



Organización
de Estados
Iberoamericanos

Para la Educación,
la Ciencia
y la Cultura

INFORME FINAL

Estudio Descriptivo-Evaluativo de los Postítulos de Educación Matemática para Docentes de 2º Ciclo de Educación Básica, Iniciados el año 2004

Estudio realizado por encargo del Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP), del Ministerio de Educación

Equipo Responsable:

Dr. Sebastián Donoso Díaz, Investigador Principal

Investigadores:

M.Cs. Loreto González Lazcano

Dr. (c) Domingo Bazán Campos

M.Cs. Roberto Vidal Cortés

M.Cs. Luís Pincheira Muñoz (Ayudante)

Santiago, 30 de Enero de 2006.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

RESUMEN EJECUTIVO.....	1
I. PRESENTACIÓN	6
II. PRIMERA SECCIÓN: EL DISEÑO DEL ESTUDIO.....	7
1. ANTECEDENTES GENERALES DEL ESTUDIO.....	7
1.1. Principales orientaciones derivadas del estudio de seguimiento anterior	7
1.2. Los objetivos del presente estudio	8
1.3. Consideraciones teóricas sobre la temática de la formación y perfeccionamiento	8
2. CONSIDERACIONES METODOLÓGICAS	19
2.1. Principales interrogantes	19
2.2. Instrumentos	20
2.3. Plan de análisis	23
2.4. Plan de análisis de la información cualitativa y cuantitativa (pruebas estadísticas seleccionadas)	28
III. PERCEPCIONES Y REPRESENTACIONES SOCIALES DE LOS PARTICIPANTES.....	29
1. CARACTERIZACIÓN GENERAL DE LOS PARTICIPANTES EN EL ESTUDIO	29
2. OPINIONES Y CONCEPTOS DE LOS DOCENTES ALUMNOS SOBRE EL APRENDIZAJE Y LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS	33
2.1. Supuestos y creencias fundamentales en su actuar docente	33
2.2. Puntos de inserción ante la enseñanza; desafíos iniciales para la didáctica	36
2.3. El ser profesional y su proceso de formación	39
2.4. Autopercepción	42
2.5. Percepción de los resultados educativos	45
2.6. Síntesis	46
3. EL CONTENIDO DE LAS PERCEPCIONES Y REPRESENTACIONES SOCIALES DE LOS DOCENTES -ALUMNOS	47
3.1. El significado de enseñar matemáticas (¿Qué significa que usted enseñe matemáticas hoy?)	47
3.2. Los seminarios de unidades didácticas: desarrollo y pertinencia	48
3.3. ¿El trabajo desarrollado a través de los seminarios le permitió establecer redes de colaboración y aprendizaje con los docentes del Postítulo o con compañeros del grupo? ¿Cree que estas redes se pueden mantener en el tiempo?	50
3.4. Impactos del Programa más allá de su práctica pedagógica (¿Cómo y en qué sentido?)	51
3.5. Transferencia al aula de los aprendizajes, herramientas didácticas y evaluativas: elementos facilitadores u obstaculizadores	51
3.6. Cumplimiento de expectativas de aprendizaje	52
3.7. Facilidades y obstáculos de esta experiencia de perfeccionamiento	53
3.8. Valoración de la estrategia de perfeccionamiento y sus proyecciones	54
3.9. Síntesis de la sección	56
4. EL CONTENIDO DE LAS PERCEPCIONES Y REPRESENTACIONES SOCIALES DE LOS ACADÉMICOS SOBRE LOS DOCENTES-ALUMNOS	57
4.1. Opinión del trabajo de seminario desarrollado por los alumnos	58

4.2. <i>Pertinencia y aplicabilidad al aula de las unidades diseñadas por los alumnos: Aspectos facilitadores u obstaculizadores</i>	60
4.3. <i>Redes de colaboración y aprendizaje entre los profesores alumnos</i>	62
4.4. <i>Factores obstaculizadores-facilitadores de los resultados pedagógicos de las unidades didácticas y seminarios</i>	63
4.5. <i>Síntesis de la Sección</i>	65
5. DEBATE DE LA TEMÁTICA DEL CAPÍTULO.....	66
IV. EL PROCESO DE IMPLEMENTACIÓN Y LOS RESULTADOS PEDAGÓGICOS MÁS RELEVANTES DE LOS SEMINARIOS DE DISEÑO DE UNIDADES DIDÁCTICAS.....	68
1. ANTECEDENTES GENERALES DE LOS SEMINARIOS ANALIZADOS	68
2. DESCRIPCIÓN Y ANÁLISIS DE LOS SEMINARIOS	70
2.1. <i>Universidad de La Serena</i>	70
2.2. <i>Universidad de Santiago de Chile (USACH)</i>	72
2.3. <i>Universidad de Concepción</i>	73
2.4. <i>Universidad Católica de Temuco</i>	76
3. OPINIONES DE LOS DOCENTES - ALUMNOS Y DE LOS ACADÉMICOS SOBRE LOS SEMINARIOS Y UNIDADES DIDÁCTICAS.....	77
3.1. <i>Visión de los docentes - alumnos sobre los seminarios de unidades didácticas</i>	78
3.2. <i>Opiniones de los académicos sobre el trabajo desarrollado por los alumnos en los seminarios</i>	79
3.3. <i>Análisis y síntesis de los aspectos tratados</i>	79
V. PRINCIPALES LOGROS DE APRENDIZAJE DE LOS DOCENTES REFERIDOS A ALGUNO DE LOS CUATRO NÚCLEOS TEMÁTICOS DEL CURRÍCULO DE MATEMÁTICA DEL CICLO RESPECTIVO.....	81
1. ANÁLISIS DE LAS SITUACIONES PROBLEMA PLANTEADAS EN EL CUESTIONARIO	81
2. RESULTADOS DE LA RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA N° 1	83
2.1. <i>Síntesis del análisis del problema N°1</i>	88
3. RESULTADOS DE LA RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA N° 2	89
3.1. <i>Síntesis del análisis al problema N°2.</i>	93
4. SÍNTESIS GENERAL DE LAS SECCIONES 2 Y 3.....	95
5. AUTOEVALUACIÓN DE SUS APRENDIZAJES	96
6. DOMINIO DE MATERIAS	99
7. SÍNTESIS DEL CAPÍTULO.....	104
VI. ANÁLISIS DEL PROCESO DE APROPIACIÓN Y TRANSFERENCIA AL AULA	105
1. ANÁLISIS DE LA RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS DEL TALLER.....	105
1.1. <i>Problemas metodológicos típicos en educación matemática</i>	106
1.2. <i>Análisis didáctico</i>	106
2. RESULTADOS DEL TALLER	108
2.2. <i>Algunas observaciones respecto a los ítems de la tabulación</i>	110
2.3. <i>Análisis a posteriori</i>	117
3. ANÁLISIS DE LA DINÁMICA DE TRABAJO DEL TALLER.....	122
4. SÍNTESIS DEL CAPÍTULO.....	127
VII. CONSIDERACIONES FINALES Y PROPOSICIONES.....	128
1. ASPECTOS GENERALES	128
2. GRADO DE INCIDENCIA DEL POSTÍTULO EN LAS PERCEPCIONES Y REPRESENTACIONES SOCIALES MÁS RELEVANTES DE LOS PARTICIPANTES	128

3.	LOS SEMINARIOS DE DISEÑO DE UNIDADES DIDÁCTICAS.....	131
4.	IDENTIFICAR LOS PRINCIPALES LOGROS DE APRENDIZAJE DE LOS DOCENTES.....	133
5.	EL PROCESO DE APROPIACIÓN Y DE TRANSFERENCIA AL AULA.....	136
6.	PROPOSICIONES.....	137
6.1.	<i>De carácter general</i>	137
6.2.	<i>Del funcionamiento del programa</i>	138
6.3.	<i>De la orientación del proceso de perfeccionamiento</i>	139
6.4.	<i>De la orientación del currículo y la didáctica</i>	139
TABLA DE ANEXOS.....		141
1.	ANEXO 1: CUESTIONARIO.....	141
2.	ANEXO 2: PAUTAS DE ENTREVISTAS.....	141
3.	ANEXO 3: TALLER DE VALIDACIÓN DE INFORMACIÓN Y APLICACIÓN DE CASO PROBLEMA MATEMÁTICO TÍPICO.....	141
4.	ANEXO 4: TRASCIPCIONES ENTREVISTAS.....	141
5.	ANEXO 5: REGISTRO TALLER DE VALIDACIÓN Y CASO MATEMÁTICO.....	141
6.	ANEXO 6: TABULACIÓN DE RESPUESTA CASO MATEMÁTICO.....	141
7.	ANEXO 7: TABLAS ESTADÍSTICAS COMPLEMENTARIAS.....	141
ÍNDICE DE TABLAS Y GRÁFICOS.....		142
1.	ÍNDICE DE TABLAS.....	142
2.	ÍNDICE DE GRÁFICOS.....	144

Resumen Ejecutivo

El informe expone los principales resultados de la evaluación de los Programas de Postítulo de Mención en Educación Matemática, dirigidos a los docentes que trabajan en el segundo ciclo básico de establecimientos subvencionados, iniciativa impulsada por intermedio del Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas del Ministerio de Educación de Chile, como esta estrategia de formación y perfeccionamiento docente, y ejecuta por las universidades de La Serena; de Santiago de Chile; de Concepción; y, Católica de Temuco (versiones iniciadas en octubre del año 2004).

La formación de maestros de educación básica con especialización en áreas específicas del segundo ciclo es un tema iterativo en la educación chilena, que ya estuvo presente en la formación tanto regular como especial de maestros hacia finales de la década de los 60' y durante los 70'; sin embargo, posteriormente fue siendo dejada de lado por los centros universitarios –salvo excepciones- como producto general de la crisis que sufrió la formación de profesores en Chile, al perder el año 1980 el rango de profesión universitaria, la que se recupera más de una década después.

Con anterioridad (marzo, 2005), la OEI entregó los resultados del estudio de seguimiento de esta modalidad de perfeccionamiento, de forma que el punto de partida del estudio se establece a partir de los hallazgos registrados por esa investigación.

El Objetivo General del estudio fue **“Conocer los efectos sobre las percepciones previas de los docentes y sobre los aprendizajes logrados en cuanto nuevos y mayores conocimientos conceptuales, didácticos, pedagógicos y evaluativos, que pueden ser consecuencia de su participación en los cursos de postítulo de Mención en Educación Matemática para profesores de segundo ciclo de Educación Básica, iniciados en octubre de 2004, como parte del Plan Complementario de Mejoramiento de la Enseñanza-Aprendizaje de la Matemática”**.

Sus objetivos específicos fueron:

- a. Determinar el grado de incidencia que tuvo el Postítulo sobre las percepciones y representaciones sociales más relevantes de sus participantes, de acuerdo con las dimensiones establecidas en un estudio anterior.
- b. Indagar, respecto del proceso de implementación y de algunos resultados pedagógicos de los Seminarios de diseño de unidades didácticas, en cuanto a:
(i) el tipo de trabajo académico desarrollado por los profesores-alumnos; (ii) el grado de pertinencia y aplicación de las unidades de E-A diseñadas; (iii) la generación-construcción de redes de colaboración y aprendizaje entre pares y con los académicos responsables.
- c. Identificar los principales logros de aprendizaje de los docentes acerca de las formas de enseñanza, correspondientes a alguno de los cuatro núcleos temáticos del currículo de Matemática para el segundo ciclo de Educación Básica.

- d. Determinar el grado de coherencia entre los resultados de los análisis anteriores y las evaluaciones aplicadas por cada universidad, al inicio y término de cada núcleo temático o módulo(s) en que éstos se desagregaron.
- e. Indagar, respecto de los procesos de apropiación y transferencia al aula implementados por los profesores-alumnos, atribuidos a su participación en el Postítulo, en cuanto a: (i) los principales contenidos matemáticos que tendrían que dominar para enseñar a los alumnos del segundo ciclo de Educación Básica; y, (ii) el nivel de empoderamiento profesional alcanzado en este proceso, para enfrentar los desafíos que les plantea el sistema educacional.

La formación de Postítulo con Mención surge a partir del segundo semestre del año 2004, como parte del Plan Complementario de Mejoramiento de la Enseñanza-Aprendizaje de la Matemática impulsado por el Ministerio de Educación, que como respuesta a los inquietantes niveles de logro alcanzados por los estudiantes, evidenciados a través del estudio de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), presentado a comienzos de ese año, se plantearon diversas acciones orientadas a elevar las competencias profesionales de los docentes, indispensables para impartir esta disciplina del currículo escolar.

Los cursos tuvieron una duración de 875 horas pedagógicas, estaban destinados a profesores titulados de Educación General Básica que trabajan en el segundo ciclo de enseñanza básica en establecimientos educacionales subvencionados, y que tenían, a la fecha de inicio del curso a lo menos dos años de experiencia profesional y no contaban con una especialización similar. El total de maestros que inició la experiencia fue de 130 personas.

El estudio que se expone asumió la Teoría de la Transposición Didáctica como marco referencial para el análisis de los resultados. Por ella se entiende al conjunto de transformaciones que sufre un saber con el fin de ser enseñado, lo que implica crear un método de enseñanza. El profesor tiene que enseñar una parte de un saber que transitoriamente se denominará "*saber sabio o erudito*", la sociedad demanda enseñar esta parte del saber, lo que supone que ello aparezca como teniendo utilidad social. Para responder a esta demanda, es necesario *transformar* el conocimiento para que se vuelva enseñable a un nivel dado, en este caso, los estudiantes del segundo ciclo básico de la enseñanza.

Los requerimientos fundamentales de información fueron: Universidad en la que cursa el Postítulo de Mención en Educación Matemática. Características demográficas básicas de los participantes. Características básicas de su formación y especialización. Experiencia laboral, Niveles y sectores en los que ha trabajado. Visiones de la docencia, el aprendizaje y la enseñanza. Características del proceso de perfeccionamiento seguido, Apreciación del proceso, Niveles de aprendizaje alcanzado, Auto percepción de sus resultados, Orientación referidas a la apropiación curricular.

Los instrumentos empleados para recabar la información fueron: Cuestionario a los docentes alumnos; Escala de apreciación de los niveles de logro alcanzados; Escala de apreciación sobre el grado de transferencia al aula; Entrevistas en profundidad para alumnos; Entrevistas en profundidad a académicos; Pauta de evaluación de seminarios; y Diseño de una pauta de taller.

Los docentes que fueron objeto del estudio acreditaron experiencia relevante, tanto términos de los años de ejercicio docente como en lo que dice relación con los niveles de enseñanza en que han trabajado (enseñanza básica completa, segundo ciclo y educación media), y los subsectores de aprendizaje (matemática, lenguaje y comunicación, otros) en los que han enseñado, al igual que según tipos de establecimientos escolares (públicos con subsidio y particulares sin subsidio). Dado que su data de trabajo es importante, se asume que manejan los códigos de operación de la cultura escolar en sus dimensiones más importantes, como de hecho los datos lo confirmaron. En consecuencia, el grupo de docentes comparte rasgos fundamentales con el universo de maestros respectivo.

La síntesis de algunos de los principales hallazgos del estudio es la siguiente:

1. Los participantes presentaron una valoración positiva e importante de la enseñanza de la matemática y en especial, por su contribución al aprendizaje de los niños. Esta condición ayuda a que su visión de la experiencia del programa de postítulo sea favorable, sosteniendo que éste les permitió fundamentar su actuar, fortaleciendo su docencia, ya sea producto del aprendizaje alcanzado, del incremento de su seguridad personal como también de la generación de redes de trabajo y colaboración.

Sin embargo, el proceso de generación y actualización de las percepciones y representaciones sociales entregó una alerta en dos materias que a lo largo del estudio fueron constantemente sostenidas. Uno se refiere al necesario dominio de las materias, contenidos o competencias que deben tener para poder instruir a sus estudiantes en el campo de la matemática, destacando como principal área de dificultades la enseñanza de la geometría; y el segundo aspecto se asocia al cómo enseñar, es decir, a los temas propios de la didáctica y en consecuencia, de los resultados de los estudiantes, aspectos que estando vinculados tiene características propias que permiten su análisis desmembrado.

2. A partir del reconocimiento de los docentes acerca de sus severas deficiencias de formación inicial, los temas de didáctica parecen inicialmente como menos relevantes, aunque posteriormente se destaquen y terminen siendo estratégicos. Esta creencia se asienta en la idea que primero es necesario dominar una materia, para luego poder enseñarla, aunque no siempre se tenga claridad sobre aquellos indicadores que evidencian el dominio de la disciplina.

En función de lo señalado se plantean algunas interrogantes cuya resolución, si bien excede los límites de este trabajo, daría luces para un rediseño del proceso de perfeccionamiento: ¿Qué fundamentos, conceptos y mecanismos son indispensables que domine un estudiante en cada nivel? ¿Cómo dejar instalada capacidades de autoaprendizaje y actualización en este ámbito?

Desde otro ángulo, los resultados alcanzados en el estudio confirmaron la complejidad de la cultura escolar, por cuanto es un fenómeno que posee una doble faz: una normativa y otra fáctica. Los maestros se mueven en estos ámbitos a partir de códigos interiorizados, que son complejos de cambiar, pues están estructurados como sistemas con significantes y significado, operando indistintamente entre los campos de lo rector y lo real, según la situación en análisis.

3. El análisis de los resultados de los seminarios dio cuenta de importantes logros, en particular en el plano de la didáctica aplicada. Se trató de una iniciativa que fue positivamente valorada por los participantes, descontando el esfuerzo realizado y el escaso tiempo disponible en relación con la envergadura y complejidad de la tarea emprendida. Ello se tradujo que a marzo del presente año (2006) aún restaban muchos seminarios por entregar su informe final de trabajo en los diversos programas impulsados por las universidades.

Es por lo indicado que se estimó que siendo los seminarios de unidades didácticas una tarea relevante que es importante mantener en otras iniciativas que se emprendan se requiere revisar su diseño general, sus términos de referencia y en función de ello, adecuarles de manera coherente con los objetivos buscados por el Programa. Evitando de esta forma llegar a situaciones extremas de desempeño de los participantes que conduzcan a cambios cuando estos pudieron preverse antes de una crisis, la experiencia dice que una mejor relación certificación de horas, tiempo asignado por el docente, académicos más pertinentes y una experiencia de trabajo iniciada más tempranamente, con procesos de organización simples pero eficientes, contribuyen a su éxito y con ello al del Programa mismo.

4. La identificación de los principales logros de aprendizaje confirmó que los docentes valoran y enfatizan sobredimensionadamente los temas operacionales, sin tener pleno dominio de los procesos de contextualización de los aprendizajes, ello se traduce –tal como se señaló también en el capítulo seis– en un énfasis en la mecanización de los aprendizajes. Concomitantemente ya sabemos que los maestros cuando se enfrentan a materias que dominan menos, tienden a evitarlas o tratarlas de manera superficial, hábito arraigado en el ethos cultural del maestro que cuesta extirpar y que pareciera estar aún presente en sus prácticas.

Los incrementos en el aprendizaje alcanzado por los participantes implicaron mejoras en su autoestima lo que les permitió discutir en mayor medida (sin que ello implique un logro total) elementos que forman parte de los fundamentos centrales de la disciplina y de su aplicación, lo que permitió incrementar su dominio disciplinar.

El análisis de la dinámica de interacción de los participantes en el taller mostró que en su mayoría tienen poca seguridad en el dominio de las materias y conocimientos aplicados. La forma espacial de organizarse en el salón de actividades, la omisión de instrucciones que ponían en duda sus capacidades, la forma de enfrentar el trabajo grupal, (evadiendo su responsabilidad), las prácticas de resolución de los problemas que requerían del visto bueno del encargado del taller, las dudas planteadas por los participantes a partir de las intervenciones de los coordinadores, los vacíos mostrados en los resultados finales son elementos que evidencian que el “empoderamiento” es una tarea aún débilmente alcanzada, tal como se debate en la sección siguiente.

5. En materia de apropiación y de transferencia al aula, los resultados señalaron que el grado de apropiación de los maestros está aún en ciernes, requieren de mayor soporte y apoyo para poder alcanzar los niveles esperados. Al respecto es indis-

pensable mejorar el dominio disciplinar y metodológico de los docentes¹. En lo disciplinar aspectos ya recalcados como los fundamentos centrales de los ejes temáticos de la matemática y sus ramas, la relación fundamentos con operatoria. El nexos caminos alternativos y mecanización de procesos; y finalmente la capacidad de reconstruir este proceso (decodificar en sentido de lenguaje) desde la operatoria a los fundamentos.

Respecto de lo segundo, el dominio metodológico se asocia con el campo didáctico, específicamente con la posibilidad de generar procesos que resuelvan creativamente los problemas más recurrentes y centrales para obtener las competencias matemáticas según los niveles que cursan los estudiantes, e incrementa la capacidad de los docentes para contextualizar la enseñanza y darle significación, son materias que aún muestran importantes tasas de insatisfacción.

Quedan por alcanzar otras competencias muy significativas respecto de este objetivo, una de las cuales corresponde a la dimensión autoaprendizaje de los docentes, otra al manejo de las principales variables de la cultura escolar y por esta vía, incidir sobre el mejoramiento de la calidad de los aprendizajes, garantizando su adecuado traspaso al aula. Un soporte significativo en esta dirección es el trabajo en redes, sin embargo este factor está aún por desarrollarse, su avance es claramente formal.

6. Finalmente se formulan algunas proposiciones de carácter general, que se orientan al mejoramiento global de la iniciativa del postítulo y que se refieren a la importancia de mantener y ampliar la iniciativa, generar sistemas de nivelación de competencias iniciales, y definir más claramente requerimientos del Programa y obligaciones de las partes institucionales en su desarrollo.

Como propuestas específicas en el plano del funcionamiento se formulan precisiones sobre el dominio de competencias que los alumnos deben alcanzar según la relevancia de los programas NB, seguidas por otras proposiciones en el plano de la orientación del Programa que se refieren a diversas materias producto de los resultados encontrados en los ámbitos estudiados y luego sobre el currículo y la didáctica a seguir.

¹ A juicio de los académicos, los participantes desconocen las normas de elaboración de trabajos escritos y la lógica argumentativa que estos documentos deben tener, lo que implica que se debe destinar tiempo a actividades que se asume como pre-requisitos alcanzados.

I. Presentación

Se exponen los principales resultados de la investigación descriptivo - evaluativa de los Programas de Postítulo de Mención en Educación Matemática, dirigidos a los docentes que trabajan en el segundo ciclo básico de la educación pública, impulsados por las universidades de La Serena; de Santiago de Chile; de Concepción; y, Católica de Temuco, y que corresponden a las versiones iniciadas en octubre del año 2004.

El Ministerio de Educación de Chile implementó esta estrategia de formación y perfeccionamiento docente, por intermedio del Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (en adelante CPEIP), como uno de los componentes claves para mejorar significativamente los resultados de aprendizaje de las matemáticas de los alumnos de la educación básica, en especial los correspondientes al segundo ciclo de ese nivel de enseñanza, que abarca los grados 5º a 8º del sistema educacional.

Se entiende que el real impacto de estos procesos de formación se obtiene, de manera categórica, al analizar los rendimientos registrados en esta disciplina por los grupos de estudiantes expuestos a la docencia de aquellos profesores que han participado en el Programa en comento. De forma que la investigación que se comunica constituye un aspecto aún parcial de un proceso que, como tal, puede ser analizado en su actual etapa de desarrollo, siempre entendiendo que sus impactos reales son – al menos- de mediano plazo.

La formación de maestros de educación básica con especialización en áreas específicas del segundo ciclo es un tema iterativo en la educación chilena, que ya estuvo presente en la formación tanto regular como especial de maestros hacia finales de la década de los 60' y durante los 70'; sin embargo, posteriormente fue siendo dejada de lado por los centros universitarios –salvo excepciones- como producto general de la crisis que sufrió la formación de profesores en Chile, al perder el año 1980 el rango de profesión universitaria, la que se recupera más de una década después.

En consecuencia esta estrategia de formación había estado presente en el itinerario de preparación de maestros en Chile, la cual es revitalizada por las autoridades del sector a comienzo de la presente década e impulsada por el CPEIP.

Con anterioridad (marzo, 2005), la OEI entregó los resultados del estudio de seguimiento de esta modalidad de perfeccionamiento, de forma que el punto de partida del estudio se establece a partir de los hallazgos registrados por esa investigación.

II. Primera Sección: El Diseño del Estudio

1. Antecedentes generales del estudio

1.1. Principales orientaciones derivadas del estudio de seguimiento anterior

El estudio de seguimiento realizado a finales del año 2004 (OEI, 2005), precisó ciertos aspectos que son de relevancia respecto de la temática de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas. En el plano de las creencias, en primer lugar, un porcentaje importante de docentes atribuye a factores culturales el hecho que los estudiantes chilenos sean “malos para las matemáticas”, sin embargo este reconocimiento cultural no se extiende a la variable género, cuya evaluación es transversal, es decir, estudiantes hombres y mujeres tendrían igual desempeño en estas materias.

En esta misma dimensión – de creencias- los docentes establecieron una fuerte relación positiva de valores como “orden, perseverancia y esfuerzo”, en términos de su asociación con el aprendizaje de las matemáticas. Situación que se extiende a la convicción dominante en ellos de que las matemáticas no son difíciles de aprender, sino que el problema reside en su enseñanza inadecuada, fenómeno que para un grupo importante de maestros, pero menor al 50%, también se vincula al hecho que los profesores hacen difícil el aprendizaje de las matemáticas. Este aspecto es de relevancia ya que prácticamente todos destacan que el clima emocional en el aula es fundamental para el aprendizaje matemático.

Los resultados también dan cuenta que este grupo de profesores se caracterizó por:

- Haber llegado al mundo de las matemáticas de modo casual o emergente y con experiencias escolares propias que han resultado determinantes para enseñar matemáticas.
- Tener alta inseguridad en sus conocimientos matemáticos y didácticos de la especialidad, situación que es uno de los principales factores de motivación para integrarse al Postítulo en esta disciplina.
- Pasar de una visión mayoritaria de las matemáticas como algo complejo y duro, difícil de conectar con la realidad cotidiana de los educandos, a una imagen más positiva del tema como producto del avance del Postítulo.
- Evidenciar un escaso dominio de las dimensiones epistemológicas del sector de aprendizaje respectivo, lo que se traduce en una mirada simplificada y fragmentada de la disciplina a enseñar con respecto a sus dimensiones didácticas y formativas.
- Centrar el valor formativo de las matemáticas básicamente en sus aportes para la inserción en el mundo productivo.
- Una percepción del entorno y de otros actores demandantes y exigentes hacia su labor formativa, expresada por una tensión permanente de las dimensiones instrumental y valóricas del aprendizaje y la educación.
- Demostrar interesantes niveles de autoexigencia y autocrítica con respecto a la labor desarrollada y a los logros pedagógicos alcanzados.
- Tener expectativas adecuadas en torno a la experiencia formativa que viven y con demandas importantes de acompañamiento estable por parte del Postítulo hacia ellos, de modo de garantizar una mejor transferencia al aula.

Finalmente, destaca el hecho que casi la totalidad de los docentes percibe el Postítulo de Mención en Educación Matemática, como un aporte importante para su desarrollo profesional.

1.2. Los objetivos del presente estudio

El Objetivo General del estudio fue **“Conocer los efectos sobre las percepciones previas de los docentes y sobre los aprendizajes logrados en cuanto nuevos y mayores conocimientos conceptuales, didácticos, pedagógicos y evaluativos, que pueden ser consecuencia de su participación en los cursos de postítulo de Mención en Educación Matemática para profesores de segundo ciclo de Educación Básica, iniciados en octubre de 2004, como parte del Plan Complementario de Mejoramiento de la Enseñanza-Aprendizaje de la Matemática”**.

Sus objetivos específicos fueron:

- a. Determinar el grado de incidencia que tuvo el Postítulo sobre las percepciones y representaciones sociales más relevantes de sus participantes, de acuerdo con las dimensiones establecidas en un estudio anterior.
- b. Indagar, respecto del proceso de implementación y de algunos resultados pedagógicos de los Seminarios de diseño de unidades didácticas, en cuanto a: (i) el tipo de trabajo académico desarrollado por los profesores-alumnos; (ii) el grado de pertinencia y aplicación de las unidades de E-A diseñadas; (iii) la generación-construcción de redes de colaboración y aprendizaje entre pares y con los académicos responsables.
- c. Identificar los principales logros de aprendizaje de los docentes acerca de las formas de enseñanza, correspondientes a alguno de los cuatro núcleos temáticos del currículo de Matemática para el segundo ciclo de Educación Básica.
- d. Determinar el grado de coherencia entre los resultados de los análisis anteriores y las evaluaciones aplicadas por cada universidad, al inicio y término de cada núcleo temático o módulo(s) en que éstos se desagregaron.
- e. Indagar, respecto de los procesos de apropiación y transferencia al aula implementados por los profesores-alumnos, atribuidos a su participación en el Postítulo, en cuanto a: (i) los principales contenidos matemáticos que tendrían que dominar para enseñar a los alumnos del segundo ciclo de Educación Básica; y, (ii) el nivel de empoderamiento profesional alcanzado en este proceso, para enfrentar los desafíos que les plantea el sistema educacional.

1.3. Consideraciones teóricas sobre la temática de la formación y perfeccionamiento

En el marco de la política de profesionalización docente impulsada por el Ministerio de Educación, desde mediados de la década de 1990 se han desarrollado diversos programas entre los que destaca el de Apropiación Curricular, que ha contado con el apoyo de universidades de gran parte del país –del cual forman parte los Postítulos de Mención en Educación Matemática, siendo la primera versión la que corresponde a este estudio de seguimiento-, cuyo propósito es *“contribuir a que docentes de segundo ciclo de enseñanza básica y de*

*enseñanza media, afiancen conocimientos disciplinarios y fortalezcan competencias pedagógicas para desarrollar prácticas de aula, acordes al currículo escolar*².

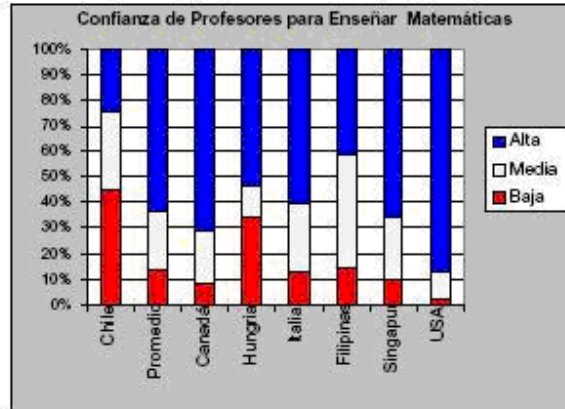
La formación de Postítulo con Mención es parte de un proceso de desarrollo profesional docente que se ha venido realizando -con el apoyo de Universidades- desde mediados de los años noventa, primero con la implementación del Programa de Perfeccionamiento Fundamental (PPF) y, posteriormente, con los cursos de Apropiación Curricular, los que mantienen su vigencia en la actualidad. Es a partir del segundo semestre del año 2004, como parte del Plan Complementario de Mejoramiento de la Enseñanza-Aprendizaje de la Matemática impulsado por el Ministerio de Educación, que como respuesta a los inquietantes niveles de logro alcanzados por los estudiantes, evidenciados a través del estudio de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE)³ presentado a comienzos de ese año, se plantearon diversas acciones orientadas a elevar las competencias profesionales de los docentes, indispensables para impartir esta disciplina del currículo escolar.

En este mismo estudio se analiza la importancia de la formación profesional y la formación en servicio como factores relevantes para el logro de mejores aprendizajes por parte del alumnado; en tal sentido, el informe señala que *“en matemática, el 45% de los estudiantes son formados por profesores que declaran tener poca confianza en su preparación para enseñar la materia. Este porcentaje es casi tres veces más alto que el promedio internacional que alcanza a un 14%.”* (2004; pág. 57).

² Fuente: www.mineduc.cl

³ OCDE, (2004). Revisión de las Políticas Nacionales de Educación: Chile. Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. Paris.

Gráfico N° 1: Índice de Confianza de los Profesores para Enseñar



Fuente: Informe OCDE

Como una forma de hacer frente a este diagnóstico preocupante, el Ministerio de Educación a través del Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP), dio inicio, mediante una invitación a cinco universidades, a la implementación de cursos de Postítulo conducentes a la obtención de una Mención en Educación Matemática, cuya realización estuvo a cargo de cuatro de ellas que cumplieron con los criterios de evaluación de las propuestas; estas fueron: las Universidades de Concepción, Católica de Temuco, de Santiago de Chile y de La Serena, todas instituciones que disponen de experiencia en la formación pedagógica y de equipos académicos adecuados para la enseñanza de este subsector de aprendizaje. Junto con cumplir los dos criterios señalados, las Universidades también debían estar participando en ese subsector el año 2004, a través de Cursos de Apropiación Curricular y contar con una oferta vigente de especialización.

1.3.1. Conceptos fundamentales

Percepciones de los docentes

Se le entiende como las **opiniones-interpretaciones-valoraciones** de los docentes que participan en los cursos respecto de:

- Las motivaciones y expectativas que tenían al inicio del curso y el grado en que su participación en él las satisfizo.
- Las principales representaciones sociales respecto de las demandas que les hace el sistema, en relación a sus principales funciones docentes referidas al “Marco para la Buena Enseñanza”.

Apropiación curricular

Es el **significativo dominio de los contenidos conceptuales, didácticos, pedagógicos y evaluativos**, logrados por cada docente, como resultado del proceso de aprendizaje experimentado al participar en un curso de Postítulo, lo que, en cierto modo, da cuenta también de la potencialidad que tiene cada uno de estos cursos para generar en los docentes una situación de crisis (paradigmática), capaz de provocar cambios en su análisis reflexivo respecto de lo que ha venido haciendo, que le permi-

ta mirarse en su quehacer docente y le anime a innovar, pero una innovación con capacidad de adecuación.

Los elementos para la apropiación curricular que se enfatizan en los cursos de postítulo de Mención son:

Aspectos disciplinarios

- La apropiación de contenidos y conceptos didácticos, pedagógicos y evaluativos, por parte de los docentes participantes en los cursos;
- Dominio y aplicación de TIC's;
- Uso adecuado y pertinente de los conocimientos logrados, en la elaboración de unidades didácticas de enseñanza-aprendizaje, así como conocimiento y manejo de bibliografía actual y pertinente.

Un currículum nuevo

La reestructuración curricular enfatiza otros caminos para el aprendizaje y desafía al profesor a trazar su propio recorrido dentro de las posibilidades que el respectivo Programa de Estudios de un subsector de aprendizaje le ofrece. Para comprender esta situación se requiere que éste alcance un "*manejo adecuado*" del programa de estudios respectivo, entendido como una apropiación real de él, por parte del profesor.

La dimensión didáctica

El docente debe poder expresar la experiencia de conjunción de una adecuada actualización con su mirada didáctica, planteamiento que junto con ser explícito debe evidenciarse en las distintas modalidades e instancias de evaluación del Curso y, especialmente, en los Seminarios Didácticos.

1.3.2. Características de los postítulos de mención

Estos cursos de postítulo tienen una duración de 875 horas pedagógicas. Su propósito es fortalecer los conocimientos disciplinarios, didácticos y pedagógicos de los profesores y profesoras que enseñan en el segundo ciclo de Educación Básica, para mejorar su desempeño profesional, favoreciendo el desarrollo de competencias orientadas a lograr mayores y mejores aprendizajes de todos sus alumnos y alumnas. El total de horas consideradas se desagregan de la siguiente forma:

- 600 horas dedicadas al conocimiento y apropiación, vía clases modalidad presencial con su correspondiente componente de evaluaciones diagnóstica, formativas y sumativas, de todos los Núcleos Temáticos que los docentes participantes requieren dominar a cabalidad para enseñar los contenidos curriculares correspondientes a cada uno de los cuatro años de estudio que conforman el segundo ciclo de Educación Básica, así como vivir estilos pedagógicos que inspiren y/o modelen el proceso de enseñanza-aprendizaje que luego deben realizar a nivel de sala de clases, para lo cual contemplan el uso de diversas estrategias y metodologías de trabajo, así como recursos didácticos variados, entre los que se cuentan modelos físicos, software matemáticos, Internet, etc.;
- 100 horas dedicadas a la realización de un Seminario de Profundización en una temática específica del currículo del curso, con la consiguiente elaboración de unidades didácticas que los participantes desarrollan con la asesoría directa de los académicos de la universidad y aplican en el aula bajo la supervisión y evaluación de éstos; y,

- 175 horas de aplicación o transferencia al aula de los conocimientos aprendidos así como de reforzamiento específico de aquellos temas que, por su mayor complejidad o desconocimiento, pudieran requerir de un apoyo extra.

En el caso de los cursos involucrados en este estudio, las horas destinadas a la modalidad presencial se distribuyeron en no más de 12 horas pedagógicas semanales, con un máximo de 3 horas pedagógicas en un día laboral y de 6 horas pedagógicas en uno no laboral, por un período de 14 meses a contar de octubre de 2004.

Las universidades a cargo de estos cursos, podían realizar jornadas lectivas intensivas en las últimas semanas de diciembre de 2004 o en las primeras de enero de 2005, así como también en las vacaciones de invierno u otro período festivo.

Estos cursos de Postítulo de Mención en Educación Matemática están destinados a profesores titulados de Educación General Básica que se desempeñan en cursos del segundo ciclo de Educación Básica de establecimientos educacionales subvencionados, y que tenían, a la fecha de inicio del curso, a lo menos dos años de experiencia profesional y no contaban con una especialización similar.

1.3.3. Propuestas de las Universidades

En relación a las propuestas diseñadas por las universidades, los objetivos propuestos por cada institución fueron:

Universidad de Concepción

Contribuir a la formación de docentes de Educación Básica a través de un programa de postítulo que permita la revisión de los contenidos curriculares propuestos para el segundo ciclo en el Subsector Matemática, y al mismo tiempo permita profundizar y/o adquirir estrategias didácticas o metodologías específicas que lleven a abordar estos contenidos curriculares en profundidad y correctamente lo que, incluyendo la apropiación de los recursos tecnológicos bajo una perspectiva instrumental y comunicacional, potencien sus intervenciones docentes en el aula. Se pretende, paralelamente a lo anterior, promover el espíritu crítico sobre el desempeño profesional en Educación Matemática.

Universidad de Santiago

Aportar al profesor de segundo ciclo de Educación Básica aquellos conocimientos matemáticos y didácticos que le serán útiles para el mejoramiento del diseño, gestión y evaluación de los procesos de enseñanza aprendizaje de sus alumnos.

Universidad Católica de Temuco

Desarrollar competencias para el dominio de los contenidos matemáticos, didácticos y pedagógicos, en profesores(as) que realizan docencia en el subsector de educación matemática de quinto a octavo año básico, que les permita conocer y entender profundamente las matemáticas que enseñan, favoreciendo la confianza y la seguridad en el trabajo con alumnos y alumnas, y les posibilite la obtención del Postítulo de Mención en Educación Matemática.

Universidad de La Serena

Ofrecer a profesores que enseñan matemáticas en el segundo ciclo de enseñanza básica, un Postítulo con carácter de Mención en este ámbito curricular, con énfasis en

el fortalecimiento de conocimientos disciplinarios, didácticos y pedagógicos, de modo de favorecer en los profesores participantes, dominio, confianza y seguridad en el trabajo con alumnos y alumnas.

Los programas de Postítulos se iniciaron en octubre de 2004, finalizando entre fines de noviembre y diciembre de 2005. La siguiente tabla muestra la matrícula por cada institución

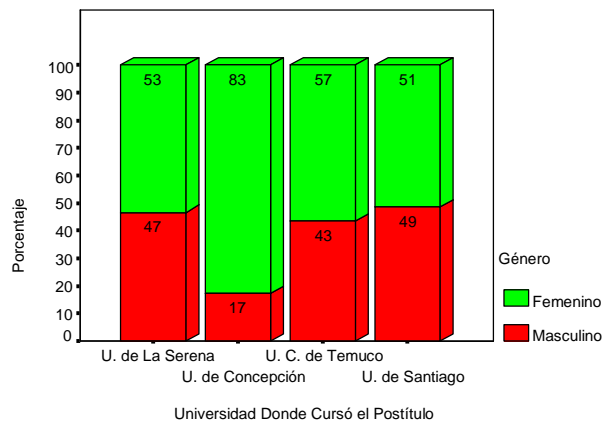
Tabla Nº 1: Docentes Matriculados en los Postítulos según universidad.

Universidad	Matrícula por Institución	Porcentaje
U. de La Serena	30	23,1
U. de Concepción	35	26,9
U. Católica de Temuco	30	23,1
U. de Santiago	35	26,9
Total	130	100,0

Fuente: CPEIP, 2005.

En relación a la composición de la matrícula por sexo, esta es mayoritariamente femenina, siendo en total un 61,5% mujeres y un 38,5% hombres; el siguiente gráfico muestra la población distribuida por universidades:

Gráfico Nº 2: Docentes participantes según Género y Universidad



Por otra parte, en cuanto a los años de experiencia docente la media es de 17,3 años, con una desviación estándar de 7,8 años, mientras que el promedio de años que los docentes-alumnos se han desempeñado en el subsector de educación matemática es de 10 años, con una desviación estándar de 7,6 años. Los siguientes gráficos muestran cómo está distribuida la población por universidad y rangos de edad.

Gráfico N° 3: Docentes participantes según Años de Experiencia Docente y Universidad

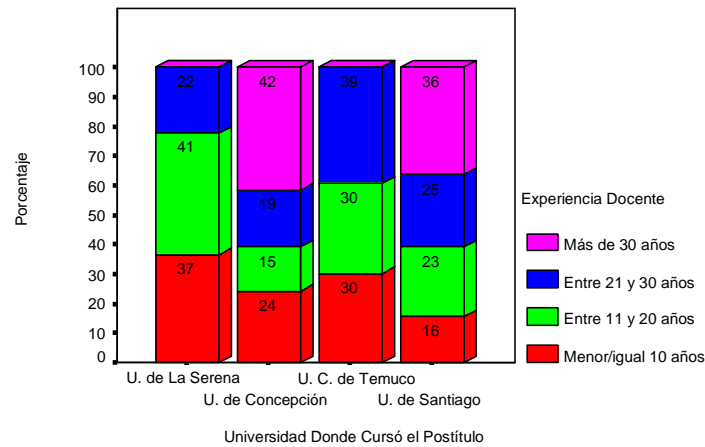
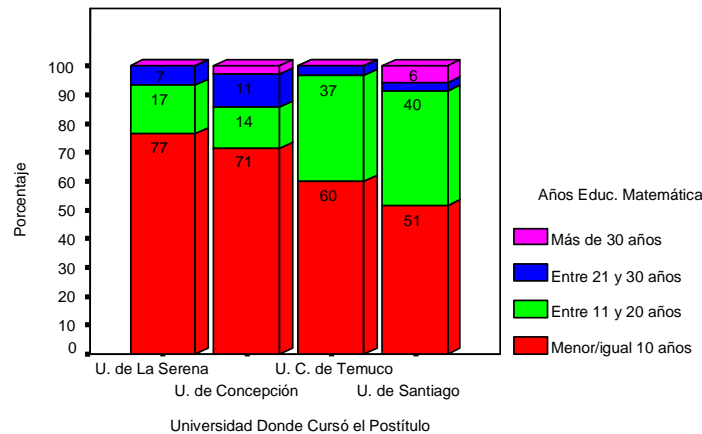


Gráfico N° 4: Docentes participantes según Años de Experiencia Docente en Educación Matemática y Universidad



Cómo se puede observar en estos últimos gráficos, más de un 20% de los docentes tiene 10 o menos años de experiencia docente, mientras que para este mismo rango de edad, en el subsector de educación matemática, este porcentaje aumenta de manera considerable a un 65%.

1.3.4. Nociones conceptuales para una base teórica

Noción de Transposición Didáctica

A partir de Teoría de la Transposición Didáctica, se designa a ésta como al conjunto de transformaciones que sufre un saber con el fin de ser enseñado.

Para transmitir un saber es necesario crear un método de enseñanza. El profesor tiene que enseñar una parte de un saber que transitoriamente se denominará “*saber sabio o erudito*”, del cual los matemáticos profesionales e investigadores puros son sus poseedores y productores. La sociedad demanda enseñar esta parte del saber, lo que supone que ello aparezca

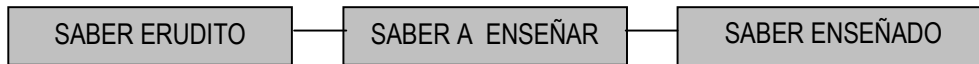
como teniendo utilidad social. Para responder a esta demanda, es necesario *transformar* el conocimiento para que se vuelva enseñable a un nivel dado. Este punto es clave dado que el profesor debería cuestionarse sobre *su relación con el saber a enseñar, así como también con el saber erudito*.

Gilbert Arsac señala que la transposición didáctica trata del proceso que consiste en transformar un objeto de saber en un objeto de enseñanza, lo que requiere de una preparación y comunicación de un objeto de saber.

Al revisar las dos etapas por las que pasa un saber cuando es construido por el matemático, se puede señalar que: La primera consiste en despersonalizar el saber, es decir, suprimir las reflexiones inútiles, los errores, los caminos tortuosos o demasiado largos que lo llevaron a la divergencia. La segunda etapa, implica descontextualizar el saber, esto es, suprimir la historia (tanteos, falsas pistas) y buscar el contexto más general en que su resultado sea verdadero. Este proceso de comunicación no llega más allá de la comunidad científica.

En didáctica de la matemática se adopta siempre una hipótesis de aprendizaje constructivista, que se resume asumiendo que el aprendiz construye sus conocimientos primero por su actividad propia. Se precisa esta hipótesis considerando que la situación de aprendizaje ideal es aquella en la cual el alumno es enfrentado a un problema que debe ser resuelto. Así, el maestro busca que el alumno reconstruya un saber, lo re-contextualice y lo re-personalice, lo que se ve como el proceso inverso al del investigador. De este modo, el proceso por el que pasa el alumno consta de una génesis artificial del saber, en relación a la génesis natural histórica que dio origen al saber transpuesto.

Para Yves Chevallard (1985)⁴, este enfoque se centra en las obligaciones aportadas por la existencia y el funcionamiento del sistema de enseñanza. Con esto, el proceso de transposición se descompone en los siguientes niveles:



El profesor interviene en el *saber a enseñar* trasponiéndolo para que se convierta en *saber enseñado*. El saber a enseñar no se reduce al programa de estudios, pues este se interpreta según el enseñante. Por esto, Chevallard habla de la existencia de un “texto del saber” el que no está completamente escrito en ninguna parte.

