trabajo acercándose a los estudiantes. Los estudiantes hacen muy pocas preguntas matemáticas, apenas una pregunta matemática por hora de clase entre todos los estudiantes. Hay diferencias entre enseñanza básica y media. En enseñanza media el profesor está un poco más de tiempo usando el pizarrón, más tiempo escribiendo matemáticas, menos tiempo de la clase hace uso de papeles, cartones, palos y/o tijeras y existe menos tiempo de uso de papelógrafo y establece menos contacto ocular con los estudiantes, y los estudiantes pasan más tiempo resolviendo problemas puramente matemáticos. Hay diferencias importantes entre ejes, siendo geometría en donde más se usa material concreto. Existe muy poco uso de textos y ningún uso de tecnología computacional. Tampoco se advierte un uso explícito de metáforas matemáticas. No se observaron errores matemáticos de los profesores. Finalmente no se encontró ninguna evidencia de razonamiento matemático deductivo ni de actividades de demostraciones matemáticas.

La conclusión más importante es que hay una excelente oportunidad de aprovechar una enorme cantidad de información que año tras año se acumula con los videos de la evaluación docente. Esta información es muy difícil de obtener de otra forma y puede ayudar a medir el impacto real de ajustes curriculares, políticas de textos y de tecnologías TICS, y programas de capacitación y de formación de profesores.

# Recomendaciones para la formulación de políticas públicas

A petición del gobierno norteamericano se conformó un panel del más alto nivel de cerca de 24 especialistas en educación matemática: [National Mathematics Advisory Panel](#). Luego de 2 años de trabajo revisando miles de estudios y publicaciones bajo los criterios más estrictos de medición estadística de impacto para determinar qué funciona en la enseñanza de matemáticas y realizar recomendaciones prácticas, el panel emitió recientemente un exhaustivo reporte. La conclusión principal es que falta investigación y se requieren más recursos para investigación en educación. Similarmente en este proyecto no podemos todavía determinar recomendaciones prácticas concretas como qué estrategias de enseñanza son más efectivas. Para realizar ese tipo de recomendaciones es indispensable complementar la información. Los patrones didácticos encontrados tienen que ser contrastados con la información de desempeño de estudiantes. Sin embargo, no fue posible acceder a ese tipo de información. Tampoco se tuvo acceso a la evaluación docente de los profesores, ni ninguna de las componentes de ésta. De todas formas, el conocimiento de los patrones didácticos usados en clase hace posible efectuar varias importantes recomendaciones, que apuntan a hacer posible establecer el impacto de las diferentes estrategias en el desempeño de los estudiantes.

**Recomendación 1: Acceso a información confidencial.** Buscar formas de hacer accesible la información de evaluación docente con fines de investigación. Este proyecto se vio enfrentado a múltiples dificultades y a no toda la información deseable de analizar se pudo acceder. Particularmente las relacionadas con las evaluaciones de los videos y de dominio de contenido de profesores.

**Recomendación 2: Plataforma unificada de información.** Desarrollar plataforma con información unificada de diversas fuentes. Información de videos o de evaluación docente no está integrada y es muy difícil de cruzar con información del desempeño de estudiantes (SIMCE) de los correspondientes docentes. La información está parcelada y si bien en principio es de un potencial enorme, la dificultad de cruzarla limita ese potencial.

**Recomendación 3: Profundizar el estudio de saberes y prácticas docentes.** Este estudio es un primer esfuerzo en la dirección de conocer qué pasa realmente en el aula. Estudios internacionales como el TIMMS Video y el estudio internacional dirigido por el profesor David Clarke de patrones de participación en la sala de clases, llevan ya varios años. En Chile es también necesario hacer estudios detallados con seguimiento permanente.

**Recomendación 4: Estudios internacionales.** Es altamente recomendable comenzar a participar en estudios internacionales comparativos con lecciones

grabadas en video. El análisis de las diferencias de lo que ocurre en clase puede orientar cambios en estrategias de formación y capacitación.

**Recomendación 5: Difusión de estudios de prácticas docentes.** Establecer una plataforma pública de acopio y difusión de información de prácticas docentes.

**Recomendación 6: Ampliar estudio a otros sectores:** Ciencias y Lenguaje. Esta ampliación permitirá comparar y asegurar recomendaciones para mejorar la sincronización de estrategias de enseñanza y contenidos.

**Recomendación 7: Realizar campañas de capacitación a profesores sobre el uso de textos.** La evidencia encontrada da lugar a estimar que el uso de texto es bajo. Es importante confirmar si efectivamente es el caso e investigar cómo son utilizados, y si tal como lo muestran estudios en otros países el uso de textos depende críticamente de las horas de capacitación recibida en las que se exploren los textos y se realicen actividades prácticas con ellos. La falta de uso de textos indica que el Estado debe tomar acciones para controlar que la gran cantidad de dinero que se gasta en las licitaciones públicas sea de provecho para los estudiantes. Campañas de capacitación sobre su uso podrían ser de utilidad, como muestran estudios en otros países.

**Recomendación 8: Profundizar investigación con videos sobre el uso de TICs.** La evidencia encontrada da lugar a estimar que el uso de TICS en matemáticas es bajo. Es importante confirmar si efectivamente e investigar cómo son utilizados.

**Recomendación 9: Uso en formación y Capacitación.** Promover y desarrollar estrategias de formación y capacitación que utilicen la información y análisis de videos de clases. Por ejemplo introduciendo una asignatura obligatoria en las Escuelas de Educación dedicada al estudio de lecciones con videos.

**Recomendación 10: Impacto del profesor.** Es muy importante avanzar en medir el impacto del profesor en los desempeños de los estudiantes. Para determinar cuáles de los saberes pedagógicos son más críticos es indispensable correlacionar la información. Parte de la información ya queda procesada en este proyecto. La forma propuesta de medir el impacto sería construyendo estadísticamente un modelo que relacione el cambio de desempeño de los estudiantes en función de las características de éstos y de los descriptores de saberes pedagógicos y de contenidos matemáticos del profesor.

# Bibliografía

## Aprendizaje y descubrimiento de matemáticas:

Dehaene, S. (2004) Evolution in Human Cortical Circuits for Reading and Arithmetic: The “neuronal recycling” hypothesis. *From Monkey to Human Brain*. MIT Press.

Lakoff G. & Nuñez F. (2000) Where Mathematics comes from?, Basic Books, New York. La metáfora como elemento clave en el conocimiento matemático.

Siegler, R. & Araya, R. A computational model of conscious and unconscious strategy discovery, volume 33, pages 1–42. Elsevier Academic Press, 2005. In Robert V. Kail (ed) *Advances in Child Development and Behaviour*.

Araya R. (2007) What is inside this box: look at these other opened boxes for clues. Proceedings de *Fifth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education. Group 1: The role of Metaphors*. CEMRE 5, Lárnaca, Chipre.

Soto-Andrade, J. (2007) Metaphors And Cognitive Styles In The Teaching-Learning Of Mathematics, Proceedings de *Fifth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education. Group 1: The role of Metaphors*. CEMRE 5, Lárnaca, Chipre.

Soto-Andrade, J (2006). Un monde dans un grain de sable: Métaphores et analogies dans l'apprentissage des mathématiques, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 11, 123-147.

## Conocimiento de la disciplina y saberes pedagógicos:

Lipping. Ma, (1999) *Knowing and teaching elementary mathematics*. Lawrence Erlbaum.

Araya R. (2000) *La inteligencia matemática*, Editorial Universitaria, Santiago, Chile. Diferentes saberes pedagógicos y tecnologías TICs para la enseñanza de las matemáticas.

Goldin-Meadow, S; Kim, M. What the teacher's hands tell the student's mind about math. *Journal of Educational Psychology* vol 91, N 4.

Goldin-Meadow, Susan. (1999) The role of gesture in communication and thinking. *Trends in Cognitive Sciences* – Vol . 3 , No . 11.

Chambliss, Graeber & Clark. Does Subject Matter *Matter*? University of Maryland.



Araya R. (2005) Estrategias de enseñanza de la matemática. Curso OEA. [http://www.educoea.org/portal/ineam/cursos/brief\\_matematicas\\_esp.aspx?cultura=es&navid=197](http://www.educoea.org/portal/ineam/cursos/brief_matematicas_esp.aspx?cultura=es&navid=197) Se revisa una gran cantidad de estrategia pedagógicas para la enseñanza de la matemática y métodos de registrar y documentar esas prácticas.

Díaz, L. (2006) Profundizando en los Entendimientos Estudiantiles de Variación. En *Investigaciones sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas: un Reporte Iberoamericano* . Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, A.C.

Mok, Ida Ah Chee (2004) Learning Tasks\*, “Lesson Events as the Basis for International Comparisons of Classroom Practice” at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, San Diego, April 12-16, 2004.

Shimizu, Yoshinori (2003). Capturing the Structure of Japanese Mathematics Lessons as Embedded in the Teaching Unit . Symposium “*Mathematics Lessons in Germany, Japan, the USA and Australia: Structure in Diversity and Diversity in Structure*” at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Chicago, April 21-25, 2003.

Hiebert, James ; Morris, Anne & Berk, Dawn; Jansen, Amanda (2007). Preparing Teachers To Learn From Teaching. *Journal of Teacher Education*, Vol. 58, No. 1, January/February 2007

Redish, E. (2003) A Theoretical Framework for Physics Education Research: Modeling Student Thinking. *The Proceedings of the Enrico Fermi Summer School in Physics*, Course CLVI (Italian Physical Society, 2004)

Stevens, Romiett (1912) The question as a Measure of Efficiency in Instruction. New York: *Bureau of Publications. Teachers College*, Columbia University. pp. 11, 15 -17.

Staub, F., & Stern, E. (2002). The nature of teachers’ pedagogical content beliefs matters for students’ achievement gains: Quasi-experimental evidence from elementary mathematics. *Journal of Educational Psychology*, 93, 144–155. (prized by the European Association for Research in Learning and Instruction 2003).

Tuminaro, J. & Redish, E. (2007) Elements of a cognitive model of physics problem solving: Epistemic games. *PHYSICAL REVIEW SPECIAL TOPICS - PHYSICS EDUCATION RESEARCH* 3, 020101

Tyack, D. y Cuban, L. (1995). *Tinkering Towards Utopia: A Century of Public School Reform*. Harvard University Press.

Wagner Cook, S. & Goldin-Meadow, S. (2007) The Role of Gesture in Learning: Do Children Use Their Hands to Change Their Minds? *Journal of Cognition and Development*, 7(2), 211–232

Hermes, JJ. (2008) [U.S. Panel on Math Education Laments Gaps in Research on What Works Best](#). *The Chronicle of Higher Education*. Marzo 14.

#### Codificación de videos de profesores enseñando matemáticas

TIMSS, 1999 Video Study of Eighth-Grade, Mathematics Teaching. (2003) National Center for Statistics. Department of Education. Institute of Educational Sciences.

LessonLab, Inc. TIMSS-R Video Math Coding Manual. (2003).

Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K. B., Hollingsworth, H., Jacobs, J., et al. (2003). Teaching mathematics in seven countries: Results from the TIMSS 1999 video study. U.S. Department of Education, National Centre for Educational Statistics.

[James Stigler](#), James Hiebert (2004) [Understanding and Improving Classroom Mathematics Instruction: An Overview of the TIMSS Video Study](#)

Stiegler, J & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap. Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom*. Free Press.1999.

Richland, L; Holyoak, K & Stigler, J. (2004) Analogy Use in Eighth-Grade Mathematics Classrooms *Cognition and Instruction*, 22(1), 37–60

McNeill, D. (1992) Hand and Mind: What gestures reveal about Thought. The University of Chicago Press. Importancia de los movimientos gesturales en la cognición.

Clarke, David. (2004) Patterns Of Participation In The Mathematics Classroom . *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the sychology of Mathematics Education*.

Clarke, David. “*The Learners’ Perspective Study*”. University of Melbourne. NSTA SCIENCE ASSESSMENT: Research and Practical Approaches for Classroom Teachers, School Administrators, and School Districts. Providing Feedback to Improve K-20 Science Instruction. Hickman, Paul; Reif, Marc & Isola, Drew.

#### Tajadas

Ambady, Nalini & Rosenthal, Robert (1993) Half a minute: Predicting teacher evaluations from thin slices of nonverbal behavior and physical attractiveness. *Journal of Personality and Social Psychology*. 1993 Mar Vol 64(3) 431-441

Gladwell, Malcolm. (2005). *Blink*. Back Bay Books.

Kulik James. Student Ratings: Validity, Utility, and Controversy. University of Michigan.

Babad Elisha (2005). Guessing Teachers' Differential Treatment Of High- And Low-Achievers From Thin Slices Of Their Public Lecturing Behavior. *Journal of Nonverbal Behavior*.

Isoda, Masami (2006). Reflecting on Good Practices via VTR Based on a VTR of Mr. Tanaka's lesson 'How many blocks? University of Tsukuba. APEC-Tsukuba Conference in Tokyo, Jan 15-20, 2006

Coan & Gottman (2007) The Specific Affect Coding System (SPAFF). In *Handbook of Emotion Elicitation and Assessment*. Ed. Coan & Allen. Oxford University Press.

#### Materiales y herramientas de apoyo a la enseñanza

Araya R. (2004) ¿Qué significa entender una idea matemática? *Revista La Educación de la OEA*. <http://www.educoas.org/portal/bdigital/lae-duccion/136-138/>

Horsley, Mike & Walter, Richard. (2003) [Video Based Classroom Observation Systems for Examining the Use and Role of Textbooks and Teaching Materials in Learning](#)

Naftulin, Donald H., John E. Ware, and Frank A. Donnelly, "[The Doctor Fox Lecture: A Paradigm of Educational Seduction](#)" *Journal of Medical Education* 48 (1973): 630-5.

Bruce (2007) Student Interaction in the Math Classroom: Stealing Ideas or Building Understanding. Research Monograph # 1. The Literacy and Numeracy Secretariat and the Ontario Association of Deans of Education

Ross, John & Bruce Catherine. (2007) Effects of Professional Development on Teacher Efficacy: Results of a Randomized Field Trial. *AERA 2007 Conference Papers*.

Siegler, R. S., & Ramani, G. B. (2007, in press). Playing board games promotes low-income children's numerical development. *Developmental Science, Special Issue on Mathematical Cognition*.

*Siegler et Al. (2008) [Report of the Subcommittee on Instructional Materials](#). National Mathematics Advisory Panel.*

#### Tecnología

Fuchs, T. & Woessmann, L. (2004) *Computers and student learning: Bivariate and multivariate evidence on the availability and use of computers at home and*

*at school*. Ifo Institute for Economic Research, Munich. Poco impacto de tecnología computacional

*Effectiveness of Reading and Mathematics Software Products: Findings from the First Student Cohort* (2007). Report to Congress. March 2007. U.S. Department of Education.

National Education Association (1946). *Research Bulletin*, December 1946, pp. 146-148.

*Technology in Schools. What the Research says.* (2006) Metiri Group - Commissioned by Cisco Systems

Cavanagh, Sean. (2007). Draft From National Math Panel Covers Broad Scope of Topics. *Education Week*, December 4.

Araya, R. (2004) Improving Math Education in Chile: Standards, e-Tutoring and Multiplayer Games. Proceedings of the *APEC Seminar on Best Practices and Innovations in the teaching and learning of Science and Math*. Penang, Malasia. Se revisa el desarrollo reciente en el Mineduc de introducir estándares desempeño y cómo medirlos.

The Economist. (2006). [The future of newspapers. Who killed the newspaper?](#) The Economist. 24 Agosto 2006

Cuban, Larry. (1986). *Teachers and Machines*. Teachers College Press.

Cuban, Larry. (2001). *Oversold and underused. Computers in the classroom*. Harvard University Press.

Stiegler, J. (1984). Mental Abacus: The Effect of Abacus Training on Chinese Children's Mental Calculation. *Cognitive Psychology*, 16, 145-176.

## Evaluación de profesores

Banilower, Eric R.; Boyd, Sally E.; Pasley, Joan D. & Weiss, Iris R. (2006) *Lessons from a Decade of Mathematics and Science Reform. A Capstone Report for the Local Systemic Change through Teacher Enhancement Initiative*. Informe preparado para la National Science Foundation.

Goldhaber, Dan & Anthony, Emily (2004) Can Teacher Quality Be Effectively Assessed?

Danielson, Charlotte. Una introducción a la Evaluación de Profesores, en Seminario Evaluación Docente en Chile: Fundamentos, Experiencias y Resultados, organizado por Mide UC el 2 de Octubre del 2007.