El estudio de la transposición didáctica implica una “vigilancia epistemológica”, esto es, examinar la distancia vista por la deformación que existe entre el objeto de saber (del saber erudito) y el objeto de enseñanza (del saber a enseñar). A veces no queda más que una nomenclatura en común y, en el peor de los casos, un lenguaje pseudo-erudito. En casos extremos se habla de “ruptura epistemológica”, por lo que convendrá averiguar los motivos de estas rupturas.

Según Arsac, después de revisar las características del saber erudito, se debe estudiar en detalle las características del saber enseñado. Esto intenta responder a la interrogante ¿por qué el contenido de la enseñanza periódicamente es objeto de un cuestionamiento por los diferentes actores del sistema de enseñanza?

⁴ Chevallard, Yves. (1995). *TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA. DEL SABER SABIO AL SABER ENSEÑADO*. Traducción Claudia Gilman. Editorial Aique, Argentina.

El saber erudito en Matemáticas se caracteriza por ser: despersonalizado; descontextualizado; ordenado por problemas claves (a nivel de conocimientos de investigadores puros); sincrético (es decir, los conocimientos están ligados unos a otros, siempre a nivel del saber de los investigadores).

Las características del *saber enseñado*, se originan a partir de la revisión de las dos siguientes exigencias:

- **Primero, la programación (orden) en el tiempo**, pues, el saber enseñado se ordena en una progresión del tiempo. Se denomina tiempo de enseñanza o “tiempo didáctico”, al tiempo definido por el texto del saber, es decir, el programa, porque existe gracias al él, es decir el tiempo legal de aprendizaje. Por ejemplo, según los programas hay una edad legal en que los alumnos deben saber leer, otra para saber escribir, etc. Si esto no ocurre, hay fracaso del sistema educativo. La clase de Matemáticas trata de progresar siguiendo una estructura lógica, lineal. Así, para abordar nuevas ideas se requiere de la conexión continua y coherente de conocimientos previos. Se pueden apreciar dos diferencias entre el enseñante y el enseñado:
 - *Diferencia en la cronogénesis*: El profesor y el alumno no tienen la misma posición en el tiempo en relación al saber. El profesor sabe desde antes, y además, el orden en que es presentado un saber no necesariamente coincide con su orden histórico.
 - *Diferencia en la topogénesis*: El alumno, luego de una enseñanza, no está en el mismo lugar que el enseñante. Éste último maneja el saber desde diferentes perspectivas. En Matemáticas, el profesor está al lado de la teoría, mientras que el alumno está del lado de la práctica. No basta “saber” el contenido para poder “hacer” el curso.
- **Segundo, la publicidad del saber**: El saber a transmitir está definido explícitamente, como selección del saber erudito. Algunas cosas son para saberlas, otras no. Las nociones y técnicas figuran en el saber erudito y son indispensables para los investigadores. Se distingue en el texto del saber matemático, objetos de enseñanza y objetivos de enseñanza:
 - Los objetos de enseñanza en matemáticas se introducen explícitamente por una definición, a la que sigue la lista de propiedades y el estudio sistemático de sus aplicaciones.
 - Los objetivos de enseñanza del tipo: saber razonar, saber argumentar, saber resolver problemas, no corresponden a la enseñanza explícita y sistemática. Para ello es necesario insertar “objetos de saber auxiliares”, como por ejemplo, las ecuaciones para hacer del objetivo “saber resolver problemas” un objeto de saber. Análogamente sucede con las demostraciones y el uso de parámetros.

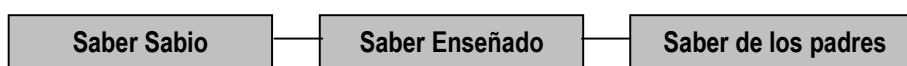
Otras características del saber enseñado son:

- **La autonomía relativa.**
Hay una “creatividad didáctica”, es decir, una creación de objetos de enseñanza que no figuran en el saber erudito. Nace con el propósito de ser utilizada como estrategia de enseñanza. Esta posee una autonomía relativa, en relación con la calidad de dicha creación, observando si se aparta demasiado del quehacer matemático.

- **Las Consecuencias.**

La consecuencia más importante de la transposición didáctica es la identificación del tiempo de enseñanza y del tiempo de aprendizaje. Aquí el problema principal es el tiempo, y más precisamente la contradicción entre el ritmo de enseñanza impuesto globalmente por la ley y por el profesor en su clase, los ritmos a priori todos diferentes de los aprendizajes individuales. Pero el sistema de enseñanza tiene la tendencia a negar esta diferencia, a querer identificar el tiempo de enseñanza con el de aprendizaje y viceversa, y a tratar en términos de fracaso o retardo escolar toda diferencia en los ritmos.

Chevallard considera que el sistema de enseñanza es de tipo abierto, en cuyo entorno, llamado Noosfera, participan los sabios, los padres y la decisión política. La consideración de este medio exterior ¿condice? a introducir el saber de los padres:



Hay equilibrio entre el sistema de enseñanza y su entorno cuando:

- i. El saber enseñado está suficientemente cerca del saber sabio, lo que lo legitima.
- ii. El saber enseñado está suficientemente cerca del saber de los padres, lo que le da legitimidad o al menos prestigio a la escuela – pues en caso contrario los padres tendrían la impresión de poder enseñar ellos mismos, lo que sus niños aprenden en el sistema educativo-. El acto de enseñar perdería todo su carácter técnico, pues no necesitaría ninguna competencia.

Hay desequilibrio entre el sistema de enseñanza y su entorno cuando:

- iii. El saber enseñado está demasiado lejos del saber sabio; o bien,
- iv. El saber enseñando está demasiado cerca del saber de los padres.

El tiempo es otro factor importante de desequilibrio ya que en su transcurrir el saber enseñado tiende a alejarse del saber sabio, sea porque éste último evoluciona: los saberes enseñados pueden hacerse falsos u obsoletos debido a nuevos descubrimientos (como en Física), o bien por la “creatividad didáctica”. El tiempo también tiende a acercar el saber enseñado al saber de los padres (ellos fueron ex-alumnos), por lo que existe material de divulgación que juega en el mismo sentido. La transposición didáctica permite reestablecer las distancias que logran el equilibrio entre el sistema de enseñanza y su entorno.

La Evolución de un Objeto Matemático

Para introducirse a la epistemología de un objeto matemático se debe tener presente los distintos estatus que tal objeto pueda adoptar. Se define como **noción matemática**, aquella que aparece como útil al trabajo matemático y como objeto de estudio. Una noción paramatemática, es aquella que se presenta en el entorno del trabajo matemático, generalmente como medio o herramienta para estudiar otro objeto de saber matemático.

Claro que el estatus de un mismo objeto matemático varía según sea el ámbito en que es impartido; en algunos momentos puede ser un objeto de saber y por tanto toma su estatus matemático, pero si se le considera sólo como una herramienta para desarrollar otros objetos de estudio, su estatus es netamente paramatemático. Así, la frontera que separa estas nociones es absolutamente variable y dependiente del nivel en que se emplee.

Los 5 Actos de la Transposición Didáctica

Es claro que el *saber sabio* (de los matemáticos) y el *saber escolar* (de los estudiantes) no es el mismo. El proceso de transposición didáctica se desarrolla en cinco etapas en las que se transforma el saber matemático en un saber del alumno. Michel Henry (1995)⁵, llama a estas etapas “*los cinco actos de la transposición didáctica*”.

1º acto: Sus protagonistas son los matemáticos, cuya misión es crear nuevos conocimientos que permitan resolver problemas que con los conocimientos previos no se podía. Construye o reconstruye herramientas, escoge lo que es útil y comunica su descubrimiento haciéndolo lo más general posible, borrando todos los pasos en falso, errores y falsas conclusiones. Estos nuevos aportes son publicados por la comunidad científica manteniendo de este modo al día el “libro del Saber”.

La noosfera (sistema social de enseñanza), determina respecto de todos los conocimientos existentes, aquellos que son pertinentes para la formación matemática de los jóvenes, lo que depende de varios factores tales como tipo de sociedad, nivel de desarrollo, tipo de sistema educativo, etc. El Ministerio de Educación es el agente que decide junto a su equipo de expertos cuáles son los objetos a enseñar.

2º acto: Seleccionados los objetos a enseñar, se elabora “*el texto del saber a enseñar*”, el que debe integrarse en el currículo en secuencias de hipótesis de aprendizaje. Así se tendrá el manual del profesor, en el que aparecen indicaciones del tratamiento de los temas, jerarquía de los conocimientos, etc. Para hacer un texto de saber a enseñar, los expertos deben re-escribir las definiciones, propiedades y demostraciones para lograr una articulación lógica, coherente y accesible a los estudiantes.

Aquí se crean algunos “objetos de enseñanza”, llamadas también “creaciones didácticas” (como ocurrió con los diagramas de Venn – Euler para la enseñanza de los conjuntos), cuyo propósito es hacer más accesible el nuevo saber al alumno. Cabe señalar que estos objetos de enseñanza no tienen relación directa con el saber sabio.

3º acto: Se refiere a la elaboración del Saber Escolar, que es difundido por los textos del alumno⁶. Las diversas editoriales presentan textos proponiendo una organización del programa de estudios, aportan ilustraciones, ejercicios de entrenamiento y problemas. Estas obras servirán durante un tiempo como referencia a la comunidad: profesores, alumnos y apoderados. De estos textos se desprende un cierto saber que contribuye a la instalación de una cultura particular, integrada por todos aquellos contemporáneos de una misma época escolar.

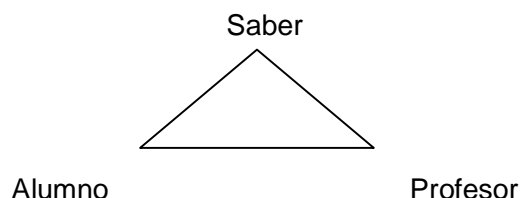
4º acto: El protagonista en este acto es el profesor, quien tiene la responsabilidad de administrar esta transposición didáctica, adaptar a sus conocimientos los objetos a enseñar, insertarlos en el saber escolar y organizarlos en el tiempo. Sus decisiones son importantísimas porque ellas incidirán en la percepción del saber de los estudiantes.

5º acto: Lo que el profesor enseña no es lo mismo que finalmente retienen sus alumnos. Aquí hay otra transformación de la que se hacen cargo los estudiantes. Ellos prota-

⁵ Henry, Michel (1995). “*LA TRANSPOSITION DIDACTIQUE, DIDACTIQUES DES MATHEMATIQUES*”. Artículo publicado en IREM de Bensaçon.

⁶ Generalmente los profesores prefieren preparar sus clases utilizando textos que ofrece el mercado o aquellos distribuidos por el Ministerio de Educación, en lugar de emplear los propios manuales.

gonizan el 5º acto de la transposición didáctica: transforman el saber enseñado a saber del alumno. Así la interacción profesor – alumno junto a un saber producto de la transposición es lo que define el triángulo didáctico (cuya dialéctica es – precisamente- el motor del aprendizaje):



2. Consideraciones metodológicas

2.1. Principales interrogantes

Las principales interrogantes que guían al estudio, dada su orientación descriptivo - analítica se dirigen a:

- identificar los componentes centrales de cada relación;
- establecer el significado asumido por los actores dominantes (los docentes-alumnos);
- precisar sus implicancias para la labor propuesta, a saber la enseñanza; y,
- derivar consideraciones acerca de su impacto.

Entendiendo que las últimas dos dimensiones son inferencias a partir de las creencias y resultados parciales obtenidos mediante la aplicación de los diversos instrumentos diseñados para estos efectos.

En razón de lo expuesto, la primera interrogante es poder determinar el grado de incidencia del Postítulo en las percepciones y representaciones sociales más relevantes de los participantes: factores asociados al aprendizaje; rol del docente; y, procesos didácticos más eficaces según los diversos ambientes.

La segunda secuencia de interrogantes se dirige a revelar el proceso de implementación del Programa como también identificar los resultados pedagógicos más relevantes de los Seminarios de Diseño de Unidades Didácticas, en términos de:

- tipo de trabajo académico desarrollado por los profesores-alumnos;
- grado de pertinencia y aplicación de las unidades de E-A diseñadas; y,
- generación-construcción de redes de colaboración y aprendizaje entre pares y con los académicos responsables.

La tercera unidad de interrogantes se origina a partir de la identificación de los principales aprendizajes de los docentes acerca de la didáctica y estrategia de la matemática según alguno de los cuatro núcleos temáticos del currículo del subsector de aprendizaje para el segundo ciclo de educación básica.

- De esta forma se busca establecer la apreciación que los sujetos hacen de su grado de avance en el manejo de metodologías de enseñanza (didáctica y estrategias).
- Especialmente se busca identificar el nivel de dominio alcanzado por los alumnos en una dimensión específica del núcleo de Geometría (dada la complejidad que reviste y las carencias de formación de los maestros en este componente).

Finalmente, la última sección de interrogantes proviene de la indagación de los procesos de apropiación y transferencia al aula implementados por los profesores-alumnos atribuidos al Postítulo, en cuanto a:

- los principales contenidos matemáticos a dominar para enseñar a los alumnos del ciclo indicado; y,
- el nivel de empoderamiento profesional alcanzado en este proceso, para enfrentar los desafíos que les plantea el sistema educacional.

2.2. Instrumentos

2.2.1. Definiciones

Los principales requerimientos de información del estudio son los que se indican:

- Universidad en la que cursa el Postítulo de Mención en Educación Matemática.
- Características demográficas básicas de los participantes.
- Características básicas de su formación y especialización.
- Experiencia laboral.
- Niveles y sectores en los que ha trabajado.
- Visiones de la docencia, el aprendizaje y la enseñanza.
- Características del proceso de perfeccionamiento seguido.
- Apreciación del proceso.
- Niveles de aprendizaje alcanzado.
- Auto percepción de sus resultados.
- Orientación referidas a la apropiación curricular.

Estos aspectos fueron considerados en los siguientes instrumentos:

- Cuestionario auto administrado a los participantes, dirigido a registrar sus antecedentes fundamentales, sus creencias y valores, el nivel de dominio alcanzado, y algunos resultados de aprendizaje específicos.
- Entrevistas en profundidad a los participantes alumnos, orientadas a identificar aquellas dimensiones más complejas de las representaciones y creencias sostenidas por éstos.
- Entrevistas a académicos docentes, dirigidas a registrar su percepción del proceso.
- Taller de análisis de información, orientado a contrastar resultados.
- Pauta de evaluación de los seminarios.

2.2.2. Diseño y Validación

Los pasos seguidos para su elaboración y validación fueron:

Cuestionario a los docentes alumnos:

Con orientación analítica cuantitativa y cualitativa de ítems y categorías del cuestionario aplicado en el estudio anterior, para lo cual se realizaron las siguientes actividades:

- Análisis de categorías e ítems.
- Corrección y adecuación del cuestionario.
- Aplicación piloto del cuestionario.
- Capacitación del equipo de trabajo en terreno.
- Aplicación del cuestionario a la población de interés.
- Registro de observaciones sobre el proceso de aplicación.
- Procesamiento y análisis de datos.

Escala de apreciación de los niveles de logro alcanzados:

Que fue aplicada a todos los docentes participantes en los cuatro Postítulos (forma parte del cuestionario), para lo cual se realizaron las siguientes actividades:

- Diseño de la escala.
- Aplicación piloto del instrumento.
- Capacitación del equipo de trabajo en terreno.
- Aplicación del cuestionario a la población de interés.
- Registro de observaciones sobre el proceso de aplicación.
- Procesamiento y análisis de datos.

Escala de apreciación sobre el grado de transferencia al aula:

De los principales contenidos disciplinarios, didácticos y pedagógicos contemplados en el postítulo, que deben enseñar a los alumnos del segundo ciclo de Educación Básica. La escala fue diseñada de acuerdo al siguiente procedimiento:

- Diseño de la escala.
- Piloteo del instrumento.
- Capacitación del equipo de trabajo en terreno.
- Aplicación del cuestionario a la población de interés.
- Registro de observaciones sobre el proceso de aplicación.
- Procesamiento y análisis de datos.

Entrevistas en profundidad para alumnos:

Aplicada a una muestra estratificada de 4 profesores - alumnos (que hayan cumplido satisfactoriamente con todas las exigencias académicas) por grupo / curso, de acuerdo al siguiente procedimiento:

- Diseño de la pauta de entrevista.
- Aplicación piloto de la pauta.
- Selección de la muestra.
- Capacitación del equipo de trabajo en terreno.
- Realización de la entrevista en base a la pauta.
- Grabación de la entrevista.
- Registro de observaciones sobre el proceso de aplicación.
- Transcripción de entrevistas.
- Procesamiento y análisis de las entrevistas.

Entrevistas en profundidad a académicos:

Se entrevista a 2 académicos en cada universidad, responsables de grupos de seminario (8 docentes en total), de acuerdo al siguiente procedimiento:

- Diseño de la pauta de entrevista.
- Aplicación piloto de la pauta.
- Selección de la muestra.
- Capacitación del equipo de trabajo en terreno.
- Realización de la entrevista en base a la pauta.
- Grabación de la entrevista.
- Registro de observaciones sobre el proceso de aplicación.
- Transcripción de entrevistas.
- Procesamiento y análisis de las entrevistas.

Pauta de evaluación de seminarios:

Se aplicó a un seminario llevado a cabo en cada universidad, que comprendió la revisión de la propuesta en contraste con el trabajo realizado.

- Selección de la muestra.
- Elaboración de una pauta y matriz de análisis.
- Levantamiento de categorías para contrastar con los resultados obtenidos de la aplicación de otros instrumentos.

Diseño de una pauta de taller:

Diseño de una pauta de trabajo orientada a conocer de parte de los participantes del taller, su visión acerca del proceso de liderazgo académico en su establecimiento, la capacidad de conducción del área disciplinaria, los principales obstáculos que enfrenta, y el apoyo de la Unidad Técnico - Pedagógica (UTP) y de la Dirección.

El taller fue diseñado de acuerdo al siguiente procedimiento:

- Selección de la muestra.
- Diseño de la pauta de trabajo.
- Realización del taller de acuerdo a la pauta diseñada.
- Sistematización y análisis de los resultados.

2.2.3. Relación entre instrumentos y objetivos

Instrumentos	Objetivos Asociados	Unidad de Análisis	Muestra
Cuestionario para la evaluación de la apreciación de los niveles de aprendizaje y apropiación alcanzados; y el nivel de transferencia al aula percibido.	Objetivo Específico a	Alumnos de los 4 cursos de postítulo	Población total
	Objetivo Específico b y c	Alumnos de los 4 cursos de postítulo	Población total
	Objetivo Específico a	Alumnos de los 4 cursos de postítulo	Muestra aleatoria estratificada de 4 personas por grupo/curso, en base a las categorías: sexo y años de servicio docente
Pauta de Entrevista en profundidad a académicos de los cursos de postítulo	Objetivo Específico b y c	Académicos que dirigen seminarios de los 4 cursos de postítulo	Muestra aleatoria de 2 docentes por universidad
	Objetivo Específico b	Seminarios realizados por los profesores - alumnos de los 4 cursos de postítulo	Muestra aleatoria de 2 seminarios por universidad
Pauta de trabajo del taller Caso de situación-problema matemático "típico"	Objetivo Específico c, d y e	Alumnos de los 4 cursos de postítulo	Muestra aleatoria estratificada de 4 personas por grupo/curso, en base a las categorías: sexo y años de servicio docente

2.3. Plan de análisis

2.3.1. Elementos considerados en el diseño muestral

Para efectos del diseño muestral se consideraron dos elementos claves: primero el tema género de los participantes, variable que en la composición del cuerpo docente es relevante, más aún en la enseñanza básica; en segundo lugar se contempló el tema experiencia laboral, toda vez que es el segundo factor decisivo, para estos efectos se dicotomizó la variable en el criterio menos de 10 años de experiencia docente y 10 años y más. Esta relación se sostiene en el hecho que se indica ese periodo (10 años) como un elemento clave de autonomía profesional de las personas.

2.3.2. Relación objetivos, variables, dimensiones, instrumentos, reactivos

Objetivos	Variables	Criterios (dimensiones)	Instrumento	Reactivos
A. Determinar el grado de incidencia que tuvo el Postítulo sobre las percepciones y representaciones sociales más relevantes de sus participantes, de acuerdo con las dimensiones establecidas en un estudio anterior.	<ol style="list-style-type: none"> Percepción del rol docente Representaciones sociales de los participantes. 	<ul style="list-style-type: none"> Antecedentes demográficos del docente Antecedentes profesionales básicos Antecedentes laborales básicos Visiones y representaciones de <ul style="list-style-type: none"> la docencia, la enseñanza, los estudiantes, el aprendizaje, el rol del docente, el currículo 	<ul style="list-style-type: none"> Cuestionario para la evaluación de percepciones y representaciones sociales Pauta de Entrevista en profundidad a profesores-alumnos 	<p>Cuestionario: Preguntas 1 a 12 Parte 3: Preguntas 1 a 3</p> <p>Parte 2 del cuestionario.</p> <p>(1) supuestos y creencias fundamentales de su actuar docente; (ítemes 1 – 2 -10 -11- 17 - 23)</p> <p>(2) Sus puntos de inserción frente a la enseñanza, implicancias para la didáctica; (ítemes: 3 – 5 - 19 -21 -25 -27)</p> <p>(3) El ser profesional y su proceso de formación; (ítemes, 4 – 6 – 7 - 16 -24 -26)</p> <p>(4) Autopercepción, (8 -9 -12 -15 – 20 -22)</p> <p>(5) Percepción de los resultados. (ítemes: 13 - 14 -18 – 28 -29 -30)</p> <p>Pauta de entrevistas a participantes Preguntas 1 a 9</p>
B. Indagar, respecto del	<ol style="list-style-type: none"> Caracterización del trabajo académico de 	<ul style="list-style-type: none"> Antecedentes demográficos del docente 	<ul style="list-style-type: none"> Pauta de evaluación de Semina- 	<p>Cuestionario: preguntas 1 a 12.</p>

Objetivos	Variables	Criterios (dimensiones)	Instrumento	Reactivos
<p>proceso de implementación y de algunos resultados pedagógicos de los Seminarios de diseño de unidades didácticas, en cuanto a :</p> <p>(i) el tipo de trabajo académico desarrollado por los profesores-alumnos;</p> <p>(ii) el grado de pertinencia y aplicación de las unidades de E-A diseñadas;</p> <p>(iii) la generación-construcción de redes de colaboración y aprendizaje entre pares y con los académicos responsables.</p>	<p>los participantes en términos de:</p> <p>4. Grado de pertinencia (aplicación) unidades de Ens – Ap.</p> <p>5. Redes de aprendizaje (pares y docentes)</p>	<p>te</p> <ul style="list-style-type: none"> • Antecedentes profesionales básicos • Antecedentes laborales básicos • Identificación de los descriptores que caracterizan el trabajo de los participantes académico en el postítulo <ul style="list-style-type: none"> ○ intensidad ○ orientación temática ○ estrategias metodológicas ○ Resultados alcanzados por los participantes en la dimensiones señaladas • Consistencia entre la propuesta de trabajo y lo realizado en el programa. • Consistencia entre lo realizado con las orientaciones del currículo de los niveles correspondientes • Estructuras de contacto formal e informal entre los participantes. 	<p>rios</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pauta de Entrevista en profundidad a académicos de los cursos de postítulo • Cuestionario para la evaluación de la apreciación de los niveles de aprendizaje y apropiación alcanzados; y el nivel de transferencia al aula percibido 	<p>Pauta de entrevista a los académicos, preguntas 1 a 4</p> <p>Cuestionario sección 4, Todas las preguntas.</p> <p>Pauta de evaluación de seminario: secciones de análisis entre lo propuesto y lo realizado</p> <p>Entrevista a alumnos 1 a 3</p>
<p>C. Identificar los principales logros de aprendizaje de los docentes acerca de</p>	<p>6. Identificación del grado de avance en los aspectos centrales de los cuatro núcleos temáticos de</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Auto percepción de los participantes acerca de su grado de avance (logro) en di- 	<ul style="list-style-type: none"> • Pauta de trabajo del taller • Caso de situación-problema 	<p>Pauta de trabajo taller segunda parte: análisis de resultados y debate</p> <p>Análisis de caso típico</p>

Objetivos	Variables	Criterios (dimensiones)	Instrumento	Reactivos
<p>las formas de enseñanza, correspondientes a alguno de los cuatro núcleos temáticos del currículo de Matemática para el segundo ciclo de Educación Básica.</p>	<p>la disciplina.</p>	<p>menciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Manejo de didáctica y estrategias de enseñanza • Contenidos y materias esenciales de los cuatro núcleos temáticos • Nivel de dominio alcanzado en aspectos seleccionados de los núcleos temáticos 	<p>matemático “típico”</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pauta de Entrevista en profundidad a académicos de los cursos de postítulo • Cuestionario para la evaluación de la apreciación de los niveles de aprendizaje y apropiación alcanzados; y el nivel de transferencia al aula percibido 	<p>Pauta de entrevista a académicos, preguntas 1 a 4.</p> <p>Cuestionario: sección 4.</p>
<p>D. Determinar el grado de coherencia entre los resultados de los análisis anteriores y las evaluaciones aplicadas por cada universidad, al inicio y término de cada núcleo temático o módulo(s) en que éstos se desagregaron.</p>	<p>7. Niveles de avance registrados en el dominio de las temáticas centrales</p> <p>8. Valor agregado por el Programa en los aprendizajes</p> <p>9. Auto percepción de los logros</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Avance identificado por cada componente del currículo por niveles • Auto percepción del valor agregado • Auto percepción del grado de logro por nivel y núcleo temático. 	<ul style="list-style-type: none"> • Pauta de trabajo del taller • Caso de situación-problema matemático “típico” 	<p>Trabajo de taller secciones 1 y 2</p> <p>Análisis del caso en taller.</p>
<p>E. Indagar, respecto de los procesos de apropiación y transferencia al aula implementados por los profesores-alumnos, atribuidos a su participación en el Postítulo, en cuanto a:</p> <p>(i) los principales contenidos matemáticos que</p>	<p>10. Grado de apropiación de los principales componentes del currículo de los niveles correspondientes.</p> <p>11. Grado de empoderamiento de profesional alcanzado</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Auto percepción del grado de apropiación de los contenidos • Auto evaluación del dominio de transferencia de los aprendizajes más relevantes al aula. • Auto percepción de su manejo didáctico. 	<ul style="list-style-type: none"> • Pauta de trabajo del taller • Caso de situación-problema matemático “típico” 	<p>Trabajo de taller secciones 1 y 2</p> <p>Análisis del caso en taller.</p>

Objetivos	Variables	Criterios (dimensiones)	Instrumento	Reactivos
<p>tendrían que dominar para enseñar a los alumnos del segundo ciclo de Educación Básica; y,</p> <p>(ii) el nivel de empoderamiento profesional alcanzado en este proceso, para enfrentar los desafíos que les plantea el sistema educacional.</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Autopercepción de su grado de manejo de las principales orientaciones del Marco para la Buena Enseñanza. • Sistema educativo chileno: opiniones evaluativas 		

2.4. Plan de análisis de la información cualitativa y cuantitativa (pruebas estadísticas seleccionadas)

De acuerdo con la naturaleza y tipo de información obtenida el análisis que se realizará será el siguiente:

Información cualitativa incorporada en instrumentos de aplicación masiva:

- Para efectos de medir su fiabilidad se empleará el estadístico alfa de Cronbach, que está validado para escalas diferenciales, diferenciales semánticos y toda sentencia de carácter cualitativa asociada a esta familia de instrumentos.
- En los análisis piloto de todos los instrumentos se buscará que al menos los ítems considerados tengan un tercio de la media (¿qué se quiere decir? ¡aclara!), a objeto de que exista la suficiente variabilidad para poder discriminar entre valores extremos; y,
- Presentar una puntuación entre el ítem y la escala, indicador o lo que corresponda no inferior a 0,3, para objeto de que tenga peso sobre la función predictiva final de la escala.
- Análisis de inter correlación para determinar las asociaciones parciales y totales.
- Análisis de componentes principales, para determinar la agrupación natural de los mismos y su contraste con la agrupación esperada, generar las correcciones y ajustes; y,
- Análisis de componentes principales para la situación final.
- Adicionalmente se realizará un análisis de contenidos fundamentales del discurso (trabajo grupal), siguiendo para ello el racional: Enunciado: denotativo/ connotativo, y significativo / significado de la proposición.

Información cuantitativa:

Se seguirán los pasos establecidos en los procesos tradicionales de análisis cuantitativo, a saber:

- Distribución natural de las variables.
- Distribución ajustada (según corresponda remodificación).
- Análisis de asociaciones lineales y no lineales, evaluadas por Xi cuadrado, correlación Pearson y logística (si Pearson no es factible).
- Ajustados los resultados, identificación de relaciones y significaciones evaluadas por estadísticos paramétricos.

III. Percepciones y Representaciones Sociales de los Participantes

El capítulo está configurado por cinco secciones. La primera expone las características generales de la muestra de los docentes –alumnos participantes en el estudio, para en función de ello, revisar en la segunda sección, sus respuestas a un conjunto de ítems sobre sus creencias, concepciones, auto-percepción y dificultades que enfrentan en la docencia. En la tercera sección se analizan las respuestas a las entrevistas, que apuntan a las percepciones y representaciones sociales de los participantes, materia medular del objetivo del presente apartado. A partir de lo expuesto, en la cuarta sección se complementa la información con el análisis de las respuestas de las entrevistas a una muestra de académicos profesores del Postítulo. La quinta sección corresponde a una síntesis analítica de los principales resultados.

1. Caracterización general de los participantes en el estudio

Los participantes en el estudio corresponden a una muestra significativa, esto es, prácticamente el 55% del total de docentes inscritos participó en el estudio. En consecuencia, en términos generales, sus opiniones tienen validez –debidamente ponderadas- para la población general de participantes en el Programa de Postítulo. Si bien su distribución por universidad varía, aún en el caso de la Universidad de La Serena -que es el grupo con menor representación- (27% del total), lo cierto es que conforman de todas maneras un grupo relevante, más aún al revisar el comportamiento alcanzado de algunas de sus variables fundamentales descriptoras de población.

Tabla N° 2: Relación de los participantes en el estudio por Universidad según total.

Universidad	Nº de Participantes curso de Postítulo	Participantes en el estudio		Porcentaje	Acumulado Porcentaje
		Nº casos	% sobre total		
de Concepción	35	20	57	28,2	28,2
Católica de Temuco	30	23	77	32,4	60,6
USACH	35	20	57	28,2	88,7
de La Serena	30	8	27	11,3	100,0
Total	130	71	54,6	100,0	

Para el caso en estudio, los profesores del postítulo en matemáticas, la distribución de los participantes por género es algo diferente de la estructura general de la variable cuando se la considera a nivel de país, más aún en el caso de la docencia en educación básica. Aproximadamente el 44% de los participantes son hombres (se entiende que un 56% son mujeres), mientras que la distribución nacional es algo superior a un tercio, esto implica que en la enseñanza del subsector Matemáticas hay mayor presencia de docentes hombres que los que se pueden identificar en otros subsectores.

La variable edad presenta un rango de variación que va de los 31 a 60 años. De hecho, no hay docentes “novatos”, lo que se confirma por que nadie tiene menos de cinco años

de docencia y el grupo con 10 o menos años de experiencia laboral no alcanza a significar el 10% del total de la muestra. De forma que se trata de un grupo con experiencia, con una distribución modal dominante entre los 46 a 50 años, aunque su media y mediana se sitúan en el intervalo más bajo (45, 3 y 45,4 años respectivamente).

Tabla Nº 3: Distribución de los participantes por tramos de edad según Universidad

Universidad	Criterios	Nº casos	Porcentaje	Porcentaje Acumulado
de Concepción	hasta 40 años	2	10,0	10,0
	41 a 45 años	4	20,0	30,0
	46 a 50 años	6	30,0	60,0
	51 y más años	8	40,0	100,0
	Total	20	100,0	
Católica de Temuco	hasta 40 años	3	13,0	13,0
	41 a 45 años	8	34,8	47,8
	46 a 50 años	10	43,5	91,3
	51 y más años	2	8,7	100,0
	Total	23	100,0	
USACH	hasta 40 años	4	20,0	20,0
	41 a 45 años	5	25,0	45,0
	46 a 50 años	5	25,0	70,0
	51 y mas años	6	30,0	100,0
	Total	20	100,0	
de la Serena	hasta 40 años	4	50,0	50,0
	41 a 45 años	3	37,5	87,5
	51 y más años	1	12,5	100,0
	Total	8	100,0	

Algunas diferencias entre universidades señalan que el grupo tienen promedios próximos: 47,6 años Universidad de Concepción; 44,5 Católica de Temuco; 46,0 USACH; y, 40,3 de La Serena; esta última es tendencialmente más joven, sin embargo por su número de casos no es posible afirmarlo con tanta certeza. Pese a lo cual, la estructura general del grupo permite identificar adecuadamente los casos en diversas categorías, tal como se expone en la tabla siguiente:

Complementariamente, el análisis de los años de experiencia muestra que, habiendo diferencias en esta variable entre las universidades, dado el número significativo de años de trabajo que en general presentan los docentes, estas no son relevantes para los fines del estudio (Cfr. Tabla Nº 4). Al respecto preocupante sería tener un grupo con muy poca experiencia docente, que no es el caso. Esto es, todos tienen suficiente experiencia, ello lo ratifica el hecho que la mayor parte ha trabajado en todos los niveles de la enseñanza básica, y otro tanto en el segundo ciclo, mientras que algo más del 17% de los casos también ha tenido experiencia docente en enseñanza media en alguna de sus modalidades.

Tabla Nº 4: Distribución de los participantes por años de experiencia según

Universidad				
Universidad	Años	Nº casos	Porcentaje	Porcentaje Acumulado

Universidad	Años	Nº casos	Porcentaje	Porcentaje Acumulado
de Concepción	hasta 10 años	1	5,0	5,0
	11 a 15 años	5	25,0	30,0
	16 a 20 años	3	15,0	45,0
	21 a 25 años	8	40,0	85,0
	Más de 25 años	3	15,0	100,0
	Total	20	100,0	
Católica de Temuco	hasta 10 años	1	4,3	4,3
	11 a 15 años	5	21,7	26,1
	16 a 20 años	4	17,4	43,5
	21 a 25 años	7	30,4	73,9
	Más de 25 años	6	26,1	100,0
	Total	23	100,0	
USACH	hasta 10 años	2	10,0	10,0
	11 a 15 años	5	25,0	35,0
	16 a 20 años	5	25,0	60,0
	21 a 25 años	4	20,0	80,0
	Más de 25 años	4	20,0	100,0
	Total	20	100,0	
de La Serena	hasta 10 años	3	37,5	37,5
	11 a 15 años	3	37,5	75,0
	16 a 20 años	1	12,5	87,5
	Más de 25 años	1	12,5	100,0
	Total	8	100,0	

Todos los participantes en el estudio trabajan en el subsector matemática, algunos de ellos lo hacen además en otros subsectores, siendo el más frecuente el de “*comprensión del medio natural*”.

Desde otra perspectiva, todos ellos trabajan (excepto uno) en la misma Región geográfica donde se imparte el Programa.

En referencia a la dependencia del establecimiento escolar donde trabajan (tienen mayor cantidad de horas de contrato), el 55% lo hace en el sector municipal y el 45% en el particular subvencionado (con y sin financiamiento compartido). Solo para efectos descriptivos, en la muestra estudiada, los hombres que trabajan en el sector particular subvencionado son proporcionalmente más que los que están en el sector municipal, lo inverso ocurre en las mujeres, que se concentran en la enseñanza municipal. Asimismo, la variable antigüedad en el establecimiento se distribuye de forma similar, excepto en el grupo de menor experiencia, en donde claramente es mayoría en los establecimientos particulares, confirmando que hay mayor rotación de docentes en éste. Por su parte, el grupo de mayor edad (51 y más años) está claramente agrupado en los establecimientos municipales (83% versus el 17%).

Todos estos antecedentes son consistentes –en términos generales con las estadísticas nacionales sobre la materia (MINEDUC, 2003), y no hacen más que ratificar que el grupo estudiado comparte características dominantes del universo de docentes del nivel enseñanza básica del país.

Conforme a lo señalado, la rotación de los docentes en diversos establecimientos educacionales es bastante baja. La distribución general presenta 10,7 años promedio para toda la muestra, con variaciones de 13 años promedio para los de Concepción, 11 años para los de Temuco, 9,5 para los de La Serena, y 8 años promedio en un establecimiento para

los de Santiago. Todas cifras elevadas que dan cuenta de la escasa movilidad del mercado laboral docente en nuestro país (Pérez, Rojas y Díaz, 2005)⁷.

Tabla Nº 5: Años de pertenencia al establecimiento escolar, según Universidad.

Universidad	Años	Nº casos	Porcentaje	Porcentaje Acumulado
de Concepción	hasta 5 años	3	15,0	15,0
	6 a 10 años	5	25,0	40,0
	11 a 15 años	4	20,0	60,0
	más de 15 años	8	40,0	100,0
	Total	20	100,0	
Católica de Temuco	hasta 5 años	5	21,7	21,7
	6 a 10 años	7	30,4	52,2
	11 a 15 años	4	17,4	69,6
	más de 15 años	7	30,4	100,0
	Total	23	100,0	
USACH	hasta 5 años	6	30,0	30,0
	6 a 10 años	8	40,0	70,0
	11 a 15 años	6	30,0	100,0
	Total	20	100,0	
de La Serena	hasta 5 años	2	25,0	25,0
	6 a 10 años	4	50,0	75,0
	11 a 15 años	1	12,5	87,5
	más de 15 años	1	12,5	100,0
	Total	8	100,0	

Los resultados de esta variable muestran que algo menos del 40% de los participantes tiene más de 10 años de actividad en el establecimiento sino más. Esta variable tiene profundo impacto en lo que más adelante se debate: **la cultura escolar**. Primero, porque ésta tiende a ser bastante más homogénea de lo que se cree, independiente del tipo de establecimiento educacional (salvo algunos con improntas muy marcadas), y en segundo lugar, porque al pertenecer por largo tiempo a un mismo establecimiento se produce un efecto de “aculturación y de endogamia” que tiene incidencia sobre la capacidad de innovar de los docentes, esto es, están menos expuestos a conocer otras experiencias y por ende, tienden a repetir lo que ya se ha realizado. Se solicita un mayor desarrollo de los dos términos señalados entre comillas.

En síntesis, los participantes del estudio tienen una experiencia docente relevante, tanto en años como en subsectores de aprendizaje, en niveles de enseñanza que trabajan (educación básica completa, segundo ciclo y educación media), de igual manera laboran en establecimientos públicos, sean municipales como particulares. Su data de trabajo en ellos es importante, lo que confirma que manejan los códigos de operación de la cultura escolar en sus dimensiones más importantes. En consecuencia, no se trata de un grupo de docentes atípico en sus rasgos fundamentales.

⁷Pérez, Rodrigo; Rojas, Araceli; Díaz, Ricardo; Donoso, Sebastián. (2005) Análisis del Mercado Laboral Docente. Universidad de Talca, Instituto de Investigación y Desarrollo Educacional. Programa de Magíster en Política y Gestión Educacional (Versión Borrador).

2. Opiniones y conceptos de los docentes alumnos sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas

En esta sección se analizan las respuestas a los treinta ítems referidos a cinco dimensiones analíticas, cada una consideró seis opciones. Las dimensiones establecidas fueron: (1) supuestos y creencias fundamentales de su actuar docente; (2) Sus puntos de inserción frente a la enseñanza, implicancias para la didáctica; (3) El ser profesional y su proceso de formación; (4) Auto percepción; y, (5) Percepción de los resultados.

Analíticamente las respuestas son desagregadas por grupo de Universidad donde los participantes estudiaron, con la finalidad de tener una visión más completa del tema. Cada sección se desglosa en sus ítems. Aunque se realizó un análisis controlado por género, las respuestas no tienen mayores discrepancias⁸.

2.1. Supuestos y creencias fundamentales en su actuar docente

Las respuesta de los participante es estos ítems muestran interesantes resultados. Primero, en la Tabla N° 6, las respuestas marcan dos percepciones muy definidas respecto de la afirmación “**Saber matemáticas es saber pensar correctamente**”. Segundo, una cifra cercana al 60% de los participantes está de acuerdo con lo señalado, otorgando a la matemática un rol instrumental clave para estructurar correctamente el pensamiento. Tercero, aproximadamente el 40% del total no está de acuerdo, lo que es más fuerte en La Serena y Concepción (no se asocia ni a edad ni género).

En numerosas tablas de este informe hay dibujadas columnas (la segunda y la sexta en este caso), que deben eliminarse.

En segundo lugar, un número muy significativo en cada universidad (aproximadamente el 35% del total) les asigna a las matemáticas un rol particular como lenguaje.

Tabla N° 6: Saber matemáticas es saber pensar correctamente

Universidad	Significado ⁹	Nº de casos	Porcentaje	Porcentaje Acumulado
de Concepción	TD	4	20,0	20,0
	D	3	15,0	35,0
	A	7	35,0	70,0
	TA	6	30,0	100,0
	Total	20	100,0	
Católica de Temuco	TD	3	13,0	13,0
	D	7	30,4	43,5
	A	12	52,2	95,7
	TA	1	4,3	100,0
	Total	23	100,0	
USACH	D	5	25,0	25,0
	A	11	55,0	80,0
	TA	4	20,0	100,0
	Total	20	100,0	
de La Serena	TD	5	62,5	62,5

⁸ Ello está influido por el número total de casos. Este registro no permitió segmentar la muestra por criterios de edad y- ciertamente menos aún por una combinación edad – género que podría haber sido más relevante, pero se corre el riesgo de caer en casuística.

⁹ El significado de las abreviaturas es: TD (total desacuerdo); (D) Desacuerdo; (TA) Total acuerdo; (A) Acuerdo.

Universidad	Significado ⁹	Nº de casos	Porcentaje	Porcentaje Acumulado
	D	1	12,5	75,0
	TA	2	25,0	100,0
	Total	8	100,0	

Tabla Nº 7: Las matemáticas son un lenguaje como cualquiera otro (Inglés, computación, etc.)

Universidad		Nº de casos	Porcentaje	Porcentaje Acumulado
de Concepción	TD	4	20,0	20,0
	D	5	25,0	45,0
	A	7	35,0	80,0
	TA	4	20,0	100,0
	Total	20	100,0	
Católica de Temuco	TD	2	8,7	8,7
	D	5	21,7	30,4
	A	8	34,8	65,2
	TA	8	34,8	100,0
	Total	23	100,0	
USACH	TD	4	20,0	20,0
	D	4	20,0	40,0
	A	5	25,0	65,0
	TA	7	35,0	100,0
	Total	20	100,0	
de La Serena	TD	1	12,5	12,5
	A	2	25,0	37,5
	TA	5	62,5	100,0
	Total	8	100,0	

Sin embargo, la Matemática tiene un rol clave en el éxito de los estudiantes (y ciertamente en su auto percepción del mismo), ya que abrumadoramente los participantes señalan su acuerdo con esta afirmación, lo que evita realizar un análisis desagregado por universidad.

Tabla Nº 8: Los niños a los que les va bien en matemáticas se ven más seguros

Valores	Nº de Casos	Porcentaje	Porcentaje acumulado
TD	1	1,4	1,4
D	9	12,7	14,1
A	26	36,6	50,7
TA	35	49,3	100,0
Total	71	100,0	

De igual manera, las opiniones de los participantes sobre el conocimiento previo del alumno para su éxito son también muy marcadas, en consecuencia, se trata de una fuerte creencia, al parecer con un arraigo importante.

Tabla Nº 9: El conocimiento previo del alumno es fundamental para su aprendizaje

Valores	Nº de Casos	Porcentaje	Porcentaje acumulado
---------	-------------	------------	----------------------

TD	1	1,4	1,4
D	4	5,6	7,0
A	14	19,7	26,8
TA	52	73,2	100,0
Total	71	100,0	

No deja de ser profundamente llamativo que, teniendo los participantes un gran aprecio por la geometría, sea ésta, como se verá más adelante, la que presenta mayores dificultades de enseñanza, de aprendizaje, de formación y de comprensión, incluso para ellos mismos como docentes. Es evidente que en este caso operan algunos criterios de adecuación de las respuestas (deseabilidad) que son importantes, sin desmerecer el hecho que cuando se comprende la geometría ello implica un agrado.

Tabla Nº 10: Me encanta la geometría

Valores	Nº de Casos	Porcentaje	Porcentaje acumulado
TD	3	4,2	4,2
A	29	40,8	45,1
TA	39	54,9	100,0
Total	71	100,0	

Finalmente la percepción de los programas oficiales, presenta al menos para un 31% del total de participantes ciertas dificultades, ello se aprecia de manera más fuerte en los casos de Concepción y de la USACH, lo que implica que es un punto relevante a considerar en las estrategias de mejoramiento de estos Programas de Postítulo.

Tabla N° 11: Los programas oficiales son difíciles de entender

Universidad		Nº de casos	Porcentaje	Porcentaje Acumulado
de Concepción	TD	7	35,0	35,0
	D	7	35,0	70,0
	A	6	30,0	100,0
	Total	20	100,0	
Católica de Temuco	TD	7	30,4	30,4
	D	12	52,2	82,6
	A	2	8,7	91,3
	TA	2	8,7	100,0
	Total	23	100,0	
USACH	TD	2	10,0	10,0
	D	9	45,0	55,0
	A	9	45,0	100,0
	Total	20	100,0	
de La Serena	D	5	62,5	62,5
	A	3	37,5	100,0
	Total	8	100,0	

En síntesis, los participantes muestran una valoración significativa de la enseñanza de la matemática y de su participación en los aprendizajes y seguridad en los niños. Sus supuestos y creencias, sin embargo, ponen cierta alerta en dos materias: la correspondencia aprecio por la geometría y los resultados de estas materias (creemos que se requiere un sinceramiento o bien una mayor sinergia entre el aprecio que ellos indican y los resultados de la enseñanza de estas materias en sus estudiantes), y lo que si es relevante es que un número muy elevado de ellos señala que los programas oficiales son difíciles de entender, punto crucial para el rediseño del Postítulo.

2.2. Puntos de inserción ante la enseñanza; desafíos iniciales para la didáctica

En primera instancia, los docentes señalan no tener mayores dificultades para trabajar con niños pequeños, salvo un 25% de los casos de la USACH e igual número de La Serena, elementos que deben ser atendidos y revisados con mayor detalle ya que son un desafío para la didáctica.

Tabla N° 12: Aunque mis alumnos son niños pequeños, a veces siento que no puedo con ellos.

Valores	Nº de Casos	Porcentaje	Porcentaje acumulado
TD	40	56,3	56,3
D	23	32,4	88,7
A	6	8,5	97,2
TA	2	2,8	100,0
Total	71	100,0	

Un segundo considerando se refiere a la creencia que existen aspectos culturales referidos a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que inciden en los resultados de la disciplina. Si bien es ampliamente negado, un 25% de los docentes de la USACH lo cree y un 12,5% de La Serena.