Manzi, Jorge (2007) Evaluación Docente : Antecedentes, resultados y proyecciones, en Seminario Evaluación Docente en Chile: Fundamentos, Experiencias y Resultados, organizado por Mide UC el 2 de Octubre del 2007

Williams, Wendy M.; Ceci, Stephen J. (1997) "How'm I Doing?" Problems with Student Ratings of Instructors and Courses. *Change: The Magazine of Higher Learning* 29 (Sept./Oct. 1997): 12-23

Leigh N. Wood & Ansie Harding (2007) Can you show you are a good lecturer?  
*International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*,  
Volume 38, Issue 7 January 2007 , pages 939 – 947

Ware, John & Williams Reed. (1977) Discriminant Analysis of Student Ratings  
as a Means for Identifying Lecturers who Differ in Enthusiasm or Information-  
Giving. *Educational and Psychological Measurement*, Vol. 37, No. 3, 627-639  
(1977)

## Agradecimientos

Los autores agradecen la dedicación y entusiasmo de las codificadoras de los videos Eileen Tiedemann, María José Contreras, Marylen Araya y Daniela Soria. También agradecen a Patricio Calfucura por la digitalización y preparación de videos, a Carlos Aguirre por el análisis de la información digitada, y a Nancy Lacourly por la asesoría estadística. Agradecimientos especiales para los evaluadores Leonora Díaz, Silvia Navarro y Eckahrt Klieme, quienes leyeron acuciosamente el trabajo realizado e hicieron múltiples sugerencias que permitieron ajustar y mejorar la investigación. Muchas personas leyeron los informes en sus diversas etapas y nos contribuyeron con observaciones y recomendaciones. Entre ellos están las cuatro codificadoras antes mencionadas, Carlos Aguirre, Jorge Soto, y María Angélica Palavicino. Agradecemos a Carlos Eugenio Beca, Director del CPEIP y Rodolfo Bonifaz, investigador del CPEIP, por la facilitación de videos de la evaluación docente 2005. Finalmente queremos agradecer el apoyo de Fonide, y particularmente de Cristina Azis Dos Santos.

# ANEXOS

## Anexo 1: Teorías de aprendizaje

Según Miroslav Lovric, investigador del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Mc Master, Canadá, hay al menos 57 teorías de aprendizaje:

1. ACT (J. Anderson)
2. Adult Learning Theory (P. Cross)
3. Algo-Heuristic Theory (L. Landa)
4. Andragogy (M. Knowles)
5. Anchored Instruction (J. Bransford & the CTGV)
6. Aptitude-Treatment Interaction (L. Cronbach & R. Snow)
7. Attribution Theory (B. Weiner)
8. Behaviorism
9. Cognitive Dissonance Theory (L. Festinger)
10. Cognitive Flexibility Theory (R. Spiro)
11. Cognitive Load Theory (J. Sweller)
12. Component Display Theory (M.D. Merrill)
13. Conditions of Learning (R. Gagne)
14. Connectionism (E. Thorndike)
15. Constructivist Theory (J. Bruner)
16. Contiguity Theory (E. Guthrie)
17. Conversation Theory (G. Pask)
18. Cooperative Learning
19. Criterion Referenced Instruction (R. Mager)
20. Double Loop Learning (C. Argyris)
21. Drive Reduction Theory (C. Hull)
22. Dual Coding Theory (A. Paivio)
23. Elaboration Theory (C. Reigeluth)
24. Experiential Learning (C. Rogers)
25. Functional Context Theory (T. Sticht)
26. Genetic Epistemology (J. Piaget)
27. Gestalt Theory (M. Wertheimer)
28. GOMS (Card, Moran & Newell)
29. GPS (A. Newell & H. Simon)
30. Information Pickup Theory (J.J. Gibson)
31. Information Processing Theory (G.A. Miller)
32. John Dewey
33. Lateral Thinking (E. DeBono)
34. Levels of Processing ( Craik & Lockhart)
35. Mathematical Learning Theory (R.C. Atkinson)
36. Mathematical Problem Solving (A. Schoenfeld)
37. Minimalism (J. M. Carroll)
38. Model Centered Instruction and Design Layering (A.Gibbons)

39. Modes of Learning (D. Rumelhart & D. Norman)
40. Multiple Intelligences (H. Gardner)
41. Operant Conditioning (B.F. Skinner)
42. Originality (I. Maltzman)
43. Phenomenonography (F. Marton & N. Entwistle)
44. Repair Theory (K. VanLehn)
45. Script Theory (R. Schank)
46. Sign Theory (E. Tolman)
47. Situated Learning (J. Lave)
48. Soar (A. Newell et al.)
49. Social Development (L. Vygotsky)
50. Social Judgment Theory
51. Social Learning Theory (A. Bandura)
52. Stimulus Sampling Theory (W. Estes)
53. Structural Learning Theory (J. Scandura)
54. Structure of Intellect (J. Guilford)
55. Subsumption Theory (D. Ausubel)
56. Symbol Systems (G. Salomon)
57. Triarchic Theory (R. Sternberg)



## **Anexo 2: Revisión Literatura Internacional de Variables Típicamente Seleccionadas para Caracterizar Clases de Matemáticas**

A continuación se presenta una revisión de las mejores prácticas internacionales que permitan responder a: ¿Qué observar y qué medir en una clase de matemáticas? ¿Qué variables pueden discriminar mejor la calidad de la enseñanza y el impacto en el desempeño de los estudiantes?

### **Observaciones de clases de matemáticas**

#### **Marilyn Chambliss, Anna Graeber & Kathleen Clark. Does Subject Matter Matter? University of Maryland.**

Estudio de la importancia del grado de dominio que tiene el profesor de los contenidos. Algunas variables medidas son:

- % uso de tecnología: (% computador, % calculadora, % manipulativos)
- Organización de la clase: % independiente, % independiente mezclado con grupos pequeños, % grupos pequeños, % grupos grandes, % toda la clase
- Número de preguntas del profesor por unidad de tiempo
- Requerimiento a estudiante(s) de elaborar (desarrollar y/o profundizar) respuesta

#### **Ventham, A. M. An Insight into Secondary Science Education in Singapore Classrooms**

Este estudio reporta el código Singapore aplicado en ciencias. Entre las variables medidas están:

- Layout de la clase: filas solas, filas dobles, clusters (número de alumnos por cluster), sentados en el suelo, bancos de laboratorio, filas alrededor de mesas
- Fases: lección a toda la clase (monólogo), discusión con toda la clase, toda la clase chequeando la respuesta, repetición en coro o lectura oral, trabajo individual sentado, trabajo en pequeños grupos, tomas de tests, demostración a toda la clase, presentaciones y demostraciones de estudiantes, experimentos de laboratorio.
- Tipo de habla a la clase: charla procedural, charla comportamental, tomas de tests, charla curricular, conversación informal.
- El profesor intenta medir entendimiento de los alumnos

- Fuentes de conocimiento autoritativo: estudiante, profesor, texto, guía, datos, medios de comunicación (prensa).
- Tecnologías: pizarrón, proyector de transparencia, powerpoint, texto, guía, internet, aparatos, otros, papel en blanco
- Productos de los estudiantes: respuestas orales, respuestas cortas escritas, respuestas largas en texto, texto multi-modal, guías, texto oral largo, otros
- Profundidad de conocimiento: básico, procedural, avanzado, hechos a conceptos
- Manipulación de conocimientos: reproducción, interpretación, aplicación/resolución de problemas, generación de nuevo conocimiento
- Criticismo al conocimiento: verdad, comparación, crítica
- Onduleo (grado con que el profesor cambia entre nivel o tipos de conocimiento): ningún, nuevo-conocido, tecnológico, teórico-práctico, científico-diario

**Kai Fai Ho. An Activity Theoretic framework to study mathematics classrooms practices. Centre for Research in Pedagogy and Practice, National Institute of Education, Nanyang Technological University, Singapore**

Este estudio reporta la codificación Singapore usada en matemáticas. Entre las variables interesantes están:

- Acciones: heurísticas-instrucción (entendimiento, planeación, ejecución, reflexión), enseñando conceptos – habilidades (Conceptos, habilidades), Yendo sobre actividad asignada (retrabajando, procedural, chequeo rápido), actividad del estudiante (presentación, trabajo en grupo, trabajo sentado), Otros eventos (si, no).