Tabla N° 13: Por razones culturales los chilenos somos malos para las matemáticas

Valores	Nº de Casos	Porcentaje	Porcentaje acumulado
TD	34	47,9	47,9
D	26	36,6	84,5
A	10	14,1	98,6
TA	1	1,4	100,0
Total	71	100,0	

De igual forma, algo más del 30% del total de participantes cree que si no se saben algunas nociones elementales no se puede salir de la condición de pobreza. Ello es más gravitante en Temuco, Concepción y luego la USACH. La importancia de esta creencia es la relación pobreza-aprendizaje que está detrás y a la cual debe ponerse atención.

Ahora bien, puestos ante el dilema si importa más el resultado que el proceso de solución, lo cierto es que prácticamente todos se inclinan por que éste sepa como resolverlos. Ello se contrapone con los resultados de los SIMCE como de las pruebas de selección a las universidades, en estos procesos queda de manifiesto el fuerte énfasis operacional de la enseñanza, más que la discusión de fundamentos, y claramente la reproducción de algoritmos para abordar las respuestas. Si bien es factible que este grupo tenga estas creencias arraigadas, por tratarse de personas con mayor motivación hacia la enseñanza de las matemáticas (dado su interés por estudiar), debe ponerse atención a estas consideraciones mediante su identificación real, en instancias específicas del proceso de perfeccionamiento de los docentes.

Tabla N° 14: No se sale de la pobreza si no se sabe manejar los números y sacar cuentas.

Universidad		Nº de casos	Porcentaje	Porcentaje Acumulado
de Concepción	TD	3	15,0	15,0
	D	10	50,0	65,0
	A	5	25,0	90,0
	TA	2	10,0	100,0
	Total	20	100,0	
Católica de Temuco	TD	8	34,8	34,8
	D	6	26,1	60,9
	A	7	30,4	91,3
	TA	2	8,7	100,0
	Total	23	100,0	
USACH	TD	7	35,0	35,0
	D	7	35,0	70,0
	A	5	25,0	95,0
	TA	1	5,0	100,0
	Total	20	100,0	
de La Serena	TD	4	50,0	50,0
	D	3	37,5	87,5
	TA	1	12,5	100,0
	Total	8	100,0	

Tabla Nº 15: Más que resolver problemas matemáticos importa que el alumno sepa cómo los soluciona

Valores	Nº de Casos	Porcentaje	Porcentaje acumulado
TD	1	1,4	1,4
D	3	4,2	5,6
A	18	25,4	31,0
TA	49	69,0	100,0
Total	71	100,0	

Es importante aprovechando la creencia -casi unánime- entre los participantes que **“Una cosa es saber matemáticas y otra cosa es enseñarla”**, deben generarse instancias que permitan confrontar a los docentes con sus creencias, preconcepciones y supuestos a partir de los cuales se ha “construido empíricamente” su pedagogía y, contrastar estos aspectos con resultados, evidencias y experimentación (incluyéndoles), que permitan revertir aquellos aspectos que demandan cambio en pro del objetivo a alcanzar. Revisar redacción de la frase anterior. Por otra parte, es también importante poder determinar el nexo (proporcional) que se establece en cuánta matemática se requiere dominar (y cómo debe ser manejada), para poder enseñarla bien. Si bien es una ecuación casi imposible de resolver universalmente, es importante que los docentes identifiquen el punto de dominio de una materia a partir del cual ellos pueden pasar a enseñarla adecuadamente.

De igual manera, el proceso de aprendizaje implica un cierto grado de estrés. Debemos diferenciar aquel componente básico que contribuye al aprendizaje (expectación adecuada) del que obstaculiza el logro de los objetivos. Cerca del 40% de los docentes reconoce la situación de tensión de sus estudiantes. Siendo ello más notorio en el grupo de la USACH (45%) y de Concepción (35%). Al igual que en el párrafo anterior, el manejo de este factor -que tiene clara incidencia en los aprendizajes de los estudiantes- es parte del diseño programático que deberá discutirse para una nueva versión (de la tensión del docente a la del estudiante).

Tabla Nº 16: Los alumnos se tensionan cuando les toca matemáticas

Valores	Nº de Casos	Porcentaje	Porcentaje acumulado
TD	10	14,1	14,1
D	33	46,5	60,6
A	23	32,4	93,0
TA	5	7,0	100,0
Total	71	100,0	

En síntesis, los principales desafíos para la formación y desarrollo de los participantes en los supuestos sobre la didáctica de las matemáticas, se refieren a enfrentar a los profesores con aquellos componentes de la realidad que no son fácilmente reconocidos por ellos, ante los cuales, los resultados de pruebas de rendimiento en series de tiempo, muestran evidencias en otro sentido. Uno de ellos es comprender que trabajar con niños pequeños es un desafío didáctico importante; el segundo considerando es analizar qué factores culturales inciden en el aprendizaje de los alumnos (poca integración de las matemáticas a la vida cotidiana, estigmatización como difícil, auto percepción de que somos incapaces para ella, etc.).

Las implicancias de los aspectos mencionados pueden ser de significación. Por ello, para la población con mayores requerimientos de apoyo, que suele ser la más pobre, se re-

quiere no sólo contar con estrategias didácticas adecuadas, sino también con maestros formados para trabajar con esta población. Esto implica atender adicionalmente algunos aspectos consignados en esta misma sección: primero, manejar el estrés en términos positivos, reduciendo su incidencia negativa y, por el contrario, apoyándose en las expectativas que se pueden alcanzar. Segundo, identificando los elementos centrales de los procesos de aprendizaje más que poner atención sólo sobre resultados de operatoria; sin embargo, ello no exime a que el maestro y luego el estudiante domine conceptos claves, fundamentos y operaciones decisivas del subsector.

2.3. El ser profesional y su proceso de formación

Los profesores señalan su apego al programa de estudios, algo menos del 20% indica algún grado de desacuerdo con esa afirmación. Esto es, hay una formalización importante del trabajo docente, reconocida por ellos, que puede ser una interesante herramienta de trabajo para el rediseño del Postítulo, ello por cuanto en el focus group los profesores señalaron que en el postítulo, la enseñanza había estado demasiado desligada de las exigencias programáticas de los niveles de la enseñanza básica¹⁰.

Tabla Nº 17: Enseño matemática ajustándome al programa

Valores	Nº de Casos	Porcentaje	Porcentaje acumulado
TD	3	4,2	4,2
D	11	15,5	19,7
A	41	57,7	77,5
TA	16	22,5	100,0
Total	71	100,0	

Consistente con lo señalado, si el programa es el guión orientador, un número importante de docentes debiese tener cierta preocupación cuando los estudiantes no aprenden al ritmo esperado. Las respuestas del grupo total en este plano representa algo menos del 20%, sin embargo, hay una gran variabilidad en cada universidad. La de Concepción es la que tienen menos respuestas en esta línea mientras que la USACH (30%), La Serena y la Católica de Temuco dan la diferencia. Un 20% no es una cifra menor ¿Qué estrategias se han definido para abordar esta problemática?

¹⁰ Quizás el caso más evidente se experimentó en el grupo de la USACH. Los asistentes al focus group señalaron que el Programa había sido integrado a un grupo que tenía otra orientación (LEM), en consecuencia, temas centrales de la enseñanza de la disciplina no fueron tratados. Ello no solamente tiene que ver con los términos de referencia de estas actividades, sino también con la supervisión de las mismas.

Tabla N° 18: Me complica enseñar a niños que no me entienden

Universidad		Nº de casos	Porcentaje	Porcentaje Acumulado
de Concepción	TD	10	50,0	50,0
	D	9	45,0	95,0
	A	1	5,0	100,0
	Total	20	100,0	
Católica de Temuco	TD	7	30,4	30,4
	D	12	52,2	82,6
	A	3	13,0	95,7
	TA	1	4,3	100,0
	Total	23	100,0	
USACH	TD	6	30,0	30,0
	D	8	40,0	70,0
	A	6	30,0	100,0
	Total	20	100,0	
de La Serena	TD	1	12,5	12,5
	D	3	37,5	50,0
	A	4	50,0	100,0
	Total	8	100,0	

Al tenor del desarrollo de los programas, la visión de la ciencia como un campo de avance vertiginoso, del cual siempre estoy en deuda, es algo compartido por el 30% de los participantes, distribuidos en forma similar para cada universidad. Sin embargo, en este caso, las respuestas presentan dos caras. Una la señalada y que es compleja: cerca de un tercio de los docentes requiere aprender las claves para reducir esta brecha de desinformación, proceso que además implica autoaprendizaje y empoderamiento de esta competencia. En segundo lugar, de acuerdo con el funcionamiento de la “cultura escolar” en los establecimientos –lo que se comenta en las siguientes secciones de este capítulo-, donde la rutina pesa sobre la innovación, es muy llamativo que el 70% crea estar al día y no sentirse abrumado de trabajar en uno de los campos más dinámicos del saber: la matemática y su didáctica.

Tabla N° 19: La ciencia avanza tan rápido que encuentro casi imposible estar al día

Valores	Nº de Casos	Porcentaje	Porcentaje acumulado
TD	24	33,8	33,8
D	28	39,4	73,2
A	15	21,1	94,4
TA	4	5,6	100,0
Total	71	100,0	

Lo expuesto es preocupante cuando el 32% de los maestros señala que usualmente evita exponer temas teóricos y se centra en la ejecución. Ello implica varias situaciones: primero se requeriría identificar con mayor precisión ¿Cómo contextualizan? algo de ello se verá en el subcapítulo siguiente. En segunda instancia, se puede preguntar ¿Qué pasa en Concepción cuando el 45% de los participantes está de acuerdo con centrarse en lo operacional? ¿Es que no se dominan adecuadamente fundamentos como sostienen los académicos que enseñan en los Programas de Postítulo?

Hay muchas interrogantes para las cuales existe presunción fundada de respuestas que muestran la necesidad de reactivar la formación especializada de maestros y, de paso,

mejorar significativamente este proceso en todos sus dominios; fundamentos, conceptos y operatoria.

Tabla Nº 20: En matemáticas evito exponer temas teóricos y me centro en la ejercitación

Universidad		Nº de casos	Porcentaje	Porcentaje Acumulado
de Concepción	TD	4	20,0	20,0
	D	7	35,0	55,0
	A	8	40,0	95,0
	TA	1	5,0	100,0
	Total	20	100,0	
Católica de Temuco	TD	4	17,4	17,4
	D	11	47,8	65,2
	A	8	34,8	100,0
	Total	23	100,0	
USACH	TD	5	25,0	25,0
	D	10	50,0	75,0
	A	5	25,0	100,0
	Total	20	100,0	
de La Serena	TD	1	12,5	12,5
	D	6	75,0	87,5
	A	1	12,5	100,0
	Total	8	100,0	

Finalmente, las preguntas sobre su formación profesional inicial son muy elocuentes. El 82% está en desacuerdo con la afirmación “**Cuando estudié pedagogía mi formación en matemáticas fue excelente**”, cifra que desciende al 75% cuando se sostiene que “**tiene lagunas en su formación**”. Estos dos indicadores evidencian en su magnitud la temática en análisis. A los problemas de formación institucional hay que agregar la disposición de las personas para perfeccionarse y su capacidad para superar dificultades de magnitud significativa. Esto último, si lo asociamos al manejo actualizado de información, da cuenta de la complejidad de la tarea que se está asumiendo, y de la importancia que sus resultados puedan alcanzar el objetivo trazado. Sin embargo, hay obstáculos claros, los que se mencionan, y otros que en las secciones siguientes se presentan y que tienen que ver con el inadecuado sino nulo manejo de procesos formales de investigación, rigurosidad y lógica científica, presentación de informes y generación de resultados, que son elementos centrales para que esta iniciativa pueda alcanzar resultados positivos.

Tabla Nº 21: Cuando estudié pedagogía mi formación en matemáticas fue excelente

Valores	Nº de Casos	Porcentaje	Porcentaje acumulado
TD	19	26,8	26,8
D	39	54,9	81,7
A	9	12,7	94,4
TA	4	5,6	100,0
Total	71	100,0	

Tabla Nº 22: Tengo lagunas en ciertos tópicos matemáticos

Valores	Nº de Casos	Porcentaje	Porcentaje acumulado
TD	4	5,6	5,6
D	14	19,7	25,4
A	38	53,5	78,9
TA	15	21,1	100,0
Total	71	100,0	

En síntesis, la revisión de su visión sobre su ser profesional y su formación, da cuenta que los profesores usan el programa de estudios como guía, esto demanda que en su proceso de formación se les enseñe sistemáticamente de acuerdo con esta orientación (se entiende además el perfeccionamiento en esta línea), lo que según los participantes es un aspecto deficitario.

En segunda instancia, dicen no tener problemas cuando un estudiante no aprende al ritmo esperado, aunque un 20% reconoce preocupación. Entonces ¿Qué estrategias didácticas se están elaborando para abordar ese 20% que asume el problema?

De igual forma ¿Qué hacer con ese 30% de docentes que no es capaz de estar actualizado en los avances de su disciplina? ¿Cómo enseñar a superar la cultura escolar inhibidora de la Innovación? ¿Cómo dejar instaladas capacidades de autoaprendizaje y actualización en este ámbito?

Ciertamente estas cifras ocultan otras. Una es que el excesivo énfasis en los temas operacionales, sin un claro sentido contextualizado, mecaniza los aprendizajes. Entonces la pregunta ¿Por qué no se enseña fundamentos, que son –precisamente- los mecanismos que garantizan autoaprendizaje y actualización? Se torna nuevamente en un tema central. Dos claves que contribuyen a comprender lo señalado son el déficit de formación inicial y las lagunas en materias específicas. En definitiva, la tarea en este ámbito es muy compleja, más aún cuando se la contrasta con el tiempo disponible para asumirla.

2.4. Autopercepción

Hay una visión de su hacer profesional como una actividad elaborada (90%), en la cual han reflexionado sobre ella, al extremo que ésta es fruto de sus convicciones. Acto seguido, cerca del 85% indica que trata de enseñar completamente el programa, cifra que sólo se reduce al 69% en el caso de la Universidad Católica de Temuco. En primer lugar ello es consistente con el apego que han señalado tener a este marco de orientaciones (normativo). Sin embargo, cabe preguntarse ¿Todas la materias tienen la misma relevancia y significación en los contextos en que se trabaja?

Una posibilidad cierta es comprender que el tratamiento extensivo de los componentes responde a lo señalado, pero ello implicaría disponer de esa posibilidad real, cuando en oportunidades los docentes se quejan que las horas comprendidas en el programa no son suficientes para dar cuenta integralmente de éste. Los resultados de aprendizaje parecen confirmar esta creencia, en consecuencia ¿Qué está pasando?

Pareciera que se necesita mayor reflexión de los docentes en los aspectos mencionados. Los resultados del ‘focus group’ evidencian que los docentes tienen carencias importantes de empoderamiento, esto es, de seguridad en si mismos, en sus capacidades docentes y en sus aprendizajes de los aspectos matemáticos fundamentales. En consecuencia, pareciera difícil que pudiesen enseñar integralmente el programa, más bien, evitan tratar aque-

llas materias que les producen inseguridad, en general el ámbito de los fundamentos, tal como quedó demostrado en esa misma actividad.

La percepción de su hacer tiene respuestas variadas al preguntárseles acerca de “**Hago pruebas y califico de acuerdo a los niveles que alcanzan los alumnos**”, si bien cerca del 80% del total de participantes en el Programa está de acuerdo con esta afirmación, hay variaciones en algunas universidades. En la Católica de Temuco sube a más del 90%, mientras que en la USACH desciende al 65%. Con ello se evidencia que hay diferencia en sus prácticas y que éstas son asumidas cuando la “deseabilidad” de la respuesta no es evidente.

Tabla Nº 23: Hago pruebas y califico de acuerdo a los niveles que alcanzan los alumnos

Universidad		Nº de casos	Porcentaje	Porcentaje Acumulado
de Concepción	D	5	25,0	25,0
	A	8	40,0	65,0
	TA	7	35,0	100,0
	.Total	20	100,0	
Católica de Temuco	0	1	4,3	4,3
	D	1	4,3	8,7
	A	13	56,5	65,2
	TA	8	34,8	100,0
	Total	23	100,0	
USACH	0	2	10,0	10,0
	TD	1	5,0	15,0
	D	4	20,0	35,0
	A	11	55,0	90,0
	TA	2	10,0	100,0
	Total	20	100,0	
de La Serena	A	2	25,0	25,0
	TA	4	50,0	75,0
	99	2	25,0	100,0
	Total	8	100,0	

Continuando en esta perspectiva, al preguntárseles sobre las dificultades para aprender y enseñar que genera el tamaño del curso, las respuestas son disímiles. Primero, en la Universidad de Concepción la mayoría no está de acuerdo, aunque un número cercano al 45% si lo está. Pero en las otras realidades la situación es más extendida. En la Católica de Temuco, un 48% opina lo mismo, en la USACH, un 70% y en la de La Serena (con las dificultades del caso) un 75%. Lo interesante es que la evidencia de investigación señala que estos aspectos no son una variable significativa para el aprendizaje, siempre que sea manejada entre ciertos parámetros, pese a los reclamos que históricamente los docentes han manifestado; ello evidencia que la actualización de la información que realizan los docentes no sería tal o bien que ésta es muy selectiva.

Tabla Nº 24: Muchas de las dificultades para aprender y enseñar las matemáticas tiene que ver con el tamaño del curso

Universidad		Nº de casos	Porcentaje	Porcentaje Acumulado
de Concepción	0	2	10,0	10,0
	TD	4	20,0	30,0
	D	7	35,0	65,0
	A	4	20,0	85,0
	TA	3	15,0	100,0
	Total	20	100,0	
Católica de Temuco	TD	3	13,0	13,0
	D	9	39,1	52,2
	A	1	4,3	56,5
	TA	10	43,5	100,0
	Total	23	100,0	
USACH	TD	1	5,0	5,0
	D	5	25,0	30,0
	A	5	25,0	55,0
	TA	9	45,0	100,0
	Total	20	100,0	
de la Serena	D	2	25,0	25,0
	A	4	50,0	75,0
	TA	2	25,0	100,0
	Total	8	100,0	

Se da cuenta de dos dimensiones centrales del proceso en el aula: La primera que tiene respuestas unánimes (por lo cual es irrelevante exponer los datos) señaló que cada uno de ellos se preocupa por autoevaluar su práctica. La segunda, referida a un ámbito central de su actuar docente es respondida casi unánimemente (98%) en referencia a que *“Cuando evalúo considero más el proceso que el producto”*. Los resultados alcanzados permiten plantearse algunas preguntas, en lo fundamental, de ser así lo que sostienen los docentes ¿Por qué no son percibidos por el sistema de la misma forma?

En síntesis, la autopercepción de los docentes abre algunas incógnitas. Primero, muestran su hacer profesional como reflexivo, aunque apegado al programa, Aun cuando ello no debiese ser contradictorio, las demandas por disponer de más tiempo para pasar el programa dan cuenta que el maestro debería hacer un proceso selectivo de contenidos, materias, ejercicios, etc. Es posible que la selectividad venga del profesor por el lado de las debilidades y carencias que manifiesta, que se traducen en no tratar ciertos temas, al parecer, los referidos a fundamentos como a geometría caen en ese considerando.

De igual forma es posible albergar ciertas dudas respecto de cómo encara el proceso de evaluación de los aprendizajes de los estudiantes, poniendo el foco de atención sobre los procesos. La evidencia da cuenta que la operatoria satura gran parte del tiempo destinado a los aprendizaje en aula, al menos en materia de evaluación de resultados.

En términos complementarios, el maestro sigue pensado que los factores externos del proceso, como el tamaño del grupo curso, son más determinantes sobre los resultados de aprendizaje que otras variables, aunque la evidencia de investigación da cuenta de una realidad diferente.

Por último, el maestro dice evaluar constantemente su práctica.

2.5. Percepción de los resultados educativos

Es interesante que las opiniones de los docentes se dividieran en grado importante entre quienes opinaron sobre “*el tiempo como factor de aprendizaje sustantivo*” más que “*sobre las capacidades de los estudiantes*”. Esto tiene sentido cuando los maestros reclaman que requieren más tiempo para pasar la materia o demandan otra serie de condiciones, entre ellas menos alumnos por aula. De ser consistentes sus planteamientos, dado que la mayor parte de ellos asume que se trata de capacidades individuales, poco y nada podría hacerse con didácticas mejoradas u otra serie de consideraciones. Mientras los resultados de los aprendizajes dependan siempre de otros factores que no se relacionen directamente con el docente y la docencia, la posibilidad de atribuir responsabilidad a éstos exime al profesor en su tarea, algo de ello puede estar detrás de este razonamiento.

Tabla Nº 25: El ritmo de avance en los aprendizajes matemáticos depende más del tiempo disponible para las materias que de la capacidad individual

Valores	Nº de Casos	Porcentaje	Porcentaje acumulado
TD	11	15,5	15,5
D	20	28,2	43,7
A	36	50,7	94,4
TA	4	5,6	100,0
Total	71	100,0	

Preguntados acerca de si los profesores hacemos más difícil el aprendizaje de las Matemáticas, algo más de un tercio de los maestros aprobó este considerando. Este valor alcanza su punto mayor (40%) en las universidades Católica de Temuco y USACH, Esta cifra es interesante y da cuenta de la complejidad del tema. Por una parte los maestros tienen una visión bastante certera de su actuar y de los resultados que éste genera, por otra, asumen explicaciones diversas, a veces opuestas, dependiendo de lo que está en juego. Esta situación muestra la complejidad de la “cultura escolar”, fenómeno que se extiende más allá de estas materias, a modo de complemento la misma revisión de su percepción de los OFT es ampliamente positiva, casi unánimemente no ven dificultades, sin embargo en su implementación ha sido uno de los aspectos que constantemente es puesto como un punto complejo. Ello da cuenta que la “cultura docente” se maneja siempre en dos planos: el normativo que responde al deber ser, y el fáctico, con sus propias normas. Entre ambos el maestro se mueve según sea la materia en análisis, el origen de la misma y el sentido que tiene en la cultura escolar.

Una muestra de ello lo rescatamos de dos aseveraciones. En la primera, los docentes manifiestan unánimemente que es importante que el alumno explique con sus palabras lo aprendido, pese a que no hay evidencia real a que ello sea aplicado por ellos, pero forma parte del espíritu manifiesto de la reforma. En iguales condiciones, aunque con menor aceptación (80%) la mayor parte de los docentes señala que trabajar con alumnos con dificultades de aprendizaje no es problema, dado que también responde al ámbito normativo, sin embargo una de las observaciones recurrentes de los docentes de aula es la complejidad que ello implica.

Sin embargo, este proceso adquiere otro carácter, cuando se analiza un fenómeno interno de la disciplina “**En el ámbito de la matemática no existe un vocabulario unificado**”, en ello es posible disentir sin problemas, ello implica que es aceptado por cerca del 60% de los docentes y el 40% no está de acuerdo, en este caso el tema no pertenece a lo norma-

tivo, la deseabilidad no opera y por lo tanto su propia percepción de los resultados es factible, tiene espacio.

La visión de la incidencia de los factores sobre los aprendizajes está mediatizada por su visión de “responsabilidad” en este proceso. Por ello asignan mucho peso al componente “capacidades de los estudiantes” más que a otros recursos. Sin embargo también se reconoce, ahora desde otra perspectiva, que los profesores hacemos más difícil el aprendizaje de las Matemáticas.

2.6. Síntesis

Los resultados consignados en esta sección muestran lo complejo que es moverse en la cultura escolar, donde están presentes dos dimensiones. Una que es normativa, rectora y que implica lo deseable, y otra la fáctica, que es lo real, lo que se puede realizar.

Los participantes valoran la enseñanza de la matemática, asumen que un logro en ella da seguridad a los niños. Sin embargo esto no implica que los resultados de su actuar sean correspondientes con ese enunciado. Primero, aunque asumen los programas de estudio como orientaciones explícitas, para 1/5 de ellos presentaron cierta complejidad de entendimiento. No se sabe cómo lo solucionan específicamente, aunque se cree que adoptan la práctica usual: *no tratar o bien tratar superficialmente aquellos aspectos que no dominan*.

Atendiendo a que poseen severas deficiencias de formación inicial, los temas de didáctica, en esta dimensión son menos relevantes, aunque posteriormente se destaquen. Ellos están inmersos en determinadas creencias culturales (poca integración de las matemáticas a la vida cotidiana, estigmatización como difícil, auto percepción que somos incapaces para ella, etc.). Esta situación implica determinar estrategias didácticas específicas para la población más pobre como también para aquella que tiene los resultados educativos más bajos (aunque hay coincidencias muy altas entre ambas dimensiones¹¹), o que tiene menores oportunidades y recursos para aprender, entendiendo que la formación de maestros para esta realidad implica un proceso estratégico que debiese asumirse en la formación inicial de los docentes. Hay temas pendientes que requieren un debate que excede este estudio:

- ¿Qué fundamentos, conceptos y mecanismos son indispensables que domine un estudiante en cada nivel
- ¿Cómo dejar instalada capacidades de autoaprendizaje y actualización en este ámbito

Por otra parte si bien los maestros se muestran reflexivos, creemos que ello responde a una práctica asociada con la racionalidad de su trabajo cotidiano, es decir inserta en la cultura escolar. Las evidencias de un proceder rutinario, alejado de la innovación son amplias. Ello se expone con la atribución al éxito de los aprendizajes de los estudiantes que exponen los docentes, inserta más en el estudiante que en el docente y mediatizada por los recursos.

¹¹ Ello se observó al analizar el Programa – 900, de apoyo a las escuelas con más bajos rendimientos, pero que se conocía comúnmente como el programa de apoyo a las escuelas más pobres. La literatura del tema otorga un peso crucial en los rendimientos escolares a las variables socioeconómicas, en consecuencia la relación bajos rendimientos pobreza suele ser estrecha, aceptando casos en que no se presenta.

3. El contenido de las percepciones y representaciones sociales de los docentes -alumnos

La sección presenta los principales hallazgos del estudio en orden a develar y tematizar las valoraciones y comprensiones de los profesores – alumnos, con respecto a su participación, aprendizajes, pertinencia y apropiación del programa de postítulo objeto de análisis de la investigación.

Se recurre a textualidades seleccionadas que dan cuenta, en general, de una interesante convergencia opinativa por parte de los entrevistados. Este fenómeno es frecuente en estudios de este tipo y proviene de la “formatización” de la que son objetos los docentes tanto en formación inicial de pregrado, como en lo fundamental por la uniformidad que alcanzan las prácticas pedagógicas en los establecimientos escolares públicos del país.

El análisis de esta sección considera el conjunto de las respuestas obtenidas mediante las entrevistas a docentes – alumnos de los programas, sin perjuicio de volverlas a emplear para los análisis de algunos aspectos específicos, según se integran más adelante.

La exposición sigue la lógica de las preguntas formuladas en la entrevista como criterio de análisis y agrupamiento de los referentes del estudio. Las preguntas son las siguientes:

1. ¿Qué significa para usted enseñar matemáticas hoy
2. ¿Cómo evalúa usted el desarrollo y pertinencia de los Seminarios de Diseño de U. Didácticas realizados
3. ¿El trabajo desarrollado a través de los Seminarios le permitió a usted establecer redes de colaboración y aprendizaje con los docentes del Postítulo o con compañeros del grupo ¿Cree que estas redes se puedan mantener en el tiempo
4. ¿El trabajo llevado a cabo ha impactado más allá de su práctica pedagógica ¿Cómo y en qué sentido
5. ¿Cómo ha transferido al aula los contenidos aprendidos, las herramientas didácticas y evaluativas asociadas a los núcleos temáticos de geometría y proporcionalidad , ¿Reconoce al respecto algún elemento facilitador u obstaculizador para que esto se diera
6. ¿Se han cumplido sus expectativas de aprendizaje de este Postítulo De no ser así ¿qué aspecto explicaría esto
7. ¿Qué facilidades y obstáculos reconoce usted en esta experiencia de perfeccionamiento
8. ¿Considera usted que este postítulo es una estrategia de perfeccionamiento adecuada considera que esta política debiera mantenerse en el tiempo representa un apoyo importante al fortalecimiento de la profesión docente

3.1. El significado de enseñar matemáticas (¿Qué significa que usted enseñe matemáticas hoy?)

Buena parte de los profesores entrevistados coinciden en señalar que la enseñanza de las matemáticas implica -en la actualidad- un gran desafío pedagógico, una tarea formativa de alta complejidad y relevancia.

Para algunos docentes esta dificultad se origina en el gran volumen de información a la que están expuestos todos y al que pueden acceder los niños, niñas y jóvenes en un mundo globalizado y complejo como el actual. Al respecto se sintetiza lo indicado en cuanto: ***“Es un desafío constante porque nuestros alumnos cada día tienen acceso a***

una mayor cantidad de información, por lo tanto son exigentes, son alumnos que se plantean desafíos en forma permanente” (U. Católica de Temuco).

En esta misma línea de análisis, otro docente da cuenta que la enseñanza de las matemáticas se relaciona con **“Dar herramientas eficaces para que los niños enfrenten este futuro que está cada día más competitivo”** (U. de Santiago de Chile).

Teniendo en cuenta que la exposición al currículo implica que un estudiante construye significados -y que estos se constituyen cuando se relacionan sustancialmente con los conocimientos ya presentes del sujeto- la respuesta a esta complejidad los profesores la observan precisamente en los aprendizajes significativos que puedan brindar a sus educandos. En razón de ello se señala: **“yo invito a mis alumnos a que hagan con mucho cariño el estudiar las matemáticas por que es una herramienta que les va a servir toda la vida y las matemáticas están en cada instante en nuestra vida, por lo tanto les trato de enseñar que las aprendan de una manera bonita, agradable de manera que les sea interesantes a ellos”** (U. Católica de Temuco).

De esta forma los docentes demuestran estar situados cerca de una concepción de enseñanza en la que aprender significativamente las matemáticas supone modificar los esquemas de conocimiento originales del sujeto produciendo metacognición. Así lo sugieren cuando señalan: **“Creo que las matemáticas les ayudan a aprender a pensar logrando la metacognición”** (U. de La Serena).

En suma, los entrevistados muestran interesantes tonos de contextualización y de resignificación de acuerdo con la concepción de enseñanza de las matemáticas que profesan, visión muy cercana a los enfoques constructivistas de las actuales reformas educativas. En lo operacional queda de manifiesto el desafío que les representa enseñar, la utilidad práctica (resolución de problemas) de la disciplina, su rol en el mundo competitivo y, la importancia de generar condiciones para su aprendizaje grato.

3.2. Los seminarios de unidades didácticas: desarrollo y pertinencia

Los docentes entrevistados enfatizan diversas dimensiones de los seminarios de Diseño de Unidades Didácticas realizados.

Como aspectos positivos establecen que éstos han servido para actualizar, complementar y reforzar los conocimientos de los docentes, permitiéndoles incorporar nuevas herramientas en el campo didáctico: **“Todo lo que se nos entregó día a día, clase a clase, nos fue sirviendo para ir fomentando lo que cada uno ya conocía o traía, tuvimos la posibilidad de profundizar en muchos temas, que a lo mejor no todos dominábamos”** (U. de La Serena).

Este es un dato no menor, pues, un pedagogo que enriquece el contexto didáctico con nuevos conocimientos respecto a las nuevas formas de enseñanza ayuda a que sus estudiantes aprendan y reflexionen con mayor facilidad los contenidos que éste entrega. Este potencial de mejoramiento se resalta al sostener que: **“Estos seminarios nos han ayudado mucho, nos facilitan (...) la vida a nosotros mismos ayudando a que el chico aprenda con más facilidad”** (U. de Santiago).

A su vez, la planificación de unidades didácticas, en el discurso de los entrevistados, les permite adecuaciones curriculares: **“Nos enseñaron como llevar a la práctica nuestras planificaciones, adecuándolas a cada nivel de niños para poder entregar lo mejor de nosotros”** (U. de Santiago).

Lo anterior se entiende mejor en la lógica de una pedagogía que atiende a la diversidad y a la intersubjetividad desde la reflexión de su quehacer. De hecho, otro aspecto positivo que destacan los profesores tiene relación con la reflexión sobre el quehacer pedagógico que estos seminarios fomentan. Se señala: **“El reflexionar acerca de la práctica profesional como profesor, observar las fortalezas y debilidades y sobre todo de qué manera yo puedo mejorar en aquello que observe que me equivoque, o que no logre, más que me equivoque, lo que no logre con mis alumnos”** (U. Católica de Temuco).

De otro lado, se observa que uno de los aspectos negativos más recurrentes fue la falta de tiempo para desarrollar el seminario. Esta queja es recurrente: **“Comenzamos la actividad de seminario más o menos en octubre o a mediados de octubre y lo tenemos que entregar ahora en diciembre, justo ahora que tenemos la mayor cantidad de actividades”** (U. Católica de Temuco).

Con más precisión, los docentes explicitan que “falta tiempo” para abordar y desarrollar temáticas que eran entendidas como relevantes: **“Entonces muchas cosas quedaron así superficialmente y no pudimos profundizarlas”** (U. de Santiago). A ello se agrega el tiempo que se invierte en la planificación de unidades que no es menor: **“El diseño nos exige una cantidad de tiempo que creo que los profesores no tenemos para poder hacerlo constantemente”** (U. Católica de Temuco).

Otro aspecto negativo que se destacó guarda relación con que no siempre estuvieron los mejores profesores para trabajar determinadas temáticas y unidades. Esta diversidad de docentes capacitadores se reconoce como un factor adverso en el desarrollo del programa: **“Así como (hay) profesores buenos, también hay unos que no son tanto, lamentablemente habían módulos que quedaron un poco en el aire”** (U. de La Serena). La siguiente opinión corrobora lo anterior, destacando la necesidad de una mejor selección de los docentes encargados del perfeccionamiento: **“Algunos profesores para el grupo curso no fueron los más idóneos, los más destacados para haber trabajado algunos contenidos, algunas unidades”** (U. de La Serena).

Un aspecto importante observado es la disparidad en los “saberes previos” de los docentes beneficiarios al momento de enfrentar el seminario: **“Yo creo que no todos manejamos los mismos saberes”** (U. de Santiago), **“Siempre queda gente con dudas”** (U. Católica de Temuco), **“Exigencias muy severas”** (U. de Concepción). Estas expresiones denotan heterogeneidad de opiniones y de preparación frente a los nuevos conocimientos impartidos, relevando la importancia –tanto como la ausencia– de un proceso de nivelación previo al comienzo del programa o bien, consultar un módulo de nivelación como parte del proceso formativo regular.

En síntesis, si bien es posible percibir la utilidad que representó esta actividad, en lo fundamental en su rol didáctico, no es menos cierto que requiere de ajustes y adecuaciones importantes para efectos de obtener mejores resultados en función de los objetivos trazados, lo que implica revisar los docentes, ajustar el calendario de trabajo y determinar sistemas de nivelación de competencias que permitan un mejor aprovechamiento de esta instancia.

3.3. ¿El trabajo desarrollado a través de los seminarios le permitió establecer redes de colaboración y aprendizaje con los docentes del Postítulo o con compañeros del grupo? ¿Cree que estas redes se pueden mantener en el tiempo?

Como se resume en el último párrafo de la sección anterior, la mayoría de los docentes coincidió en que los seminarios fueron una instancia apropiada para el aprendizaje, lo que a su vez les permitió conformar redes de trabajo y apoyo entre ellos.

En efecto, se afirma que: **“Sí, nos vamos ayudando unos con otros, explicando yo hice esto, a mí me resultó de esta manera. Facilita mucho, por que hay muchos que saben mucho más que uno y otros que saben menos, entonces, como que nos hemos ido nivelando y estamos casi todos a un mismo nivel en cuanto a conocimiento”** (U. de Santiago). En otra ciudad, esta tendencia a construir procesos colaborativos de continuidad también se manifiesta positivamente: **“Nos ha permitido así mantenernos en contacto a pesar de ya no estar en clases, mantenernos en comunicación, nos estamos llamando, nos escribimos correos, nos prestamos materiales y compartimos experiencias”** (U. de La Serena).

Fue clave para este trabajo en equipo, el uso de Internet, no sólo para buscar información pertinente, sino que también para acortar distancias, para crear este vínculo: **“Hubo bastante colaboración, nos ha permitido compartir conocimiento, investigar más, meternos a Internet a buscar en grupo y cada uno trae información y la compartimos”** (U. de Concepción).

Más allá de las brechas tecnológicas habituales, se reconoce que **“Gracias a la tecnología estamos en constante contacto, y también con la tecnología del celular nos estamos llamando constantemente; oye sabes que me falta esto, cómo se puede hacer, mira se hace así, así, entonces hay más redes de apoyo muy buenas”** (U. de La Serena).

Con respecto a si estas redes se pueden mantener en el tiempo, la respuesta de los profesores fue positiva ya que ven en la tecnología (Internet y telefonía celular) un facilitador que acorta distancias y les permite mantener vigentes las redes en el tiempo: **“Creo que ha sido un buen nexo los correos electrónicos, donde hemos compartido mucho”** (U. de la Serena). Así, **“Ojala que lo pudiéramos mantener a través de Internet, a través del correo electrónico, de repente un llamado telefónico, poder mantener un trabajo colaborativo sería fabuloso”** (U. de Santiago).

Sin embargo, se destaca favorablemente que existe un compromiso pedagógico que permitiría que las redes se mantengan en el tiempo: **“Yo creo que hay un compromiso profesional, de tratar de comunicarnos y compartir el material que tenemos y que hemos elaborado”** (U. Católica de Temuco).

En razón de lo señalado se recalca como positivo la generación de redes, tanto como soporte de los participantes para alcanzar los objetivos de aprendizaje del Programa, como también por sus consecuencias posteriores, esto es, por la generación de redes en las que también participan otros agentes educativos, asociadas -ciertamente- al desarrollo tecnológico.

3.4. Impactos del Programa más allá de su práctica pedagógica (¿Cómo y en qué sentido?)

Mayoritariamente los profesores declaran que el trabajo desarrollado en su perfeccionamiento ha impactado positivamente su desarrollo profesional como docentes, descubriendo potencialidades, brindándoles seguridad en sus prácticas pedagógicas, ayudándoles a flexibilizar la entrega de conocimientos y encontrando sentido didáctico a su quehacer como docente.

De hecho, es frecuente entre los entrevistados señalar: **“... yo creo que a todos nosotros nos da más seguridad en lo que hacemos”**, afirmando que: **“En este sentido de que ahora tengo más armas para hacer mi trabajo, no voy a tener tantos temores, me siento preparada para poder estar frente a los alumnos del segundo ciclo, que era como el temor que yo tenía”** (U. de Concepción).

Otro docente reconoce que: **“Uno olvida que hay otras realidades y se encasilla en lo que uno cree que está correcto y eso no está bien, por lo tanto hay que abrirse”** (U. Católica de Temuco).

En términos de aprendizajes reales para los docentes de aula, es interesante destacar una cierta tenencia auto-reflexiva en la enseñanza de las matemáticas, un “darse cuenta”: **“Me ha permitido sistematizar mucho los conocimientos matemáticos que yo tenía. Este postítulo me ha permitido ir ordenando y poder justificar muchas de las cosas que hacía matemáticamente, hoy día tengo herramientas para decir, esto es así por tal razón, es decir, se justifica”** (U. de Santiago).

Atendiendo a lo expuesto es claro que el Programa les ha permitido fundamentar su actuar, en consecuencia ha dado solidez a su docencia.

3.5. Transferencia al aula de los aprendizajes, herramientas didácticas y evaluativas: elementos facilitadores u obstaculizadores

Se aprecia entre los entrevistados que los contenidos asociados a la enseñanza y aprendizaje de la geometría, fueron trabajados principalmente a partir de construcciones y demostraciones desde lo cotidiano. Señalan: **“En el postítulo nosotros partimos construyendo y demostrando, y eso mismo yo lo he transferido al aula con los niños, que el niño construya un triángulo, en sí que vaya construyendo su conocimiento”** (U. de Concepción). Otro docente precisa que lo hace **“Principalmente con construcciones, más que aprender conceptos”** (U. Católica de Temuco).

Con respecto a los contenidos asociados a la enseñanza y aprendizaje de las proporciones, un grupo significativo de profesores destacó que no tuvo tiempo para trabajar dichos contenidos y los que lo hicieron coincidieron en que habían utilizado guías y destacando aspectos significativos con ejemplos extraídos desde lo cotidiano. Al respecto, señalan: **“En proporcionalidad había que empezar a repasar un poco de fracciones, tanto por ciento, para que ellos pudieran entender lo que era y llegué hasta ahí y el tiempo no me dio para más”** (U. de Santiago). En otra región del país el tema no fue diferente: **“En cuanto a la proporcionalidad yo no lo vi porque no me alcanzó el tiempo”** (U. de La Serena).

Más al sur, el trabajo efectuado implicó que **“El núcleo de proporcionalidad se analizó a partir de situaciones de la vida diaria, o sea, fuimos usando proporciones para llegar a las ecuaciones y realmente tuve éxito”** (U. de Concepción). Esta dimensión de lo concreto como condición didáctica –junto al apoyo eficiente de las guías disponibles– se

refuerza a continuación: **“Elemento facilitador yo creo que son todas las guías de aprendizaje trabajados en la misma clase, el trabajo con guías aplicables, con ejemplos concretos y aplicables al aula con nuestros alumnos”** (U. de La Serena)

En cuanto a los aspectos facilitadores de la transferencia al aula, los profesores señalan los propios aprendizajes derivados del Postítulo en cuanto ellos les permiten enfrentar de mejor manera el proceso didáctico a nivel de enseñanza-aprendizaje. Esto se observa como una consecuencia no menor del postítulo: **“Las clases después del Postítulo son más dinámicas y los alumnos se entretienen más y aprenden más”** (U. de Santiago), **“La seguridad de que aquí uno ha aprendido, entonces, se siente más capaz de hacer las cosas”** (U. de Concepción).

Por otra parte, se reconocen principalmente dos obstaculizadores. Uno que tiene relación con el significativo número de alumnos por curso, lo que dificulta el uso de herramientas didácticas innovadoras como son las computadoras. Otro que se refiere al poco tiempo que se dispone para planificar las unidades didácticas de matemática, ya que existen otras asignaturas que demandan igual cantidad de tiempo para su planificación.

De acuerdo a lo anterior, **“El número de alumnos que yo tengo en mi curso es de cuarenta y cinco y no permite llevarlos a computación, tienen que haber tres o cuatro por computadora o tengo que estar haciendo turnos y eso como que a veces te hace perder el hilo de lo que estás haciendo”** (U. Católica de Temuco).

Sumado a que, **“El tiempo para planificar aparece como un obstáculo, ya que nosotros aparte de matemáticas tenemos que hacer otro tipo de asignaturas en donde también tenemos que planificar y para todos los niveles y de todo el ciclo”** (U. Católica de Temuco).

En esta dimensión es dónde se registra con mayor claridad la eficiencia de los procesos didácticos revisados en el Postítulo. Al respecto, las dos observaciones referidas, número de alumnos por curso y tiempo destinado a la planeación son consideraciones centrales sobre los resultados escolares (salvo que se emplee la clase magistral). Sin embargo, mientras no se desarrollen didácticas ad-hoc, estos problemas seguirán siendo la piedra de tope de los incrementos de calidad de los aprendizajes de los estudiantes.

3.6. Cumplimiento de expectativas de aprendizaje

La gran mayoría de los profesores encuentra que el Programa satisfizo ampliamente sus expectativas, entregándoles conocimientos que les permite mejorar significativamente sus prácticas pedagógicas y, brindándoles – de paso - seguridad en su quehacer como docentes.

De hecho, la revisión de las respuestas anteriores, da cuenta de una balance positivo, sin que ello signifique desconocer aquellas falencias que se han mencionado en diversos planos del desarrollo e implementación de los Postítulos en la realidad específica de cada uno.

La tendencia favorable sobre la valorización del Programa es expresada sin ambigüedad por parte de los docentes entrevistados: **“Yo creo que a cabalidad (las expectativas) porque me siento segura ahora, aprendí a querer mucho más las matemáticas”** (U. La Serena). Ello, pese a que no les ha resultado una actividad simple: **“Yo creo que el Postítulo ha sido hartito exigente, más de lo que yo pensaba en un principio y las expectativas las ha cumplido con creces”** (U. Católica de Temuco).

En suma, se mira con cierto optimismo y fundamentalmente con mayor seguridad en ellos mismos lo que les viene por delante: **“De todas maneras, las herramientas que nos han dado, todos los contenidos te dejan bastante bien preparado para abordar distintos temas”** (U. de Santiago).

Es evidente que los resultados de un Programa de esta naturaleza no pueden ser evaluados solamente a partir de un factor, de todas formas ya se mencionaron aspectos relacionados con la autoestima y su impacto, como también la importancia de discutir aquellos aspectos que forman parte de los fundamentos centrales de la disciplina y su aplicación, lo que permite incrementar el dominio disciplinar de los docentes. En tercer lugar, la discusión didáctica tiene dos caras, una es generar aquellas demostraciones esenciales que permitan a los docentes confirmar sus aprendizajes, para adicionalmente y de manera significativa proponer estrategias en este campo adecuadas a las características de la educación pública, de los estudiantes, del tamaño de los cursos y de la dedicación de los docentes a la tarea pedagógica.

3.7. Facilidades y obstáculos de esta experiencia de perfeccionamiento

El análisis de los obstáculos permite avanzar en aquellos aspectos perfilados en la síntesis anterior. En este aspecto los profesores hacen referencia -principalmente- al problema de los tiempos de traslado, de trabajo y de estudio: **“La debilidad está en tiempo para poder planificar porque nosotros aparte de matemáticas tenemos que hacer otro tipo de asignaturas cierto, en donde también tenemos que planificar y todos los niveles de todo el ciclo, entonces por ahí tenemos la dificultad todavía.”** (U. de Concepción). Se reitera este énfasis: **“lo negativo es tiempo, nada más, porque en los colegios por la carga horaria que uno tiene es muy poco el tiempo que le puede dedicar en su casa al estudio”** (U. Católica de Temuco).

Pese a los esfuerzos desplegados, este obstáculo es de gran peso: **“(…) el Ministerio pienso yo que hizo un acierto en otorgar estas becas para los Post- títulos, la limitación quizás sea la distancia, quizás sea el tiempo”** (U. Concepción).

En Santiago, otro docente complementó este juicio: **“(…) los tiempos son muy reducidos y no se alcanza, entonces una exigencia mayor de la que corresponde la exigencia es bastante y nosotros, tenemos que trabajar, tenemos que funcionar en las otras áreas, en la otra parte y allá también nos están exigiendo, entonces eso se complica”** (USACH).