## **Registros en vídeo de clases de matemáticas**

**National Center of Educational Statistics, Highlights From the TIMSS 1999 Video Study of Eighth-Grade Mathematics Teaching**

Contiene análisis de videos y comparaciones en cursos de octavo año, en EEUU, Rep Checa, Japón, Honk Kong, Holanda, Suiza.

Algunas variables medidas son:

- % de clase dedicada a resolver problemas (80%)
- % dedicado a repaso de clases previas, % a introducir nuevos contenidos, % a practicar nuevos contenidos
- % del tiempo de uso de texto
- % de tiempo de uso de guías
- % dedicado a actividades públicas (toda la clase) versus privadas
- % dedicado a actividades individual dentro del tiempo privado

- % de palabras del profesor y % palabras de estudiantes
- % problemas de alta complejidad, % complejidad moderada y % complejidad baja
- tipo de problema: % haciendo conexiones, % estableciendo conceptos, % usando procedimientos
- % de problemas matemáticamente relacionados, % de problemas repeticiones de otros, % problemas temáticamente relacionados, % problemas no relacionados
- % problemas seteados con el uso de situaciones de la vida real, % seteados sólo con lenguaje matemático o símbolos.

### **LessonLab, Inc. TIMSS-R vides Math Coding Manual**

Este es un manual desarrollado para la codificación de videos de enseñanza de la matemática para TIMMS.

- Tipos de código: cobertura (codifica lección o parte de ella), ocurrencia (en cualquier momento)
- Tiempo en la lección (comienzo, fin)
- Patrón de interacción pública privada en clase (enteramente pública, mixta (información pública proveída por el profesor, información pública proveída por un estudiante, mixt privada y trabajo público), enteramente privada)

### **Richland, L.E., Holyoak, K. J. & Stigler, J. W. Analogy Use in Eighth – Grade Mathematics Classrooms**

Cada video tuvo 7 pasadas (revisiones). En las 2 primeras se identifican analogías. En la tercera se identifica fuentes y targets. En la cuarta se clasifica según similaridad superficial. En la quinta se clasifica según objetivo instruccional. En la sexta se clasifica según contexto del estudiante y en la séptima se clasifica según la estructura del participante. En promedio por lección se identificaron 4,1 analogías y 4,5 pistas de los profesores hacia mapeos indicando que los alumnos han seguido mapeos a requerimiento del profesor.

- Identificación de fuente, target y mapeo estructural
- Identificación de palabras claves (similar, como, justo como, etc.)
- Tipos de mapeos: relacional, continuación, pistas hacia un mapeo, mapeos no analógicos
- Estructura de fuentes y targets fueron clasificados como: fenómeno fuera de las matemáticas, un esquema (una regla general sin contexto numérico o matemático), un problema matemático descontextualizado (problemas cuantitativos puestos en un contexto no matemático), un problema matemático contextualizado y tipos múltiples.
- Grado de similaridad superficial (harta distancia, baja similaridad, alta similaridad, esquema involucrado).
- Objetivo instruccional que mide la naturaleza de la situación donde el profesor genera la analogía. Se quiere determinar si los profesores

generan analogías más frecuentemente para lograr algunos tipos de objetivos instruccionales y no tanta para otros. Las alternativas son: siendo un estudiante de matemáticas (orientada no a contenidos sino a hábitos a poner más atención, etc), sólo conceptos, conceptos y procedimientos, sólo procedimientos.

- Contexto del estudiante que mide la causa de generación de la metáfora (falta de proficiencia del estudiante, generación espontánea o prediseñada)
- Estructura de participación que mide quién generó la metáfora (generada por el estudiante, por el profesor, por ambos)

Si bien los profesores dedican más tiempo a procedimientos, la mitad de las analogías se usaron para conceptos.

**Richland, L; Zur, O. & Holyoak, K.**  
**Cross-cultural differences in mathematics teachers' comparative explanations**

Comparación de uso de gestos y metáforas entre profesores de Honk Kong, Japón y Singapore

Se comparan los países en base a variables que miden acciones de comparación que realiza el profesor:

- Hace comparaciones explícitas entre problemas, representaciones y/o estructuras matemáticas
- % de comparaciones en las que hace alineación visual en el pizarrón entre estructuras matemáticas
- % de comparaciones donde en que usa pistas visuales para resaltar la comparación estructural de objetos
- % de comparaciones en las que se usa imágenes además de símbolos matemáticos
- % de comparaciones en las que realiza gestos que ayudan a comparar estructuras matemáticas

## **Variables corporales (gestos)**

**Autumn B. Hostetter and Martha W. Alibali. Handing it to Perception and Action: Gestures Reflect Embodied Thinking**

Pensamiento corporizado. ¿Qué es?

Los gestos integran el pensamiento verbal con el espacial, expresando simulaciones motrices y perceptuales que subyacen el lenguaje corporizado y la imaginería mental.

Pensamiento como cognición off line, es decir, cognición que ocurre en la ausencia de inputs ambientales relevantes. Es cognición basada en percepción y actividad motora.

Recuentos de memoria y cognición basada solo en representaciones verbales y proposicionales son incapaces de explicar todos los datos de memoria y conducta.

El recuerdo verbal exitoso está fuertemente asociado con cuán fácil es visualizar un concepto.

El isomorfismo entre imágenes y gestos se manifiesta en su concurrencia frecuente.

El framework GSA (Gestos como Acción Simulada) propone 3 factores que contribuyen a que si la activación involucrada en la simulación será realizada como un movimiento en forma abierta tal como un gesto.

- Primero es la intensidad de activación de la acción simulada.
- Segundo es la altura del umbral actual de gesticulación del sujeto hablante.
- Tercero es el enganche simultáneo del sistema motor para hablar.

Los profesores pueden aumentar o disminuir el número de gestos que producen durante la instrucción.

Los gestos parecen liberar recursos que pueden ser dedicados a otra tarea; la gesticulación durante una explicación de un problema matemático posibilita al hablante mantener en memoria más información no relacionada que lo que puede hacer cuando no gesticula.

El framework GSA también considera el gesto y el habla como dos partes del mismo sistema cognitivo y comunicativo. El hablar involucra simular los eventos preceptuales y motrices que se van a hablar; hacer eso naturalmente evoca un plan motor que puede llegar a ser expresado en forma de gesto.

En base a este marco podría registrarse:

- Existencia y tipo de gestos del profesor al explicar conceptos
- Coherencia entre gesto y concepto
- Existencia y tipo de gestos del profesor al explicar procedimientos
- Coherencia entre gesto y procedimiento
- Existencia y tipo de gestos del profesor al utilizar metáforas matemática
- Coherencia entre gestos y metáforas
- Existencia de gestos acompañando a conceptos en los estudiantes
- Existencia de gestos acompañando a procedimientos en los estudiantes

- Existencia de gestos acompañando a metáforas en los estudiantes

## Medición del Entusiasmo del profesor

**Monica Parson,**  
**Enthusiasm and Feedback: A Winning Combination!**  
<http://www.pecentral.org/climate/monicaparsonarticle.html>

Se destacan variables como:

- Variación de voz
- Lenguaje corporal
- Expresiones faciales
- Aliento a los estudiantes

**James D. Greenberg**  
**How Do We Value Teaching?: Voices of the Students**

Algunas variables relevantes en entusiasmo son:

- Cantidad y ritmo de enseñanza
- Creando tiempo de enganche
- Hacer preguntas que 75% del tiempo los alumnos puedan responder correctamente
- Reconocimiento de respuestas correctas

**Wikipedia:**  
**Teacher Enthusiasm Research**

- Vocalización
- Contacto Ocular
- Gestos
- Movimiento
- Expresiones faciales

## Mediciones de calidad de Demostraciones Matemáticas

Se revisó la pauta de Durchgang 4 (la escala de didáctica de las matemáticas) del Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung para demostraciones elaborada por Barbara Drollinger-Vetter y Frank Lipowsky. Luego de revisión de la escala y de videos, se preseleccionaron y ajustaron variables que podían adaptarse a los vídeos del proyecto. Estas variables preliminares son:

- Existencia de demostraciones matemáticas.
- Existencia de elementos de motivación a resultados.

- Existencia de elementos de motivación a demostraciones.
- Explicitación de hipótesis.
- Explicitación de qué es una demostración.
- Explicitación de necesidad de demostración.
- Existencia de contraejemplos.
- Explicitación de axiomas o resultados ya conocidos que pueden utilizarse en la demostración.
- Existencia de ejemplos de demostraciones con errores.
- Existencia de demostraciones alternativas.
- Existencia de comparación de demostraciones.
- Existencia de conjeturas debilitando hipótesis de resultado.
- Existencia de recuento histórico de resultado.
- Explicitación de recuento histórico de demostración(es).