Sin embargo, algunos profesores, incorporando una lectura más autocrítica y reflexiva de la pregunta, dando cuenta de sus debilidades académicas y profesionales como obstaculizadoras del proceso: **“volver a retomar estudios en forma sistemática, y el horario y esfuerzo que le hemos puesto a esto, ha sido bastante complicado”** (USACH); **“El hecho de que nunca tuvimos nosotros una formación sistemática, académica, universitaria, de este nivel”** (U. Católica de Temuco).

Esta autocrítica es importante ya que es un factor asociado a las concepciones que se intenta modificar en los docentes, a partir de reconocer que: **“(…) lo que costó, como obstáculo es la poca costumbre, o sea la pérdida de costumbre al ritmo universitario, eso a las nuevas formas de trabajo, la tecnología.”** (U. de La Serena), incluso, mirando desde lo personal hacia la formación inicial docente existente: **“(…) me di cuenta que en mis conocimientos matemáticos había un enorme desventaja por así decirlo y que a lo mejor la formación inicial que tuve no lo, no lo cumplió (…)”** (U. de Concepción).

Los profesores coinciden en que el aspecto fundamental que facilitó este proceso de aprendizaje fue la calidad y el compromiso de los docentes universitarios. Según dicen, los profesores realmente sabían sobre su disciplina, apoyaron los trabajos, flexibilizaron los tiempos, retroalimentaban constantemente, entre otros: **“los profesores han sido consecuentes con nuestro trabajo, nos han dado plazos, las exigencias no son tan, como podría llamarlo, tan exigentes, y hemos tenido cierta flexibilidades que nos ha permitido lograr llegar de buena manera.”** (U. Católica de Temuco).

Esta actitud formativa de los docentes de las universidades se resalta como un modelo de coherencia: **“los profesores han estado siempre dispuestos a consultas, a situaciones especiales, yo pienso que más o menos refleja lo que debería ser en el fondo el tratamiento de la educación hacia todos los niños”** (U. de Concepción); **“Hemos recibido el apoyo de los profesores, de todos, sobre todo porque nos costó en un principio, nos dieron el ejemplo, y los tiempos para trabajar, ellos se ponían en nuestro lugar”** (USACH).

Se trata, al parecer, de una negociación pedagógica entre profesores y docentes universitarios que es muy valorada: **“yo creo que hemos tenido todas las facilidades, con la universidad hemos ido concordando fechas, las evaluaciones, los profesores creo que han sido criteriosos también con nosotros y cosa que me parece muy bien, porque yo en el Postítulo y en los cursos anteriores no era tan así”**(U. Católica de Temuco).

Las opiniones expuestas se asocian a la complejidad de la tarea en función del tiempo que ellos disponen en su ámbito laboral, las que superan con creces las posibilidades de dedicación óptima con una dedicación laboral compleja. Ello les llevó a reconocer en los docentes universitarios la flexibilidad que mostraron ante las exigencias del Curso. Lo que facilitó su desarrollo. En razón de lo cual resulta relevante preguntarse acerca de la oportunidad en que se adoptan estas decisiones ante situaciones extremas –conocidas con anterioridad- que podrían asumirse previamente y con ello aumentar la retención y el aprendizaje de los estudiantes, sea cual sea su edad.

3.8. Valoración de la estrategia de perfeccionamiento y sus proyecciones

Como era de esperar de acuerdo con el tenor general de las respuestas anteriores, la idea que **el Post-título sea una estrategia de perfeccionamiento adecuada y pertinente a sus necesidades**, goza de un amplio acuerdo entre los profesores cuando se realiza la evaluación de esta experiencia. Señalan que el Programa les ha entregado nuevas herramientas y conocimientos de la disciplina, permitiéndoles profundizar y comprender los contenidos del currículo de matemática y de esta manera abordarlos pedagógicamente.

Las siguientes opiniones son consistentes con lo expresado: **“es uno de los cursos más valiosos que voy a considerar dentro de mi perfeccionamiento, por la calidad del perfeccionamiento, por la calidad de los profesionales que nos están capacitando, por el nivel de exigencia (...) en la medida que la universidad nos mantenga el nivel de exigencia que tiene es la única manera que nosotros vamos a poder mejorar como profesionales y vamos a poder mejorar el aprendizaje de nuestros alumnos”** (U. Católica de Temuco).

En esta línea, otro docente señala: **“creo que la instancia real y efectiva para que realmente salgamos de una matemática tan mediocre que podamos estar enseñando, es hacer esto y ojala el Gobierno, el Ministerio pueda seguir dando esto y también en algunas otras asignaturas”** (U. Católica de Temuco).

En La Serena, un docente señala enfáticamente: **“yo encuentro que, ahora le pegaron el palo al gato, o sea, el Ministerio con las Universidades porque están aumentando en las especialidades que tiene que verse a largo plazo o mediano o largo plazo no cierto, tiene que verse un resultado favorable”** (U. la Serena). Pese al nivel de exigencia que vivieron, insisten: **“si tu le preguntas a cualquier profesor que hizo este Postítulo, si el salió igual como entró, o más seguro y si aprendió mucho más, todos te van a decir que aprendieron mucho más porque todos estamos de acuerdo en eso, aprendimos bastante, fue un curso bien intenso, muy pesado, pero aprendimos bastante, yo creo que todos, salimos enriquecidos de ese curso”** (U. la Serena).

La importancia atribuida por lo entrevistados a este programa pasa por los niveles de logro del mismo, pues, en opinión de los docentes, **“se logró en la mayoría de los que estuvimos en los cursos profundizar y lograr todos los contenidos que estaban, en la red curricular de quinto a octavo, y permitió, afianzar, mejorar, complementar y aplicar todo lo que uno obtuvo en los colegios que uno trabajaba”** (USACH). En esto, la Universidad es clave: **“yo considero que es muy importante lo que hoy en día imparte la universidad, porque permite entregar conocimientos más profundos, más acabados que algunos cursos que se impartían solamente por semana o por un tiempo determinado”** (USACH).

En síntesis, las respuestas confirman –con alto nivel de convergencia- una visión positiva de esta experiencia en materia de aprendizaje para los docentes.

En lo que dice relación con el **fortalecimiento de la profesión docente**, los profesores reconocen que este Postítulo es una instancia que permite efectivamente apoyar este hábito: la profesionalización docente. Aseguran sentirse más capacitados para enfrentar el proceso de enseñanza-aprendizaje en el subsector de matemática, lo que se traduce en seguridad y confianza sobre lo que están enseñando (contenido) y en cómo lo están enseñando (metodología).

Al respecto señalan: **“(...) esto nos da una seguridad profesional ya, y al yo pararme a conversar (...) con un colega y poder manejar las temáticas, poder manejar lo que el Ministerio está haciendo por nosotros, por la educación”** (U. Católica de Temuco). Se trataría de un impacto en su vida profesional: **“a mí me ha gustado, me ha impactado, me ha dejado bien, me ha dejado contenta porque me potencia, me ayuda, me permite, estar más segura frente a lo que estoy haciendo (...)”** (U. Católica de Temuco), que también afecta a sus propios alumnos, en la escuela: **“uno entra con mejor seguridad a una sala de clases, o sea yo me siento bien por eso, con una satisfacción personal tremenda, (...) siento que estoy enseñando lo mejor y que, y que esto tiene que redundar a la larga en los controles de SIMCE, y todo los que nos mida”** (U. de Concepción).

Incluso, **“a los compañeros del curso, les ha hecho bastante bien también, ellos reconocen al igual que yo, de que ha entregado muy buenas herramientas para hacer mejor el trabajo con los alumnos”** (USACH).

En consecuencia, el efecto aprendizaje –seguridad en las competencias, mayor seguridad profesional- mejor enseñanza, es un derrotero que se muestra eficiente y que como estrategia da signos positivos¹²

Finalmente la revisión de las opiniones sobre **la posibilidad de mantenerse el Postítulo en el tiempo**, es plenamente concordante con lo expuesto. Primero suscriben la impor-

¹² Ello no implica que los aprendizajes fueron logrados, se refiere a la percepción de los participantes que creen haber alcanzado esos aprendizajes.

tancia que persista esta iniciativa en el tiempo; segundo, que se expandiera a otras disciplinas relevantes, para de esta manera, asegurar que cada profesor que deba enseñar un subsector realmente posea las herramientas conceptuales y prácticas necesarias para enfrentar dicha tarea.

Valoran lo realizado y piden su ampliación a otros subsectores de aprendizaje: **“yo pienso que sí, que todos los sub-sectores debería estar porque uno puede hacer su trabajo mejor y eso significa que el alumno lo va ha recepcionar de una manera más, más llana”** (U. Católica de Temuco).

Esta expansión potencial del programa arranca de sus bondades de mejoramiento de la identidad y el desempeño profesional docente: **“(…) tiene que mantenerse, o sea, es indudable que tiene que mantenerse porque sin duda que representa un fortalecimiento, o sea, uno se siente, te insisto yo, se siente más seguro, más confiado, más aplomado, más, ante mis colegas, ante la asignatura y ellos me reconocen”** (U. de Concepción).

Se trata de compartir con otros colegas un bienpreciado: **“ojala este Postítulo se mantenga en el tiempo y puedan, muchos más profesores irse perfeccionando e ir a la vanguardia en lo que educación se requiere, porque como te digo estamos enfrentándonos todos los días a cambios, y hay profesores que se quedan estancados, que es una cosa frontal, pizarrón y el niño que lo escuche, que lo escuche y eso no es así, para que el niño pueda razonar, ayudarlo a pensar, tenemos que hacerle al niño que, crearle problemas matemáticos (...)”** (U. La Serena). Y también una herramienta que aprecian como efectiva: **“es una estrategia de perfeccionamiento adecuada y debiera mantenerse en el tiempo, porque aún hay muchos profesores que no tienen una Mención (...), nos da una base sólida para enseñar las matemáticas, frente a cualquier grupo de niños”** (U. Católica de Temuco).

Es interesante destacar, por otro lado, el reconocimiento que hacen del programa en cuanto medio para desarrollar procesos reflexivos sobre sus prácticas pedagógicas: **“representa un importante apoyo al fortalecimiento de la profesión docente porque todo lo que nosotros hemos aprendido aquí nos invita a reflexionar, en nuestro quehacer docente, nos invita a, a pensar si lo estamos haciendo bien, o que bien me salió ya que todo lo que aprendí, ahora lo puedo poner en práctica (...) fue un apoyo muy importante para todos nosotros los profesores que nos estamos titulando hoy”** (USACH). Por ello, recomiendan su continuidad: **“ojala se sigan haciendo porque incluso creo que se iban hacer las demás asignaturas en lenguaje, ojala lo hagan yo creo que también esos les sirve mucho al resto de los colegas que hacen eso, a mi me a servido 100%, conforme”** (USACH).

Resumiendo lo señalado, los docentes tienen una visión positiva de su aprendizaje mediante esta experiencia de estudio. Esta situación reforzó sus capacidades docentes, valorando la existencia de este programa, el que sea masificado y ampliado hacia otras disciplinas significativas.

3.9. Síntesis de la sección

Las respuestas a las entrevistas realizadas dan importantes orientaciones en materia de percepción y representación social de los docentes - alumnos participantes, a saber:

- a. Los entrevistados muestran interesantes dimensiones de contextualización y de resignificación de su formación, de acuerdo con la concepción de enseñanza de las ma-

temáticas que profesan, visión muy cercana al enfoque constructivista de las actuales reformas educativas.

- b. En lo operacional –en términos generales- queda de manifiesto el desafío que les representa enseñar (tanto en su dimensión de estrés como en su lado grato); destaca la utilidad práctica (resolución de problemas) que le asignan a la disciplina, su rol instrumental para alcanzar éxito en el mundo competitivo y la importancia de generar condiciones adecuadas para su aprendizaje, ambiente estimulante y trabajo a partir del error.
- c. La mayor parte de los docentes está plenamente conciente que este proceso requiere de ajustes y adecuaciones importantes para obtener mejores resultados en función de los objetivos trazados, lo que implica adecuar el calendario de trabajo de los programas como también ajustar la disponibilidad de tiempo personal –compatibilizando dedicación al trabajo y al estudio-, y determinar sistemas de nivelación de competencias de los participantes que permitan un mejor aprovechamiento de esta instancia.
- d. Una conclusión preliminar sustantiva de las opiniones de los participantes, es que el Programa les ha permitido fundamentar su actuar, en consecuencia le ha dado solidez a su docencia, sea producto del aprendizaje alcanzado, como también de la generación de redes de trabajo y colaboración. Se evidencia una percepción positiva del Programa y su impacto.
- e. El tema “*didáctica de la enseñanza*” es una materia siempre demandante, se trata de un factor clave que requiere, necesariamente, mayor atención para compatibilizar estos aspectos con limitaciones como el número de alumnos por curso y tiempo destinado a la planeación. Mientras no se desarrollen didácticas pertinentes con las condiciones del trabajo docente, estos problemas seguirán siendo la piedra de tope de los incrementos de calidad de los aprendizajes de los estudiantes.
- f. La sinergia positiva de los factores considerados permite identificar el siguiente orden: (i) las mejoras en autoestima y en seguridad profesional de los docentes, (ii) tienen impactos en los aprendizajes; (iii) a partir de lo cual los participantes pueden mejorar significativamente el dominio de los fundamentos centrales de la disciplina y su aplicación, lo que resulta en un incremento del manejo disciplinar del docente; (iv) la discusión didáctica tiene dos caras: (a) generar demostraciones esenciales para que los docentes confirmen sus aprendizajes; y, (b) proponer estrategias en este campo adecuadas a las características de la educación pública, de los estudiantes, del tamaño de los cursos y de la dedicación de los docentes a la tarea pedagógica.
- g. La red de significación del efecto aprendizaje es la siguiente: (i) nuevos aprendizajes otorgan seguridad, (ii) su incremento implica que el docente enseñará mejor.
- h. Es importante adecuar, lo más rápidamente, el Programa a las condiciones de desempeño laboral de los docentes, incluyendo la realidad “aula–curso”.

4. El contenido de las percepciones y representaciones sociales de los académicos sobre los docentes-alumnos

A continuación se presentan los hallazgos de las entrevistas efectuadas a los académicos de las universidades, incluyendo sus respectivas textualidades. El formato de análisis empleado será el mismo empleado en la sección anterior, sólo que con menos preguntas.

1. ¿Cuál es su opinión respecto del trabajo desarrollado por los alumnos en los Seminarios de Diseño de Unidades Didácticas
2. ¿Qué percepción tiene usted sobre la pertinencia y aplicabilidad al aula de las unidades diseñadas por los alumnos? ¿Qué aspectos facilitaron u obstaculizaron el que ello se alcanzara
3. ¿Considera usted que los trabajos desarrollados en los Seminarios de Diseño de Unidades Didácticas permitieron el establecimiento de redes de colaboración y aprendizaje entre los profesores alumnos
4. ¿Qué aspectos considera usted que actuaron como obstaculizadores y facilitadores en los resultados pedagógicos alcanzados en los Seminarios de Diseño de U. Didácticas

4.1. Opinión del trabajo de seminario desarrollado por los alumnos

La revisión de las opiniones sobre las disposiciones de aprendizaje (conocimientos y experiencias previas), dan cuenta que al momento de evaluar el trabajo desarrollado por los profesores en los seminarios, los académicos subrayan la importancia que tienen los conocimientos y la experiencia previa de los profesores en este proceso de aprendizaje: **“como en todo proceso educativo, proceso pedagógico, encontramos nosotros que hay disparidad, en cuanto a la calidad de los trabajos y los informes. Hay algunos profesores que están más habituados a la planificación, al diseño de su trabajo, mientras que otros tienen poca experticia en eso, poca experiencia, por lo general trabajan orientados por libros de texto, o por intuiciones o no hacen un trabajo de diseño que sea de carácter más profesional”** (U. Católica de Temuco).

La heterogeneidad de los conocimientos, habilidades, y competencias de los participantes son, primeramente percibidos: **“hay grupos que trabajaron con mejor calidad y otros grupos trabajaron con una calidad poquito menor (...)”** (U. de la Serena). Se trataría de una heterogeneidad que tiene matices y es presentada como compleja, desafiante: **“su heterogeneidad en cuanto a lugares de residencia, niveles de formación inicial que traían profesores que venían con niveles de formación inicial muy sólido, no muy bueno, francamente uno no se explica cómo estaban haciendo clases en el segundo ciclo básico o en el primero ciclo (...)”** (USACH).

Por lo tanto, atendiendo a las opiniones de los docentes alumnos y de los académicos, se requiere establecer mecanismos eficientes de nivelación de las competencias iniciales, de manera que el proceso formativo del Programa sea más significativo. Esto es, la calidad del aprendizaje que hayan logrado los profesores en las diversas instancias de formación -módulos, seminarios- dependen, en gran medida, de los saberes previos, tanto disciplinares como pedagógicos, con los que ya contaban, es decir, sus disposiciones de aprendizaje.

Un segundo aspecto destacado por los académicos se refiere a la **“resistencia de los participantes a discutir y profundizar en los conocimientos disciplinares”**, atribuido básicamente como una respuesta a los problemas de dominio de la disciplina.

Los académicos entrevistados dan cuenta de esta “resistencia” argumentando: **“... tratar de generar una discusión disciplinaria es un problema, cuesta generar una dinámica de trabajo centrada en discusiones disciplinares; conciente o inconscientemente el profesor como que quiere volver a la cotidianidad, entonces que es lo que está pasando con sus alumnos, cuáles son sus dificultades, pero lo que estamos discutiendo es contenido disciplinario (...)”** (U. de Concepción).

Otro académico señala: **“(…) lo que nos indica de que ellos tienen un déficit bastante grande en dominio de contenidos disciplinarios (…)** es un obstáculo importante el dominio de contenido disciplinario porque está claro cierto, de que nadie puede enseñar lo que no sabe, entonces qué ocurre, que a veces caemos en el activismo ya, entonces diseño un conjunto de actividades pero sin tener claro el contenido y el aprendizaje esperado y menos, como voy a evaluar esa situación si los alumnos lograron los aprendizajes esperados o no” (U. Católica de Temuco).

Hay aquí, claramente, una crítica a la formación inicial docente (la que, paradójicamente, se ofrece en las propias universidades): **“(…) la formación de los profesores inicial que, digamos que está muy lejos de poder tener esas herramientas (…)** los profesores apenas saben cómo se hacen las cosas mucho menos por qué se hacen así, pues el tener este por qué, yo creo que es algo muy, muy necesario para luego pensar en cómo voy a construir yo una unidad digamos, si yo no se muy bien por qué las cosas se hacen de esta manera difícilmente voy a poder construir algo coherente para poderlo enseñar” (USACH).

Es una crítica a la formación inicial docente que se concentra fuertemente en los temas de la didáctica: **“(…) no hay un hábito de los profesores a trabajar planificadamente ya, entonces eso significa de que se manejan muy poco en lo que es hacer un buen uso del instrumento pedagógico que es el plan y programa de estudio, algunos les cuesta mucho partir de los aprendizajes esperados ya, ser coherente con los contenidos y con las actividades de aprendizaje y la dificultad todavía mayor es cuando ellos tienen que diseñar formas y estrategias de evaluación coherentes también con esos aprendizajes”** (U. Católica de Temuco).

Relacionado estrechamente con lo señalado, se menciona que los profesores de aula siguen viendo dicotómicamente la teoría (lo disciplinar) y la práctica (lo pedagógico). A partir de esta tensión surge una especie de resistencia a la innovación y a la discusión disciplinar por parte de los profesores.

Otro factor que obstaculiza profundizar en la disciplina y desde ahí discutir reflexivamente sobre ésta, es la poca experiencia y conocimiento que tienen los profesores sobre el proceso de investigación científica y la lógica que lo sustenta. Como consecuencia de esta debilidad, los profesores no recurren sistemáticamente a fuentes bibliográficas para investigar o profundizar en su disciplina y en los temas pedagógicos, lo que da cuenta de una práctica muy “empírica”. A ello se debe que muchos profesores no estén informados sobre los nuevos saberes disciplinares o pedagógicos que le permitirían revisar frecuentemente sus prácticas y mejorar sus resultados.

De este conflicto dan cuenta las siguientes voces de diferentes académicos entrevistados: **“…tampoco manejan algunos elementos específicos de cómo estructurar informes, cómo hacer la referencia de una tabla de un gráfico, son elementos que ellos no necesariamente manejan, no está dentro de las cosas que hacen habitualmente”** (U. de La Serena). Otro docente señala: **“…tenían que hacer algunas cosas específicas especialmente aplicación desde el punto de vista de la metodología de la investigación que tal vez era una parte un poco más débil, más débil porque no es una tarea permanente el de ir a investigar, no es su fuerte entonces tampoco manejan algunos elementos específicos (…)”** (U. Católica de Temuco).

A juicio de los académicos, la mayor parte de los participantes son docentes de aula que evidencian escasas competencias en materia de autogestión del conocimiento (factor significativo en función de su impacto sobre la reforma educativa del país), pues, **“(…) no tienen muchas veces acceso a Internet para buscar información, no disponen ni**

usan bibliografía propia, este es un problema de nuestros profesores no usan la bibliografía específica, entonces un trabajo de profundización que uno supondría que lo van a complementar mucho, no es así (U. Católica de Temuco), como también se percibe que hay poca capacidad de cambio: **“...cuesta bastante romper la rutina del trabajo del profesor ya, él por años a trabajado de una cierta forma buenamente yo creo que esa forma de trabajar le da resultado entonces el switch de la innovación no es una cosa fácil”** (U. de Concepción).

Las opiniones de los académicos (docentes de los Programas) aportan una visión diferente, complementaria en uno casos, opuesta en otros, respecto de lo señalado por los participantes alumnos.

Primero, pareciera indispensable establecer –al momento de iniciar los Programas- mecanismos de nivelación de las competencias básicas. Ello no debe confundirse con selección de postulantes con fines de exclusión. sino de clasificación en función de su grado de dominio de aspectos centrales (preconceptos, conceptos, operatoria, etc.), para adoptar las medidas pertinentes en el proceso de nivelación que se cree, es algo necesario.

En segundo lugar, recibir apoyo de especialistas para reducir la resistencia al fracaso, y por esta vía evitar “las actitudes de sobre defensa y protección de la autoestima” en que incurren algunos participantes, lo que reduce la posibilidad de discutir y analizar temas de fondo, fundamentos, en los cuales pueden radicar dificultades severas de formación de los participantes que se traducen en problemas de docencia y posteriormente de aprendizaje de sus estudiantes.

Tercero, la “dicotomía falsa” de lo teórico y lo práctico, es un problema conceptual y operacional no resuelto en los Programas ni por los participantes. Se trata de una temática que requiere de un diseño explícito de estrategias para enfrentarle y solucionarle.

Cuarto, la necesidad de cambiar ciertas prácticas docentes “muy arraigadas” en los maestros, esto es, el “empirismo” de su actividad profesional, complementada con un escaso grado de rigurosidad formal en el análisis de las dificultades cotidianas y del enfrentamiento de las mismas, hacen necesario mostrar y demostrar otros procedimientos de trabajo que, deben quedar “empoderados” en los participantes para garantizar un impacto de mediano y largo plazo de los Programas.

Quinto, consistente con lo anterior, la incorporación y desarrollo de prácticas de autogestión del conocimiento es una competencia –al parecer- vital para empoderar los aprendizajes de los programas.

4.2. Pertinencia y aplicabilidad al aula de las unidades diseñadas por los alumnos: Aspectos facilitadores u obstaculizadores

Según mencionan los académicos, la pertinencia y aplicabilidad de los diseños formulados por los participantes fue un ámbito abordado intencionalmente durante todo el proceso de su construcción. Los diseños se emprendieron desde un enfoque constructivista, enfatizando la importancia de contextualizar la enseñanza, de forma de lograr la coherencia y pertinencia necesarias para el aprendizaje.

Este objetivo fue trabajado por los profesores – alumnos a partir de sus cursos regulares de aula en el establecimiento escolar. Es decir, tomando la planificación (diseño de la unidad) como una herramienta que permite contextualizar y dar significado a la enseñanza: **(...) por lo general los diseños son pertinentes, porque nosotros les hemos indicado, ellos han aportado con sus experiencias y también hemos revisado material teórico que dice que uno de los elementos importantes de un aprendizaje significa-**

tivo -en el paradigma constructivista- es la contextualización de los aprendizajes, entonces ellos ya saben de que no pueden empezar a plantear ejercicios aislados solamente en el ámbito de la matemática (...) (U. Católica de Temuco).

Por otro lado, **“(...) cuando ellos trabajaban planificando indudablemente tenían como referente las características de sus grupos (...) ellos tenían que contextualizar su propia realidad, yo creo que tenía un buen grado de pertinencia, desde la perspectiva también de la pertinencia, insistimos muchos en la funcionalidad de la evaluación, especialmente las funcionalidades diagnósticas”** (U. de Concepción).

Con todo, la apreciación de los resultados no es mala: **“ellos conocen que tienen que relacionar la matemática con la realidad y con el contexto de su escuela y hemos visto ejemplos (...) yo diría que la mayoría ha acogido este mensaje y están tratando de plantear situaciones en sus respectivos contextos”** (USACH).

Entendiendo el rol de la pertinencia en el proceso de aprendizaje, y enfatizado por la visión constructivista, pertinencia y contextualización son recogidas como bases para la propuesta de diseño, sin embargo quedan algunas dudas respecto de cómo se contextualiza, tanto por los académicos como por los mismos docentes de aula, es decir qué perspectivas se recogen, cómo se valida la información para que el contexto sea representativo de la realidad.

Analizando los elementos obstaculizadores de la aplicación del diseño, se menciona por los académicos la **cultura escolar**, visualizándole como un factor inflexible- ya sea en tiempos o en disposición. Según explican los mismos docentes, en las escuelas existen niveles de restricción y rigidez al momento de replantearse las planificaciones elaboradas al comienzo del año escolar. Esta sería la razón por la cual los profesores no cuentan con los tiempos y espacios necesarios para remirar o reestructurar las unidades didácticas que ya tenía planificadas –en su mayoría realizadas antes del Postítulo- y poner en práctica los aprendizajes adquiridos en el proceso de elaboración del diseño.

Lo anterior se puede apreciar cuando señalan: **“(...) un aspecto es la dogmatización de la gestión escolar, o sea se planificó aquí, eso se hizo acá y no hay más cambio en las planificaciones, o sea, entonces, las planificaciones finales en vez de ser algo que te permite trabajar, te amarra, te deja restringido”** (U. Católica de Temuco). En esta línea, **“hay algo que ha dificultado o ha hecho difícil, es básicamente que los profesores o lo hicieron en marzo o después ya no lo hicieron, o sea planifica en marzo o incluso a finales del año (...) Antes de ingresar al post-título, planificaron en marzo con sus colegios y después no les ha quedado tiempo para seguir haciendo planificar o reestructurar unidades didácticas que ya tienen planificadas en sus colegios”** (U. de Concepción).

La cultura escolar es, en suma, inhibitoria de los cambios deseados: **“(...) lo que ellos aprenden al transmitirlo a su aula, eso cuesta mucho... ellos hacen el esfuerzo y lo hacen y lo aplican en el aula, porque lo hemos visto con los 20 % que uno va ha observar, siempre lo aplican, el tema pasa porque tienen que, poco menos que rogar a la U.T.P, o a la dirección para que los dejen trabajar eso”** (USACH).

En síntesis, la pertinencia de los aprendizajes y la contextualización como herramienta para ello es un factor logrado. Requiere mayor análisis –a nuestro entender- la forma cómo contextualizar para evitar que este proceso se lleve a cabo solamente bajo una visión. Ello está estrechamente relacionado con el principal obstáculo –que según los académicos- que es la cultura escolar; la que actúa como agente inhibitorio y formateador de los cambios. Al respecto surgen entonces las siguientes preguntas: ¿Cómo integrar este componente para que pueda ser manejado en nuevas estrategias de enseñanza?

¿Cómo fortalecer el trabajo de los docentes para que aprendan a lidiar con este componente?

4.3. Redes de colaboración y aprendizaje entre los profesores alumnos

Al igual que las opiniones vertidas por los participantes alumnos, en general, los académicos concuerdan en que el post-título y, en especial, la metodología de trabajo implementada, permite y facilita la generación y sustento de redes de colaboración y aprendizaje. Según explican, los profesores realizaron tareas en conjunto, lo que favoreció el diálogo reflexivo sobre temas disciplinares y pedagógicos, se generaron instancias en las cuales pudieron compartir sus experiencias y desde ahí elaborar el diseño de la unidad.

En efecto, señalan que: **“(…) una de las cosas más importante de que ellos, siento yo, que desarrollaron en el Postítulo, que les permitió, juntarse, trabajar, planificar, nosotros notábamos, ellos nos contaban que se juntaban el fin de semana a trabajar y a pensar, conjuntamente a diseñar el proceso de estudio, bueno, coherente, articulado”** (USACH). Insistiendo en que: **“sí, el hecho de que trabajaran en equipo, a la hora de hacer las unidades didácticas, hizo que, que digamos establecieran, mayor, contacto entre ellos, y además no solo eso sino que ellos exponían las unidades frente a los otros alumnos, grupos de alumnos, discutían, y eso fue muy enriquecedor”** (USACH).

Esta mirada es compartida en La Serena: **“(…) vimos la relevancia que tiene el compartir experiencia, el compartir medios o recursos, el compartir diseños, el compartir una serie de cosas, y que también es un propósito del seminario, hacer un intercambio de experiencias, pero a la vez también compartir los medios o recursos”** (Universidad de La Serena).

Asimismo, el trabajo colaborativo ha permitido generar instancias de discusión y reflexión sobre los temas abordados en los seminarios y módulos, como también de la experiencia pedagógica de cada profesor: **“Se ha producido una discusión más o menos interesante, se produce una serie de discrepancias bien interesantes, y se logra aunar criterios, que cuestan, no es fácil, aunar criterios o advertir que por ejemplo el tema que estoy tomando, que es la división, se puede trabajar, al menos, conceptualmente, de dos puntos de vista distinto, entonces él está acostumbrado a enseñar algo como se lo enseñaron, y le cuesta advertir, entonces, o aceptar, que en realidad didácticamente puede haber un proceso alternativo, y eso a hecho bien enriquecedor el trabajo de seminario”** (U. de Concepción). Además, **“(…) el trabajo colaborativo entre ellos el hecho de traer su experiencia mientras estaban aplicando, al traer su experiencia propia al curso, discutir las situaciones, plantear soluciones aparecen como elementos que facilitaron de modo que aplicaban con posterioridad tomaban en cuenta esos elementos y lo contextualizaban a su propia realidad”** (U. de La Serena).

Si bien existe una lectura compartida respecto a la generación de redes de colaboración y aprendizaje entre los profesores alumnos, los académicos enfatizan que no es posible asegurar que estas redes sean duraderas en el tiempo, debido a las prácticas docentes que ellos tienen interiorizadas y a la cultura escolar dominante, lo que se suma a las dificultades geográficas y al escaso manejo de medios de comunicación tecnológica, principalmente Internet.

Al respecto, señalan: **“Ahora ellos tienen la posibilidad de trabajar en una red amplia de todo el curso, pero lamentablemente por la poca habilidad que tienen ellos para manejarse en las redes no utilizan la plataforma que nosotros le hemos proporcio-**

nado, nosotros tenemos una plataforma en la universidad y en esa plataforma hemos incorporado este curso de Postítulo, y aparte de todo lo que nosotros podemos poner ahí, materiales, software, link (...) pero eso no se utiliza en la práctica ya, es un porcentaje muy bajo que sabe manejarse bien en eso” (U. Católica de Temuco).

Surge, en este contexto, una contradicción evidente para ellos: **“las redes de colaboración son complicadas acá por la dispersión de los profesores y por las comunicaciones o sea claro nosotros hablamos de un mundo tecnologizado no cierto, un mundo globalizado pero su realidad es distinta (...)”** (U. Católica de Temuco).

Lo expuesto da cuenta que el fenómeno de instalar redes de colaboración es más complejo que la mera posibilidad técnico –instrumental de que éstas redes funcionen. Ciertamente, se requiere de esta disponibilidad -cuando se trata de dificultades geográficas significativas-, pero fundamentalmente deben superarse las trabas personales y culturales para trabajar en equipo, compartir dudas, desafíos y destinar tiempo a esta actividad, es decir a la red. Cuando en la cultura escolar no está presente esta actividad como un fenómeno significativo es difícil hacerla sustentable en el tiempo. El Programa MECE Básica Rural, con los microcentros docentes, fue una interesante experiencia de redes presenciales, también el CPEIP con la Red Maestros de Maestros tiene experiencia en este campo y muestran la complejidad de esta tarea.

Creemos que la generación y sustentabilidad de redes es un fenómeno que también incluye a los académicos de la Universidad. Es posible que en ellos mismos esta práctica no esté del todo masificada, en consecuencia, es difícil generarla y usarla de manera sistemática sin una experiencia práctica que sea funcional y no sólo demostrativa.

4.4. Factores obstaculizadores-facilitadores de los resultados pedagógicos de las unidades didácticas y seminarios

Existe una percepción compartida por parte de los académicos de las universidades respecto a la gestión y programación de los seminarios. Según explican, el **tiempo que dura el postítulo** no es suficiente para abordar la cantidad de contenidos propuestos por el CPEIP: **“(...)cuando el CPEIP entregó la parrilla de contenidos y los tiempos para el Postítulo, cometió, según yo, dos errores, que nosotros obviamente lo asumimos y obviamente nosotros diseñamos los términos de referencia en función de eso y también es un error nuestro (...) el seminario dura un año, trece meses, y el primer Postítulo que partió, lo hizo con una parrilla de contenidos, que incluye, todas las materias de quinto a octavo, más -diría yo- fácilmente un 50% de los contenidos de primero y segundo medio y más un 25 o un 20 % de los contenidos de tercero y cuarto medio. Usted comprenderá, que si yo coloco todo eso en trece meses Dónde meto los seminarios, que son 100 horas”** (U. Católica de Temuco).

Esta es una variable determinante en el proceso: **“lo apretado que está en el tiempo el Postítulo, o sea si es un postítulo de 800 horas, está muy apretado en el tiempo, entonces en un año queda muy comprimido”** (USACH). Esta variable impacta en el abordaje de los contenidos: **“exceso de contenidos en los términos de referencia, como obstaculizador, otro obstaculizador es poco tiempo para el post-título, trece meses no alcanza con esa cantidad de contenidos”** (U. de La Serena).

Ello explica, al parecer, el hecho de que los seminarios no contaron con la cantidad de tiempo para abordar los contenidos con mayor rigurosidad. Esta situación -que perjudicó la realización de los seminarios- se asume como una responsabilidad compartida entre el CPEIP y el equipo de las universidades: **“...el trabajo, no ha sido hecho en la forma**

esperada, ni por nosotros, ni por el CPEIP, por razones muy fundadas, y eso tenemos que realizarlo y mejorarlo, no tan sólo en beneficio de nosotros, para que la gestión sea más efectiva, sino que en beneficio de los propios profesores, porque ellos también ven con cierta angustia, o con cierta preocupación, de que pasa el tiempo, y no hay un momento definitivamente establecido para trabajar el seminario”. (U. de Concepción).

A los problemas de tiempo y de programación de los seminarios, se suma la poca articulación de estos con los módulos. **“...el trabajo del seminario, no se ha articulado muy bien con lo que se a hecho al interior de módulos, entonces habría un divorcio entre el trabajos de los módulos y por otra parte el seminario, que nosotros hemos querido que se articule pero, es un poco difícil eso”** (U. Católica de Temuco).

Se agrega: **“Otra cosa que ha obstaculizado es la no buena hibridación entre matemáticas y, no hemos logrado hibridar bien en general en algunos sí, pero en general no hemos logrado hibridar el trabajo matemático metodológico, matemático científico, matemático puro, eso no, no hemos logrado gestionarlo, gestionarlo bien, yo veo que eso han sido dos cosas que han podido obstaculizar el seminario”** (U. de Concepción).

Todos estos problemas obstaculizaron una mayor y mejor comprensión de los temas tratados en los seminarios y módulos, y junto a ello, la posibilidad de que se transformen en herramientas conceptuales y prácticas.

La problemática anteriormente expuesta, tuvo como consecuencia que **los profesores trabajaran bajo demasiada presión**, con poco tiempo y un exceso de tareas requeridas tanto en los módulos como en los seminarios, lo que dificultó una mayor profundización, análisis y reflexión de los contenidos vistos en los seminarios: **“Usted comprenderá, que si yo coloco todo eso en trece meses, ¿dónde meto los seminarios que son 100 horas , ¿Qué es lo que ha pasado en la realidad , ha pasado que los profesores no han podido trabajar en los seminarios en forma paralela a los módulos, les ha sido imposible y están esperando terminar ahora... los módulos, el último módulo que les queda para ponerse a trabajar en el seminario, con una carga de estar, entre comillas reventados, o sea están reventados con esa secuencia de contenidos, con esa cantidad de contenidos en trece meses no pudieron (...)”** (U. Católica de Temuco). Hay una expectativa no cumplida: **“(...) los seminarios, la cosa no ha andado muy como quisiéramos, con los profesores, se han quejado de falta de tiempo, en realidad ellos reconocen, que seguir un curso, como el que estamos dando aquí, a ellos les quitó mucho, pero mucho, más tiempo del que pensaban, ya, entonces aquí se les hace trabajar bastante duro (...)”** (U. de La Serena).

Como se aprecia por el tenor de las respuestas, en general, los académicos no mencionan muchos aspectos **facilitadores**, tienden a subrayar más los aspectos que han dificultado el desarrollo del Postítulo. Sin embargo, mencionan que la disposición y compromiso de los profesores para aprender y la gestión y experiencia en formación de profesores de cada universidad fueron indispensables para llevar a cabo este proceso de formación: **“la universidad como institución y la facultad, dentro de ella, tienen un compromiso, que es de conocimiento público, o sea, por tradición, la Facultad de Educación ha trabajado, en perfeccionamiento, y formando profesores (...)”** (U. de Concepción). Así, se señala que: **“(...) elementos de gestión, para ellos mismos y la elaboración de sus cosas, el poder poner a disposición de ellos los laboratorios de computación, de modo que pudieran trabajar (...) flexibilizando horario, acceso a esos lugares ya, en términos de gestión también, a pesar que el seminario tiene una disponibilidad de horario”** (U. Católica de Temuco).

La motivación empieza a ser relevante: **“hay alumnos muy motivados, ellos llegaron motivados y se van igual de motivados o más motivados, entonces el trabajo de nosotros fue hacer que ese interés, decantara en un compromiso bastante más importante que al inicio”** (U. de Concepción).

Consecuentemente, se interpreta la actitud y el entusiasmo de los profesores como un insumo que moviliza otros procesos en la formación continua: **“yo creo que la actitud que tienen los alumnos, los estudiantes desafiantes que siempre están preguntando y eso favorece también a que el profesor esté ahí preparando material, esté profundizando los conceptos”** (U. de La Serena). Con otro académico: **“como dicen los lolo, son aperrados pa estudiar y les tocaron los módulos más difíciles de matemáticas y aperraron con esos y le echaron pa' delante y siguieron y estaba lloviendo aquí torrencialmente día viernes y estaban acá, llegaban mojados a la sala de clases, estaban acá”** (U. de Concepción).

En suma, si bien los profesores del Postítulo son percibidos por los académicos como una variable relevante para garantizar la marcha y, eventualmente, la calidad de la labor desarrollada, no es suficiente este factor para superar las dificultades primero de diseño que tienen los seminarios, aspecto mencionado por los alumnos y también –ahora- por los académicos y, reiterado en el taller de validación de la información realizado al final del trabajo de campo como un aspecto claramente medular.

Tratándose de una actividad tan significativa, el trabajo de seminario demanda –inexorablemente- revisar su diseño general, sus términos de referencia y en función de ello, adecuarles de manera coherente con los objetivos buscados por el Programa.

4.5. Síntesis de la Sección

Si bien existen naturales coincidencias en algunos de los tópicos analizados por los participantes, sean alumnos como académicos, hay diferencias de significación que ponen importantes alertas para el análisis de lo realizado en pro de su rediseño.

En primer lugar y consensado por todos, se requiere establecer mecanismos eficientes de nivelación de competencias iniciales de los participantes para incrementar la eficiencia del programa. Los saberes previos son determinantes sobre los aprendizajes posteriores, tanto disciplinares como pedagógicos. Consustancialmente, las debilidades de formación podrían ser mitigadas y con ello facilitar el debate de los fundamentos de los procesos, que es un aspecto débil, no logrado del todo actualmente, debido a barreras defensivas que instalan los alumnos para no dar cuenta de sus falencias.

En segundo lugar, si bien la pertinencia de los aprendizajes de la contextualización como herramienta para ello es un factor logrado, sin embargo requiere mayor análisis la forma cómo se contextualiza. Ello es clave para reducir el principal obstáculo de la innovación –según los académicos- que es la cultura escolar. Este factor dado de rigidez merece mayor atención por los agentes diseñadores del Programa.

En tercer lugar, la instalación de redes de colaboración y aprendizaje es un factor aún frágil que requiere de una revisión de fondo en aras de su empoderamiento por los participantes. En esta estrategia también se debe incluir a los académicos de las universidades participantes en los Programas.

Finalmente, el diseño general del Programa, incluyendo seminarios y unidades didácticas, debiera ser revisado en profundidad, en lo fundamental para alcanzar en mejor grado sus objetivos. Al respecto, no basta la buena disposición de las partes para poder superar

escollos complejos de diseño de los seminarios, los que demandan una reingeniería de mayor profundidad.

5. Debate de la temática del capítulo

Las percepciones y representaciones sociales de los participantes son correspondientes con sus antecedentes generales. En primer lugar se trata de un grupo de docentes con cierta experiencia laboral significativa, la que tiene que ver con: la cantidad de años que trabajan, los niveles que han enseñado, los diversos tipos de establecimientos escolares que han trabajado y, la permanencia por un periodo promedio de al menos 8 años en cada establecimiento escolar. Sus variables generales tienden a asemejarse a las del universo, sobre todo en aquellas dimensiones centrales para la discusión de este capítulo: *su permanencia en el sistema educacional*.

Los entrevistados mostraron una intencionalidad significativa en la contextualización y resignificación de su formación, de acuerdo con la concepción de enseñanza de las matemáticas que profesa y con la sostenida en la actual reforma educativa. En lo operacional, enseñar matemáticas lo registran como un desafío, Ello no tan solo por la adecuación a las condiciones particulares de trabajo que cada uno presenta, sino además porque para obtener mejores resultados en función de los objetivos trazados, se requiere adecuar el calendario de trabajo de los Programas como también ajustar la disponibilidad de tiempo personal –compatibilizando dedicación al trabajo y al estudio.

En razón de ello surgió como central para avanzar exitosamente en este tipo de iniciativas, generar sistemas eficientes de nivelación de competencias de los participantes. Ello para su mejor aprovechamiento y, además, para generar algunas economías de escala en el proceso formativo.

Los resultados consignados en la segunda sección muestran lo complejo que es moverse en la cultura escolar, donde están presentes dos dimensiones. Una que es normativa, rectora y que implica lo deseable, otra, la fáctica, que es lo real, lo que se puede realizar.

Los docentes saben que un buen logro en el aprendizaje de las matemáticas da seguridad a los niños. Sin embargo ello no es sinónimo para que los resultados de su docencia sean correspondientes con ese enunciado. Primero, aunque asumen los programas de estudio como orientaciones explícitas, un quinto de ellos dice que presentan cierta complejidad de entendimiento. No se sabe cómo lo solucionan específicamente, aunque se cree que adoptan la práctica usual: no tratar o bien tratar superficialmente aquellos aspectos que no dominan.

Atendiendo a que poseen severas deficiencias de formación inicial, los temas de didáctica, de fundamentos y de demostraciones son relevantes, valorados en distinto grado según la competencia por alcanzar. Los docentes están inmersos en determinadas creencias culturales (poca integración de las matemáticas a la vida cotidiana, estigmatización como difícil, auto percepción que somos “malos” o incapaces para esa disciplina, etc.). Esta situación implica diseñar estrategias didácticas específicas para la población más pobre (ver comentario anterior), y cómo trabajarlas con maestros formados para ello. Hay temas pendientes que requieren un debate que excede este estudio:

- ¿Qué fundamentos, conceptos y mecanismos son indispensables que domine un estudiante en cada nivel
- ¿Cómo dejar instalada capacidades de autoaprendizaje y actualización en este ámbito

Por otra parte, si bien los maestros se muestran reflexivos, creemos que ello responde a una práctica asociada con la racionalidad de su trabajo cotidiano, es decir inserta en la cultura escolar. Las evidencias de un proceder rutinario, alejado de la innovación son amplias. Ello se expone con la atribución al éxito de los aprendizajes de los estudiantes que exponen los docentes, inserta más en el estudiante que en el docente y mediatizada por los recursos.

Desde otra perspectiva, los participantes atribuyen al Programa el mejoramiento significativo de su actuar docente, dándoles solidez, producto del aprendizaje alcanzado, como también de la generación de redes de trabajo y colaboración (aspecto que es bastante más frágil y discutible su nivel de logro).

Pese a esta percepción positiva del Programa y de su impacto, quedan algunos aspectos pendientes que demandan revisión. Uno es la “*didáctica de la enseñanza*”. Primero, porque pareciera que no siempre los “*didáctas – académicos*” manejan adecuadamente la contextualización de los diversos procesos de aprendizaje de las realidades en que trabajan los docentes en el segundo ciclo básico de los establecimientos públicos del país, esto es: según edad, nivel socioeconómico, cultural, recursos educativos escolares, tiempo del docente, etc. (aspectos detallados posteriormente en el *focus-group* final), para que estos aspectos puedan ser debidamente compatibilizados en forma pertinentemente con limitaciones como número de alumnos por curso, tiempo destinado a la planeación y las otras condiciones recientemente señaladas.

Ciertamente las mejorías en el campo didáctico demandan en forma concomitante impactos en otros aspectos cruciales que se relacionan con incremento de las competencias docentes en aspectos ya presentados: fundamentos, contenidos y operaciones y que gravitan de manera decisiva sobre el incremento de la calidad de los aprendizajes de los estudiantes.

Este es el tema de la implementación de cualquier reforma educativa en el aula: generar didácticas pertinentes con las condiciones del trabajo docente, El abismo entre las propuestas programáticas y su transposición didáctica, muchas veces distante de la realidad más común (promedio o modal), marcan el sello característico de la “crítica” que desde el aula hacen los maestros a los expertos en currículo.