## **Anexo 3: Etapas de desarrollo del proyecto**

ETAPA 1: Revisión de muestra de 10 videos: se identificó el dominio de la disciplina, las estrategias pedagógicas en acción, y el ajuste de esas estrategias a los contenidos.

A partir de una lista, se seleccionó una muestra aleatoria de 10 videos los que se solicitaron al CPEIP. De la muestra pedida sólo se obtuvieron 7 videos. Cinco estaban en formato VHS y el resto en high8. La calidad de los registros varía pero se consideró suficientemente aceptable como para hacer un primer análisis y decidir digitalizar los cerca de 900 videos disponibles.

En la muestra se observa una amplia gama de contenidos. En cuanto a estrategias, las hay desde clases frontales, trabajos individuales de los estudiantes, uso de materiales concretos y diferentes estrategias de presentación de conceptos matemáticos.

ETAPA 2: Revisión literatura internacional y codificación utilizada por TIMMS. Se producirá informe del estado de la metodología, puntos fuertes y débiles.

El objetivo de la revisión de la literatura es determinar qué observar y qué medir en una clase de matemáticas, de manera que permita luego discriminar los patrones de enseñanza que llevan a un buen desempeño de los estudiantes de aquellos que no logran ese efecto. Con este fin se realizó una revisión que considera los siguientes componentes:

- Observaciones de clases de matemáticas
- Registros en vídeo de clases de matemáticas

Adicionalmente se revisó literatura complementaria:

- Medición de variables corporales (gestos)
- Medición del entusiasmo del profesor
- Mediciones de calidad de demostraciones matemáticas

En la revisión se puso énfasis en seleccionar una gran cantidad de variables potenciales. La estrategia es testear una gran variedad de variables para capturar diferentes aspectos de las prácticas docentes y luego seleccionar paulatinamente las más promisorias y factibles de medir. De este modo, las variables se usaron en la etapa 3, y luego se fueron ajustando, precisando y filtrando de acuerdo a lo que podía efectivamente conseguirse con los vídeos de la muestra.

ETAPA 3: Elaboración de una primera guía con la estrategia de codificación de videos: se determinará qué acciones permiten identificar el dominio de la disciplina por ejes (números, geometría, azar, álgebra, razonamiento), los errores típicos, y el nivel de entendimiento. Se buscará identificar acciones o eventos que ilustren estrategias de enseñanza: uso de metáforas, adecuación de



metáforas, número de metáforas alternativas, uso de juegos, estrategias motivacionales, trabajo en equipo, ejercitación, resolución de problemas, uso de tecnología de la información y tipo de tecnología, uso de tests, gestos y expresiones no verbales, etc. También se buscará identificar eventos que registren la adecuación entre el contenido matemático específico y las estrategias pedagógicas usadas. Se utilizarán las mejores prácticas encontradas en la revisión de la literatura.

En base a la revisión de la literatura se elaboró una primera guía.

ETAPA 4: Aplicación de la estrategia de codificación a la muestra de 10 videos. Determinar cuántos eventos son codificados, cuáles categorías son más frecuentes, qué aspectos tienen muy baja frecuencia, qué eventos son más inestables (diferentes evaluadores los evalúan distinto).

Se realizó una evaluación de videos por un grupo de 4 evaluadores. Se constató baja frecuencia de metáforas y la inexistencia de demostraciones matemáticas. También se observó la dificultad de asignar valores en varias variables, por las que se trabajó en mejorar su significado y medición. Se eliminaron todos los porcentajes dejándose sólo recuento de eventos y medición de intervalos temporales.

ETAPA 5: Ajuste a la estrategia de codificación. Redefinición de eventos y códigos para los casos en que haya mucha diferencia entre evaluadores. Creación de nuevas categorías para aquellos eventos de muy alta frecuencia y fusión de eventos para aquellos de muy baja frecuencia.

Se elaboró una nueva guía, la cual se adjunta. La guía se dividió en tres secciones.

Una sección general y dos específicas en matemáticas.

La sección general contiene dos hojas en las que se codifica información la Calidad Registro de Información, el Layout de la clase, el Modo de trabajo de la clase, el Uso de tecnología, y el Comunicación general del profesor.

La segunda sección es específica sobre matemáticas. Contiene la Información sobre los Contenidos, las Acciones del profesor, las Preguntas y respuestas, los Errores matemáticos del profesor y las Acciones de los estudiantes.

La tercera sección es aún más detallada en las estrategias matemáticas. Contiene el Uso de metáforas y las Demostraciones Matemáticas hechas por el profesor. Esta sección es de más baja frecuencia pero de alto interés. Se espera que menos de la mitad de los videos contendrán estos aspectos.

ETAPA 6: Selección y entrenamiento de 10 estudiantes de ingeniería y de pedagogía en matemáticas para codificación de videos. Se creará mecanismo de evaluación de potenciales evaluadores de videos, se explicará metodología y seleccionará aquellos que logren mejor desempeño.

Para la sección general de la guía seleccionó estudiantes de pedagogía, y para las secciones específicas matemáticas se seleccionó estudiantes de pedagogía en matemáticas y/o ingeniería.

ETAPA 7: Aplicación de la estrategia de codificación a muestra de 10 videos en la que cada estudiante codifica tres videos, y así cada video es codificado por tres personas.

Se codificaron 10 vídeos por 4 estudiantes.

ETAPA 8: Análisis de diferencias entre codificaciones según codificadores. Nuevamente se determinará cuántos eventos son codificados, cuáles categorías son más frecuentes, qué aspectos tienen muy baja frecuencia, qué eventos son más inestables (diferentes evaluadores los evalúan distinto). De acuerdo al análisis se ajustó la codificación y posteriormente se efectuó reentrenamiento.

Se eliminó la variable *Momentos en que no ve gestos faciales del profesor* que era muy inestable.

Se redefinió la variable *Número de alumnos (rango estimado de números)* por *Número de alumnos que Ud logra ver*.

ETAPA 9: Aplicación de la estrategia de codificación a la muestra de 20 videos en la que cada estudiante codifica 4 videos, y así cada video es codificado por 2 personas.

Se codificaron 20 vídeos.

ETAPA 10: Análisis de diferencias entre codificaciones de la muestra de 20 videos, ajuste de codificación y entrenamiento.

Se redefinió la variable *Número de veces que sonrió* por *Número de veces que la clase rió y/o emitieron ruidos emocionales*

Se incluyó nueva variable *Número de veces que sacó estudiantes adelante a hacer algo matemático*.

ETAPA 11: Ajuste al entrenamiento.