En razón de ello nos parece relevante insistir en la sinergia positiva de los factores que se ha identificado bajo el siguiente orden:

- a. Mejorar la autoestima redundando en mayor seguridad profesional de los docentes,
- b. Su mayor seguridad le permite abordar aquellos ámbitos de su formación y desempeño que le son menos gratificantes (más débiles o domina menos) que en general corresponde a los fundamentos de la disciplina y su aplicación, lo que incide en el mayor dominio de lo disciplinar por parte del docente;
- c. El desafío didáctico asume dos dimensiones:
 - o El primero es producir aquellas demostraciones que confirmen el aprendizaje de los docentes; y, segundo
 - o Diseñar y generar las condiciones para que los docentes implementen estrategias pertinentes en este campo, consistentes con las características dominantes de los estudiantes, de los grupos de aula, de la complejidad de las unidades didácticas y del tiempo disponible para el aprendizaje, tanto de los estudiantes como de los docentes.

Un factor preocupante proviene de la falta de una visión crítica de los docentes- estudiantes sobre su actuar. Si bien este factor es algo identificado en numerables trabajos, da la

impresión que en el diseño del curso no fue un tema relevante, en consecuencia no tuvo un tratamiento didáctico que permitiera reducir su ocurrencia, ello por su gravitación sobre el análisis de sus prácticas y, a partir de ello la innovación en este campo.

Esta situación es de mayor significación, pues como se comentó en la sección respectiva, los saberes previos son determinantes en los aprendizajes. De forma que aquellas debilidades de formación más cruciales podrían mitigarse, pero se requiere que el maestro tenga una visión crítica de su actuar, para efectos que asuma su responsabilidad y de su mejoría se generen los impactos esperados.

Creemos que lo señalado también se relaciona con los procesos de contextualización de los saberes, el que al tenor de lo expuesto ha sido identificado como excesivamente centralizado en el maestro y filtrado solamente por sus criterios.

La información obtenida también se refiere a otros ámbitos del proceso, sin embargo, como un curso siempre implica seleccionar, el tema reside en comprender que la forma cómo el mismo curso plantea la didáctica, representa una metacognición para los mismos participantes, es decir ésta moldea el cómo se está aprendiendo. En consecuencia, se requiere emplear procesos didácticos convergentes con los objetivos que se busca alcanzar en el curso, proceso que impacta positivamente en los resultados.

Es indudable que esta discusión se enmarca en la ya mencionada y poderosa “cultura escolar”, que absorbe muchas de las prácticas cotidianas, regulando sus relaciones y postorando la innovación a una forma altamente controlable. El desarrollo de una visión crítica por parte de los docentes y permitirá resignificar su práctica docente, materia que está aún pendiente.

IV. El Proceso de Implementación y los Resultados Pedagógicos más Relevantes de los Seminarios de Diseño de Unidades Didácticas.

Dada la relevancia que tiene en la propuesta pedagógica de los Programas de Postítulo la actividad de “seminario”, uno de los objetivos del estudio fue atender específicamente esta materia. En razón de ello el capítulo expone, en su primera sección, los antecedentes generales de los seminarios analizados, en la segunda se analizan detalladamente los documentos producidos desde el ámbito de la enseñanza de las matemáticas, en la tercera sección se revisan las opiniones de los docentes y de los académicos sobre la experiencia de los seminarios, para finalmente, en la cuarta sección, generar el análisis final del capítulo.

1. Antecedentes generales de los seminarios analizados

Uno de los componentes de información más difícil de obtener fue -precisamente- el de los seminarios realizados¹³. La revisión del acápite respectivo a este tema, ya expuesto en el capítulo anterior, permite comprender la razón que subyace a ello: se trató de una tarea compleja de cumplir para todos, dadas las exigencias formales que tenía, el tiempo asig-

¹³ La participación de los responsables de investigación del CPEIP fue decisiva para el logro de esta información.

nado a ella dentro del total de horas del Postítulo, la experticia práctica de los participantes en este tipo de trabajo, y el período del año en el cual se realizó, que no era el más propicio.

Los siguientes fueron los seminarios analizados, clasificados por universidades y temáticas indicadas:

Tabla Nº 26: Seminarios analizados, según temática y Universidad

	U. La Serena	USACH	U. Concepción	U.C. Temuco
Seminario 1 (S1)	Números Naturales en la vida cotidiana NB4	Problemas Multiplicativos con Números Decimales. (NB4)	La enseñanza de los Polígonos. (NB3 – NB4)	Perímetros y áreas (NB3 – NB4).
Seminario 2 (S2)	Tratamiento de la Información NB5	Tratamiento de la Información (NB6)	Polígonos Regulares. (NB6)	Tratamiento de la Información (NB5)
Seminario 3 (S3)	Geometría: Triángulos NB5	Resolución de Problemas de Multiplicación y División de Fracciones. (NB4)	La Didáctica de la Matemática: Una Práctica Innovadora.	

La tabla permite observar que los temas tratados son muy diferentes. Hay pocas coincidencias, de modo que se ha optado por una descripción y análisis crítico por cada uno de ellos (los seminarios), en relación a sus fortalezas y debilidades, para luego, en el análisis final, revisar aspectos comparables.

La siguiente tabla da cuenta de algunos criterios que permiten identificar aspectos comunes de la estructura de los informes:

Tabla Nº 27: Aspectos considerados en los seminarios analizados

Estructura	U. La Serena			USACH			U. Concepción			U.C. Temuco	
	S1	S2	S3	S1	S2	S3	S1	S2	S3	S1	S2
Corresponde a una propuesta didáctica.	x	X	x	x	x	x	x	x		x	X
Corresponde a una mini investigación							x	x	x		
Considera una Unidad de sólo un nivel	x	x	x	x	x	x		x			X
Contiene planificación por sesiones	x	x	x							x	X
Contienen Marco Teórico							x	x	x		
Hay Inicio, Desarrollo, y Término de las sesiones.	x	x	x	x	x	x				x	X
Incorpora los trabajos de los alumnos.										x	X
Incorpora conclusiones							x	x	x	x	X
Rescata los conocimientos previos para la unidad.				x	x	x	x	x		x	X
Muestra ejercicios coherentes con la propuesta.	x	x	x	x	x	x		x		x	X

*Las x corresponden a los aspectos que se observan en los seminarios revisados.

2. Descripción y Análisis de los Seminarios

2.1. Universidad de La Serena

Seminario 1: Números naturales en la vida cotidiana

Presenta situaciones-problema contextualizados en un “**Juego de Banco**” para el nivel NB4. Los alumnos desarrollan la actividad (juegan), cambiando monedas y billetes, haciendo depósitos y cobrando cheques. Aquí entran en juego las operaciones aritméticas con números naturales, combinaciones aditivas y multiplicativas. Se inicia el informe con la planificación de 8 horas pedagógicas. Tal planificación contiene los siguientes puntos:

- Articulación de los elementos curriculares
- Descripción de la evaluación diagnóstica
- Aprendizajes esperados
- Contenido
- Estrategia metodológica
- Actividades
- Indicadores de logro
- Medios o recursos didácticos
- Evaluaciones formativas
- Descripción de la evaluación sumativa.

Continúa con tres “**guiones de clases**” en que se estipula la propuesta. Cada guión contiene nueve puntos:

1. Nombre, unidad, curso.
2. Aprendizaje esperado de la unidad
3. Aprendizaje a lograr en clase
4. Contenidos a tratar
5. Estrategias pedagógicas
6. Descripción del material didáctico
7. Actividades iniciales (diagnóstico y motivación)
8. Actividades de desarrollo de los aprendizajes
9. Actividades de Finalización.

El trabajo se desarrolla sólo en el ámbito de la resolución de problemas, no se observan definiciones ni errores conceptuales. Los ejercicios propuestos en éste son correspondientes con la línea de acción de la propuesta. Contempla evaluaciones formativas y sumativas.

Considerada en su totalidad, esto es como apreciación global, es una buena propuesta. Sin embargo, carece de:

- momentos de institucionalización del saber,
- momentos claves para la adquisición de conceptos que nutran la procedología que se desarrolla con fuerza en este seminario. Es decir, existen algoritmos que se desarrollan sin sentido conceptual que los fundamente.

Seminario 2: Tratamiento de la información

Presenta la Unidad relativa a “**Tratamiento de la Información**” para NB5. Se inicia con la planificación de 8 horas pedagógicas, la que contiene los siguientes puntos:

- Articulación de los elementos curriculares
- Descripción de la evaluación diagnóstica
- Aprendizajes esperados
- Contenido
- Estrategia metodológica
- Actividades
- Indicadores de logro
- Medios o recursos didácticos
- Evaluaciones formativas
- Descripción de la evaluación sumativa.

Lo siguen, al igual que el caso anteriormente analizado, tres guiones; uno para cada sesión. Estos plantean desarrollar encuestas para obtener datos para organizarlos en tablas de frecuencia, calcular las medidas de tendencia central (media aritmética, moda y mediana) y el rango como medida de variabilidad. Cada uno de los guiones cuenta con nueve puntos que ordenan los propósitos y esquema de cada clase:

1. Nombre, unidad, curso.
2. Aprendizaje esperado de la unidad
3. Aprendizaje a lograr en clase
4. Contenidos a tratar
5. Estrategias pedagógicas
6. Descripción del material didáctico
7. Actividades iniciales (diagnóstico y motivación)
8. Actividades de desarrollo de los aprendizajes
9. Actividades de Finalización.

Finalmente, el seminario presenta guías de ejercicios y evaluaciones formativas y sumativas.

No es posible ahondar en análisis, pues sólo hay descripciones a modo de pauta de lo que se debe hacer en las clases. Corresponde a una planificación con orientaciones metodológicas, sin incurrir a explicar la fase de institucionalización del saber.

Seminario 3: Geometría: Triángulos

Presenta al inicio la planificación de 8 horas pedagógicas, relacionadas con “**la igualdad de las áreas y diferencias del perímetro de una familia de triángulos de base común contruidos entre paralelas**”. Tal planificación contiene los siguientes puntos:

- Articulación de los elementos curriculares
- Descripción de la evaluación diagnóstica
- Aprendizajes esperados
- Contenido
- Estrategia metodológica
- Actividades

- Indicadores de logro
- Medios o recursos didácticos
- Evaluaciones formativas
- Descripción de la evaluación sumativa.

A continuación se presenta tres guiones de clases, con los puntos siguientes:

1. Nombre, unidad, curso.
2. Aprendizaje esperado de la unidad
3. Aprendizaje a lograr en clase
4. Contenidos a tratar
5. Estrategias pedagógicas
6. Descripción del material didáctico
7. Actividades iniciales (diagnóstico y motivación)
8. Actividades de desarrollo de los aprendizajes
9. Actividades de Finalización.

Según los ejercicios que se presentan en guías posteriores, se realiza un trabajo exhaustivo para que los alumnos descubran las relaciones entre las variaciones de perímetros de triángulos que tienen una base y altura común. Es decir, de triángulos equivalentes.

Se asume conocida la fórmula del área de un triángulo y se trabaja sin institucionalización del saber.

A diferencia de los dos seminarios anteriores que siguen el mismo patrón, en el seminario en análisis hay, al final, conclusiones que permiten conocer los resultados de la aplicación de la propuesta a tres cursos. En éstos se consignan progresos en los alumnos registrados entre una evaluación diagnóstica y la sumativa final, lo que los autores consideran como justificación de la “validez” de la propuesta.

2.2. Universidad de Santiago de Chile (USACH)

Seminario 1: Problemas multiplicativos con números decimales

Presenta “***la multiplicación y división de números decimales a partir de problemas***”. El aspecto más interesante de esta propuesta se centra en la serie de actividades, adecuadamente graduadas, que permite a los alumnos descubrir y dar sentido a los algoritmos para multiplicar y dividir números decimales.

La propuesta se inicia listando los aprendizajes esperados del tema y los aprendizajes esperados de la unidad, como también los aprendizajes previos. A continuación identifica los contenidos o ideas centrales de la unidad, estrategias didácticas, e incorpora los conceptos de “variable didáctica” (ámbito numérico de cada factor, familiaridad del contexto, tipo de número en relación a la cantidad de cifras decimales, etc.) y “tarea matemática” (por ejemplo: resolver un conjunto de ejercicios).

Sólo hay un error, cuando en una de las sesiones hace mención a “decimales finitos”, queriendo decir en rigor, “números decimales” o expresiones decimales con desarrollo finito.

Muestra cada una de las tres sesiones con sus respectivos momentos de la clase: inicio, desarrollo y cierre. Finalmente adjunta las guías que se trabajarán en cada sesión.

Cabe destacar que se trata de un trabajo muy completo y siguiendo una excelente línea didáctica, estableciendo relaciones de contexto real no forzado y con interacciones entre aritmética y geometría.

Seminario 2: Tratamiento de la información

El segundo seminario de la USACH presenta la unidad “**Tratamiento de la Información**” enfocado a NB5. Comienza estableciendo los aprendizajes esperados del programa, de la unidad, los aprendizajes previos y las tareas matemáticas presentes en la unidad. Luego menciona las llamadas “ideas centrales”, que corresponde a los conceptos estadísticos necesarios, los cuales no contienen ningún error en sus definiciones y ejemplos, pasando por los tipos de gráficos y sus utilidades.

Continúa con las “estrategias didácticas” para cada una de las cuatro clases en que desarrollará la propuesta, indicando aquí las actividades y aprendizajes logrados por los estudiantes.

Finalmente desarrolla el plan de clases (inicio, desarrollo, cierre) por sesión. Adjunta cinco guías de trabajo, coherentes con lo planteado, y una evaluación sumativa con su pauta de corrección y transformación de puntaje a nota.

Se trata de una propuesta de excelente calidad.

Seminario 3: Resolución de problemas de multiplicación y división de fracciones

Presenta la “**multiplicación y división de fracciones por medio de la resolución de problemas**” para el nivel NB4, que permite dar sentido a los algoritmos respectivos.

Comienza estableciendo los aprendizajes esperados del programa, de la unidad, los aprendizajes previos, ideas centrales (sin errores conceptuales), estableciendo relaciones entre los elementos de la multiplicación o la división (factores, cociente, divisores, dividendo, resto), cuando varían entre sí. Es decir, se ponen en distintos casos de análisis.

En el desarrollo de la propuesta, se trabaja con referencia a los números naturales, de modo de extender los conceptos de multiplicación y división para fracciones con significado en contextos reales. Siguen a ello, los planes de clase (inicio, desarrollo, cierre) para cada una de las cuatro sesiones. Finalmente se adjuntan guías y fichas para recortar como material para apoyar el aprendizaje.

No comete errores de ningún tipo y desarrolla la propuesta con claridad. No se observan aspectos negativos. Los ejercicios son coherentes y apuntan al desarrollo del pensamiento matemático. En síntesis un excelente trabajo.

2.3. Universidad de Concepción

Seminario 1: La enseñanza de los polígonos

Presenta la “**Enseñanza de los Polígonos**”. Un enfoque para NB3 y NB4. Su propuesta se fundamenta en un Marco Teórico que recoge los trabajos de Piaget, Vigotsky, Freire, Ausubel y Feurestein, como además, el Marco para la Buena Enseñanza.

Luego desarrolla lo que llama “definiciones matemáticas” relativas a polígonos. Sin embargo, las definiciones no son (en rigor) “matemáticas”, sino corresponden a definiciones de la “matemática escolar”.

Se advierten algunos errores conceptuales:

1. “Polígono: Es una poligonal cerrada en la que los segmentos que la forman no se intersecan. Los segmentos son los lados del polígono”.
2. Falta precisar que los segmentos si se intersectan pero lo hacen sólo en un extremo.
3. “Polígono convexo: Cada lado de un polígono está contenido en una recta. Si todo el polígono está ubicado en uno de los semiplanos determinados por la recta, la poligonal es convexa. Basta que en uno de los lados no se cumpla esto para que el polígono deje de ser convexo”.
4. En lugar de poligonal, debe decir polígono. Además, “deje de ser”, da la impresión que las figuras cambian en el tiempo. Debiera entonces decir, “sea”.
5. Se adjunta aquí un dibujo en que aparece una poligonal abierta y no un polígono.
6. Se menciona qué es un lado del polígono, pero no presenta la notación.
7. Cuando define ángulo, indica que puede designarse por una letra griega o por tres letras de los vértices que corresponden en el polígono. La letra griega no representa el nombre del ángulo sino su medida. En caso que así se desee, se debe hacer el alcance que puede considerarse como medida o nombre.
8. Cuando muestra el rombo, éste aparece dibujado como un cuadrado girado. Esto contribuye a conceptual erróneamente un rombo como un cuadrado apoyado sobre uno de sus vértices, es decir, creer que los rombos y los cuadrados se diferencian por su posición y no por sus ángulos interiores.
9. Utiliza indistintamente los conceptos de igualdad y congruencia.
10. El concepto de perímetro aparece ligado a la “suma de lados”, definición reduccionista ligada a polígonos. El concepto de área no se trabaja como tal, sólo en términos de uso de fórmula.
11. Realiza construcciones geométricas en que designa puntos con letras mayúsculas (que es correcto) y por números (uso incorrecto)
12. Construye un triángulo equilátero y un cuadrado, a partir de una circunferencia. No señala formas de construir cualquier triángulo o un cuadrado dado su lado siendo que el tema es “Polígonos” y no “Polígonos regulares”. Hay aquí una importante ruptura respecto a la secuencia de los tipos de polígonos.

La propuesta contempla un muy buen orden conceptual para llegar al concepto de polígono regular, dando previamente las definiciones de polígono equilátero y polígono equiángulo.

De igual forma, presenta los paralelogramos mediante una jerarquización, estableciendo una relación conjuntista para definir un cuadrado como rombo rectángulo y un romboide como un paralelogramo que no es ni rombo ni rectángulo.

Se aprecia una carencia de notación para elementos congruentes como lados y ángulos. Se utiliza el símbolo \approx en lugar de \cong .

Demuestra cada una de las propiedades de los paralelogramos sin distinguir entre “igual” y “congruente”.

Seminario 2: Polígonos regulares

Presenta una propuesta interesante para enseñar los “**polígonos regulares**” en NB6. Plantea una problemática acerca de la carencia de dominio de la geometría por parte de profesores que enseñan matemáticas, para lo cual da cuenta de una encuesta realizada a 20 profesores de la comuna de Coronel.

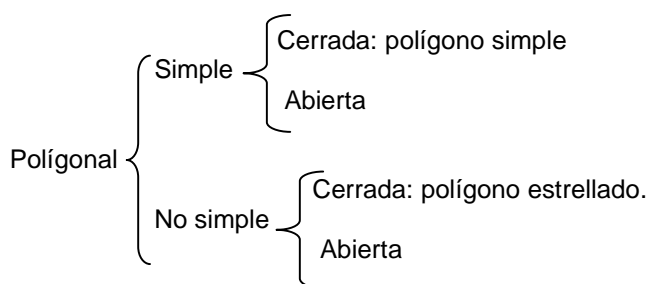
Redacta un Marco Teórico que describe la importancia de los polígonos regulares, relacionándolos con las teselaciones, el arte y los diseños, sin embargo, dicho marco no corresponde a una teoría sino más bien a un apartado reflexivo.

La Propuesta se inicia, propiamente tal, planteando objetivos y metodología de trabajo. En ella se expone -como conocimientos previos- algunas construcciones elementales con regla y compás.

Incorpora muy bien los argumentos que fundamentan las propiedades de los polígonos regulares, en relación a la medida de cada ángulo interior, pero no se detiene en descubrir la fórmula que relaciona el número de lados con el número de diagonales que se pueden trazar en el polígono.

Incorpora en forma coherente, además de las construcciones, el uso de software geométrico (Cabri, Geómetra), como también el “doblez de papel” para hacer geometría.

Aparece una interesante secuencia para mostrar el concepto de polígono:



Menciona los “polígonos convexos” como los más interesantes de todos los polígonos, pero no indica una razón para emitir tal juicio.

Presenta los polígonos regulares (sin definirlos), sólo con sus elementos por medio del dibujo de un octágono regular.

Al dar cuenta de la clasificación de polígonos según número de lados, se remite a mostrar los polígonos regulares según número de lados.

Utiliza el concepto de igualdad y nunca el de congruencia.

Adjunta guías de trabajo coherentes con el propósito planteado.

Finalmente da una conclusión al trabajo, en que se refiere a la corroboración de la importancia de saber enseñar geometría.

Seminario 3: La didáctica de la matemática, una práctica innovadora

Este seminario queda absolutamente fuera de las características de los demás, pertenece a un Universo propio, puesto que no corresponde a una propuesta de una unidad didáctica, sino a una mini investigación acerca de la “**Didáctica de la Matemática: una práctica innovadora**”, la que contiene el detalle de una encuesta realizada a profesores del postítulo y otros de la zona geográfica en la cual se encuentra enclavada la universidad.

La encuesta se refiere al conocimiento de la didáctica en su tradicional entendimiento reduccionista y mirado como sinónimo de metodología.

Dejamos fuera de cualquier comparación y análisis este seminario por estas condiciones.

2.4. Universidad Católica de Temuco

Seminario 1: Tratamiento de la información

Este trabajo presenta una propuesta para el “**Tratamiento de la Información**” en NB5.

Se organiza el tratamiento en los siguientes puntos:

- Unidad programática
- Nombre de la unidad
- Sector
- Curso
- Tiempo
- Profesor
- Objetivos fundamentales verticales
- Objetivos fundamentales transversales
- Contenidos
- Aprendizajes esperados de la unidad
- Aprendizajes de las clases
- Conocimientos previos
- Recursos didácticos
- Actividades de aprendizaje de la unidad
- Evaluación.

Se inicia describiendo el contexto de la escuela en que ha sido probada tal propuesta. Sigue con la planificación de las cuatro sesiones, incorporando en tales planificaciones las fases de inicio, desarrollo y cierre de la clase.

Luego aparece la pauta correctora del trabajo final con que serán calificados los estudiantes. Incluye los trabajos de los alumnos y sus respectivas correcciones.

Revisa de manera muy rigurosa y correcta las elaboraciones de tablas, gráficos y sus respectivas interpretaciones, junto a las medidas de tendencia central, Moda, Mediana y Media Aritmética, además del Rango como representante de las medidas de posición. Para ello, los alumnos cuentan con un listado de notas y nombres de estudiantes de un sexto año básico, para averiguar el rendimiento académico de las mujeres versus el de los varones.

Pone énfasis en los contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales.

Al final del informe aparece un glosario que les fue entregado a los alumnos. Llama la atención el concepto de “variable cuantitativa”, la que define como “aquellas que se pueden expresar con números (edad, peso, número de hijos, etc.)”. Falta especificar que los números en este sentido están en su rol cardinal, es decir que tiene sentido efectuar operaciones con ellos.

Otro elemento que aparece es el tratamiento de la moda. Los estudiantes en sus trabajos encuentran que hay seis valores que tienen el máximo y mismo valor de frecuencia absoluta. Señalan entonces que la moda es de los 6 valores. Tenemos otro error conceptual pues la distribución es amodal.

Seminario 2: Perímetros y áreas

El informe se inicia con la descripción del contexto de la escuela en que se llevó a cabo la experimentación de la propuesta. En la parte final se incluyen los trabajos de los alumnos y hasta fotografías.

Organiza el tratamiento en los siguientes puntos:

- Unidad programática
- Nombre de la unidad
- Sector
- Curso
- Tiempo
- Profesor
- Objetivos fundamentales verticales
- Objetivos fundamentales transversales
- Contenidos
- Aprendizajes esperados de la unidad
- Aprendizajes de las clases
- Conocimientos previos
- Recursos didácticos
- Actividades de aprendizaje de la unidad
- Evaluación.

Luego presenta el plan de clases para cada una de las cinco sesiones con actividades para el inicio, desarrollo y cierre. Luego de cada plan, le sigue la guía que utiliza.

Propone el tratamiento de Perímetros y Áreas de cuadrados, rectángulos y triángulos. Se observa una propuesta con bastante claridad de las etapas. Construye el concepto de Perímetro, como “medida del contorno” en situaciones muy reales y prácticas. Hay pautas en forma de guías de trabajo que permiten orientar el trabajo experimental.

Existen situaciones problema e instancias de reflexión de las generalizaciones para establecer fórmulas de cálculo de áreas y perímetros. Incorpora una buena cantidad de actividades con uso de variados materiales como hojas cuadrículadas, tangramas, geoplanos y programas computacionales (Geoclic).

El concepto de área, aunque no lo define, lo introduce indicando la diferencia entre área y superficie.

En las fases de cierre de cada sesión, los alumnos tienen la oportunidad de revisar sus fortalezas y debilidades.

Finaliza con una prueba como evaluación sumativa, la que también viene en el informe con su respectiva pauta de corrección.

Corresponde a un muy buen trabajo, sin cometer errores, por el contrario, destaca por medio de ejemplos las diferencias conceptuales que conducen a un buen manejo de vocabulario geométrico.

3. Opiniones de los docentes - alumnos y de los académicos sobre los seminarios y unidades didácticas

La sección recapitula aquellos aspectos más relevantes de las opiniones vertidas por los docentes-alumnos y los académicos respecto de la temática en análisis.

3.1. Visión de los docentes - alumnos sobre los seminarios de unidades didácticas

Como aspectos positivos de esta actividad, los participantes alumnos señalaron varios aportes:

- Que han servido para actualizar, complementar y reforzar los conocimientos, permitiéndoles incorporar nuevas herramientas en el campo didáctico.
- A su vez, la planificación de unidades didácticas, en el discurso de los entrevistados, les permite adecuaciones curriculares: **“Nos enseñaron como llevar a la práctica nuestras planificaciones, adecuándolas a cada nivel de niños para poder entregar lo mejor de nosotros”** (U. de Santiago).
- Para reflexionar sobre el quehacer pedagógico. Se señala: **“El reflexionar acerca de la práctica profesional como profesor, observar las fortalezas y debilidades y sobre todo de qué manera yo puedo mejorar en aquello que observe que me equivoque, o que no logré, más que me equivoqué, lo que no logré con mis alumnos”** (U. Católica de Temuco).

En términos negativos:

- Lo más recurrente fue la falta de tiempo para desarrollar el seminario. Con más precisión, los docentes explicitan que “falta tiempo” para abordar y desarrollar temáticas que eran entendidas como relevantes: **“Entonces muchas cosas quedaron así superficialmente y no pudimos profundizarlas”** (U. de Santiago).
- A ello se agrega el tiempo que se invierte en la planificación de unidades que no es menor: **“El diseño nos exige una cantidad de tiempo que creo que los profesores no tenemos para poder hacerlo constantemente”** (U. Católica de Temuco).
- No siempre estuvieron los mejores profesores para trabajar determinadas temáticas y unidades. Esta diversidad de académicos se reconoce como un factor adverso en el desarrollo del programa: **“Así como (hay) profesores buenos, también hay unos que no son tanto, lamentablemente habían módulos que quedaron un poco en el aire”** (U. de La Serena).
- En este mismo plano se constata la heterogeneidad de opiniones y de preparación frente a los nuevos conocimientos impartidos, revelando la importancia –tanto como la ausencia- de un proceso de nivelación ex ante entre los profesores del programa.

En síntesis, si bien es posible percibir la utilidad que representó esta actividad, en lo fundamental en su rol didáctico, no es menos cierto que requiere de ajustes y adecuaciones importantes para efectos de obtener mejores resultados en función de los objetivos trazados, lo que implica revisar los docentes, ajustar el calendario de trabajo y, determinar sistemas de nivelación de competencias que permitan un mejor aprovechamiento de esta instancia.

Las opiniones expuestas se refieren a complejidad de la tarea en relación con el tiempo disponible por los docentes, tiempo que excede la dimensión voluntaria y que tiene que ver con las condiciones laborales en las que trabajan. Adicionalmente hay un reconocimiento hacia los docentes universitarios por flexibilizar las exigencias, permitiendo su adecuación a la realidad de los participantes.

3.2. Opiniones de los académicos sobre el trabajo desarrollado por los alumnos en los seminarios

Las opiniones de los académicos (docentes de los programas) aportan una visión diferente, complementaria en uno casos, opuesta en otros, respecto de lo señalado por los participantes alumnos. Estas fueron expuestas anteriormente, sin embargo dada su pertinencia con el tema se vuelven a presentar en el contexto del presente capítulo

Es primera instancia, es fundamental –para efecto de las nuevas versiones del Programa– generar mecanismos de nivelación de conocimientos, habilidades y competencias de los participantes. Ello implica definir la línea de base y los procedimientos para corregir el déficit de manera que los resultados del Programa sean los esperados.

A continuación, con el aporte de especialistas en los temas de autoestima, enfrentar aquellas temáticas que son resistidas por los docentes y que se vinculan con dificultades severas de formación de los participantes que se traducen en problemas de aprendizaje de sus estudiantes.

En esta línea es de vital importancia superar aquellas “dicotomías falsas” que malamente separan el campo teórico y práctico, fenómeno no resuelto en los Programas ni por los participantes. Es una materia que requiere de una estrategia definida y asertiva para enfrentarle y solucionarle.

Lo expuesto va inserto en un cuadro de trabajo que considere cambiar ciertas practicas docentes claves que están “muy arraigadas” en los maestros, a saber: el “empirismo” de su actividad profesional, asociado a una escasa rigurosidad formal en el análisis y enfrentamiento de las dificultades cotidianas. Ello demanda demostrar procedimientos de trabajo que deben quedar “empoderados” en los participantes para alcanzar un impacto sostenible de mediano y largo plazo de los Programas. Ello implica incorporar y desarrollar prácticas de autogestión del conocimiento

Respecto de la pertinencia de los aprendizajes y su contextualización, se requiere mayor análisis la forma cómo se realiza a fin de evitar que sea bajo una visión. Ello nos enfrenta nuevamente con las prácticas dominantes de la cultura escolar, que reduce e inhibe los cambios.

Finalmente, instalar redes de colaboración resulta ser un problema que va más allá de la factibilidad técnica. Lo más relevante es superar las trabas personales y culturales para trabajar en equipo, compartir desafíos y destinar tiempo a esta actividad, es decir a la red. Cuando en la cultura escolar no está presente esta actividad como un fenómeno significativo es difícil hacerla sustentable en el tiempo.

3.3. Análisis y síntesis de los aspectos tratados

Respecto del análisis técnico de los seminarios, podemos confirmar que éstos responden, excepto uno, a la elaboración de una propuesta de enseñanza. Sin embargo no es posible identificar muchos elementos comparables, pues difieren en volumen, en temáticas y formas de abordar el trabajo.

Todos los trabajos ponen énfasis en:

- Conocimientos previos
- Las fases de una clase: Inicio, desarrollo y cierre.
- Muestran las temáticas desde la resolución de problemas.
- Consideran al alumno como un ser activo del aprendizaje.

- Poseen guías de trabajo por sesión y planes de clases.
- Dan cuenta sobre la evaluación.

Los tres trabajos que corresponden a la Universidad de Santiago de Chile, son de elevada calidad. No presentan errores y construyen algoritmos con sentido.

Los trabajos de la Universidad Católica de Temuco también significan un buen aporte, muy completo y probado en el aula.

La Universidad de Concepción se caracteriza por trabajos de buena calidad, desde la perspectiva del abordaje de situaciones didácticas en aula, pero que contienen algunos errores conceptuales. Hay carencia de situaciones cotidianas. El tratamiento es netamente matemático.

Finalmente la Universidad de La Serena, no da definiciones, lo que no permite entrever errores conceptuales. Sus propuestas son muy acotadas, desarrollando temáticas muy específicas.

Insistimos que la cantidad de variables puestas en juego, hacen imposible una examinación mayor y debe ser contemplado este ítem como un complemento a la información recogida.

Respecto de la situación de aprendizaje que implica el desarrollo de los seminarios, las opiniones de los participantes tienen puntos en común y otros disímiles.

Los aspectos comunes estriban en que son una buena instancia para reforzar aprendizajes. Sin embargo esta consideración está matizada por diversos aspectos. También es consensual que la asignación formal de tiempo establecida en el Programa no es consistente con lo demandado, siendo claramente superior el tiempo requerido para alcanzar su adecuado proceso.

Los aspectos señalados deben matizarse, al tenor de las opiniones específicas de los distintos grupos de participantes.

Primero, el hecho que los participantes tengan diversos grados de dominio de aspectos centrales de las materias del curso, repercuten sobre la calidad del trabajo¹⁴ alcanzado. Para ello se plantea, por ambos grupos, la importancia de generar instancias de nivelación eficiente de competencias.

En segundo lugar, a juicio de los académicos, los participantes desconocen las normas de elaboración de trabajos escritos y la lógica argumentativa que estos documentos deben tener, lo que implica que se debe destinar tiempo a actividades que se asume como prerrequisitos alcanzados.

Tercero, los docentes señalan que algunos académicos no son los más adecuados para esta labor y, que debería existir un proceso mejor guiado en esta materia, seleccionando igualmente a quienes impartirán docencia en esta instancia.

Cuarto ciertas prácticas de la cultura escolar asociadas al empirismo docente deben ser analizadas en detalle y determinados los procesos para su rectificación.

Quinto, la revisión de la forma como se ha realizado el Programa en las distintas universidades debe implicar establecer nuevas orientaciones que permitan apoyar el autoaprendi-

¹⁴ Como son instancias grupales y no se conoce el proceso de elaboración seguido, es posible que éstos hayan sido realizados por los alumnos más capaces, práctica común en este tipo de situaciones cuando hay tareas grupales.

zaje de los docentes, manejar las principales variables de la cultura escolar y, por esta vía mejorar la calidad de los aprendizajes garantizando su adecuado traspaso al aula.

Principales Logros de Aprendizaje de los Docentes Referidos a Alguno de los Cuatro Núcleos Temáticos del Currículo de Matemática del Ciclo Respectivo

El capítulo apunta a un objetivo central de la investigación, identificar algunos aprendizajes claves de los participantes en el Programa. Para dar cuenta de este propósito se emplearon indicadores externos al Programa (no se utilizan las calificaciones pre-post de los participantes). En el cuestionario se presentaron dos preguntas de dominio de contenidos. Sus resultados se analizan en la primera sección de este capítulo. En la sección siguiente se analizan los resultados de su autopercepción de los aprendizajes generales alcanzados en el Programa, para luego, en la tercera sección revisar las principales dimensiones según NB pertinente. La última sección del capítulo sintetiza los hallazgos.

1. Análisis de las situaciones problema planteadas en el cuestionario

El cuestionario (ver Anexo N° 1) incluyó dos preguntas de desarrollo matemáticos, cada una con subcomponentes. Al revisar los resultados obtenidos, se aprecia que la mayoría de los profesores no separó sus respuestas en las partes a) y b), o bien a), b) y c) para el segundo problema, situación que originó una reorganización de los criterios de análisis que se emplearon para su corrección.

Para ello, y con el propósito de agrupar tipos de respuestas sin perder de vista lo que se buscaba observar, dichos criterios se descompusieron en “indicadores” que permitieron tabular la información de las respuestas de los docentes. La relación entre criterios e indicadores, según problema, se aprecia en las siguientes tablas.

Tabla N° 28: Relación entre Criterios e Indicadores para el Problema N° 1.

Criterio	Indicadores	En la respuesta
Detecta que se trata de un problema forzado, respecto a la realidad, por lo que hay supuestos que se deben agregar al enunciado.	1. Critica la formulación del problema	Enuncia que el problema no corresponde a la realidad y advierte que la proporcionalidad inversa modela el problema bajo una suposición que hay que agregar.
Los pasos (procedimiento) que sigue para enseñar a resolver este tipo de problemas, observando si hay uso de registros	2. Sigue el tipo de desarrollo N° del análisis a priori	Considera como contratados a los 3 obreros mencionados como dato del problema, por lo que el cálculo se remite a encontrar cuántos obreros hay que contratar.

Criterio	Indicadores	En la respuesta	
de representación (tablas, esquemas u otro) o bien el énfasis en la mecanización y algún detalle no justificado en el algoritmo utilizado.	3. Sigue el tipo de desarrollo N° alternativo del análisis a priori	Considera como contratados a los 3 obreros mencionados como dato del problema, pero aquí la incógnita responde al número de obreros totales que hacen el trabajo en 12 días, debiendo descontar al final los 3 ya existentes.	
	4. Sigue el tipo de desarrollo N° del análisis a priori	No se supone ningún obrero contratado, por lo que la incógnita aparece como el total de obreros que hacen el trabajo pedido en 12 días.	
	5. Otro tipo de desarrollo	Respuesta inesperada en el análisis a priori.	
	6. Usa la "regla de tres inversa"	Sin escribir una ecuación, dispone los datos en una tabla 2x2 y efectúa los cálculos según la regla.	
	7. Usa el concepto de "razón inversa"	Escribe la proporción que resuelve el problema	
	8. Usa la ecuación de los productos constantes.	Escribe la ecuación de los productos constantes.	
	9. Enseña mecánicamente	No justifica procedimientos, sólo indica paso a paso qué hacer.	
	10. Utiliza la expresión "A mayor número de obreros, menor cantidad de días".	Para ayudar a sus alumnos, el profesor indica esta frase, aludiendo con ella a la proporcionalidad inversa.	
	11. Comete algún error conceptual	En alguna parte de su respuesta, aparece al menos un error conceptual	
	12. Resuelve erróneamente	No llega a la solución correcta.	
	Presenta la incógnita y de alguna manera comprueba e interpreta la solución obtenida, respecto a la pregunta planteada.	13. Presenta la incógnita	Ya sea en forma explícita o en una tabla, anota el nombre de la incógnita.
		14 Explica cómo se llega a la expresión que permite calcular la solución.	Da justificación de la expresión que le permite llegar a la solución.
15. Comprueba la solución obtenida		Indica cómo comprobar o convence que es la solución correcta	
16. Responde a la pregunta planteada		Da respuesta verbal.	
Otros	17. No resuelve y sólo da indicaciones	Sólo indica cómo ayudaría a sus alumnos.	
	18. No contesta	Respuesta en blanco.	

Tabla N° 29: Relación entre Criterios e Indicadores para el Problema N° 2.

Criterio	Indicadores	En la respuesta
Manejan el concepto de Eje de Simetría de un rectángulo.	1. Identifica los ejes de simetría del rectángulo	Menciona que las diagonales no son ejes de simetría y traza o menciona cómo trazar los dos ejes del rectángulo.
Manejan el concepto de congruencia y su relación con el área de figuras planas. Aquí se busca de-	2. Identifica triángulos congruentes	Menciona triángulos congruentes en la figura, puede añadir criterios de congruencia o bien el concepto intuitivo.

Criterio	Indicadores	En la respuesta
testar el conocimiento del teorema “dos figuras congruentes tienen igual área”, y la comprensión de la no reciprocidad de éste.		tivo basado en la superposición. Obs: En relación al teorema que hace mención el criterio, se considerará éste conocimiento bajo el indicador de la fila siguiente.
Manejan el concepto de fracción, cuando la representación se refiere al área. En el caso de la figura proporcionada, el rectángulo con sus dos diagonales, aparecen 4 triángulos no traslapados no congruentes pero de área un cuarto del rectángulo dado. Ésta u otras relaciones son las que se observarán.	3. Observa que las áreas de los 4 triángulos no traslapados que se determinan con el trazado de las dos diagonales del rectángulo, son iguales.	Permite conocer si en la respuesta el docente hace uso de las fracciones referidas al área de regiones. Con ello, también interesa observar si sólo los docentes hacen alusión a los triángulos congruentes que se producen y que entonces tienen igual área, o bien si advierten que hay triángulos no congruentes pero equivalentes entre sí.
Manejan expresiones para el cálculo de áreas de rectángulos y triángulos y comparación de ellas.	4. Escribe fórmulas de área de triángulos y rectángulos	Anotan la fórmula del área de rectángulos y triángulos. No se da mayor énfasis en este punto.
Manejan vocabulario geométrico.	5. Comete errores conceptuales	En alguna parte de su respuesta, aparece al menos un error conceptual.
Otros	6. No resuelve y sólo da indicaciones	Sólo indica cómo ayudaría a sus alumnos.
	7. No contesta	Respuesta en blanco.

2. Resultados de la resolución del problema N° 1

El problema a resolver fue el siguiente:

Unos estudiantes presentan en clases el siguiente problema que encontraron en un libro de texto: “Tres obreros hacen un trabajo en 20 días. Si se desea terminar el trabajo en 12 días, ¿cuántos obreros habrá que contratar?”

Dado que los alumnos no saben qué hacer frente al problema, al respecto indique:

a) ¿De qué manera los ayudaría a resolverlo?

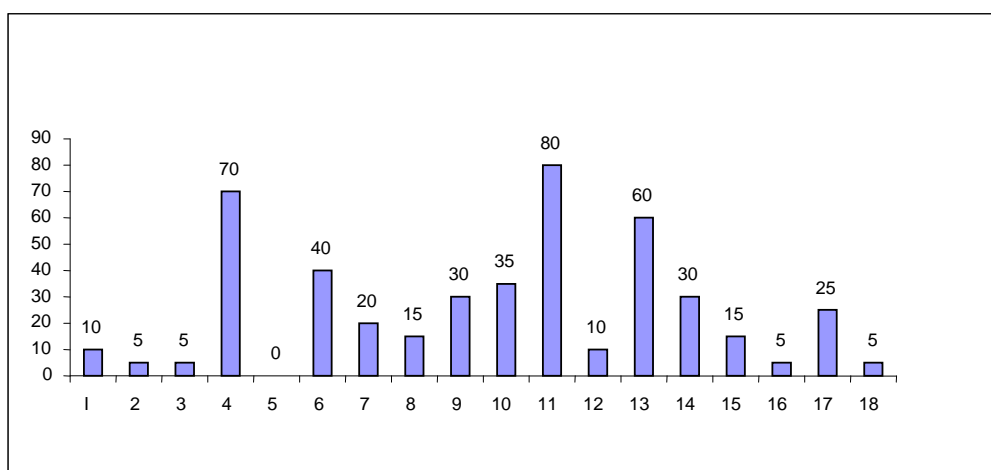
b) ¿Cómo lo enseñaría en clases? Precise si haría alguna modificación al problema planteado.

Se ruega, que especifique claramente cada paso de la resolución.

2.1. Universidad Católica de Temuco

Los resultados de esta universidad se exponen en la figura siguiente:

Gráfico N° 5: Porcentaje de docentes por indicador que evidencian Problema N°1 Universidad Católica de Temuco



Indicador	Observación
1.	El 10% de los profesores encuestados criticaron el problema, mencionando que no corresponde a la realidad y que entonces la proporcionalidad inversa funciona bajo el supuesto que “ todos los obreros muy organizados trabajen al mismo ritmo ”. A pesar que los problemas forzados debían ser tratados según los programas, un caso clásico de obreros y tiempo, no ha evolucionado en su tratamiento.
2.	Solo dos profesores (equivalentes al 10 % de la muestra), indicaron que los obreros estaban contratados, y concluyeron –mediante desarrollos distintos- que había que contratar otros dos más. Aún en este caso, éstos sólo entregaron una respuesta, por lo que no hubo profesores que generaran más de una respuesta al problema. Podría tratarse del paradigma de la respuesta única y desarrollo único, algo muy habitual en matemáticas, esto es la creencia “ hay un único camino para llegar a la solución ”, y mantenido en la confianza de problemas nunca ambiguos.
4.	El 70% de los docentes, abordó el problema tomando sólo como dato referencial a los 3 obreros, sin analizar la posibilidad que ellos ya estaban contratados y por tanto se requiriesen dos obreros más. Faltó un análisis crítico, pues el enunciado no era claro al respecto. Entonces, se esperaba que los docentes ofrecieran más de una solución, lo que no ocurrió.
5.	No existen desarrollos inesperados. Todos obedecen a lo previsto en el análisis a priori. Al respecto cabe señalar que de los desarrollos 1, 1 alternativo y 2 previstos, se ha marcado alguna de estas opciones, dejando libertad al tipo de expresión o proceso que empleen los profesores al resolver. Esto significa que más que una imitación del desarrollo completo, se considera si aborda el problema con los 3 obreros contratados o no, ya que en las respuestas aparecen diversos métodos como la regla de tres inversa, el uso de razones inversas o la ecuación de los productos constantes.
7. y 8.	El 80% restante sólo mecaniza. Hay una fuerte tendencia a utilizar las razones inversas y la ecuación de productos cruzados. El uso de esta última expresión supera por poco a la primera, siendo que la proporcionalidad inversa se caracteriza por los productos constantes, lo que en el tiempo se ha transpuesto en la invención de las razones inversas, para escribir la ecuación de productos como proporción y llevar al cálculo mediante la propiedad fundamental.
9.	El 20% de los profesores explicó cómo llegó a la expresión con la que calcula la solución.

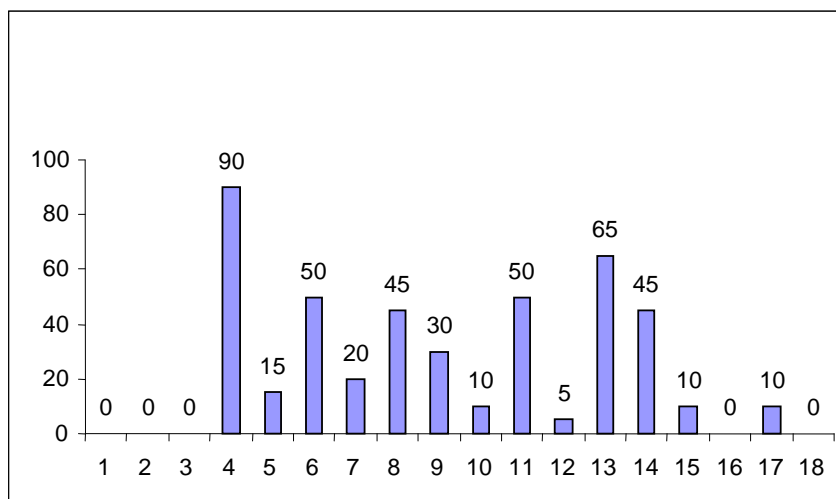
Indicador	Observación
10.	Un 30% ilustra la relación de las variables mediante una frase del tipo “ A mayor número de obreros, menor cantidad de días... ”, para determinar que existe proporcionalidad inversa, frase errónea que junto a otras “ una aumenta o sube y la otra disminuye o baja ”, no precisan sobre el tipo de aumento o disminución proporcional. Es una alarmante cifra, para el tratamiento ofrecido en el Programa de Postítulo.
11.	Un 15% (3 profesores) comete errores conceptuales. Uno consiste en escribir una proporción y luego escribir otra en que ha invertido una de las razones. Los otros dos resuelven indicando que se trata de una proporcionalidad directa.
12.	Un profesor resuelve erróneamente, con una confusión enorme, con una resolución que no ofrece coherencia alguna en sus partes. Concluye que se necesitan 4 obreros.

Sólo 1 profesor no contestó, lo que indica una buena disposición de los profesores de esta universidad.

2.2. Universidad de Concepción

Los resultados generales obtenidos por este grupo se exponen en la figura siguiente:

Gráfico Nº 6: Porcentaje de docentes por indicador que evidencian Problema N°1 Universidad Católica de Concepción



Indicador	Observación
1	Ningún profesor criticó el problema. Todos los que respondieron lo abordaron sin objeción.
4	El 90% de los docentes, enfrentó el problema tomando sólo como dato referencial a los 3 obreros, sin presentar la posibilidad que ellos ya estuvieran contratados y por

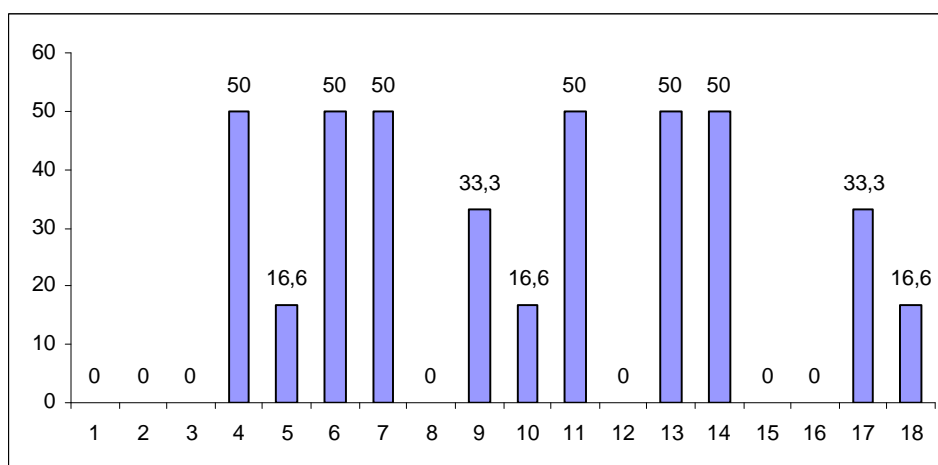
	tanto se requiriese dos obreros más. Faltó –al igual que en los participantes de la Universidad Católica de Temuco- un análisis crítico, pues el enunciado no era claro al respecto.
5.	Se esperaba que los docentes pudieran dar más de una solución, lo que no ocurrió. Un 15% de la muestra realizó un desarrollo distinto, por medio de la completación de tablas llegando exhaustivamente a la solución. Al igual que en el caso anterior, no hay profesores que tengan más de una respuesta a un problema.
7.	El 20% de los profesores explicó cómo llega a la expresión con la que calculan la solución. Un 50% restante sólo mecaniza. Hay una fuerte tendencia a utilizar la ecuación de productos cruzados (50%) y la regla de tres (30%).
8.	El 45% ilustra la relación de las variables mediante una frase del tipo “A mayor número de obreros, menor cantidad de días...”, para determinar que existe proporcionalidad inversa, Los resultados presentan la misma estructura de dificultades que el caso de la universidad anterior.
10.	Un 10% comete errores conceptuales. Uno de ellos consiste en señalar que si la proporcionalidad es inversa, el cociente es constante. Otro error es el escribir $\frac{3}{20} = \frac{x}{12}$ y luego pasar a $3 \bullet 20 = x \bullet 12$.

Todos los profesores llegaron a la respuesta correcta. Sin embargo, algunos como se vio en la celda de arriba, llegaron a la solución por medio de un proceso incorrecto.

2.3. Universidad de La Serena

Los resultados de esta Universidad son los siguientes:

Gráfico N° 7: Porcentaje de docentes por indicador que evidencian respuestas correctas Problema N°1 Universidad de La Serena



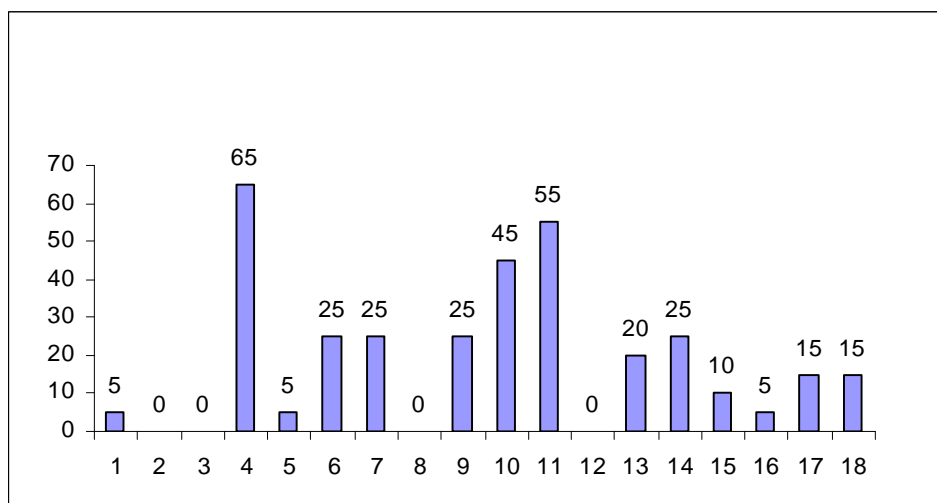
Los participantes de esta universidad no efectuaron críticas al problema. Por su parte, el 50% de ellos abordó el problema tomando sólo como dato referencial a los 3 obreros, sin detenerse a analizar la posibilidad que estuviesen ya contratados y por tanto se demandasen dos obreros más. El patrón de respuesta adoptado por estos participantes fue el mismo que el seguido por los dos grupos anteriores.

Indicador	Observación
5.	Sólo 1 profesor realiza un desarrollo basado en la completación de una tabla por método exhaustivo.
4.	La mitad de los profesores que respondieron la encuesta, explica cómo se llega a la expresión con la que calculan la solución.
6.	Un 50% mecaniza.
9.	Hay una fuerte tendencia a utilizar las razones inversas (33,3%)
10.	y la ecuación de productos cruzados (16,6%).
11.	La mitad de los profesores de la muestra, identifica la proporcionalidad inversa mediante la frase "A mayor número de obreros, menor cantidad de días...". Es una alarmante cifra, pues la mitad de los profesores se han quedado con un concepto erróneo e intuitivo.
12.	No se aprecian profesores con errores conceptuales, ni que resuelvan erróneamente. Pero si la mitad de los encuestados no contesta o bien sólo da indicaciones que no prestan mayor utilidad.
13.	Una observación importante es considerar que el 50% de los profesores responden adecuadamente a la encuesta, por lo que tal porcentaje debe en realidad tomarse como el 100%.

2.4. Universidad de Santiago de Chile

Los resultados del grupo de participantes de la Universidad de Santiago son lo siguientes:

Gráfico Nº 8: Porcentaje de docentes por indicador que evidencian Problema N°1 Univer-



Universidad de Santiago de Chile

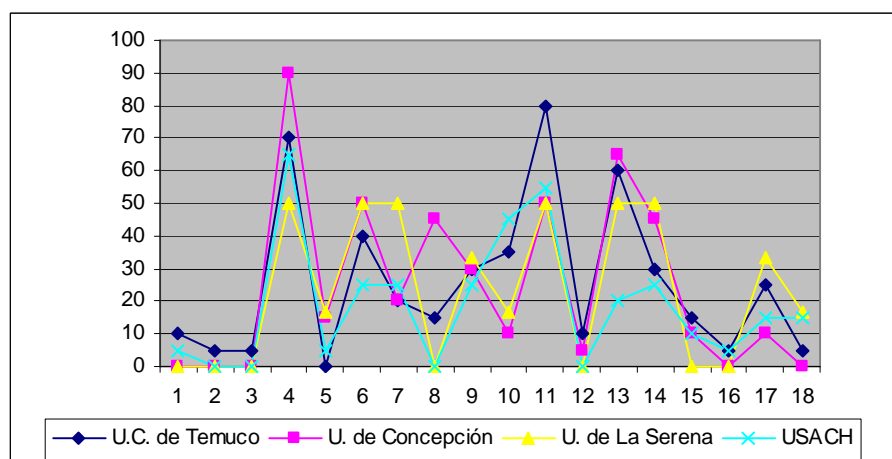
Indicador	Observación
1.	Sólo un profesor criticó el problema advirtiendo que no corresponde a la realidad y que entonces la proporcionalidad inversa funciona bajo el supuesto que "todos los obreros muy organizados trabajen al mismo ritmo". A pesar que los problemas forzados debían ser tratados según los programas, un caso clásico de obreros y tiempo, no ha evolu-

Indicador	Observación
	cionado en su tratamiento.
4,	Un 65% de los docentes, abordó el problema tomando sólo como dato referencial a los 3 obreros, sin revisar la posibilidad que ellos ya estaban contratados y por tanto se requería contratar dos obreros más. Faltó análisis crítico, pues el enunciado no era claro al respecto. Entonces, se esperaba que los docentes pudieran dar más de una solución, lo que no ocurrió. No aparecen otras alternativas planteadas en los desarrollo 1 o 1 alternativo del análisis a priori. Cada respuesta tiene sólo una solución.
5.	Sólo 1 profesor que corresponde al 16,6%, realiza un desarrollo basado en la completación de una tabla por método exhaustivo.
6.	La cuarta parte de los docentes que respondió la encuesta explica cómo se llegó a la expresión que usó para calcular la solución. Un 55% sólo mecaniza. Hay una fuerte tendencia a utilizar las razones inversas (25%) y la ecuación de productos cruzados (45%).
7.	Un 25% ilustra la relación de las variables mediante una frase del tipo “A mayor número de obreros, menor cantidad de días...”, para determinar que existe proporcionalidad inversa, es un grupo de consideración para el tratamiento ofrecido en el programa de postítulo.
14.	Un 10% (2 profesores) comete errores conceptuales. Uno de ellos, indica la frase del párrafo anterior, mientras que el otro, escribe: $\frac{3}{x} = \frac{20}{12}$ de donde hace $3 \cdot 20 = x \cdot 12$.
16.	Un profesor (5%), resuelve erróneamente, escribiendo mal la proporción. Concluye que se necesitan 1,8 obreros.
17.	Tres profesores no contestaron y otros tres sólo dieron indicaciones sin utilidad alguna. Entre ambos constituyen un 30% de los encuestados.

2.1. Síntesis del análisis del problema N° 1

El conjunto de respuestas obtenidas en el siguiente:

Gráfico N° 9: Variación Porcentual de los indicadores Problema N°1 por Universidades



Solo un 4,3% de los profesores encuestados criticaron el problema advirtiendo que no corresponde a la realidad y que entonces la proporcionalidad inversa funciona bajo el supuesto que “todos los obreros muy organizados trabajen al mismo ritmo”. A pesar que los

problemas forzados debían ser tratados según los programas, un caso clásico de obreros y tiempo, no ha evolucionado en su tratamiento.

Un 70% de los docentes, analizó el problema tomando como dato referencial a los tres obreros, sin considerar la opción que éstos ya estuviesen contratados y por tanto se demandaba dos obreros más.

Faltó analizar críticamente el problema, pues el enunciado no era claro al respecto. Entonces, se esperaba que los docentes pudieran dar más de una solución, lo que no ocurrió.

Los desarrollos 1 y 1 alternativo del análisis a priori, cada uno con un 1,4% indicaron según su resolución que los obreros estaban contratados, y concluyeron por desarrollos distintos que había que contratar 2 más. Aún así, ellos sólo dieron una respuesta, por lo que no hay profesores que tengan más de una respuesta a este problema.

Un 7,2% realizó un método exhaustivo, por medio de la completación de una tabla de valores para determinar la solución.

Un 23% de los profesores explica cómo llegó a la expresión con la que calculan la solución. Un 58% mecaniza. Se aprecia el fuerte tradicionalismo que impera respecto a dar algoritmos de solución sin justificación o al menos con una explicación que permita visualizar por qué se puede desarrollar el problema mediante tales pasos.

Globalmente, se equiparan las técnicas de cálculo: “por uso de razones inversas” y “ecuación de productos constantes”, ambos con un 27,5%. En retirada parece ir la antigua regla de tres inversa, que ocupa el 17% de los encuestados.

Un tercio de los profesores de la muestra ilustra la relación de las variables mediante una frase del tipo “A mayor número de obreros, menor cantidad de días...”, para determinar que existe proporcionalidad inversa, la que es errónea. Como reiteramos siempre, se trata de un número demasiado alto para un programa de este tipo.

Un 10% comete errores conceptuales. Uno de ellos, consiste en escribir una proporción y luego escribir otra en que ha invertido una de las razones. Los otros dos resuelven indicando que se trata de una proporcionalidad directa.

Un 2,8% resuelve erróneamente y un 21,6% no aportó datos útiles para la investigación.

3. Resultados de la resolución del problema Nº 2

La sección, al igual que en el caso anterior, expone –por universidad- los resultados de los indicadores más relevantes de análisis del problema.

El problema planteado fue el siguiente:

Se tiene un rectángulo y sus dos diagonales trazadas. ¿Cómo se le puede sacar partido a esta figura, para enseñar los siguientes tópicos?:

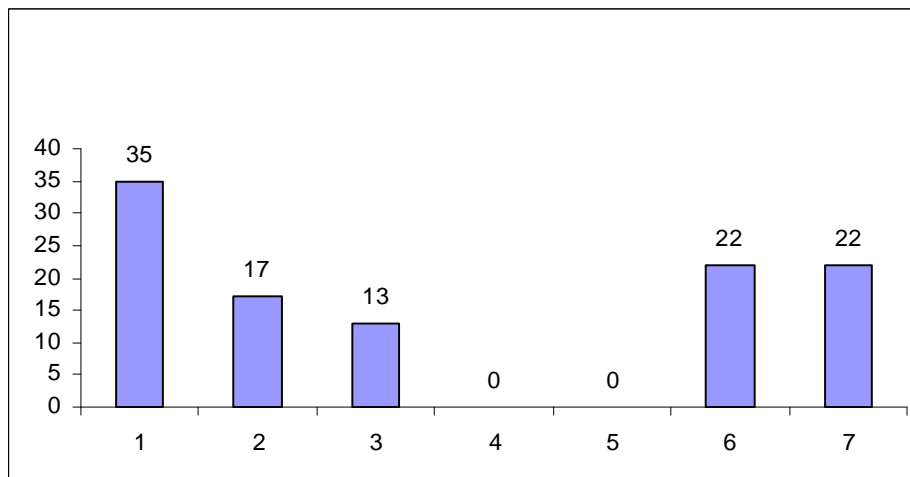
- a) Ejes de Simetría del rectángulo.*
- b) Congruencia de los triángulos que se forman.*
- c) Relación entre las áreas de los triángulos que se forman.*

Se ruega, que especifique clara y detalladamente cada tema.

3.1. Universidad Católica de Temuco

Los resultados obtenidos por los participantes de esta Universidad son los siguientes:

Gráfico N° 10: Porcentaje de docentes por indicador que evidencian Problema N°2 Universidad Católica de Temuco

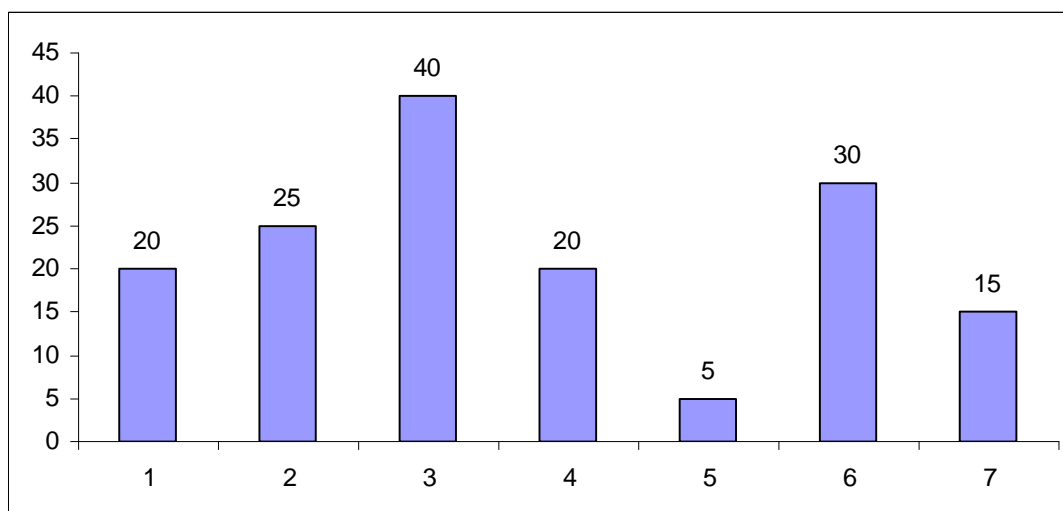


Indicador	Observación
1.	Un 35% de los profesores identifica de manera correcta los ejes de simetría de un rectángulo y señala metodologías para encontrarlos. Además, distinguen que las diagonales no son ejes de simetría para esta figura.
2.	Un 17% identifica triángulos congruentes valiéndose de argumentos aunque intuitivos pero válidos para el nivel (2º ciclo básico), como la superposición.
3.	Un 13% incurre en errores conceptuales. <ul style="list-style-type: none"> • “Las diagonales del rectángulo son bisectrices de los ángulos” • “...establecer relaciones entre las aristas y ángulos (triángulos semejantes)”. • “La diagonal de un rectángulo divide al ángulo en dos de 45º...”
4.	Ningún profesor anotó alguna fórmula de área ni señaló que los cuatro triángulos no traslapados que se forman al trazar las dos diagonales del rectángulo, tienen igual área. Sólo hacían alusión al teorema: Si dos triángulos son congruentes, entonces sus áreas son iguales.
5.	Aparecen algunas ideas erróneas que llaman la atención: <ul style="list-style-type: none"> • “Triángulos opuestos por el vértice”, para indicar dos triángulos que tienen en común sólo un vértice • “Áreas congruentes”, en lugar de señalar que son iguales. El concepto de área aquí manejado es de región.
6.	Un 22% no contesta
7.	22% sólo da indicaciones.

3.2. Universidad de Concepción

Los resultados obtenidos por los participantes de esta Universidad son los siguientes:

Gráfico N° 11: Porcentaje de docentes por indicador que evidencian respuestas correctas Problema N° 2 Universidad de Concepción

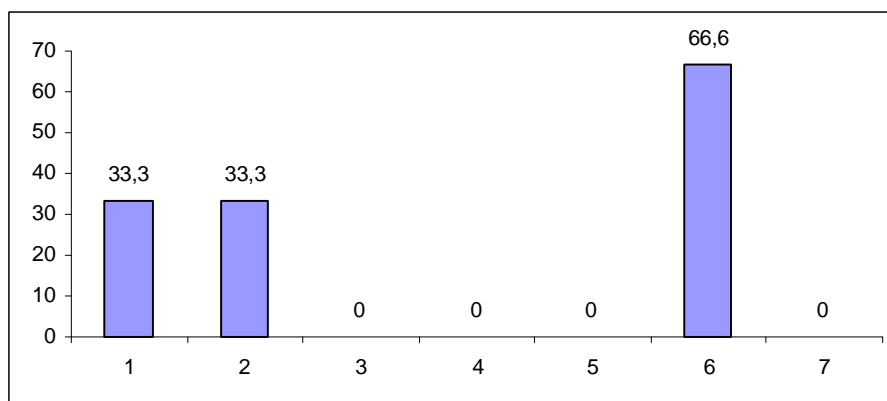


Indicador	Observación
1.	Un 20% de los profesores identifica correctamente los ejes de simetría de un rectángulo y señala metodologías para encontrarlos. Además, distinguen que las diagonales no son ejes de simetría para esta figura.
2.	Un 25% identifica triángulos congruentes valiéndose de argumentos aunque intuitivos pero para el nivel (2º ciclo básico) válidos, como la superposición.
3.	Un 40% incurre en errores conceptuales. Muy preocupante. 1. " $\Delta AOD \cong \Delta BOC$ (opuestos por el vértice)" $\Delta AOB \cong \Delta DOC$ 2. " $\hat{A}\Delta AOD \cong \hat{A}\Delta BOC$ Al ser triángulos congruentes, sus áreas son congruentes" $\hat{A}\Delta AOB \cong \hat{A}\Delta DOC$ 3. "Diagonales congruentes se dimidian (LLL) , (LAL)" 4. En una indicación un docente anota: "divide al rectángulo en dos cuadrados iguales". 5. "Destacando que las diagonales son ejes de simetría ya que las figuras que se obtienen son iguales".
4.	El 20% anotó las fórmulas de área del rectángulo y de triángulos, pero sin hacer cálculos.
5.	Sin embargo, sólo el 5% señaló que los 4 triángulos no traslapados que se forman al trazar las dos diagonales del rectángulo, tienen igual área. Así, la mayoría sólo hacía alusión al teorema: Si dos triángulos son congruentes, entonces sus áreas son iguales.
6.	Un 30% no contesta
7.	15% sólo da indicaciones

3.3. Universidad de La Serena

Los resultados obtenidos por los participantes de esta Universidad son los siguientes:

Gráfico N° 12: Porcentaje de docentes por indicador que evidencian Respuestas correctas Problema N° 2 Universidad de La Serena

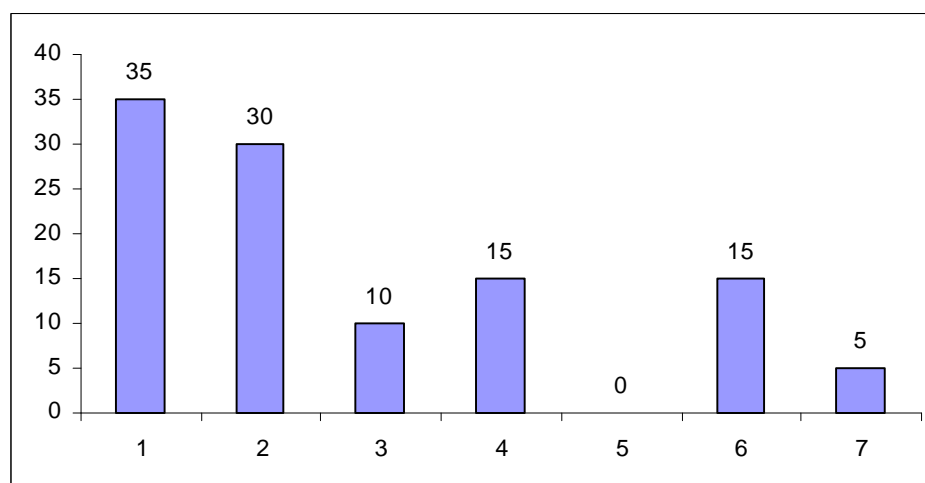


Indicador	Observación
1.	Un 33,3% de los profesores identifica correctamente los ejes de simetría de un rectángulo y señala metodologías para encontrarlos. Además, distinguen que las diagonales no son ejes de simetría para esta figura.
2.	Un 33,3% identifica triángulos congruentes valiéndose de argumentos aunque intuitivos pero para el nivel (2º ciclo básico) válidos, como la superposición.
3.	No se observan profesores con errores conceptuales.
4.	Sin respuestas
4.	Ningún profesor anotó alguna fórmula de área ni señaló que los 4 triángulos no traslapados que se forman al trazar las dos diagonales del rectángulo, tienen igual área. Sólo hacían alusión al teorema: Si dos triángulos son congruentes, entonces sus áreas son iguales.
6	Un 66,6% no contesta. Hay muy baja participación de los docentes. En relación al problema 1, bajó bastante el número de respuestas. Una posibilidad es que el tema Geometría les ocasione mayor dificultad.

3.4. Universidad de Santiago de Chile

Los resultados obtenidos por los participantes de esta Universidad son los siguientes:

Gráfico N° 13: Porcentaje de docentes por indicador que evidencian respuestas correctas
Problema N° 2 Universidad de Santiago de Chile

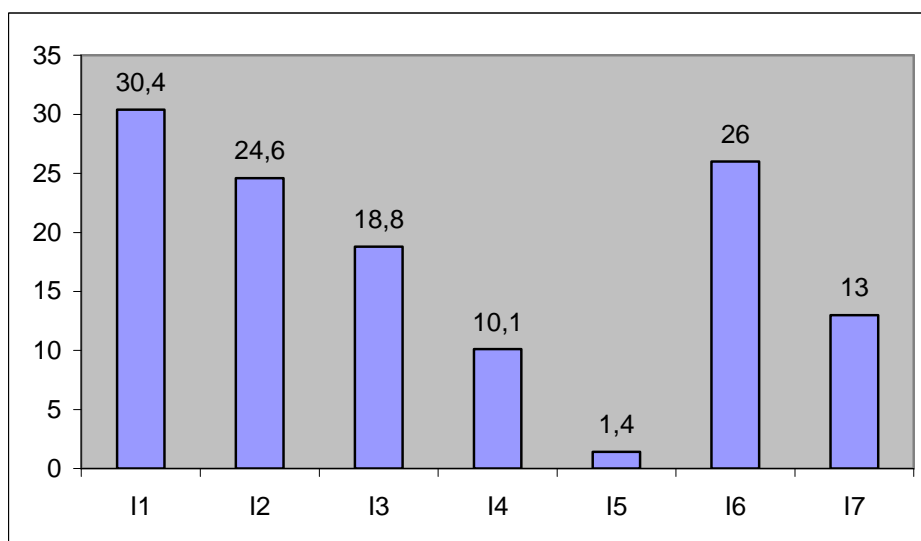


Indicador	Observaciones
1.	Un 35% de los profesores identifica correctamente los ejes de simetría de un rectángulo y señala metodologías para encontrarlos. Además, distinguen que las diagonales no son ejes de simetría para esta figura.
2.	Un 30% identifica triángulos congruentes valiéndose de argumentos aunque intuitivos pero para el nivel (2º ciclo básico) válidos, como la superposición.
3.	Un 10% incurre en errores conceptuales. 1. "Si los triángulos son congruentes, sus áreas son congruentes" 2. Una respuesta indica comparar con el criterio LAL o ALA dos triángulos que no son congruentes.
4.	Un 15% no contesta
5.	Ningún profesor anotó alguna fórmula de área ni señaló que los 4 triángulos no trasladados que se forman al trazar las dos diagonales del rectángulo, tienen igual área. Sólo hacían alusión al teorema: Si dos triángulos son congruentes, entonces sus áreas son iguales.
6.	Un 15% no contesta
7.	5% sólo da indicaciones

3.1. Síntesis del análisis al problema N° 2.

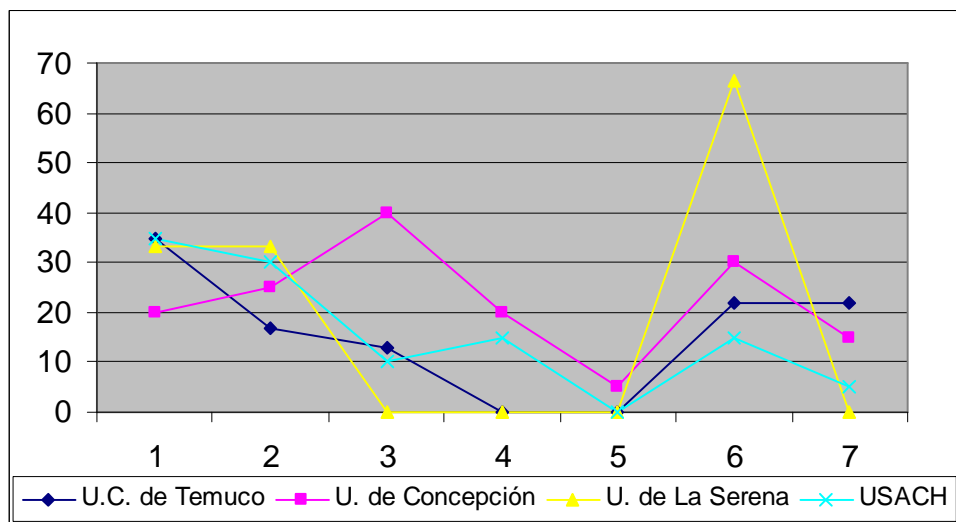
Los resultados para la muestra total de participantes son los siguientes:

Gráfico N° 14: Porcentaje de docentes por indicador que evidencian respuestas correctas
 Problema N° 2 Muestra completa



Indicador	Observación
1.	El 30% de los profesores identifica correctamente los ejes de simetría de un rectángulo y señala metodologías para encontrarlos. Además, distinguen que las diagonales no son ejes de simetría para esta figura.
2.	El 25% identifica triángulos congruentes valiéndose de argumentos -aunque intuitivos- pero válidos para el nivel (2º ciclo básico), como la superposición.
3.	Un 19% incurre en errores conceptuales. Un alto porcentaje, que hace inferir acerca del poco dominio que alcanzan en los temas geométricos los profesores básicos y –al parecer- la escasa profundización alcanzada en esta área, la de geometría, en el postítulo.
4.	Sólo un 10% anotó alguna fórmula de área y
5.	Sólo un 1,5% señaló que los 4 triángulos no traslapados que se forman al trazar las dos diagonales del rectángulo, tienen igual área. Sólo hacían alusión al teorema: Si dos triángulos son congruentes, entonces sus áreas son iguales.
6.	Un 26% no contesta y
7.	otro 13% sólo da indicaciones.

Gráfico N° 15: Porcentaje de docentes por indicador que evidencian respuestas correctas según universidad Problema N° 2



4. Síntesis general de las secciones 2 y 3.

En lo que atañe al problema N° 1 “*variación proporcionalidad inversa*”

- No hay una crítica al problema, respecto a la realidad y al supuesto que conduce a reflexionar su modelamiento como variación proporcional inversa.
- A pesar que existe una importante cantidad de profesores que manejan la proporcionalidad inversa caracterizada por el producto constante, no se refleja claramente esto en el paso de la organización de los datos a la expresión que permite calcular la solución del problema. Aquí hay una ruptura importante.
- Se observan desarrollos correctos pero mecánicos.
- No se observa el supuesto de hacer variar en un factor una variable y determinar cómo varía la otra, esto es, si duplicamos el número de obreros, qué ocurre con el número de días...Esto es analizado con un error conceptual por omisión de información al señalar la frase: “a mayor cantidad de obreros, disminuye la cantidad de días”.
- Se da un tipo de desarrollo exhaustivo, mediante la completación de tablas de valores. El problema con los datos dados, lo permite, no así en una situación en que intervienen números no enteros.

Con respecto al problema N° 2 “*ejes de simetría de un rectángulo*”

- Se evidencia una mayor ausencia de respuestas que en el caso del problema de proporcionalidad
- No aparece un concepto fuerte de eje de simetría, lo que hace que algunos profesores respondan en relación al punto de intersección de las diagonales como centro de simetría. Un tercio de los profesores, aproximadamente, reconoce correctamente las diagonales de un rectángulo.

- La cuarta parte de los encuestados trataron aceptablemente bien el tema de la congruencia de triángulos. Muy bajo para las perspectivas trazadas.
- Hay una importante evasión a las preguntas de geometría como también un aumento de errores conceptuales. Se puede inferir que una posible causa es la carencia de conocimientos geométricos de los docentes, aún con el Postítulo.
- No se presentaron situaciones inesperadas respecto al análisis a priori. Pero tampoco hubo la respuesta esperada. Hay un mínimo de docentes que contestan completamente.

5. Autoevaluación de sus aprendizajes

En el cuestionario se presentó un conjunto de preguntas generales sobre los aprendizajes alcanzados en el programa, las que fueron calificadas por los participantes según el porcentaje de logro que estimaban haber obtenido. Las respuestas para cada una de estas dimensiones se analizan comparativamente, para el grupo total y para cada programa por universidad. Los cotejos se realizan a partir de sus valores relativos, toda vez que se trata de grupos desiguales en número de casos.

Tabla Nº 30: Cumplió con los objetivos planteados

%	de Concepción	Católica de Temuco	USACH	de La Serena	Total
40		4,3			1,4
50		4,3	5,0		2,8
60	10,0	4,3	15,0		8,5
70	10,0	8,7	10,0		8,5
80	40,0	26,1	20,0		25,4
90	20,0	34,8	40,0	75,0	36,6
100	20,0	17,4	5,0	25,0	15,5

Las opiniones tienen un grado de dispersión importante. Si bien cerca del 60% de los participantes de cada grupo (y por ende del total) valora con un 90% de cumplimiento o más la actividad, los Programas más críticos son los de la Católica de Temuco y la USACH. Esta última universidad, como se señaló anteriormente, efectuó una integración de los docentes a otros programas de perfeccionamiento en curso, lo que no tuvo una acogida plenamente favorable en sus profesores-alumnos. Consistente con todo lo expuesto en el informe como visión general, esta primera apreciación es positiva,

Tabla Nº 31: Enfatizó adecuadamente la transferencia al aula

%	de Concepción	Católica de Temuco	USACH	de La Serena	Total
40			10,0		5,6
50	5,0	4,3	15,0	50,0	11,3
60	5,0	8,7	10,0	25,0	14,1
70	20,0	21,7	10,0		15,5
80	20,0	26,1	30,0		23,9
90	25,0	26,1	10,0		11,3
100	25,0	13,0	15,0	25,0	18,3

Siendo positivo el balance general, las respuestas muestran un grado de dispersión significativo. Ello apunta a una de las temáticas ampliamente cubiertas en los dos capítulos anteriores de análisis de datos. Las dificultades de la didáctica, que en este caso se refie-

ren a la insuficiencia mostrada en el Programa, que pareciera ser coherente con los resultados obtenidos. Este es un tema transversal a las universidades.

Tabla N° 32: Fortaleció contenidos necesarios para su adecuado desempeño en el nivel.

%	de Concepción	Católica de Temuco	USACH	de La Serena	Total
40		4,3	5,0		2,8
50	10,0				2,8
60		4,3	10,0		2,8
70	15,0		20,0		11,3
80	20,0	21,7	10,0		15,5
90	15,0	39,1	15,0	75,0	29,6
100	40,0	30,4	35,0	25,0	33,8

Teniendo claro que hay una apreciación general positiva de este aspecto, un grupo entre el 35 y 40% de participantes, tanto en la USACH como en Concepción, califica este ítem bajo el 70%. Se trata de una materia significativa – el fortalecimiento de los contenidos del programa de postítulo, asentada sobre uno de sus objetivos capitulares. En consecuencia requiere de mayor atención.

Tabla N° 33: Fortaleció la didáctica

%	de Concepción	Católica de Temuco	USACH	de La Serena	Total
20	5,0	4,3			2,8
30			5,0	25,0	4,2
40			5,0		1,4
50			5,0		1,4
60	10,0		15,0	50,0	12,7
70	25,0	4,3	5,0		9,9
80	30,0	21,7	15,0		19,7
90	10,0	30,4	15,0		16,9
100	20,0	39,1	35,0	25,0	31,0

Consistente con lo expuesto, la didáctica requiere mejor cumplimiento (30% bajo 80% de logro) en términos de satisfacción de los docentes. Las restantes respuestas a los diversos ítems se enmarcan en lo que se ha señalado.

Tabla N° 34: Me enseñó a resolver errores comunes de los estudiantes

%	de Concepción	Católica de Temuco	USACH	de La Serena	Total
30		4,3	5,0		2,8
40		4,3	5,0		2,8
50	5,0	4,3	5,0		4,2
60			5,0		1,4
70	10,0	13,0	15,0	50,0	16,9
80	25,0	13,0	15,0		15,5
90	30,0	39,1	15,0	25,0	28,2
100	30,0	21,7	30,0	25,0	26,8

Tabla N° 35: Proveyó antecedentes para contextualizar

%	de Concepción	Católica de Temuco	USACH	de La Serena	Total
---	------------------	-----------------------	-------	-----------------	-------

30		4,3			1,4
40					
50	10	4,3	15,0	25,0	8,5
60	5,0		10,0		4,2
70	5,0	21,7	15,0		12,7
80	40,0	21,7	10,0	50,0	26,8
90	10,0	30,4	30,0		21,1
100	30,0	17,4	20,0	25,0	22,5

Tabla Nº 36: Entregó aplicaciones de los objetivos matemáticos

%	de Concepción	Católica de Temuco	USACH	de La Serena	Total
20			5,0		1,4
30			5,0		1,4
40			5,0		1,4
50		4,3	5,0		2,8
60	10,0			12,5	4,2
70	10,0	13,0	25,0	12,5	15,5
80	45,0	34,8	20,0		29,6
90	10,0	13,0	30,0	50,0	21,1
100	25,0	34,8	5,0	25,0	22,5

Tabla Nº 37: Proporcionó estrategias de enseñanza nuevas

%	de Concepción	Católica de Temuco	USACH	de La Serena	Total
20	5,0	4,3			1,4
30					
40			5,0		1,4
50	10,0		5,0	37,5	8,5
60			10,0		4,2
70	15,0	4,3	10,0		8,5
80	20,0	21,7	30,0		21,1
90	20,0	30,4	5,0	25,0	19,7
100	30,0	39,1	35,0	25,0	33,8

Tabla Nº 38: Mejoró significativamente mi preparación docente

%	de Concepción	Católica de Temuco	USACH	de La Serena	Total
20		4,3			1,4
30					
40					
50			5,0		1,4
60	5,0	4,3	15,0		7,0
70	15,0			12,5	5,6
80	25,0	17,4	20,0	37,5	22,5
90	15,0	34,8	10,0	25,0	21,1
100	40,0	39,1	50,0	25,0	40,8

6. Dominio de materias

En el cuestionario se desglosaron los contenidos del subsector para cada nivel (NB) y área (Números, Geometría), en setenta y cinco ítems en total, valorizados en porcentaje de logro, según la opinión del participante.

Computados los resultados para el total de participantes, se advierte lo siguiente:

- El rango de variación de los puntajes va del 82% de logro, considerado límite inferior, al 98% como superior. Claramente todos los valores son elevados, en consecuencia estos deberían reflejarse en los resultados de aprendizaje, los cuales, de acuerdo a la primera sección de este mismo capítulo, no son tan consistentes como lo señalan estas cifras.
- Los ítems con valorizaciones menores son los de explicar conceptos y fundamentaciones.
- Aquéllos ítems con valorizaciones más altas se refieren a la ejecución de tareas específicas.
- La revisión de los resultados promedio por nivel del subsector permite identificar aquellas dimensiones más deficitarias; y,
- A su vez muestra que hay variaciones importantes en algunas materias entre los grupos de las universidades.

Tabla Nº 39: Aspectos considerados del Nivel Básico 3.

Ítem			Universidad			
			de Concep- ción	Católica de Temuco	USACH	de la Serena
Domino fundamentos del algoritmo de adición de fracciones con distinto denominador	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio	93,00	96,09	79,00	55,00	
Explico con material concreto como se llega a ese algoritmo	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio	88,00	93,91	79,50	52,50	
Identifico los conocimientos previos para aprender la adición de fracciones	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio	93,50	94,35	83,50	52,50	
Conozco el fundamento matemático del cálculo del	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio	93,00	95,65	88,50	75,00	
Se explicar el algoritmo anterior	N	Casos	20	23	20	7
		Perdidos	0	0	0	1
	Promedio	89,00	91,30	86,50	71,43	
Domino el fundamento matemático del algoritmo del cálculo del máximo común ..	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio	90,00	93,04	89,50	75,00	
Se explicar cómo se llega a ese algoritmo	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio	88,50	91,30	86,00	72,50	
Explico acertadamente en qué consisten las reflexiones	N	Casos	20	23	19	7
		Perdidos	0	0	1	1
	Promedio	88,00	80,87	77,37	61,43	
Se en qué consisten las rotaciones.	N	Casos	20	23	19	8
		Perdidos	0	0	1	0
	Promedio	93,00	82,61	82,11	52,50	
Comprendo las traslaciones	N	Casos	20	23	19	8
		Perdidos	0	0	1	0

Ítem			Universidad			
			de Concepción	Católica de Temuco	USACH	de la Serena
	Promedio		93,00	85,22	81,05	52,50
Elaboro un mosaico en forma concreta	N	Casos	20	22	18	8
		Perdidos	0	1	2	0
	Promedio		96,00	82,73	81,11	48,75
Ejemplifico con elementos de la vida diaria las rotaciones, traslaciones y simetrías	N	Casos	20	23	19	8
		Perdidos	0	0	1	0
	Promedio		92,50	83,48	80,00	52,50
Ejemplifico correctamente los ejes de simetría de una figura.	N	Casos	20	23	20	6
		Perdidos	0	0	0	2
	Promedio		93,50	93,91	90,00	66,67
Defino acertadamente un ángulo recto prescindiendo de la media	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		95,50	95,65	93,50	92,50
Explico la tipología de los paralelogramos	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		95,50	90,87	90,50	92,50
Comprendo la diferencia entre primas y pirámides.	N	Casos	20	23	18	8
		Perdidos	0	0	2	0
	Promedio		94,50	93,04	92,22	93,75
Identifico los elementos básicos (caras, aristas y vértices) que componen un poliedro.	N	Casos	20	23	18	8
		Perdidos	0	0	2	0
	Promedio		98,50	97,83	96,67	95,00
Clasifico correctamente figuras congruentes y no congruentes.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		97,50	93,91	94,50	95,00

Tabla Nº 40: Aspectos Considerados del Nivel Básico 4

Ítem			Universidad			
			de Concepción	Católica de Temuco	USACH	de la Serena
Domino los fundamentos del algoritmo de la multiplicación de fracciones y su fundamento.	N	Casos	20	23	19	8
		Perdidos	0	0	1	0
	Promedio		91,50	90,87	84,74	55,00
Explico adecuadamente -por medio de material concreto- cómo se llega al algoritmo de la multiplicación de fracciones.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		89,00	90,87	80,00	51,25
Identifico los conocimientos previos requeridos para aprender la multiplicación de fracciones.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		90,50	94,78	80,00	51,25
Conozco el fundamento matemático del algoritmo de la división de fracciones.	N	Casos	20	23	19	8
		Perdidos	0	0	1	0
	Promedio		90,00	94,78	82,63	53,75
Se explicar a los alumnos -por medio de material concreto- cómo se llega al algoritmo de la división de fracciones.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		88,50	89,57	79,00	51,25
Identifico los conocimientos previos requeridos para aprender la división de fracciones.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		90,50	92,17	78,00	53,75
Comprendo acertadamente las relaciones entre los porcentajes, los números decimales y las fracciones.	N	Casos	20	23	19	8
		Perdidos	0	0	1	0
	Promedio		92,50	94,35	89,47	73,75
Explico correctamente la relación entre las notaciones porcentual, fraccionaria y decimal.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		92,00	92,17	87,00	73,75

Ítem	Universidad					
			de Concepción	Católica de Temuco	USACH	de la Serena
Se por qué hay infinitos números entre 2 números fraccionarios o entre 2 decimales.	N	Casos	20	22	20	8
		Perdidos	0	1	0	0
	Promedio		93,00	95,00	96,00	73,75
Puedo explicar la relación señalada en la pregunta anterior.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		92,50	92,17	94,50	73,75
Puedo explicar por qué las diagonales de un rectángulo se cortan en su punto medio.	N	Casos	20	23	20	7
		Perdidos	0	0	0	1
	Promedio		91,00	87,83	90,50	75,71
Puedo identificar si dos figuras son semejantes	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		92,50	91,74	93,50	78,75
Puedo explicar si dos figuras son o no semejantes.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		93,00	90,43	94,50	66,25
Conozco la construcción de cuadriláteros a partir de sus ejes de simetría.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		93,00	86,09	82,00	53,75
Puedo explicar cómo construir cuadriláteros a partir de sus ejes de simetría.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		93,50	86,52	80,50	53,75

Tabla Nº 41: Aspectos considerados del Nivel básico 5

Ítem	Universidad					
			de Concepción	Católica de Temuco	USACH	de la Serena
Comprendo correctamente los fundamentos del Teorema de Pitágoras.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		92,00	86,96	90,00	88,75
Puedo explicar alguna demostración del teorema de Pitágoras.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		93,00	83,04	89,50	88,75
Se cómo obtener la fórmula del área de un triángulo cualquiera.	N	Casos	20	22	20	8
		Perdidos	0	1	0	0
	Promedio		94,50	89,09	93,50	87,50
Se explicar la fórmula del área de un triángulo cualquiera.	N	Casos	19	23	20	8
		Perdidos	1	0	0	0
	Promedio		95,26	90,00	92,00	87,50
Construyo acertadamente con instrumentos (regla, escuadra, transportador, compás) las alturas de un triángulo.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		98,00	93,04	95,00	87,50
Explico cómo se construye con instrumentos (regla, escuadra, transportador, compás) las alturas de un triángulo.	N	Casos	19	23	20	8
		Perdidos	1	0	0	0
	Promedio		97,89	93,04	93,00	87,50
Construyo con instrumentos (regla, escuadra, transportador, compás) las bisectrices de los ángulos interiores de un triángulo.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		97,50	94,35	94,50	87,50
Puedo explicar cómo se construye con instrumentos (regla, escuadra, transportador, compás) las bisectrices de los ángulos interiores de un triángulo.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		97,00	91,74	94,00	70,00
Sé construir con instrumentos (regla, escuadra, transportador, compás) las simetrales de los lados de un triángulo.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		97,00	92,61	89,50	58,75

Ítem			Universidad			
			de Concep- ción	Católica de Temuco	USACH	de la Serena
Explico cómo se construye con instrumentos (regla, escuadra, transportador, compás) las simetrales de los lados de un triángulo.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio	95,50	90,87	89,50	58,75	
Sé construir con instrumentos (regla, escuadra, transportador, compás) las transversales de gravedad de un triángulo.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio	95,50	91,74	90,00	58,75	
Explico cómo se construye con instrumentos (regla, escuadra, transportador, compás) las transversales de gravedad de un triángulo.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio	96,50	90,87	88,50	58,75	
Sé por qué al exponente 2 en las potencias se le llama cuadrado	N	Casos	20	23	19	8
		Perdidos	0	0	1	0
	Promedio	93,50	95,65	86,84	67,50	
Puedo explicar acertadamente la relación anterior.	N	Casos	19	23	20	8
		Perdidos	1	0	0	0
	Promedio	93,68	91,74	86,50	63,75	
Sé por qué al exponente 3 en las potencias se le llama cubo.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio	95,50	95,22	87,50	67,50	
Puedo explicar acertadamente la afirmación anterior.	N	Casos	20	22	20	8
		Perdidos	0	1	0	0
	Promedio	95,00	94,09	86,50	63,75	
Comprendo el concepto de Razón entre dos cantidades.	N	Casos	20	23	19	8
		Perdidos	0	0	1	0
	Promedio	91,00	91,30	84,74	86,25	
Manejo el concepto de Proporción.	N	Casos	20	23	19	8
		Perdidos	0	0	1	0
	Promedio	92,00	91,30	85,26	81,25	
Explico por medio de situaciones cotidianas el concepto de Proporción.	N	Casos	20	23	19	8
		Perdidos	0	0	1	0
	Promedio	90,00	92,17	85,26	81,25	
Comprendo el concepto de variable.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio	91,00	92,17	82,00	81,25	
Identificar situaciones de variación proporcional y no proporcional.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio	91,00	92,17	86,50	81,25	

Tabla N° 42: Elementos considerados del Nivel Básico 6

Ítem			Universidad			
			de Concep- ción	Católica de Temuco	USACH	de la Serena
Se explicar con ejemplos cotidianos el concepto de variación proporcional.	N	Casos	20	23	19	8
		Perdidos	0	0	1	0
	Promedio	91,00	90,87	88,95	81,25	
Formulo ejemplos correctos de variación no proporcional.	N	Casos	20	23	19	8
		Perdidos	0	0	1	0
	Promedio	90,50	90,43	85,26	81,25	
Identifico las condiciones bajo las cuales se da una situación de variación proporcional directa.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio	90,00	90,87	85,50	81,25	
Se explicar por medio de variados ejemplos cotidianos el concepto de proporcio-	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0

Ítem	Universidad					
			de Concep- ción	Católica de Temuco	USACH	de la Serena
nalidad directa.	Promedio		90,50	90,43	88,00	81,25
Identifico las condiciones bajo las cuales se da una situación de variación proporcional inversa.	N	Casos	19	22	20	8
		Perdidos	1	1	0	0
	Promedio		91,58	90,45	84,50	81,25
Se explicar por medio de variados ejemplos cotidianos el concepto de proporcionalidad inversa.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		89,50	87,83	83,00	81,25
Utilizo diversos registros (tablas, gráficos) para representar la variación proporcional.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		90,00	87,83	85,00	81,25
Comprendo los fundamentos del cálculo de porcentajes como aplicación de la proporcionalidad directa.	N	Casos	20	22	20	8
		Perdidos	0	1	0	0
	Promedio		91,00	89,55	83,00	81,25
Se explicar por qué utilizar una proporción directa es una forma de calcular los porcentajes.	N	Casos	20	22	20	8
		Perdidos	0	1	0	0
	Promedio		91,00	90,91	80,50	81,25
Se explicar cómo se determina el número.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		89,00	83,04	78,50	82,50
Utilizo adecuadamente un método para determinar la fórmula del perímetro de una circunferencia. ($P = 2 r$)	N	Casos	20	23	19	8
		Perdidos	0	0	1	0
	Promedio		90,00	82,17	85,79	86,25
Se explicar un método para determinar la fórmula del área de un círculo. $A = r^2$.	N	Casos	19	23	19	8
		Perdidos	1	0	1	0
	Promedio		91,58	79,13	79,47	86,25
Comprendo la demostración del teorema que indica "la suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es 180° ".	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		92,50	86,52	90,50	70,00
Se explicar cómo se llega a la fórmula que permite calcular el número de diagonales que se puede trazar en un polígono de n lados.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		92,50	80,43	88,00	73,75
Utilizo adecuadamente la fórmula que permite calcular la suma de las medidas de los ángulos interiores de un polígono de n lados.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
	Promedio		94,50	86,09	88,50	73,75
Comprendo por qué la suma de los ángulos exteriores de cualquier polígono convexo es 360° .	N	Casos	20	23	19	8
		Perdidos	0	0	1	0
	Promedio		95,00	85,22	89,47	73,75
Puedo explicar en situaciones cotidianas el uso de los números negativos.	N	Casos	20	23	19	8
		Perdidos	0	0	1	0
	Promedio		97,00	95,65	89,47	66,25
Puedo justificar por qué $-(-a) = a$	N	Casos	19	23	19	8
		Perdidos	1	0	1	0
	Promedio		97,37	93,91	84,21	65,00
Puedo justificar por qué	N	Casos	20	23	19	8
		Perdidos	0	0	1	0
	Promedio		97,00	89,13	86,32	56,25
Puedo justificar por qué	N	Casos	18	18	16	8
		Perdidos	2	5	4	0
	Promedio		92,22	81,11	80,63	56,25
Puedo justificar por qué	N	Casos	19	22	20	8
		Perdidos	1	1	0	0
	Promedio		96,32	87,73	127,50	56,25
Puedo explicar por qué	N	Casos	20	22	20	8

Ítem	Universidad					
		de Concep- ción	Católica de Temuco	USACH	de la Serena	
		Perdidos	0	1	0	0
		Promedio	93,00	84,55	81,50	56,25
Comprendo por qué se evita utilizar en las fracciones, denominadores negativos.	N	Casos	19	23	17	8
		Perdidos	1	0	3	0
		Promedio	92,63	78,26	83,53	68,75
Conozco el fundamento de la resolución de ecuaciones de primer grado.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
		Promedio	93,50	82,61	89,50	61,25
Se explicar estratégicamente, cómo se resuelve una ecuación de primer grado.	N	Casos	20	22	19	8
		Perdidos	0	1	1	0
		Promedio	91,00	87,27	90,00	61,25
Se traducir un problema enunciado verbalmente a una ecuación.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
		Promedio	91,00	81,74	88,00	62,50
Puedo explicar cómo relacionar ecuaciones con enunciados verbales.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
		Promedio	91,50	81,30	88,00	62,50
Comprendo la definición de proporcionalidad directa, por medio de cuocientes constantes.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
		Promedio	92,00	85,65	82,00	88,75
Comprendo la definición de proporcionalidad inversa, por medio de productos constantes.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
		Promedio	92,50	84,78	82,00	88,75
Se formular ejemplos adecuados de proporcionalidad en geometría.	N	Casos	20	23	20	8
		Perdidos	0	0	0	0
		Promedio	90,50	78,26	75,50	82,50
Detecto cuando un problema de proporcionalidad es muy forzado respecto a la realidad.	N	Casos	20	23	19	8
		Perdidos	0	0	1	0
		Promedio	89,00	80,87	84,21	73,75

7. Síntesis del capítulo

Los resultados registrados en este capítulo muestran que hay importantes aprendizajes en los docentes, como también hay falencias de relevancia.