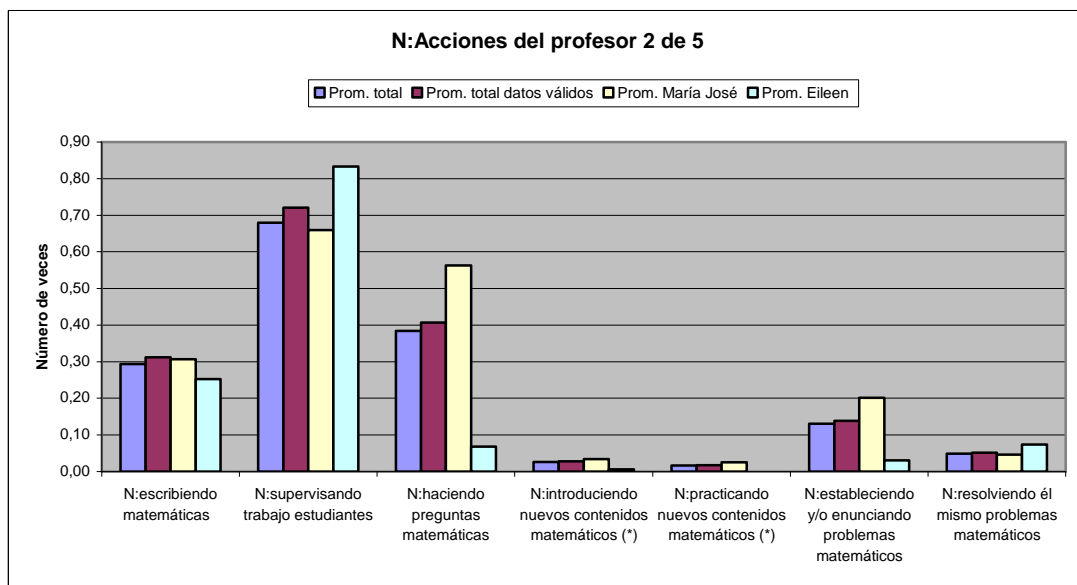
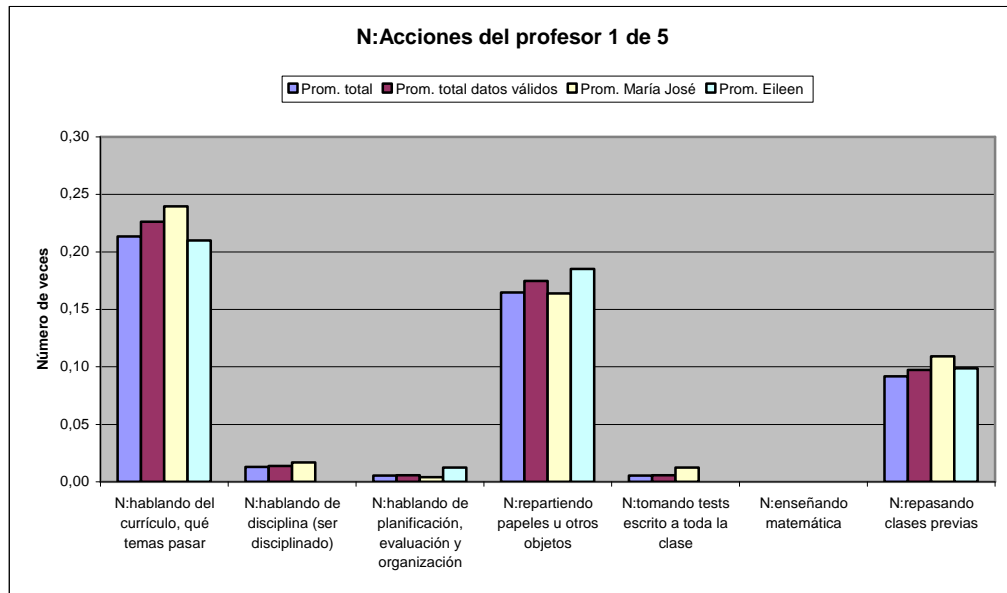
Se realizó reentrenamiento

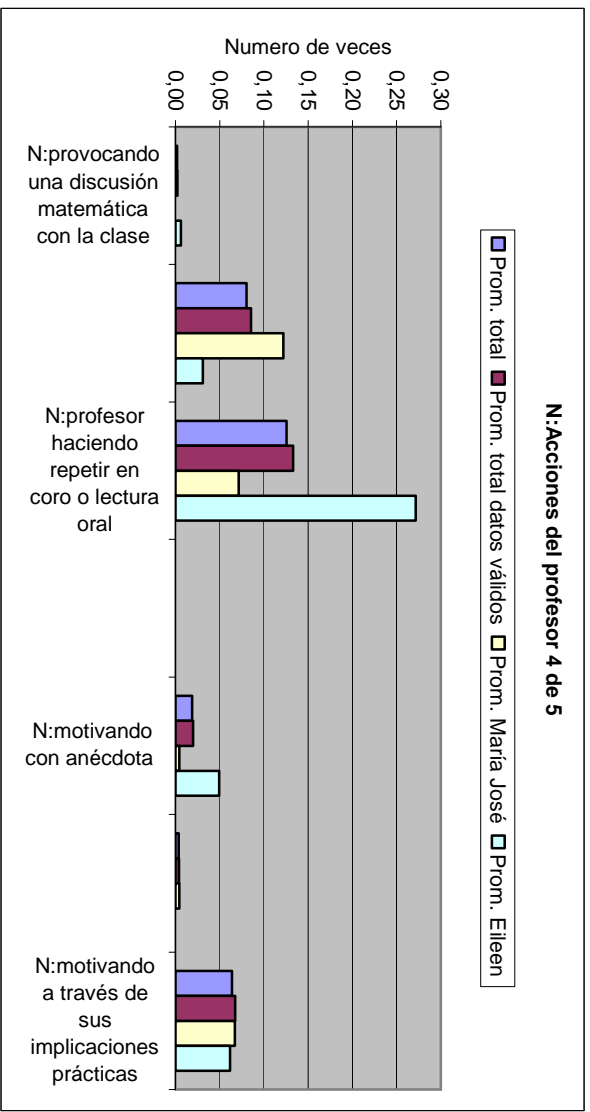
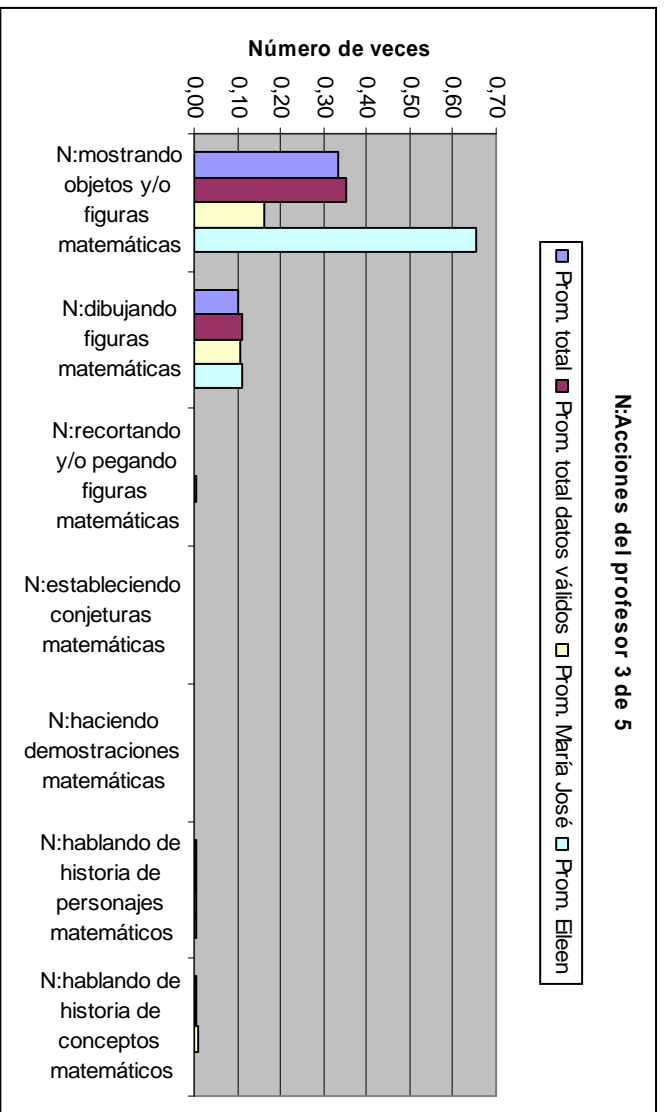
ETAPA 12: Aplicación de la estrategia de codificación a muestra de 100 videos en la que cada estudiante codifica 20 videos, y así cada video es codificado por 2 personas.

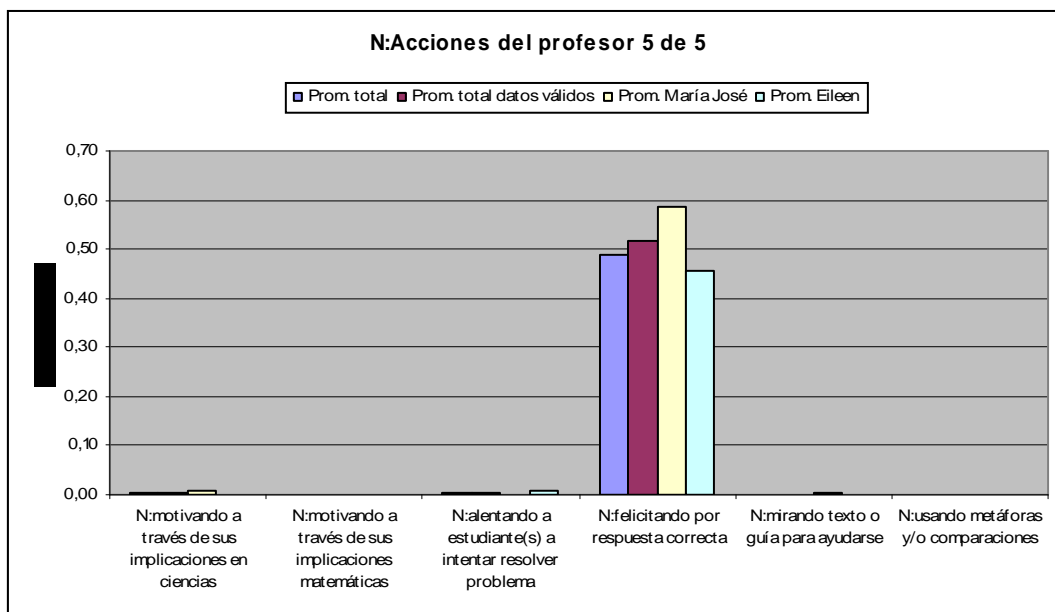
Cuatro estudiantes codificaron los 100 vídeos. Se realizó de manera que cada variable fue codificada por 4 revisores distintos.