Por su parte, si bien hay una evaluación positiva del Programa, los temas de la didáctica de las matemáticas, en especial, los referidos a contextualización y aplicación al aula son aspectos que deben mejorarse pues muestran los mayores signos de insatisfacción.

Hay un desbalance entre lo que los participantes se autoevalúan como logrado en grado importante y sus resultados en los ejercicios (aspecto que además se aprecia con mayor fuerza en la revisión del capítulo siguiente).

Finalmente, una revisión detallada de los principales elementos contenidos en los programas de los niveles básicos pertinentes muestra que en algunas dimensiones hay diferencias importantes entre las universidades evaluadas.

VI. Análisis del Proceso de Apropiación y Transferencia al Aula

El capítulo se centra en el análisis de los resultados del taller. En la primera sección se plantea su formato, en la segunda la estructura inicial de resolución y los resultados alcanzados y, en la tercera el análisis final del mismo.

1. Análisis de la resolución de ejercicios del taller

La presente sección del capítulo da cuenta del Taller llevado a cabo para enfocar diversos aspectos, entre otros, grado de dominio de algunas dimensiones de la matemática en función de determinar el grado de apropiación alcanzado por los docentes participantes en los cursos.

En esta actividad, programada para una tarde de duración, participó una muestra (aleatoria) de los docentes de los cuatro cursos del Programa de Postítulo. Se seleccionó a cuatro profesores por grupo curso, aunque de uno de ellos finalmente llegaron tres, lo que totalizó 15 participantes.

En el área específica de dominio matemático se escogieron cuatro temáticas puntuales (según se describen más adelante) a ser trabajadas por los docentes desde las metodologías de enseñanza, lo que se busca es que se sugiera para cada una, al menos, una estrategia para llevarla al aula.

Las temáticas consideradas fueron las siguientes:

- Justificación de los algoritmos operatorios de números fraccionarios.
- Justificación de la regla de multiplicación de números enteros.
- Aplicación de la desigualdad triangular a la construcción de triángulos.
- Deducción de las fórmulas de área y perímetro del círculo.

Las primeras dos materias corresponden al ámbito de la aritmética y las dos últimas al de geometría. Se estima que su resolución representa cierto grado de dificultad para quien no tiene un curso de especialización en el tema. Adicionalmente, estas materias fueron incorporadas en los respectivos Programas de Postítulo de las cuatro universidades, debiendo haber sido tratadas durante su desarrollo.

Su objetivo final era detectar y a partir de ello describir el “**grado de apropiación**” tanto de los contenidos disciplinarios como de las metodologías vistas en el curso dictado por cada institución. Dicha apropiación de **contenidos - estrategias**, debería permitir modificar sustancialmente el proceso de enseñanza - aprendizaje de la matemática, en que la utilización de material didáctico y la experimentación a nivel concreto son la base sólida de los conocimientos generalizables y la iniciación a la abstracción.

Cada una de las actividades propuestas contó con un tiempo real de 30 minutos (inicialmente estimado en 20, pero a partir del desarrollo del primer ejercicio se extendió a 30 minutos). Al final de cada actividad, se realizó una puesta en común de sus respuestas. Las respuestas son descritas y analizadas considerando los aspectos matemáticos y didácticos que debe saber el profesor y que están en los Programas de Postítulo, centrándose en las especificaciones que se indican en el análisis a priori.

1.1. Problemas metodológicos típicos en educación matemática

Para cada una de las siguientes actividades, los docentes contarán con 20 minutos.

Actividad nº 1:

i) Realice la operación siguiente: $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$

- ¿De cuántas maneras distintas puede hacerlo?
- Justifique él o los algoritmo(s) utilizado(s). Puede considerar material didáctico en su explicación.

ii) Realice la operación siguiente: $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ Justifique el algoritmo utilizado. Puede considerar material didáctico en su explicación.

Actividad nº 2:

Ud. debe enseñar a sus alumnos a multiplicar números positivos y negativos. Explique alguna metodología para que sus alumnos justifiquen por qué $(-3) \cdot (-2) = 6$ ¿Qué conocimientos previos específicos deben tener sus alumnos?

Actividad nº 3:

Resuelva el siguiente problema: Considere todos los triángulos de perímetro 6 unidades y tales que sus lados tienen medida entera. ¿Cuántos son esos triángulos?

Actividad nº 4:

Ud. debe enseñar a sus estudiantes:

- La fórmula del área de un círculo: $A = \pi r^2$, con r = radio del círculo
- La fórmula del perímetro de un círculo: $P = 2\pi r$, con r = radio del círculo

Escoja UNO de estos dos contenidos y describa una actividad para deducir la fórmula respectiva.

1.2. Análisis didáctico

1.2.1. Análisis a priori

Se describe el desarrollo esperable de las actividades propuestas, además de observaciones y especificaciones de los detalles observables que darán origen a la descripción de la experiencia y del análisis a posteriori:

a. Actividad nº 1:

i) Realice la operación siguiente: $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$

- ¿De cuántas maneras distintas puede hacerlo?

Una de las prácticas que se desea observar es el algoritmo que utilizan los profesores para restar fracciones (análogo a la adición de fracciones).

Algoritmo 1: $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$

Si esta es la forma de calcular la diferencia planteada, se infiere (aunque en el taller lo podrán contestar), que emplean la amplificación y la equivalencia de fracciones para llevar una sustracción de fracciones con distinto denominador a una sustracción de fracciones de igual denominador. Interesa además, detectar cómo llegó al denominador 6 y la justificación que dan. Se espera que mencionen el 6 como mínimo común múltiplo de 2 y 3.

Es importante a su vez, observar si aparece el método resumido del anterior, que más que un ahorro de pasos, generalmente se presenta sin fundamento y lo que es más crítico, oculta por la misma economía, la utilización práctica de la equivalencia de fracciones.

El método al que hacemos referencia es el siguiente:

$$\text{Algoritmo 2: } \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4-3}{6} = \frac{1}{6}$$

el que puede describirse mediante la siguiente expresión general:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{[mcm(b, d) \div b] \cdot a - [mcm(b, d) \div d] \cdot c}{mcm(b, d)}$$

b) Justifique él o los algoritmo(s) utilizado(s). Puede considerar material didáctico en su explicación.

Esta explicación es crucial para detectar que el profesor enseña o no sólo técnicas sin sentido. Interesa observar en éste, propuestas de deducción o justificación del algoritmo de sustracción de fracciones de distinto denominador, por medio de la recta numérica o de material didáctico como las regletas fraccionarias. Este es un tema no menor, pues el uso de material implica su conocimiento en relación a la potencialidad y limitación. Estos constituyen dos aspectos que se tendrán en cuenta para describir las respuestas de los docentes.

ii) Realice la operación siguiente: $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ Justifique el algoritmo utilizado. Puede considerar material didáctico en su explicación.

La multiplicación de fracciones es otra de las operaciones que los alumnos aprenden mecánicamente. Por esto, más que el algoritmo habitual, se le pide al profesor justificarlo. Para ello, puede basar su explicación en el doblez de papel, el pintado o achurado de regiones o las regletas fraccionarias, entre otros materiales didácticos. Interesa observar además, si hay una explicación desde la fracción como operador, faceta de las fracciones que permite explicar la traducción de la palabra “de”, como el operador multiplicativo, y la distinción para el caso en que la misma palabra “de” desde el contexto de la relación parte – todo, indica la línea fraccionaria en la notación del numeral fracción.

b. Actividad nº 2:

En esta actividad, se espera obtener resultados respecto a cómo explican los docentes que el producto de dos números negativos es un número positivo. Para esto el caso propuesto consta de números de bajo valor absoluto, manejables en la recta numérica o con cualquier material de apoyo.

Es importante observar si conocen el programa ministerial, en cuyas actividades genéricas, presenta una secuencia numérica para dar sentido a este producto. Se espera entonces que conozcan metodologías para evitar impartir en forma de receta sin fundamento, este caso de la multiplicación. Además en el programa de los Postítulos, aparece cita-

da la situación $(-1) \cdot (-1) = 1$, en que se le da una interpretación geométrica como un giro en 180° .

c. Actividad nº 3:

Resuelva el siguiente problema: Considere todos los triángulos de perímetro 6 unidades y tales que sus lados tienen medida entera. ¿Cuántos son esos triángulos?

Éste es un problema de geometría que involucra la desigualdad triangular. Por lo general, se tiende a considerar sólo la condición del perímetro fijo, pero se descuida la existencia de los triángulos. Interesa observar este hecho y cómo organiza el conteo.

Por ejemplo, por medio de una tabla de valores, y estableciendo por tipos, que equiláteros con perímetro fijo sólo hay uno, enumerando los isósceles y luego los escalenos. Para el caso planteado, podrán completar una tabla como la siguiente:

a	b	c	Perímetro
2	2	2	6
1	1	4	6
1	2	3	6

... etc.

Se espera que respondan que sólo hay un triángulo posible: El equilátero, cuyo lado mide 2 unidades.

d. Actividad nº 4:

Ud. debe enseñar a sus estudiantes:

- a) La fórmula del área de un círculo: $A = \pi r^2$, con r = radio del círculo
- b) La fórmula del perímetro de un círculo: $P = 2\pi r$, con r = radio del círculo

Escoja UNO de estos dos contenidos y describa una actividad para deducir la fórmula respectiva.

En esta actividad se entrega a los docentes participantes la posibilidad de escoger cualquiera de las dos fórmulas relacionadas con el número π . Generalmente en la escuela, se usan las fórmulas señaladas, pero sin un trabajo de deducción previo. A pesar que este tema está en el programa ministerial en que se muestran actividades genéricas con uso de material (tarros, lanas, recortes de cartulina, medición experimental) que permiten construir estas fórmulas en base a la experimentación, interesa observar si con el Programa de Postítulo, manejan las mismas o nuevas metodologías.

2. Resultados del taller

Esta actividad se llevó a cabo en la ciudad de Santiago, día martes 24 de enero de 2006, entre las 15:30 y las 17:45 horas en un Hotel céntrico. Participaron en la actividad 15 profesores, a saber:

- 4 de la Universidad de Santiago de Chile
- 3 de la Universidad de Concepción
- 4 de la Universidad de La Serena
- 4 de la Universidad Católica de Temuco.

Las primeras observaciones respecto de lo ocurrido muestran que:

- Primero, la disposición física en la que se ubicaron los profesores -juntos por Universidad- da cuenta del grado inicial de inseguridad que tenían.
- Segundo, pese a que al inicio del taller se les instruyó para que trabajaran individualmente, lentamente fueron discutiendo y comparando resultados, llegando a trabajar todos juntos (los de cada universidad) pero más que en equipo, fue distribución de tareas según las mejores competencias disponibles.
- Tercero, prácticamente no existió interacción entre docentes “externos”, fue sólo entre compañeros de la misma universidad.

A cada una de las 4 actividades del taller se le asignó un tiempo aproximado de 15 minutos. La segunda y tercera actividades fueron resueltas antes por los participantes, siendo las actividades 1 y 4 las que mayor tiempo demandaron, siempre en el límite de 80 minutos, al cabo del cual se les pidió que traspasaran a una transparencia lo más importante de sus resultados para que un representante del grupo lo explicara a los presentes. Así, al final se realizó la puesta en común, de aproximadamente 25 minutos, instancia en que hubo preguntas para los distintos ponentes.

A medida que se avanzaba el tiempo, se registraron las preguntas y situaciones más relevantes que se podían apreciar de las discusiones grupales.

Respecto a la parte a) de la Actividad 1, (Justificación de los algoritmos de sustracción de fracciones de distinto denominador) se citan aquí algunos comentarios:

- “podemos hacerlo por fracciones equivalentes o con el algoritmo tradicional”.
- “Hay dos formas de hacerlo, por el mínimo común múltiplo o por fracciones equivalentes”
- “Se puede hacer por mcm, mediante gráfico, por amplificación o por recta numérica”

Respecto a la parte b) de la Actividad 1, (justificación del algoritmo de multiplicación de fracciones) no hay comentarios relevantes. Sólo uno que llama la atención:

“se hace un rectángulo y pinto $\frac{1}{2}$ horizontal y $\frac{2}{3}$ vertical. La intersección da el resultado”.

Se observa que anotan “se multiplican los numeradores y denominadores...”

Durante el tiempo asignado para la segunda actividad (justificar y determinar los conocimientos previos para el producto de dos números negativos), algunos comentarios fueron:

- “El valor absoluto es conocimiento previo para la operatoria de signos”
- “Aquí se ocupa la regla de los signos”
- “puedo justificar la adición y sustracción de números negativos en la recta numérica, pero no se cómo con la multiplicación”
- “Cuando a mi me enseñaron la regla de los signos, yo me la tragué”
- “Aquí se ocupa el inverso”
- “El piso cero no existe, en los edificios nuevos el 1º piso es el cero, entonces el 1 ya está elevado”
- “es de esperar que esté bueno” (comentario que muestra la falta de seguridad y autonomía).
- “Se transforma a positivo, porque aquí los negativos se vuelven positivos”

- “aquí parece que hay que hacer una demostración”
- “A mí esto no me convence”.

Acerca de la actividad 3 (relacionada con advertir la desigualdad triangular), se observó la revisión de la posibilidad de existencia de los triángulos que satisfacían las condiciones pedidas. Algunas frases relevantes en los equipos fueron:

- “recuerda que la suma de los dos lados menores dar más que el lado mayor”
- “sólo se puede hacer un equilátero acutángulo”
- “No puede ser un triángulo rectángulo, porque no comprueba el teorema de Pitágoras”.

Mientras se desarrollaba la actividad 4, en que se pide una actividad para explicar una de las fórmulas $P = 2\pi r$, $A = \pi r^2$; aparecieron las siguientes afirmaciones:

- “ π es un número infinito”
- “el radio cabe 3,1416 y fracción veces en el perímetro”
- “ π es una constante”

Se aprecia un desconocimiento de la precisión de conceptos geométricos.

Las respuestas a las 4 actividades planteadas, por parte de los docentes participantes, fueron tabuladas, con el propósito de observar los elementos que permitirán confrontar lo acaecido con lo esperado en el análisis a priori.

Cabe destacar que de los 15 profesores asistentes, 2 de ellos no entregaron información escrita, pues trabajaron en conjunto con otros pares. Por esta razón, en las tablas, aparece la información válidamente registrada que consta de 13 docentes.

2.2. Algunas observaciones respecto a los ítems de la tabulación

Todas las tablas tienen una primera columna denominada “Prof” en la que se le asignó un número a cada profesor, del 1 a l 13, según el número de actividades válidamente contestadas, esto es, aquellas que no están en blanco completamente. A continuación, se especifica lo observado en cada ítem de interés para cada actividad:

2.2.1. Respecto a la actividad 1:

Como consta de 2 partes a) y b), aparecen dos tablas. Para la parte a), la tabla contiene 4 columnas con ítem observados. Estos son:

Usa método abreviado:

Se refiere a resolver la sustracción de la forma $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4-3}{6} = \frac{1}{6}$

Usa fracciones equivalentes:

Se marca esta opción cuando la sustracción se resuelve haciendo: $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$

Usa diagramas, material didáctico:

En palabras se indica si el profesor utilizó diagramas para fracciones u otro dibujo o material que exponga.

Observación:

Se registra aquí algún comentario, frase textual del profesor o algún otro elemento que aporte a describir mejor cómo resolvió la actividad.

- Para la parte b), la tabla contiene 3 columnas con ítem observados. Estos son:

Desarrolla la multiplicación:

Resuelve la multiplicación planteada.

Justifica el algoritmo:

Propone un fundamento visual, por medio de material didáctico u otro, para dar sentido al algoritmo de la multiplicación de dos fracciones.

Descripción de la justificación:

Si ha justificado el algoritmo, se describe aquí cómo lo ha hecho.

2.2.2. Respecto a la actividad 2:

La tabla de la actividad 2, tiene 3 columnas, estas son:

Conocimientos previos que indica:

Se registra aquí la lista de conocimientos previos que los profesores contemplan para resolver exitosamente el producto de dos números enteros negativos.

Justifica la regla

Se anota una x, en el caso que exista justificación de algún tipo.

Observación:

Se registra aquí algún comentario, frase textual del profesor o algún otro elemento que aporte a describir mejor cómo justificó o si existe algún error importante.

2.2.3. Respecto a la actividad 3:

Aparecen aquí 3 columnas:

Encuentra la solución correcta:

Se anota una x si el profesor responde correctamente.

Justifica:

Se anota una x, si se observa que fundamenta su respuesta, aunque sea errónea.

Observación:

Esta columna apunta a registrar el tipo de fundamento si lo da, para determinar su validez. Además se podrán incorporar otros elementos como frases o comentarios de los profesores.

2.2.4. Respecto a la actividad 4:

Su tabla consta de 3 columnas:

Escoge el área de un círculo:

Se anota una x, en este caso.

Escoge el perímetro de un círculo:

Se anota una x, en este caso.

Observación o breve descripción de la actividad que propone:

Se registran frases o comentarios de los profesores, si existen, además de describir en qué consiste la actividad para trabajar el área o el perímetro del círculo, según la temática que hayan elegido.

Tabla Nº 43: Tabulación de respuestas para la Actividad 1, Ítem a). Profesores 1 al 8

Prof.	Usa método abreviado	Usa fracciones equivalentes	Usa diagramas, Mat. didáctico	Observación
1	X	x	Diagramas	Utiliza los dos algoritmos, pero no indica una preferencia. Al utilizar diagramas, recurre al algoritmo de las fracciones equivalentes.
2	X			Sólo escribe el método abreviado.
3	X		Diagramas	Usa diagramas pero no indica el algoritmo. Hay aquí una pequeña contradicción, ya que el diagrama se basa en la equivalencia de fracciones, método que no emplea al resolver numéricamente
4	X		Diagramas	Escribe erróneamente $\left(\frac{2}{3} \cdot 2\right) - \left(\frac{1}{2} \cdot 3\right)$ para resolver $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$. Confunde así la ampliación por 2 con multiplicar por 2. Error conceptual grave.
5			Diagramas	Indica el mcm, pero no escribe los pasos, escribe la solución directamente.
6				Indica el mcm, pero comete el error conceptual grave $\left(\frac{2}{3} \cdot 2\right) - \left(\frac{1}{2} \cdot 3\right)$
7	X	x	Diagramas	Indica el mcm y resuelve con los dos algoritmos esperables.
8	X	x	Diagramas y recta numérica	Indica el mcm y resuelve con los dos algoritmos esperables.

Tabla Nº 44: Tabulación de respuestas para la Actividad 1, Ítem a). Profesores 9 al 13

Prof.	Usa método abreviado	Usa fracciones equivalentes	Usa Diagramas, Mat. didáctico	Observación
9		x	Recta numérica	Indica el mcm, se apoya en la recta numérica para justificar el uso de las fracciones equivalentes.
10	X	x	Diagrama y recta numérica	Indica el mcm, utiliza los dos algoritmos
11		x	Diagrama y recta numérica	Indica el mcm, utiliza el algoritmo de las fracciones equivalentes apoyado en diagramas y recta numérica.
12		x		Indica el mcm y resuelve numéricamente con el algoritmo de las fracciones equivalentes.
13		x	Recta numérica	Sólo resuelve con apoyo de la recta numérica y con el algoritmo de las fracciones equivalentes.

Tabla Nº 45: Tabulación de respuestas para la Actividad 1, Ítem b). Profesores 1 al 8

Prof.	Desarrolla la multiplicación	Justifica el algoritmo	Descripción de la Justificación
1	x		
2	x		
3	x	X	Justifica mediante la intersección de tramas. Indica que el resultado de la multiplicación, está dado por las tramas pero, a su vez, no justifica por qué.
4	X		
5	X	X	Justifica mediante la intersección de tramas. Indica que el resultado de la multiplicación, está dado por las tramas pero, a su vez, no justifica por qué.
6	X	X	Justifica mediante la intersección de tramas. Indica que el resultado de la multiplicación, está dado por las tramas pero, a su vez, no justifica por qué.
7	X		
8	X		

Tabla Nº 46: Tabulación de respuestas para la Actividad 1, Ítem b). Profesores 9 al 13

Prof.	Desarrolla la multiplicación	Justifica el algoritmo	Descripción de la Justificación
9	X		
10	X		
11			
12	X		
13	X	X	Justifica mediante la intersección de tramas. Indica que el resultado de la multiplicación, está dado por las tramas pero, a su vez, no justifica por qué.

Tabla Nº 47: Tabulación de respuestas para la Actividad 2. Profesores 1 al 8

Prof.	Conocimientos previos que indica	Justifica la regla	Observación
1	Operaciones en N y en Z Comprensión de la regla de los signos		Da la comprensión de la regla de los signos como conocimiento previo.
2	Valor absoluto, adición y sustracción en Z, inversos aditivos.		Señala que "luego se explica la ley de los signos y se trabaja con los elementos de la vida diaria".
3	N, Z, valor absoluto, regla de los signos.		
4	N, valor absoluto, tablas de signos, números opuestos, adición y sustracción en N y Z.		
5	Valor absoluto.	x	Justificación "porque estoy tratando con un área de la recta numérica que está en

Prof.	Conocimientos previos que indica	Justifica la regla	Observación
			los negativos, por ejemplo bajo el nivel del mar... entonces se toman como absolutos..." Opera con los valores absolutos
6	Valor absoluto. Saber que signos iguales dan positivo y signos distintos dan valores negativos.		Indica que "signos iguales dan positivo y signos distintos dan valores negativos". Frase ambigua y peligrosa, pues ocasiona error.
7	$2 \cdot 3 = 6$, ubicar números enteros en la recta numérica, regla de los signos, valor absoluto.		
8	No indica	x	Indica " $(-3) \cdot (-2) = 6$, significa 3 veces dos metros bajo el nivel del mar. Luego puedo explicar que el negativo de 3, se transforma sobre la superficie del nivel del mar.

Tabla Nº 48: Tabulación de respuestas para la Actividad 2. Profesores 9 al 13

Prof.	Conocimientos previos que indica	Justifica la regla	Observación
9	No indica		
10	No indica		
11	No indica		
12	Z, regla de los signos, números opuestos, valor absoluto.		
13	Valor absoluto, adición iterada, multiplicación en N.	x	Justifica la regla, con la metáfora "el enemigo de mi enemigo, es mi amigo".

Tabla Nº 49: Tabulación de respuestas para la Actividad 3. Profesores 1 al 8

Prof.	Encuentra la solución correcta	Justifica	Observación
1	X		Sólo dibuja la solución.
2	X		Sólo da respuesta verbal.
3	X	X	Justifica en la desigualdad triangular.
4	X		Sólo da respuesta verbal.
5			Llega a dos soluciones, la correcta e incluye el triángulo cuyos lados miden 2, 3 y 1 unidades.
6	X	X	Justifica en "los axiomas de existencia de triángulos".
7			Llega a dos soluciones, la correcta e incluye el triángulo cuyos lados miden 2, 3 y 1 unidades.
8	X		Sólo dibuja la solución.

Tabla Nº 50: Tabulación de respuestas para la Actividad 3. Profesores 9 al 13

Prof.	Encuentra la solución correcta	Justifica	Observación
9	X		Sólo dibuja la solución.
10	X		Sólo dibuja la solución, escribiendo además, que el triángulo es equilátero-acutángulo.
11	X		Sólo dibuja la solución, escribiendo además, que el triángulo es equilátero-acutángulo.
12	X	X	Sólo dibuja la solución.
13	X	X	Sólo dibuja la solución.

Tabla Nº 51: Tabulación de respuestas para la Actividad 4. Profesores 1 al 8

Prof.	Escoge el área de un círculo	Escoge el perímetro de un círculo	Observación o Breve descripción de la actividad que propone
1			
2			
3			Sólo da conocimientos previos en que menciona conocer π .
4			Sólo da conocimientos previos en que presenta el radio.
5		x	Propone la actividad de la medición experimental de circunferencias, con lana y tarros.
6		x	Propone la actividad "marcar una rueda y hacerla girar"
7		x	Propone la actividad de la medición experimental de circunferencias, con lana y tarros. Señala además: "el valor de π cabe siempre 3,14 veces en el perímetro de un círculo".
8			Señala: "el diámetro de la circunferencia cabe 3,1416 veces en el perímetro de ella.

Tabla Nº 52: Tabulación de respuestas para la Actividad 4. Profesores 9 al 13

Prof.	Escoge el área de un círculo	Escoge el perímetro de un círculo	Observación o Breve descripción de la actividad que propone
9			Señala: "el diámetro de la circunferencia cabe 3,14 veces en el perímetro de la circunferencia".

Prof.	Escoge el área de un círculo	Escoge el perímetro de un círculo	Observación o Breve descripción de la actividad que propone
10			
11			
12		x	Propone la actividad de la medición experimental de circunferencias, con lana y tarros.
13		x	Propone la actividad de la medición experimental de circunferencias, con lana y tarros.

2.3. Análisis a posteriori

2.3.1. Actividad nº 1:

Se observó que todos los profesores están de acuerdo en que hay dos algoritmos para resolver la sustracción planteada:

Desde el punto de vista de los algoritmos, se dieron los dos casos esperados. Los profesores utilizaron el algoritmo “abreviado”

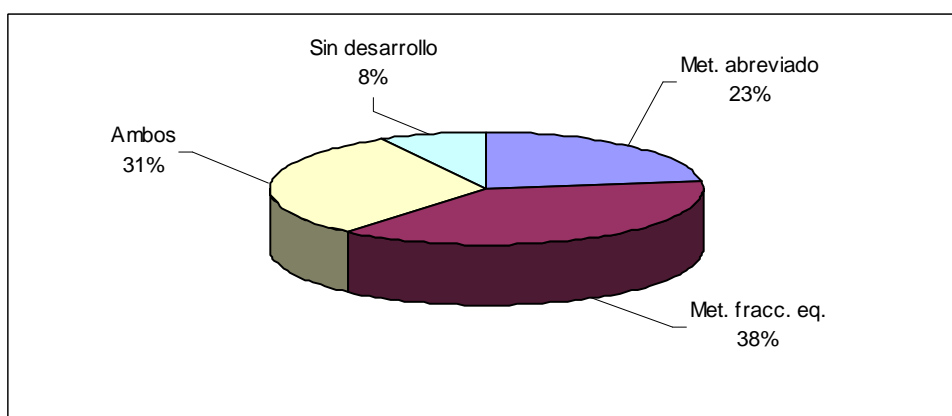
$$\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4-3}{6} = \frac{1}{6}$$

y el algoritmo basado en las fracciones equivalentes

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$$

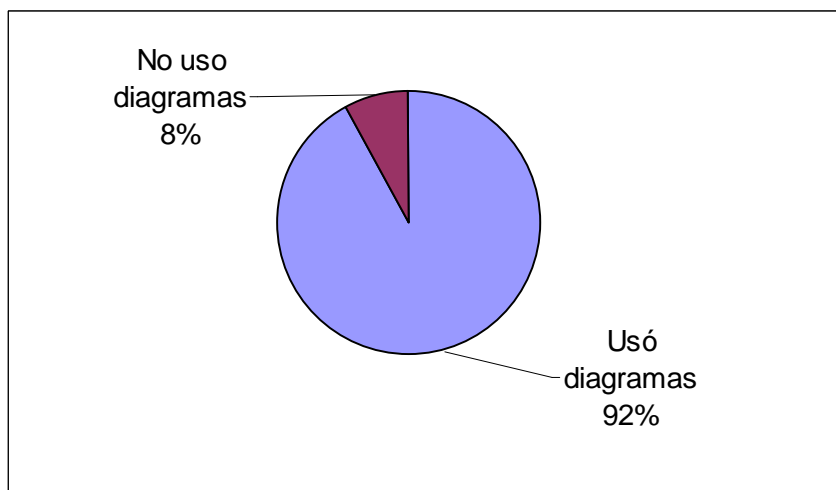
En términos porcentuales, el 23% de los profesores resolvió la sustracción sólo con el método abreviado, 38% con fracciones equivalentes, 31% con ambos algoritmos y un 8% no anotó un desarrollo numérico.

Gráfico Nº 16: Metodología Utilizada Resolución Actividad Nº 1



En cuanto al uso de diagramas u otros recursos que permitieran justificar el desarrollo, el 92% los empleó. no usó fuera y dentro del curso

Gráfico N° 17: Utilización de Diagramas y Recursos Gráficos Actividad N° 1



Aquí se da una situación que llama la atención: Los diagramas o el uso de la recta numérica, que fue el otro elemento de apoyo para visualizar la sustracción, fue utilizado por la mayoría de los docentes, pero no hay conexión entre estas representaciones y las de tipo numérico cuando se ha hecho el desarrollo por medio del algoritmo resumido. Esto permite concluir la existencia de métodos como éste, que sólo responden a una mecánica sin sentido.

No hay preferencias por uno u otro algoritmo ni discusión al respecto, lo que deja entrever la falta de reflexión en torno a los procedimientos que enseñan en el aula.

En los diagramas o recta numérica, se entiende el sentido de las fracciones equivalentes, pero no hay una conexión clara entre los dos algoritmos en cuestión, en que uno es consecuencia del otro.

Si se agrega la discusión grupal, en este punto, se observó que la mayoría maneja diagramas o representaciones esquemáticas de las fracciones que permiten por ejemplo con doblez de papel justificar el algoritmo de sustracción por fracciones equivalentes, sin embargo, no hay claridad respecto a por qué se debe utilizar el mcm de los denominadores y cómo se llega a él.

Las actividades basadas en dibujo o doblez de papel, funcionan para denominadores que son potencias de base dos, pero para conseguir tercios, la tarea no es fácil y los docentes indican a sus alumnos cómo hacer para conseguir las partes pedidas, apurando el éxito, hecho que debiera ser de exploración de los estudiantes.

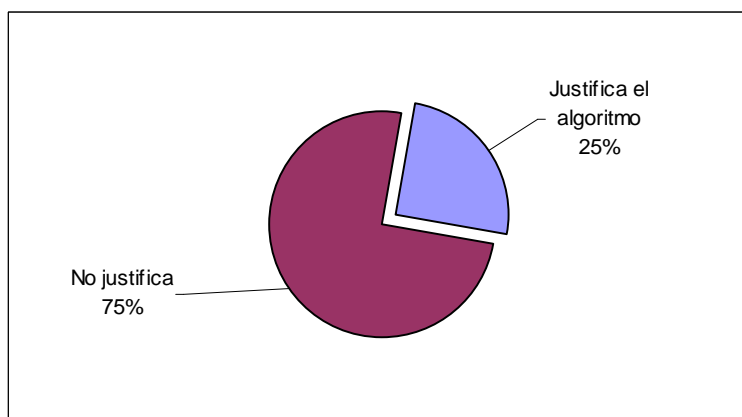
Un error que no se esperaba:

Dos profesores anotaron $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \left(\frac{2}{3} \cdot 2\right) - \left(\frac{1}{2} \cdot 3\right)$ haciendo alusión a la amplificación. Este es un grave error conceptual y rotacional, pues confunde multiplicar por dos con amplificar

por dos. Aquí se asoma otro elemento a observar en la formación continua de profesores: "una reflexión respecto a la notación matemática".

Respecto a la parte b),

Gráfico Nº 18: Justificación de Algoritmos Actividad Nº 1

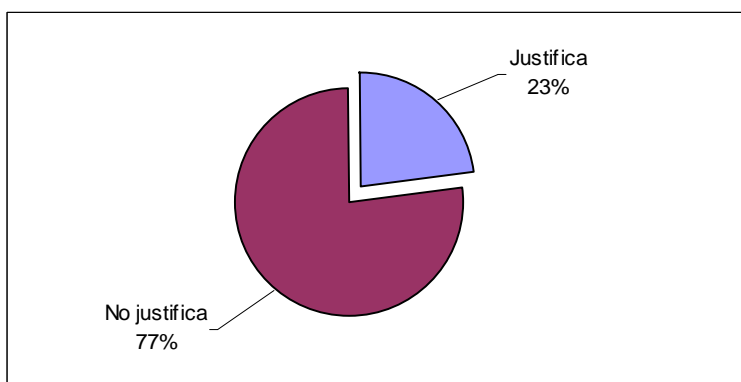


El 92% resolvió la multiplicación planteada. De ellos, sólo el 25% dio alguna justificación. La justificación, aunque redactada de forma distinta, es la misma en todos los casos y apunta a la intersección de tramas o representaciones rectangulares de las fracciones involucradas, lo cual es correcto, pero al momento de preguntar por qué la intersección mostraba el producto, ningún profesor supo responder.

No se hizo alusión a la fracción como operador, faceta de la fracción más conocida como fracción de un número, en que la fracción de una fracción, justifica como conocimiento previo las acciones que mostraron en dibujos los profesores. Aparece aquí entonces, otra desconexión entre la multiplicación de fracciones y la fracción de un número.

2.4.2. Actividad Nº 2:

Gráfico Nº 19: Justifica Algoritmo Actividad Nº 2



Esta es la actividad que más desconcertó a los profesores. Reconocieron no saber por qué “menos por menos da más” como decían en lenguaje coloquial. Sólo el 23% se atrevió a dar alguna justificación, las que carecían de solidez.

Tampoco hubo alusión a alguna metodología para dar sentido a este teorema. Se esperaba que utilizaran una secuencia numérica propuesta en el programa ministerial de NB6 o bien la interpretación geométrica de un giro en 180° , que proponían todos los programas de postítulo.

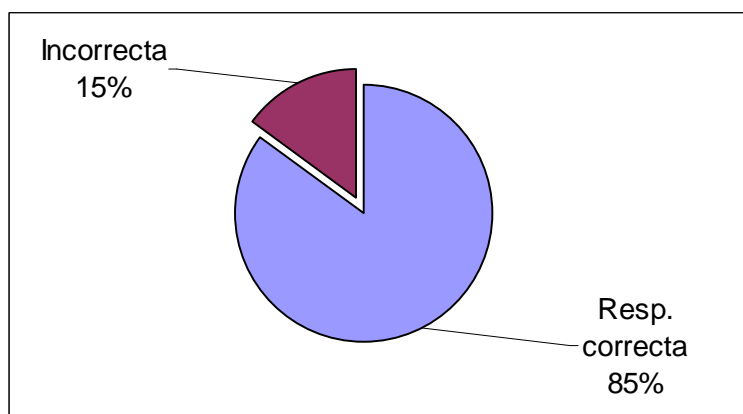
Consultado por los conocimientos previos, estos mencionan casi siempre al valor absoluto, ya que algunos profesores justificaron $(-2) \cdot (-3) = 6$, porque se toman los valores absolutos de -2 y -3. Se evidencia gran dispersión de conocimientos básicos al respecto.

Ningún profesor anotó como conocimiento previo la multiplicación de números de distinto signo, teorema de apoyo para deducir y demostrar que el producto de dos números negativos es un número positivo.

En conclusión, los profesores en este tema no tienen los conocimientos necesarios y relacionados en forma correcta, que permitan sacarlos de la mecánica que enseñan.

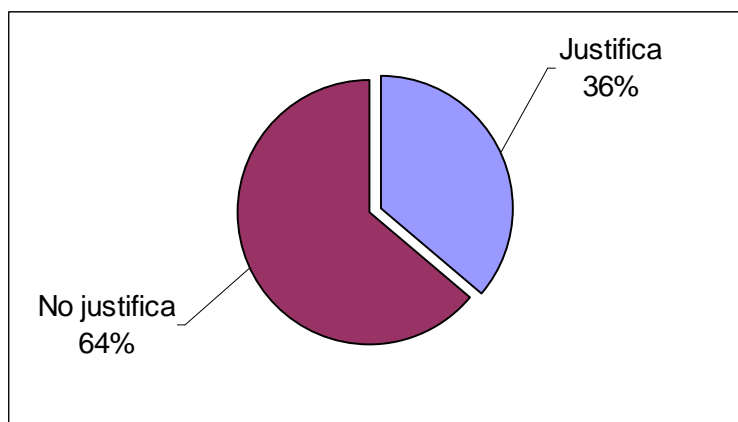
2.4.3. Actividad nº 3:

Gráfico Nº 20: Metodología Utilizada Resolución Actividad Nº 3



Esta actividad tuvo mucho éxito. La respuesta correcta fue encontrada por el 85% de los docentes. El 15% restante, encontró una solución incorrecta: un triángulo cuyos lados miden 2, 3 y 1 unidad, triángulo degenerado en un segmento.

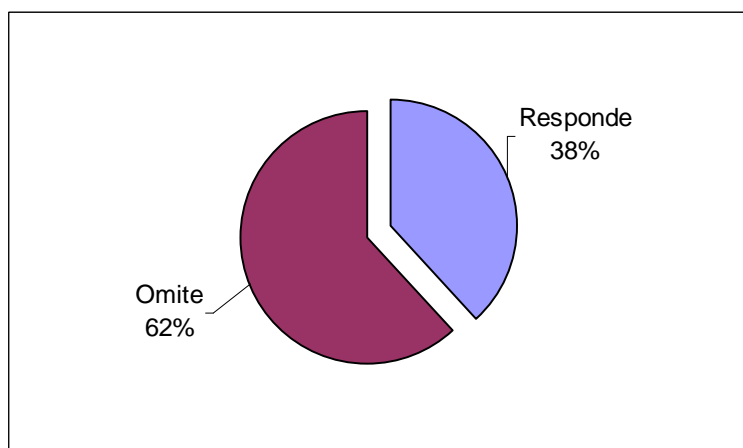
Gráfico N° 21: Justifica Algoritmo Actividad N° 3



La justificación basada en la desigualdad triangular, la dio sólo el 36% de los profesores que encontraron la solución correcta. El resto, sabía que sólo se podía construir con tales condiciones un único triángulo (equilátero), ya que no “se cerraba”, lo que indica que saben construirlo, pero no recordaban el nombre de la propiedad geométrica.

2.4.4. Actividad n° 4:

Gráfico N° 22: Responde Actividad N° 4



En esta actividad, se produjo la mayor cantidad de omisiones. Sólo respondió el 38%, quienes escogieron referirse al perímetro de un círculo. La actividad que proponen es la misma que aparece en el programa ministerial para NB6. Hay aquí algunas aseveraciones respecto al número π que destacamos:

- “el valor de π cabe siempre 3,1416 veces en el perímetro de un círculo”.

Frase con al menos dos errores conceptuales importantes. Si el valor de π cabe 3,1416 veces en el perímetro de un círculo, tendríamos:

- $3,1416 \pi = \text{perímetro de un círculo.}$
- 3,1416 es una aproximación del valor de π .

. “el diámetro de la circunferencia cabe 3,1416 veces en el perímetro de la circunferencia”

Mucho mejor que la aseveración anterior, pues relaciona π con el cociente entre el perímetro y el diámetro de una circunferencia. Sin embargo, la imprecisión está nuevamente en que:

3,1416 es una aproximación del valor de π .

- “el diámetro de la circunferencia cabe 3,14 veces en el perímetro de la circunferencia”.

Tiene el mismo error conceptual que la frase anterior, pues 3,1416 es una aproximación del valor de π .

- “cuando enseño el valor de π , se los doy como tarea, les pido que lo escriban completo y entonces les digo que es infinito”.

Esta aseveración cae en dos problemas:

- i) π no se puede escribir “completo” en forma decimal, si a esto se refiere.
- ii) π no es infinito. π es finito (mayor que 3 pero menor que 3,2 por ejemplo...).

Seguramente se refiere a que el desarrollo decimal de π es *infinito no periódico*.

Se han mostrado estas frases, pues ilustran la poca claridad del origen y tipología del número π .

3. Análisis de la dinámica de trabajo del taller

Con el fin de complementar esta sección se incluyen algunos diálogos registrados en el proceso del taller

- Un dúo de profesores conversa en voz baja y dibujan algunos esquemas: “no me acuerdo de unas huinchas. Esas llegaban para el P900”, “a nosotros no nos llega” “Eran unas cuestiones así... de colores.....ábaco de
- El mismo grupo alude a los estudiantes señalando que ellos “necesitan algo para representar la multiplicación”.
- **El coordinador del área matemática del estudio** (R) es llamado por un grupo en variadas ocasiones en función de hacerle preguntas.
- Otro grupo se encuentra trabajando en la multiplicación de números negativos y discuten acerca de los signos. Encuentran dificultades sobre todo en lo que supone dar una explicación acerca de cómo resolver el ejercicio
- Otro conversa acerca del valor de π y de cómo él lo enseña. “El valor de π se los doy como tarea, que vean de dónde salió. Les digo “escribeme el π completo y llegan después y les digo: yo les dije.....es infinito”.
- En otro momento un grupo se encuentra desarrollando el ejercicio de los triángulos, conversan acerca del área, perímetro, etc. Y uno de ellos señala: “yo nunca le he explicado eso a mis alumnos” Los profesores del grupo hacen clara distinción entre “más que explicar contenidos te piden que deduzcas la fórmula”. “Yo digo que n al cuadrado se puede explicar... es un número....la circunferencia y el radio” Tratan de explicar de dónde sale y cómo explicarlo. “No hay que explicar, uno debe deducir”.