ETAPA 13: Análisis de diferencias entre codificaciones de la muestra de 100 videos, ajuste de codificación y entrenamiento.

Se realizó un análisis estadístico de diferencias entre pares de revisores en los que ambos revisan las mismas variables. A continuación se muestran las comparaciones de las variables de cuantificación de número de veces, que son las más inestables, relativas a las acciones del profesor:







ETAPA 14: Ajuste al entrenamiento.

Se reentrenaron los revisores.

ETAPA 15: Revisión de las 100 codificaciones anteriores.

Se revisaron las codificaciones anteriores y se modificó formulario de ingreso de datos programándose macros para que calcule automáticamente *Tiempos Totales* y *Número de intervalos* a partir de intervalos ingresados por los revisores (adjuntado como *Formulario video.xls.*).

ETAPA 16: Aplicación de la estrategia de codificación a muestra de 785 videos en la que cada estudiante codifica 180 videos, y así cada video es codificado por 2 personas.

Para asegurar mayor uniformidad de criterios se trabaja con 4 revisores. Cada variable es codificada independientemente por dos revisores.

ETAPA 17: Análisis de diferencias entre codificaciones, ajuste de codificación y entrenamiento.

Se realizó un análisis de diferencias y producto de la primera presentación se incluyó un quinto segmento correspondiente a los últimos minutos de clase. También se incluyeron segmentos de 2 minutos con el objeto de cuantificar el impacto de segmentos cortos.

ETAPA 18: Revisión de casos con diferencias significativas. Nuevos evaluadores codificarán los videos y luego se estudiará cuál codificación es la mejor.

Dado que los intervalos de 2 minutos no introducían diferencias significativas se continuó con ese tipo de segmentos. Tampoco se encontraron dificultades con el quinto segmento. La única que fue necesario precisar fue el instante considerado de término de la clase.

#### ETAPA 20: Documentación de los resultados

Todas las variables fueron filtradas por errores o diferentes problemas. Se calcularon medias, desviaciones estándares, cuartiles y medianas para todas las variables y cruces de éstas con otras variables.

#### ETAPA 21: Recopilación de resultados SIMCE para los cursos de los profesores en los videos.

Se intentó comparación con evaluación docente pero no fue posible conseguir los puntajes en poder del CPEIP, tampoco con los resultados del estudio de conocimientos de la disciplina realizados por Universidad de Chile pero en poder del CPEIP.

#### ETAPA 22: Comparación de los hallazgos de la codificación de los videos con los resultados SIMCE de los alumnos de octavo de profesores que les hayan hecho clases en octavo básico, comparación con hallazgos en estudios de videos similares en otros países y comparación con esquemas ideales según diferentes propuestas metodológicas.

La información SIMCE no se puede cruzar con la de la de la Evaluación Docente. No es directo acceder a la lista de profesores con sus ruts correspondientes a los estudiantes que aparecen en los puntajes SIMCE. Se intentó comparar con los puntajes de la evaluación docente, pero por motivos de confidencialidad no se pudo tener acceso a esa información. Por la misma razón tampoco se tuvo acceso a la evaluación del conocimiento del dominio de los profesores. Los hallazgos permiten comparar con algunos de TIMMS video. En demostraciones estamos en una situación similar a Estados Unidos pero diferente a Alemania y Japón. En metáforas estamos muy por debajo de Estados Unidos. En el control de la clase y grado de participación en los otros países los estudiantes tienen más participación matemática. Sin embargo las mediciones son diferentes y requiere una investigación especialmente diseñada para ello siguiendo la metodología TIMMs. En este proyecto se aprovechó registros en video ya hechos, por lo que de partida el tipo de material es diferente.

#### ETAPA 23: Estudiar recomendaciones para poder en el futuro estimar la efectividad de conocimientos disciplinarios y saberes pedagógicos en el aumento de los aprendizajes de los estudiantes del profesor. Generar documento con recomendaciones para grabación de videos de clases de matemáticas y metodología de clasificación y análisis.

En este informe se presentan recomendaciones de variables a codificar para describir el saber pedagógico. Existe un pre acuerdo con Fundación Chile para elaborar un programa dedicado a la capacitación de profesores en el

registro, codificación y análisis de videos de clases. Ese programa incluirá videos y se difundirá a través del portal educativo de Fundación Chile.

ETAPA 24: Difusión resultados

## **Anexo 4: Formularios de codificación de videos**

A continuación se presenta parte de los formularios. Las versiones completas están en las planillas electrónicas adjuntas.



# Formulario 1

|                             |  |                                |              |
|-----------------------------|--|--------------------------------|--------------|
| Nombre revisor              |  | Caja:                          | Hora inicio: |
| Nombre archivo a revisar    |  | Segmento asignado (1,2,3,4,5): | Hora fin:    |
| Tiempo inicio revisión      |  | Tiempo término revisión        |              |
| Duración total del archivo: |  |                                |              |

|  |
|--|
| <b>Calidad Registro de Información (intervalos de tiempo)</b>  |
| Momentos en que Ud. no escucha claramente lo que el profesor dice  |
| Momentos en que Ud. no escucha claro lo que los estudiantes dicen  |
| Momentos en que no ve gestos manuales del profesor   |
| Momentos en que no ve dirección de la vista del profesor   |
| Momentos en que el profesor está escribiendo o mostrando en la pizarra y Ud. no puede leer lo que muestra. |

|   |
|---|
| <b>Layout de la clase</b>   |
| Número de alumnos que Ud logra ver  |
| Alumnos en filas solas  |
| Alumnos en filas dobles   |
| Alumnos de a dos frente a frente  |
| Alumnos en clusters (indique tamaño cluster)                                    |
| Número de alumnos sentados en el suelo  |
| Alumnos en filas alrededor de mesas   |
| Alumnos en gran U   |
| Alumnos en otra configuración (indique cuál)                                    |
| Es relevante el layout utilizado para modo de trabajo (sí, no, no determinable) |
| Es relevante el layout utilizado para uso tecnología (sí, no, no aplica)        |

|  |
|--|
| <b>Modo de trabajo de la clase</b>             |
| trabajo cada estudiante independiente de otros |
| mezcla indep. y grupos pequeños                |
| grupos pequeños (2 a 4 estudiantes)            |
| grupos grandes (5 hasta 60% de la clase)       |
| toda la clase                                  |

|   |
|---|
| <b>Uso de tecnología (por profesor y/o estudiantes)</b> |
| uso computador  |
| tareas en computador                                    |
| proyector PC - PowerPoint                               |
| test con retroaliment. inmediata                        |
| uso internet  |
| simulador   |
| graficador  |
| calculadora   |

|  |
|--|
| uso de reglas, compases, huinchas.           |
| uso de instrumentos electrónicos de medición |
| manipulativos (cubos, dados, ábacos, etc.)   |
| papeles, cartones, palos, y/o tijeras        |
| pizarrón                                     |
| papelógrafo                                  |
| retroproyector de transparencias             |
| vídeos en TV                                 |
| uso de textos                                |
| uso de guías                                 |
| uso de juegos matemáticos                    |
| uso de juegos de tablero                     |
| uso de juegos de puzzle                      |
| uso de juegos en computador                  |
| uso de juegos multijugadores                 |
| uso de juegos solitarios                     |
| uso de otra tecnología                       |
| ninguna tecnología identificable             |

| <b>Comunicación general del profesor</b>                              |  |  |
|---|--|--|
| Número de veces que da paseos de más dos pasos seguidos               |  |  |
| Número de veces que estableció contacto ocular con estudiantes        |  |  |
| Número de veces que señaló algo presente con las manos                |  |  |
| Número de veces que nombró a un estudiante por su nombre              |  |  |
| Número de veces se acercó a estudiante y miró su trabajo              |  |  |
| Número de veces que sacó estudiantes adelante a hacer algo matemático |  |  |
| Número de veces que la clase rió y/o emitieron ruidos emocionales     |  |  |

|                                 |           |
|---------------------------------|-----------|
| <b>Analizado sólo 2 minutos</b> | <b>SI</b> |
|---------------------------------|-----------|

## Formulario 2

|                             |   |                                |                            |
|-----------------------------|---|--------------------------------|----------------------------|
| Nombre revisor              |   | Caja:                          |                            |
| Nombre archivo a revisar    |   | Segmento asignado (1,2,3,4,5): |                            |
| Tiempo inicio revisión      |   | Tiempo término revisión        |                            |
| Duración total del archivo: |   |                                |                            |
| <b>Disciplina</b>           | <b>Eje</b> (núm., geom., azar, ál., razonam., otro) | <b>Nivel</b>                   | <b>Unidad del programa</b> |
|                             |   |                                |                            |

| Acciones del profesor                                  | Núm. Intervalos | Tiempo total |
|--|-----------------|--------------|
| hablando del currículo, qué temas pasar                | 0               |              |
| hablando de disciplina (ser disciplinado)              | 0               |              |
| hablando de planificación, evaluación y organización   | 0               |              |
| repartiendo papeles u otros objetos                    | 0               |              |
| tomando tests escrito a toda la clase                  | 0               |              |
| enseñando matemática                                   | 0               |              |
| repasando clases previas                               | 0               |              |
| escribiendo matemáticas                                | 0               |              |
| supervisando trabajo estudiantes                       | 0               |              |
| haciendo preguntas matemáticas                         | 0               |              |
| introduciendo nuevos contenidos matemáticos (*)        | 0               |              |
| practicando nuevos contenidos matemáticos (*)          | 0               |              |
| estableciendo y/o enunciando problemas matemáticos     | 0               |              |
| resolviendo él mismo problemas matemáticos             | 0               |              |
| mostrando objetos y/o figuras matemáticas              | 0               |              |
| dibujando figuras matemáticas                          | 0               |              |
| recortando y/o pegando figuras matemáticas             | 0               |              |
| estableciendo conjeturas matemáticas                   | 0               |              |
| haciendo demostraciones matemáticas                    | 0               |              |
| hablando de historia de personajes matemáticos         | 0               |              |
| hablando de historia de conceptos matemáticos          | 0               |              |
| provocando una discusión matemática con la clase       | 0               |              |
| haciendo que toda la clase verifique respuestas        | 0               |              |
| profesor haciendo repetir en coro o lectura oral       | 0               |              |
| motivando tema matemático a tratar                     | 0               |              |
| motivando con anécdota                                 | 0               |              |
| motivando a través de resultado sorprendente           | 0               |              |
| motivando a través de sus implicaciones prácticas      | 0               |              |
| motivando a través de sus implicaciones en ciencias    | 0               |              |
| motivando a través de sus implicaciones matemáticas    | 0               |              |
| alentando a estudiante(s) a intentar resolver problema | 0               |              |
| felicitando por respuesta correcta                     | 0               |              |
| mirando texto o guía para ayudarse                     | 0               |              |

|                                    |   |
|------------------------------------|---|
| usando metáforas y/o comparaciones | 0 |
|------------------------------------|---|

|   |  |
|---|--|
| <b>Preguntas y respuestas</b>   |  |
| Número aproximado de estudiantes  |  |
| Número de preguntas matemáticas distintas del profesor  |  |
| Número de respuestas de los estudiantes   |  |
| Número aproximado de estudiantes diferentes que responden   |  |
| Número de preguntas de estudiantes  |  |
| Número de estudiantes distintos que hacen preguntas   |  |
| Número de preguntas matemáticas de estudiantes  |  |
| Número de estudiantes distintos que hacen preguntas matemáticas   |  |
| Número de requerimientos del profesor de elaborar, ajustar, corregir y/o profundizar respuestas matemáticas |  |
| Número de respuestas a requerimientos del profesor  |  |
| Número de estudiantes distintos que responden a requerimientos  |  |

|  |  |
|--|--|
| <b>Errores matemáticos del profesor</b>        |  |
| Número de cálculos diferentes                  |  |
| Número de errores de cálculo                   |  |
| Número de errores de cálculo corregidos        |  |
| Número de conceptos mencionados                |  |
| Número de errores conceptuales                 |  |
| Número de errores conceptuales corregidos      |  |
| Número de demostraciones diferentes hechas     |  |
| Número de errores en demostraciones            |  |
| Número de errores en demostraciones corregidos |  |

| Acciones de los estudiantes ( tiempo)                         | Núm. Intervalos | Tiempo total |
|---|-----------------|--------------|
| sólo escuchando   | 0               |              |
| recibiendo material, guías, etc.                              | 0               |              |
| respondiendo verbalmente preguntas mat. del profe             | 0               |              |
| haciendo preguntas  | 0               |              |
| recortando, pegando, dibujando figuras matemáticas o midiendo | 0               |              |
| haciendo demostraciones matemáticas                           | 0               |              |
| estableciendo conexiones entre conceptos matemát.             | 0               |              |
| estableciendo conjeturas                                      | 0               |              |
| resolviendo problemas matemáticos                             | 0               |              |
| en problemas aplicados a ciencia o vida cotid.                | 0               |              |
| en problemas puramente matemáticos                            | 0               |              |

|                          |    |
|--------------------------|----|
| Analizado sólo 2 minutos | SI |
|--------------------------|----|

## Formulario 3

Nombre revisor  
Nombre archivo a revisar  
Tiempo inicio revisión

Rut:  
Segmento asignado (1,2,3,4):  
Tiempo término revisión

Hora inicio  
Hora fin :

### Uso de metáforas

Número de metáforas matemáticas usadas por el profesor  
Número de metáforas matemáticas usadas por estudiantes  
Número de comparaciones explícitas entre problemas, representaciones y/o estructuras matemáticas  
Número de comparaciones en las que hace alineación visual en el pizarrón entre estructuras matemáticas  
Número de comparaciones donde en que usa pistas visuales para resaltar la comparación estructural de objetos  
Número de comparaciones en las que se usa imágenes además de símbolos matemáticos  
Número de comparaciones en las que realiza gestos que ayudan a comparar estructuras matemáticas  
Fuente de la metáfora 1  
Target de la metáfora 1  
Quién generó la metáfora 1 (el profesor, estudiante)  
Tipo de similitud superficial (perceptual, abstracta)  
Objetivo similitud (conceptos, procedimientos, ambos)  
Causa de la generación en caso profesor(espontánea, planificada, en respuesta a falta de dominio de estudiante(s))  
Gesto más representativo que acompañan a metáfora 1  
Tipo de gesto del más representativo (icónico, metafórico, golpe, apuntar)  
Coherencia entre gesto y metáfora 1 (alta, baja)  
Fuente de la metáfora 2  
Target de la metáfora 2  
Quién generó la metáfora 2 (el profesor, estudiante)  
Tipo de similitud superficial (perceptual, abstracta)  
Objetivo similitud (conceptos, procedimientos, ambos)  
Causa de la generación en caso profesor(espontánea, planificada, en respuesta a falta de dominio de estudiante(s))  
Gesto más representativo que acompaña a metáfora 2  
Tipo de gesto del más representativo (icónico, metafórico, golpe, apuntar)  
Coherencia entre gesto y metáfora 2 (alta, baja)

### Demostraciones Matemáticas hechas por el profesor

Número de demostraciones matemáticas  
Número total de pasos de las demostraciones  
Número de elementos de motivación a resultados  
Número de demostraciones en que se explicitan todas las hipótesis  
Número de veces en que se recuerda qué es una demostración  
Número de veces en que se explicita la necesidad de demostración  
Número de contraejemplos.  
Número de demostraciones en que se explicitan axiomas o resultados ya conocidos que pueden utilizarse en la dem.  
Número de demostraciones que contienen algún error.  
Número de demostraciones en las que se nombran demostraciones alternativas.  
Número de demostraciones en las que se compara con otra demostración.  
Número de demostraciones en las que se hace conjeturas debilitando hipótesis.  
Número de demostraciones en que se hace recuento histórico de resultado.  
Número de demostraciones en que se explicita recuento histórico de demostración.