- Una profesora trabaja con un a tira de papel haciendo algo parecido a contar los cuadrados y dice “ese es un lado”.
- El grupo de La Serena llama en reiteradas ocasiones a R y ahora le dice: P: “Cómo salir de esta duda?
R: ¿Cuál duda?
La profesora le explica cómo es que los niños miden y hace uso de un vaso para explicar el radio.
- “Me rindo con la cuatro”.
- Una profesora trata de explicarle a su compañera una actividad que serviría para explicar algo: “yo creo que los niños así van a entender...” “los niños captan cuando....saben de eso...”
- A estas alturas ya todos trabajan grupalmente.
- (R) da por finalizado trabajo de carpeta y procede a explicar el trabajo siguiente con transparencias. Da las instrucciones: “lo importante es que cada universidad responda las cuatro preguntas”.
- Un grupo conversa en voz baja acerca de cómo han de organizarse para desarrollar el trabajo siguiente. Ya cada uno ha desarrollado alguna parte y en este momento comparan respuestas y discuten sobre quién será el encargado de exponer. “Veamos cuál es la mejor” Las leen.
- P: “La metodología sería buscar los números absolutos, ahora....¿qué le decimos a los chiquillos?...”
P: “No podríamos hacerlo con valor absoluto...”
- Al momento de poner en común R guía la actividad solicitando a los grupos que den un espacio para contar acerca de lo que sucedió en cada grupo. Cada universidad se hará cargo de exponer una pregunta.
- El grupo representante de la USACH es el primero en exponer. Roberto selecciona a quien expondrá. Discuten acerca de quien va señalando “no anda tu”, “no que vaya”
Finalmente ella expone “nosotros trabajamos por base de esquemas y luego pasamos al algoritmo tradicional.” Explica en el dibujo.....”nos queda este trocito, un pedacito Y el algoritmo tradicional nos queda así...”
Se pide al resto que de opiniones sobre la respuesta tratando de ver formas diferentes. R, le pide a un docente de la U. de Concepción.
P: “hay diferencias con lo nuestro. Nosotros hicimos una gráfica.....(explica en el pizarrón) ...de manera que no se note lo que va a sobrar”el algoritmo tradicional lo hicimos de dos formas..... superponer las cintas....”
- El grupo de la Serena: “el algoritmo tradicional lo hicimos diferente....amplificamos por dos medios...lo hicimos por amplificación y paso a paso.....”
R: “Quiero saber cómo los alumnos debiesen llegar al un sexto”
P: “con el papel...tu lo vas doblando, etc.”
R: “pero... cómo sabe el alumno que hay que doblarlo por la mitad?”
Profesor: Pasa a la pizarra y explica lo del “trocito” “pedacito” ...”así un medio queda dividido en dos partes”
Un profesor de otro grupo hace una sugerencia que alude al tamaño de la gráfica del pizarrón.
R: explica por qué hacía la pregunta...¿ cómo llegamos al método general...en otro caso? Porque aquí coincidió pero puede que otra vez no....”

P2: *“ en lo personal me da resultado. Yo hago Artes Visuales y trabajo formando tramas...(lo muestra en pizarra) y ahí se ve el resultado”,... “en el caso de la multiplicación también...a los niños se les complica...acá les cuesta entender....”*

R: *¿Cómo se justifica el hecho de que ... arriba o ambas..., esa superposición da lo pedido?*

P2: *“debo demostrarle al niño.... La gráfica”*

Se encuentran poniendo en común la actividad 2.

- Un profesor de La Serena parte reconociendo la dificultad que ellos tienen para hacer este tipo de actividades. Se trata de la multiplicación: menos tres por menos dos.
- P: *“no es una justificación pero antes se pasaba en otro curso. Ahora nos dice unidad de Números positivos y negativos y eso supone trabajar Números Enteros, decimales y fracciones”...“ahí se alarga un poco el programa y hay que retomar materias anteriormente.....” “después en positivos y negativos lo mismo que cuando llegamos a la multiplicación y la división. Es poco el tiempo y se pasa poco...”*
- Otra profesora señala que *“ no habían profesores que trabajaran 7º y 8º “Nos pilló el tiempo” y “La falta de profesores”*

Gran parte de la discusión se centra ahora en lo difícil que es tratar de explicar por qué menos por menos da resultado positivo.

- P: *“pero no hay explicación lógica ya que si lo hacemos en una recta da negativo...pero no hay explicación lógica para que dé positivo”...se trata más que nada de un ajuste*
- Pa Temuco *“No nos acordamos mucho (alude a las vacaciones) pero hablando del opuesto.. esa es la terminología que hay que usar acá”*
- Se refiere a conocimientos previos y señala: *“y allí ellos ponen el opuesto de los números...en este caso, el opuesto de menos tres es tres, el opuesto de menos dos es dos y eso da seis.”*
- P La Serena: *“Con esos conocimientos previos, si nosotros mismos podemos dar explicación de por qué cambia el signo”*
- P Concepción: *“hay un error conceptual. No se puede sumar peras con manzanas....”*
- R: pide profundizar algo relativo a la adición iterada *“Estamos hablando de elementos de la misma naturaleza y la multiplicación no ocurre.....”*
- P La Serena interviene: *“La multiplicación es una suma abreviada de sumandos iguales y eso se llama hoy suma iterada...eso aparece en el programa...”*
- R: *“con respecto a lo que se pide en la actividad 2, en el fondo es justificar la regla de los signos....yo quisiera saber si es que existen herramientas para hacer esto.....”*

Una profesora explica esto y Roberto le pide pasar a la pizarra.

- Ella escribe: $-3 \times -2 = \dots$ *“nosotros decimos que esto es 3 veces menos 2...”* Se confunde y dice.... *“lo voy a explicar y ustedes lo hacen... $(-2 + -2 + -2) = -(-6)$...el signo indica opuesto”...“no supimos explicar el por qué...”*
- Alguien pregunta: *“¿cómo convengo yo al alumno que ese signo baja como opuesto?”*

- Otro dice: *“pero siempre” los confundiríamos (a los alumnos)”*

La conversación se retoma en torno a los saberes previos a que se alude en una de las actividades.

- R: *“hablemos sobre la misma multiplicación...¿cuál sería el conocimiento anterior?...¿qué podría fundamentar eso ahí...?”*
- P: *“para mi el opuesto”*
- R: *“¿en qué secuencia enseñamos a multiplicar números positivos y negativos...?”*
- P: *“...”dar sentido al por qué ese negativo por negativo es positivo. En el programa de 8º básico sale una secuencia de equis que hacen llegar a una explicación para que el alumno aprenda”...”No se puede hacer con materiales, es un problema netamente matemático”*
- La misma profesora señala que los niños se lo memorizan pero no saben explicarlo.
- Otro profesor pregunta: *“o sea que no podemos hacer una explicación con cosas concretas?”*
- R: *La respuesta está en el programa. ...”todas esas son representaciones que son forzadas con respecto a la realidad. Es un problema netamente matemático...”*

Trabajan ahora en torno a la actividad de los triángulos:

- P: *“no se puede, excepto el equilátero acutángulo...el resto no se puede...”*
- P2: *“Deberíamos explicar por qué no otro tipo de triángulo...”*
- R: *“cuando se puede construir un triángulo con tres varillas”*
- P: *“en séptimo viene.....la construcción de triángulos...actividad genérica viene especificación de complementar las dos clasificaciones...el programa se ajusta a eso...”*

Trabajan ahora en actividad cuatro:

- Un profesor de Temuco explica lo expresado en transparencia... Se muestra confuso, hace mucho calor y algunos dicen *“estar cansados”*
- P: *señala los saberes previos que se requieren para esta actividad.*
- Roberto pide explayarse en una corrección que tiene que ver con la forma de expresar el *“pasa dividiendo”....No es **pasa** dividiendo... es opuesto...¿cómo lo aprendieron? ¿ha sido materia de análisis?*
- Ps: *“sí, sí sí...”*
- P: *“es una forma mecánica, sin ninguna justificación...”*

Terminan analizando lo que se enseñó, cómo ellos hacen en clases, etc.

Se pasa ahora a una segunda parte de esta jornada que tiene que ver con una conversación a partir de dos preguntas realizadas por el Coordinador (C):

(C) *“nuestro país tiene resultados deficitarios en Matemáticas (SIMCE, etc.) ...se mantiene algo más allá de la casualidad...¿qué creen ustedes...por qué creen ustedes que nos cuesta tanto el aprendizaje de las matemáticas...por qué creen ustedes que los niños no aprenden las matemáticas como debieran...?”*

- P: se remonta al tiempo. *“antes los profesores de Matemáticas eran los seres grandiosos... nos enseñaron a la fuerza...yo tuve una mala experiencia...recién*

vine a despertar a las Matemáticas en el liceo...el profesor mostró una disposición diferente...hoy el profesor está acostumbrado a culpar a otros...y no se ve la paja en el ojo.....” *“debemos mejorar nuestra práctica pedagógica...tomar conciencia...”*

- P2: *“difiero en la parte de los recursos (aludida por el profesor anterior) si bien se entrega un programa...la realidad en el aula es muy diferente...como se quiera...cuál es el tipo de hombre...etc ... y sobre eso los recursos son determinantes.....En base al tiempo también es importante la falta de tiempo para planificar...está claro que no podemos competir en esos aspectos...si nos comparamos privados y municipales (ellos) nos llevan ventaja”*
- El mismo profesor alude a aquellas instituciones que se dedican a formar profesores en espacios denominados programas especiales. *“...profesionales que salen...¿qué profesionales se están formando en las universidades?”*
- *“Pasamos a ser más guardadores que educadores”*
- *“...y donde todo el mundo hace la vista gorda...se arregla la asistencia... notas infladas...hay factores en los que nadie invierte”*
- P: *“nos tratamos de preparar pero no es suficiente. Cuando estemos todos dispuestos a mostrar soluciones,...recién ahí vamos a hacer un cambio...la educación requiere un cambio que pasa por un cambio social...”*
- *“tengo temor...no veo solución...”*
- *“Es más allá de algo de motivación y diversas situaciones que hay que enfrentar...tengo el temor de que hay como un no querer arreglar esto...”*
- *“Otro problema, la cantidad de alumnos...horas...he conversado con otros profesores...somos quijotes...pero requiere mucho tiempo...”*
- *“treinta horas en aula es tremendo, seis cursos a la vez y 240 niños a la semana...”*
- *“No hay atención individualizada. Se le escapan a uno cómo atenderlos...es un sueño la atención personalizada...”*
- *“hay otras realidades que son diferentes...me han contado y todo es distinto...entonces nosotros estamos enseñando y de 40 aproximadamente 18 quedan en el aire...”*
- *“Los libros...tenemos que comprar los libros que usan los colegios particulares”*
- *“yo no tengo problemas en multicopiar pues el sostenedor en otros casos alega”*
- *“el gobierno está invirtiendo en nosotros y eso está bien pero por otra parte le está dando a la dueña de casa la posibilidad de ir un día sábado y sacar un título...”*

(C) aclara:

- Discuten acerca de las experiencias diferentes que viven algunos de ellos en cuanto a trabajar en dos realidades absolutamente diferentes.

(C) realiza una segunda pregunta que tiene que ver con *¿por qué consideran que el Postítulo fue bueno?*

- *“actualización de conceptos”*
- *“aprendizaje de metodologías no vistas antes”*
- *“no sabíamos de dónde salían las cosas”*
- *“fue beneficioso...puedo enseñar matemáticas de otra forma...”*
- *“el cambio metodológico...era una gran falencia...enfocar un mismo contenido de diferentes maneras...”*(alude a los diferentes ritmos de aprendizaje de los alumnos)

- *“Fue útil...yo tenía una inquietud por haber trabajado en otro colegio. En otro sistema se trabaja con el 4200 y por que si nosotros trabajamos debemos o estamos obligados a trabajar así...” aclarar*
- alude además a la base constructivista.
- *“fue enriquecedor pues ahora entiendo lo que significa el desarrollo de las habilidades, etc. y no tanto basado en un concepto todo...espacio para el descubrimiento...”*

4. Síntesis del capítulo

El análisis de los datos técnicos muestra que aún es prematuro sostener que el proceso de apropiación se encuentra satisfecho en grado óptimo. Más bien, hay indicios significativos que evidencian la necesidad de revisar estos aspectos y determinar procedimientos correctores que permita dar cuenta positiva de este objetivo.

Los resultados entregados por el taller en términos de la evaluación de los cuatro ejercicios diseñados muestran que hay ciertas carencias importantes en algunas dimensiones del Programa, las que se refieren al grado de dominio de fundamentos, de procesos metodológicos y también de operaciones. Respecto de lo último, se evidencia por parte de los participantes – a través del ejercicio 1- la aplicación de algoritmos y de procesos mecánicos sin mayor sentido, razonamiento o reflexión que sustente lo realizado.

En casos aislados hay errores graves de generalización de procedimientos a partir de procesos que no son equivalentes. También se observa que aspectos esperados –propios de la formación en fracciones- no son desarrollados por los docentes en los ejercicios, motivando con ello las dudas sobre el grado de apropiación de componentes claves de la formación.

El resultado del ejercicio 2 confirma el escaso dominio de fundamentos y el énfasis en ejecutar procesos operacionales, incluso de carácter alternativo, sin conocer sus aportes respectivos. Cuando se trata de ir más allá de la mecánica operacional el debate se reduce a unas pocas intervenciones, casi sin mayor discusión.

Los resultados de los ejercicios siguientes, tanto del 3º como del 4º confirman lo ya señalado, ahondando sobre lo mismo, Los participantes saben los procesos operacionales pero no conocen los fundamentos, incluso de procesos claves para el pensamiento matemático.

El análisis de la dinámica de interacción de los participantes en el taller, muestra que la mayoría de los participantes tiene poca seguridad en si mismo en materia de los conocimientos que están en juego. La forma espacial de organizarse, la omisión de instrucciones que ponían en duda sus capacidades, la forma de enfrentar el trabajo grupal, asumiendo a otro como responsable, las prácticas de resolución de los problemas que requerían del visto bueno del encargado del taller, las dudas planteadas por los participantes partir de las intervenciones de los coordinadores , los vacíos mostrados en los resultados finales son elementos que evidencian que el “empoderamiento” es una tarea aún débilmente alcanzada.

Se entiende el empoderamiento es uno de los objetivos más complejos de alcanzar, si bien los resultados generados muestran aportes de significación, son insuficientes para poder concluir, lejos de cualquier duda razonable, que el objetivo esta logrado. Por el contrario, hay suficiente evidencia para poner en duda aspectos capitales del trabajo y, más

que buscar responsables tras terminado este proceso, hay que identificar las circunstancias o cadena de sucesos que llevaron a estos resultados y, a partir de ello diseñar proceso de corrección que permitan su logro satisfactorio.

VII. Consideraciones Finales y Propositiones

1. Aspectos generales

Los maestros que participaron del estudio acreditaron experiencia relevante, tanto términos de los años de ejercicio docente como en lo que dice relación con los niveles de enseñanza en que han trabajado (enseñanza básica completa, segundo ciclo y educación media), y los subsectores de aprendizaje (matemática, lenguaje y comunicación, otros) en los que han enseñado, al igual que según tipos de establecimientos escolares (públicos con subsidio y particulares sin subsidio). Dado que su data de trabajo es importante, se asume que manejan los códigos de operación de la cultura escolar en sus dimensiones más importantes, como de hecho los datos lo confirmaron. En consecuencia, el grupo de docentes comparte rasgos fundamentales con el universo de maestros respectivo.

Los participantes presentan una valoración positiva e importante de la enseñanza de la matemática y en especial, por su contribución al aprendizaje de los niños. Esta condición ayuda a que su visión de la experiencia del Programa de postítulo sea favorable, sosteniendo que éste les permitió fundamentar su actuar, fortaleciendo su docencia, ya sea producto del aprendizaje alcanzado, del incremento de su seguridad personal como también de la generación de redes de trabajo y colaboración.

De igual forma, los maestros –con ciertas excepciones- se muestran interesados en mitigar aquellas debilidades de formación más cruciales, sin desconocer que los saberes previos son determinantes en los aprendizajes, pero comprendiendo, al menos en el plano racional, que se requiere incrementar la visión crítica de su actuar, para identificar su responsabilidad y de esta manera incrementar la calida de su labor.

2. Grado de incidencia del postítulo en las percepciones y representaciones sociales más relevantes de los participantes

El proceso de generación y actualización de las percepciones y representaciones sociales es una materia compleja de abordar, dado que sus raíces se reconocen en las experiencias iniciales que se haya tenido en el ámbito en cuestión y/o en otros similares. De igual forma, su dinámica sigue caminos diversos, pese a lo cual es posible identificar en su desarrollo líneas constantes de cierta relevancia.

En este sentido, tan como se ha podido desprender de la revisión de los datos, aunque los docentes mostraron -en oportunidades y dimensiones específicas- opiniones críticas frente a diversos fenómenos profesionales que enfrentan, muchas de las cuales contenían fundamentos atendibles, la experiencia de haber participado en los postítulo es positivamente valorada y es considerada un aporte más allá de cualquier cuestionamiento.

Pese a ello, en sus afirmaciones iniciales los docentes dieron una alerta en dos materias que a lo largo del estudio fueron constantemente sostenidas. Uno se refiere al necesario dominio de las materias contenidos o competencias que deben tener para poder instruir a sus estudiantes en el campo de la matemática, destacando como principal área de dificultades la enseñanza de la geometría; y el segundo aspecto se asocia al cómo enseñar, es

decir, a los temas propios de la didáctica y en consecuencia, de los resultados de los estudiantes, aspectos que estando vinculados tiene características propias que permiten su análisis desmembrado.

Dado que los profesores mencionaron que les es grato enseñar matemáticas, es dable suponer que se requiere de mayor sinergia entre ambas dimensiones: competencias en el dominio de la matemática y en su enseñanza, para alcanzar resultados estables y mejorar significativamente la apropiación de los docentes en este campo. Ello se ve remarcado ante el hecho que los maestros señalan que su “*guía de la enseñanza*” es el programa respectivo para el nivel (NB), habiendo señalado aproximadamente un 20% de los participantes problemas de entendimiento de los programas. A partir de ello surge la interrogante ¿Cómo operar con un instrumento no entendido completamente por un número importante de profesores? Lo que conduce a otra interrogante: ¿Cómo mejorar el dominio del programa de estudios? En consecuencia lo que se debe evitar es caer en la práctica usual en estos casos cuando no se la domina, que es no enseñar una materia o bien tratarla superficialmente.

El dominio de las competencias adecuadas para enseñar el programa del nivel respectivo se vuelve estratégico, pues pese a que el 80% de los maestros dijo no tener problemas cuando un estudiante no aprendía al ritmo esperado, es decir a lo establecido según el programa; el 20% manifestó una clara preocupación cuando hubo retraso. Pero detrás de estas inquietud existe una temática más relevante que se refiere al dominio de las estrategias didácticas más adecuadas para quienes se retrasan en sus aprendizajes ¿Están esos tópicos debidamente desarrollados en los postítulos? Si bien no existe una respuesta única para cada Programa, en algunos casos es afirmativa, en otros no. Sin embargo, se dejó constancia en las diversas opiniones de los participantes que: (i) no existió una revisión y manejo exhaustivo de los problemas del Nivel de enseñanza, como tampoco hubo un tratamiento sistemático para la mayoría de las materias que frecuentemente presentan “retraso” en los estudiantes del nivel.

A partir del reconocimiento de los docentes acerca de sus severas deficiencias de formación inicial, los temas de didáctica parecen inicialmente como menos relevantes, aunque posteriormente se destaquen y terminen siendo estratégicos. Esta creencia se asienta en la idea que primero es necesario dominar una materia, para luego poder enseñarla, aunque no siempre se tenga claridad sobre aquellos indicadores que evidencian el dominio de la disciplina.

Pese a ello uno de los principales desafíos para la formación y desarrollo la didáctica de las matemáticas dice relación con el hecho que los profesores asuman aquellos componentes de la realidad que les presentan mayores dificultades de aceptación, sea por los resultados negativos que implican o porque se presentan asociados a otros en formas que son complejas de reconocer.

Uno de éstos es asumir que el enseñar a niños pequeños implica un desafío didáctico relevante, que requiere preparación en todo sentido, en la competencia que significa dominio de las materias como también de la didáctica. Una segunda dimensión de complejidad se relaciona con la identificación de los factores culturales que inciden en el aprendizaje de los alumnos (escasa integración de los conceptos matemáticos a la vida cotidiana, estigmatización como un área difícil de la inteligencia, autopercepción de que “soy incapaz de aprender”, etc.).

Esta visión del fenómeno en análisis implica que para la población con mayores requerimientos de apoyo -que concomitantemente suele ser la más pobre- se requiera disponer no sólo de estrategias didácticas adecuadas, sino también de maestros formados para

trabajar con esa población. En forma complementaria el proceso de formación y de recalcificación de los maestros ha de implicar aprender a manejar el estrés, reforzar los vínculos entre la operatoria matemática con los conceptos claves, fundamentos y operaciones decisivas para la adecuada comprensión del subsector.

A partir de lo señalado se plantean algunas interrogantes cuya resolución, si bien excede los límites de este trabajo, daría luces para una reingeniería del proceso de perfeccionamiento: ¿Qué fundamentos, conceptos y mecanismos son indispensables que domine un estudiante en cada nivel? ¿Cómo dejar instalada capacidades de autoaprendizaje y actualización en este ámbito?

La importancia de adecuar eficientemente los procesos didácticos se evidencia en las dos observaciones indicadas por los participantes como escollo para alcanzar buenos resultados en la enseñanza pública: (i) el gran número de alumnos por curso (salvo que se emplee la clase magistral) y, (ii) el tiempo destinado a la planeación de los aprendizajes.

Ambos aspectos se relacionan directamente con la didáctica y la necesidad de adecuar las estrategias de enseñanza a esas características del medio. En razón de lo cual, hay que trabajar estas materias ad-hoc para evitar que estos problemas sigan siendo la piedra de tope de los incrementos de calidad de los aprendizajes de los estudiantes.

Las percepciones y representaciones de los docentes referidas al tema permiten establecer el siguiente orden de los factores mencionados: (i) las mejoras en autoestima y en seguridad profesional de los docentes tienen impactos en sus aprendizajes y en el de sus estudiantes; (ii) a partir de lo cual los participantes pueden mejorar significativamente el dominio de los fundamentos centrales de la disciplina y su aplicación, incrementando el manejo disciplinar del docente.

La ejercitación didáctica cumple al menos dos objetivos: (a) generar demostraciones esenciales para que los docentes confirmen sus aprendizajes; y, (b) proponer estrategias en este campo adecuadas a las características de la educación pública, de los estudiantes, del tamaño de los cursos y de la dedicación de los docentes a la tarea pedagógica.

Pese a esta percepción positiva que manifestaron los docentes- alumnos del Programa, quedan para el debate posterior algunos aspectos que demandan revisión. Uno es la “*didáctica de la enseñanza*”. Primero, porque pareciera que no siempre los “*didáctas – académicos*” manejan adecuadamente la contextualización de los diversos procesos de aprendizaje de las realidades en que trabajan los docentes en el segundo ciclo básico de los establecimientos públicos del país, de acuerdo con las variables mencionadas: según edad, capital social, cultural, recursos educativos escolares, tiempo del docente, etc. (aspectos detallados posteriormente en el taller final), para que estos elementos puedan ser debidamente compatibilizados en forma pertinentemente con las limitaciones y condiciones señaladas.

Ciertamente las mejorías en el campo didáctico demandan en forma concomitante impactos en aspectos cruciales de las competencias docentes presentadas: fundamentos, contenidos y operaciones y que gravitan de manera decisiva sobre el incremento de la calidad de los aprendizajes de los estudiantes.

Los temas expuestos son claves para la implementación en el aula de cualquier reforma educativa: generar didácticas pertinentes con las condiciones del trabajo docente, El abismo entre las propuestas programáticas y su transposición didáctica, muchas veces distante de la realidad más común (promedio o modal), marcan el sello dominante de la crítica que desde la realidad “aula” hacen los maestros a los expertos en currículo.

Desde otro ángulo, los resultados alcanzados en el estudio confirmaron la complejidad de la cultura escolar, por cuanto es un fenómeno que posee una doble faz: una normativa y otra fáctica. Los maestros se mueven en estos ámbitos a partir de códigos interiorizados, que son complejos de cambiar, pues están estructurados como sistemas con significantes y significado, operando indistintamente entre los campos de lo rector y lo real, según la situación en análisis.

Por otra parte si bien los maestros dicen ser reflexivos, creemos que ello responde a una práctica asociada con la racionalidad de su trabajo cotidiano, es decir inserta en la cultura escolar. Las evidencias de un proceder rutinario, alejado de la innovación son amplias. Si bien los docentes se muestran interesados en la contextualización de los aprendizajes, al tenor de una concepción constructivistas de la enseñanza de las matemáticas, no se identifican procesos específicos, que no sean los convencionales para dar cuenta de esta característica de su docencia.

Para dar mejor cumplimiento a esta tarea, el maestro tiene que dejar de ser un agente educativo enfatizando sólo la enseñanza o alternatively el campo disciplinario, y trabajar integrando ambas dimensiones. Este fenómeno que es histórico, de larga data y además pendular. Ha transitado bajo diversos paradigmas que han creído ser la solución óptima, solo que atemporal. Creemos que se trata de un fenómeno dinámico, por lo mismo sus equilibrios son frágiles, ajustados a los momentos. En el actual periodo requiere de mayor claridad, parte de la cual debería venir del diseño de los mismos programas NB del subsector.

Asociado a esta temática, aunque no privativo de ella, se plantea el problema del autoaprendizaje de los docentes. Dificultad central, a la cual se apunta con algunas estrategias que son febles ante la complejidad de su tramado. Si bien la creación de redes es un soporte para apoyar el autoaprendizaje, su generación y sustentabilidad es compleja ante los problemas de alfabetización digital que muestran los docentes y frente a las débiles prácticas profesionales rigurosas para realizar estudios e informes que acusan no tener dominadas (ajuicio de los académicos de los programas), en consecuencia esta área demanda mayor dedicación

De igual forma es posible albergar ciertas dudas respecto de cómo el profesor encara el proceso de evaluación de los aprendizajes de los estudiantes, poniendo el foco de atención sobre los procesos. La evidencia da cuenta que la operatoria satura gran parte del tiempo destinado a los aprendizaje en aula, al menos en materia de evaluación de resultados.

3. Los seminarios de diseño de unidades didácticas

El análisis de los resultados de los seminarios dio cuenta de importantes logros, en particular en el plano de la didáctica aplicada. Se trató de una iniciativa que fue positivamente valorada por los participantes, descontando el esfuerzo realizado y el escaso tiempo disponible en relación con la envergadura y complejidad de la tarea emprendida. Ello se tradujo que a marzo del presente año (2006) aún restaban muchos seminarios por entregar su informe final de trabajo en los diversos programas impulsados por las universidades.

Quizás la principal conclusión sobre este procedimiento radica en la gran contribución que significó para el Programa y el aprendizaje de sus participantes la realización de los seminarios, en particular por su rol didáctico.

Si bien se plantean sugerencias y recomendaciones destinadas a su mejoramiento, parten del considerado expreso que deben seguir funcionando como un aporte del Programa

docente. Algunas de las orientaciones buscan claramente la obtención de mejores resultados en función de los objetivos trazados, lo que implica revisar los académicos que los guían, ajustar el calendario de trabajo del programa y de los participantes y determinar sistemas de nivelación de competencias que permitan un mejor aprovechamiento de esta instancia para los fines de aprendizaje del Programa.

Un factor destacado de esta iniciativa proviene de su aporte a la generación de redes de colaboración, tanto para brindar soporte a los participantes para que alcancen los objetivos de aprendizaje del Programa, como también por sus consecuencias posteriores, esto es, por la generación de equipos virtuales de trabajo entre los participantes con otros agentes educativos que signifiquen mejorar el intercambio profesional en diversos planos y cambiar a las prácticas de trabajo de los maestros de aula, que son algo individualistas y más bien empíricas, por una nueva cultura de equipos virtuales que rompa con el formato presencial convencional de los equipos docentes situados todos en un mismo escenario y que trabaje con una visión más profesional de su labor.

Atendiendo a lo expuesto es claro que la experiencia de los seminarios, para quienes los finalizaron exitosamente, indicó como saldo plenamente favorable el manejo de instrumentos didácticos aplicados a una realidad específica, lo que les permitió fundamentar en mejor manera su actuar docente, en consecuencia incrementó en forma valiosa la solidez de su docencia.

Las principales complicaciones de la puesta en práctica de los seminarios son: (i) en la mayor parte de los programas se trató de una actividad subestimada en el tiempo en función con la demanda real que les implicó su puesta en práctica, tanto para los docentes académicos como para los de aula; (ii) esta situación fue una de las principales causantes del retraso final en su ejecución, dado el tiempo que les demandó a los docentes era "competitivo" respecto de su docencia de aula, condición que se relaciona con las características laborales del mercado labor respectivo (y del ejercicio de la práctica profesional); (iii) Esta tarea se pudo iniciar con antelación en el desarrollo del Programa de Postítulo, de forma que su desarrollo se fuese dando a lo largo del curso, dedicando la fase final a su aplicación en terreno, ganando con ello en tiempo y reflexión, como asimismo en que los docentes se enfrentaba a una actividad concreta y de largo plazo desde el comienzo; (iv) se reconoce la dedicación de los docentes universitarios al desarrollo de esta tarea y su esfuerzo por flexibilizar las exigencias, permitiendo su adecuación a la realidad de los participantes; (v) pese a lo cual algunos casos no dictaron los talleres los académicos acordes con la tarea propuesta, esto es, se requiere seleccionar a los docentes que trabajaran en esta fase final, como también, (vi) se hace necesario nivelar a los participantes y organizarlos temáticamente de alguna manera para que esta tarea sea más beneficiosa.

Es por lo señalado que estimamos que siendo los seminarios de unidades didácticas una tarea relevante que es importante mantener en otras iniciativas que se emprendan se requiere revisar su diseño general, sus términos de referencia y en función de ello, adecuarlos de manera coherente con los objetivos buscados por el Programa. Evitando de esta forma llegar a situaciones extremas de desempeño de los participantes que conduzcan a cambios cuando estos pudieron preverse antes de una crisis la experiencia dice que una mejor relación certificación de horas, tiempo asignado por el docente, académicos más pertinentes y una experiencia de trabajo iniciada más tempranamente, con procesos de organización simples pero eficientes, contribuyen a su éxito y con ello al del Programa mismo.

Específicamente, el análisis de los trabajos de seminario permitió establecer que:

- Los de la Universidad de Santiago son de elevada calidad, demostrando que hay preocupación desde el contenido, en el sentido de la construcción del conocimiento de los objetos matemáticos, con sentido y contexto, que hacen que se manifieste la necesidad que el profesor sea partícipe de la transposición didáctica en su acto respectivo. Un ejemplo de ello está en que construyen algoritmos con sentido. Cabe señalar que varios de los profesores del postítulo de esta universidad, son investigadores en el área de la didáctica de las matemáticas, dato no menor al resultar la institución con los mejores niveles de trabajos presentados.
- Los trabajos de los alumnos de la Universidad Católica de Temuco también adquieren un buen aporte, muy completo y probado en el aula. Los profesores en sus producciones, presentan elementos que notan que han efectuado una transposición. Tales elementos son la elaboración de un saber escolar, cuyos conceptos teóricos se presentan en correspondencia con los conceptos matemáticos de la teoría.
- La Universidad de Concepción se caracteriza por trabajos de buena calidad en relación a aspectos metodológicos, pero que contienen algunos errores conceptuales. Hay carencia de situaciones cotidianas. El tratamiento es netamente matemático. No se aprecia aquí una completa transposición o dicho de otro modo, hay detenimiento del proceso de transposición por parte del profesor. Sólo reproduce.
- Finalmente la Universidad de La Serena, no da definiciones, lo que no permite entrever errores conceptuales. Esto tampoco permite determinar si hay transformación del saber erudito en saber escolar, de modo que sólo hay reproducción y de copias no afortunadas, por los errores conceptuales que introduce. Sus propuestas son muy acotadas, desarrollando temáticas muy específicas.
- Por la cantidad de variables puestas en juego, es imposible una examinación mayor y debe ser contemplado este ítem como un complemento a la información recogida. Sin embargo, desde la perspectiva teórica, se ha visto en algunos seminarios como en los cuestionarios que la transposición didáctica, aunque en forma implícita los docentes de dos universidades la han trabajado, prestando atención a un proceso de generación de traducciones del saber erudito al escolar, en términos de la accesibilidad que sus producciones muestran las diferencias de la conogénesis y la topogénesis, como a su vez, el posicionamiento para el segundo ciclo básico de los estatus paramatemáticos y protomatemáticos de los objetos que abordan.

Finalmente, como punto preocupante, se observa una carencia de una vigilancia epistemológica en el saber del profesor, pues siguen aún arraigados algunas nociones obsoletas que fuertemente aún se mantienen en el repertorio del docente. Esto se produce, porque probablemente, faltó incorporar elementos de la epistemología de los objetos matemáticos, más que elementos conceptuales rígidos y pasajes de la historia y anécdotas de las matemáticas.

4. Identificar los principales logros de aprendizaje de los docentes

Como ha sido expuesto a lo largo del informe, los maestros tiene una visión positiva de esta experiencia en materia de aprendizaje, por ende no debería sorprender que ello estuviese asociado a enseñanzas de carácter general y también más específicos que los docentes reconocen como tal.

En términos generales, es importante tener en cuenta que en esta materia, por mucho que se disponga de resultados de ejercicios y test, su aproximación al tema es parcial,

pues el Postítulo apunta a mejorar su docencia, lo que implica aprendizajes de la disciplina y de didáctica, proceso que es de largo alcance y que debiese seguir evolucionando (de acuerdo con el grado de apropiación alcanzado por cada uno de ellos) finalizado el programa.

En segundo lugar, los resultados confirman que los docentes valoran y enfatizan sobredimensionadamente los temas operacionales, sin tener pleno dominio de los procesos de contextualización de los aprendizajes, ello se traduce –tal como se señaló también en el capítulo seis- en un énfasis en la mecanización de los aprendizajes. Concomitantemente ya sabemos que los maestros cuando se enfrentan a materias que dominan menos, tienden a evitarlas o tratarlas de manera superficial, hábito arraigado en ethos cultural del maestro que cuesta extirpar y que pareciera estar aún presente en sus prácticas.

En materia de su formación inicial los docentes hicieron dos reconocimientos importantes. El primero es su fuerte déficit de formación inicial, que aún arrastran y es reconocido como importante, salvo algunas excepciones; mientras que el segundo se vincula con la existencia de ciertas lagunas en materias específicas.

Estos aspectos tienen una gran incidencia en el proceso de formación iniciado, pues no solo incrementa los niveles de complejidad del mismo, al enfrentarse a importantes diferencias de aprendizaje y a vacíos severos en materias relevantes, sino que además en el proceso de formación al respecto no da cuenta de instancias remediales que permitan corregir o mitigar las deficiencias.

Si bien los docentes participantes en los programas saben que un buen logro en el aprendizaje de las matemáticas da seguridad a los niños en sus aprendizajes futuros, creen importante que en el proceso formativo se de cuenta de opciones didácticas que permitan abordar los problemas críticos de aprendizaje de niños y niñas, a fin de estructurar respuestas pertinentes a aquellos aspectos capitales del aprendizaje; demanda que han quedado insatisfechas.

Los incrementos en el aprendizaje alcanzado por los participantes implicaron mejoras en su autoestima lo que les permitió discutir en mayor medida (sin que ello implique un logro total) elementos que forman parte de los fundamentos centrales de la disciplina y de su aplicación, lo que permitió incrementar su dominio disciplinar.

La revisión de algunas temáticas específicas aporta la siguiente información:

- En términos procedimentales los profesores muestran un sesgo marcado por la ejercitación y operatoria, incluso por sobre la discusión de fundamentos, la justificación de procedimientos y por la inclinación de una u otra modalidad de resolución. Este énfasis por la operatoria, propio de la formación disciplinar menos actualizada, da cuenta de vacíos importantes en el manejo de contenidos, conceptos y proceso, lo que se traduce en que se observan desarrollos correctos pero mecánicos
- Hay evidencia que no hay mayor preferencia por distintos tipos de algoritmos, ni tampoco discusión al respecto, lo que muestra la falta de reflexión en torno a los procedimientos que enseñan en el aula.
- Un ejemplo de un error conceptual severo se obtiene al analizar la notación matemática, algunos docentes confundieron multiplicar por dos con amplificar por dos.
- En materia de fundamentos, los profesores no supieron por qué “*menos por menos da más*” (el 23% se atrevió a dar alguna justificación, las que carecían de solidez). No se aludió a alguna metodología para validar el teorema. Ni a algún conocimiento previo

como la multiplicación de números de distinto signo, teorema de apoyo para deducir y demostrar que el producto de dos números negativos es un número positivo.

- Algunos de los aspectos indicados se apreciaron con mayor evidencia en la revisión de los ejercicios de geometría, donde hubo una importante evasión de las preguntas de esta área como también un aumento de errores conceptuales (capítulos 5 y 6). De ello se infiere que pese al Postítulo, los docentes –en su mayoría – mantienen una importante es la carencia de conocimientos geométricos¹⁵.
- Un ejercicio práctico del cuestionario (Nº 2) *ejes de simetría de un rectángulo* fue resuelto con dificultad por menos del 25% de los participantes Muy bajo para las perspectivas trazadas.
- Un factor asociado a lo anterior se produjo cuando se solicita criticar un problema respecto a la realidad y al supuesto que conduce a reflexionar su modelamiento como variación proporcional inversa (cuestionario, ejercicio Nº 1) *“variación proporcionalidad inversa”*. Muestra que ello no ocurre pese a que una importante cantidad de profesores maneja la proporcionalidad inversa (caracterizada por el producto constante), ello no se reflejó claramente en el paso de la organización de los datos a la expresión para calcular la solución del problema, constatándose una ruptura importante.
- Estos ejercicios mostraron que no siempre se cuestionan los supuestos, Incluso algunos muestran ciertos errores conceptuales por omisión de información al dar explicaciones equivocadas de un suceso.
- Los resultados del taller (trabajo con 15 docentes) van en la tónica expuesta. El análisis de la recta numérica, que fue un elemento de apoyo para visualizar la sustracción, fue utilizado por la mayoría de los docentes, pero no establecieron la conexión correcta entre estas representaciones y las de tipo numérico cuando se ha hecho el desarrollo por medio del algoritmo resumido. Es decir este método responde a una mecánica sin sentido.
- Cuando los docentes justificaron su decisión sobre alguna elección realizada, emplearon el mismo argumento que se les entregó, aunque redactado de forma distinta, (ejemplo de intersección de tramas o representaciones rectangulares de las fracciones), lo cual fue correcto, pero evidencia incapacidad para justificar por qué la intersección mostraba el producto.
- El trabajo con fracciones mostró muchas debilidades. Por ejemplo en un ejercicio (taller Nº 1, b) no se alude a la faceta de la fracción más conocida: fracción de un número que es la fracción como operador; donde la fracción de una fracción, justifica como conocimiento previo las acciones mostradas por los profesores en los dibujos, evidenciando una desconexión entre la multiplicación de fracciones y la fracción de un número. Los diagramas o representaciones esquemáticas de las fracciones usados en el taller (doble de papel para justificar el algoritmo de sustracción por fracciones equivalentes) no muestran claridad sobre por qué se debe utilizar el mcm de los denominadores y cómo se llega a este resultado¹⁶.

¹⁵ En el ejercicio 3 del taller, se pidió justificar basado en la desigualdad triangular una resolución. El 36% de los profesores encontraron la solución correcta. El resto sabían construirlo pero no recordaban el nombre de la propiedad geométrica.

¹⁶ Las actividades basadas en doblez de papel, funcionan para denominadores que son potencias de base dos, pero para conseguir tercios, la tarea no es fácil y los docentes indican a sus alumnos cómo hacer para conseguir las partes pedidas, apurando el éxito, hecho que debiera ser de exploración de los estudiantes.

- Finalmente al pedirles referirse al perímetro de un círculo, se produjo la mayor cantidad de omisiones (respondió el 38%).

En síntesis los resultados reseñados muestran que hay carencias importantes en algunas dimensiones del Programa: dominio de fundamentos centrales, de procesos metodológicos, también de operaciones y de justificación de la aplicación de algoritmos y de procesos mecánicos sin mayor sentido, razonamiento o reflexión que sustente lo realizado.

En casos aislados hay errores graves de generalización de procedimientos a partir de procesos que no son equivalentes. También se observa que aspectos esperados –propios de la formación en fracciones- no son desarrollados por los docentes en los ejercicios, motivando con ello las dudas sobre el grado de apropiación de componentes claves de la formación.

El análisis de la dinámica de interacción de los participantes en el taller, muestra que en su mayoría tienen poca seguridad en el dominio de las materias y conocimientos aplicados. La forma espacial de organizarse en el salón de actividades, la omisión de instrucciones que ponían en duda sus capacidades, la forma de enfrentar el trabajo grupal, (evadiendo su responsabilidad), las prácticas de resolución de los problemas que requerían del visto bueno del encargado del taller, las dudas planteadas por los participantes a partir de las intervenciones de los coordinadores, los vacíos mostrados en los resultados finales son elementos que evidencian que el “empoderamiento” es una tarea aún débilmente alcanzada, tal como se debate en la sección siguiente.

5. El proceso de apropiación y de transferencia al aula

Se asume que el empoderamiento fue uno de los objetivos más complejos y ambiciosos de alcanzar, si bien los resultados alcanzados dan cuenta de avances en este aspecto y también de aportes de significación en algunos aspectos, son insuficientes para poder concluir, lejos de una duda razonable, que el objetivo propuesto de apropiación fue logrado satisfactoriamente. Por el contrario, hay evidencia relevante para poner en duda que se haya alcanzado un elevado logro de empoderamiento en los docentes. Creemos que el rediseño del Postítulo, atendiendo los aportes del estudio, permitirá identificar la cadena de sucesos que condujeron a estos resultados y, a partir de ello, diseñar el proceso de corrección.

Ajustándonos a los resultados se puede señalar que el grado de apropiación de los maestros está aún en ciernes, requieren de mayor soporte y apoyo para poder alcanzar los niveles esperados. Al respecto es indispensable mejorar el dominio disciplinar y metodológico de los docentes¹⁷. En lo disciplinar aspectos ya recalcados como los fundamentos centrales de los ejes temáticos de la matemática y sus ramas, la relación fundamentos con operatoria. El nexos caminos alternativos y mecanización de procesos; y finalmente la capacidad de reconstruir este proceso (decodificar en sentido de lenguaje) desde la operatoria a los fundamentos.

Respecto de lo segundo, el dominio metodológico se asocia con el campo didáctico, específicamente con la posibilidad de generar procesos que resuelvan creativamente los problemas más recurrentes y centrales para obtener las competencias matemáticas según los niveles que cursan los estudiantes, e incrementa la capacidad de los docentes

¹⁷A juicio de los académicos, los participantes desconocen las normas de elaboración de trabajos escritos y la lógica argumentativa que estos documentos deben tener, lo que implica que se debe destinar tiempo a actividades que se asume como prerrequisitos alcanzados.

para contextualizar la enseñanza y darle significación, son materias que aún muestran importantes tasas de insatisfacción.

La contextualización y pertinencia de los aprendizajes no es un factor ampliamente logrado. Requiere un tratamiento más profundo y uniforme para evitar que este proceso se lleve a cabo estrictamente bajo la visión del docente, para lo cual la cultura escolar legitima este proceder bajo el prisma regulador de los cambios. La cultura escolar absorbe muchas de las prácticas cotidianas, regulando sus relaciones y postrando la innovación a una dimensión marginal, casi inocua y controlable del hacer escolar.

El desarrollo de una visión crítica de la práctica por los docentes permite resignificar su docencia y práctica profesional, y asumir tareas complejas que están pendientes y que se vinculan con el proceso de evaluación de los aprendizajes de los estudiantes. La evidencia da cuenta que la enseñanza de la operatoria satura gran parte del tiempo destinado al aprendizaje en aula y centraliza la evaluación de resultados.

Es por ello que se requiere de mayor reflexión ligada a su práctica habitual para comprender la metacognición implícita en la didáctica que emplea¹⁸, revisando el rol que le asigna a los factores externos e internos sobre los resultados de aprendizaje. Hay un desbalance entre lo que los participantes se autoevalúan como logrado y lo que efectivamente se puede establecer como efectivamente alcanzado, ello muestra que la apropiación del componente crítico "ajustado a la realidad" no ha sido satisfactoriamente obtenido.

Quedan por alcanzar otras competencias muy significativas respecto de este objetivo, una de las cuales corresponde a la dimensión autoaprendizaje de los docentes, otra al manejo de las principales variables de la cultura escolar y por esta vía, incidir sobre el mejoramiento de la calidad de los aprendizajes, garantizando su adecuado traspaso al aula. Un soporte significativo en esta dirección es el trabajo en redes, sin embargo este factor está aún por desarrollarse, su avance es claramente formal.

Finalmente es imprescindible tener una tuición más directa sobre la forma como se ha realizado el programa en las distintas universidades. Es claro que el tratamiento de varios tópicos no fue alcanzado en grado satisfactorio por cada grupo de postítulo. A la fecha no es posible atribuirlo a diferencias iniciales entre la participante, o bien a que esos aspectos no fueron tratados, o que los procesos fueron diferentes según cada universidad y académico responsable, o bien correspondan a la combinación de estas variables y otras. Lo cierto es que debe actuarse en este aspecto para evitar que los logros no tengan referentes comparativos sólidos, como pareciera ser la situación al momento.

6. Propositiones

6.1. De carácter general

1. Apoyar y mantener la estrategia de perfeccionamiento de los docentes en ejercicio que trabajan en la educación pública con este tipo de Programas, ampliando su cobertura a otros subsectores fundamentales: lenguaje y comunicación, entorno natural y entorno social.
2. Estimular la participación en el Programa de aquellos docentes que demuestren un claro interés por superarse y cumplir con las exigencias académicas.

¹⁸Ciertas prácticas de la cultura escolar asociadas al empirismo docente deben ser analizadas en detalle y determinados los procesos para su rectificación.

3. Definir más claramente por la autoridad competente los requerimientos curriculares y didácticos que se deben satisfacer en el Postítulo, considerando las debilidades de formación que se han detectado y el nivel de dominio de los programas NB requerido, y establecer mecanismos eficientes de supervisión que salvaguarden su cumplimiento.
4. Definir y hacer cumplir a los centro formadores los perfiles de los académicos que desarrollarán las diversas tareas formativas, analizando en lo fundamental:
 - a. Dominio disciplinar del Programa respectivo según NB.
 - b. Manejo de la didáctica apropiada al nivel, contexto y situaciones de aprendizaje dominantes (modales).
 - c. Manejo de los problemas y falencias más recurrentes en los estudiantes según el Programa NB.
 - d. Experiencia docente en establecimientos públicos equivalentes.
 - e. Reemplazo de académicos por otros equivalentes.
5. Estimular de parte del Ministerio de Educación y de sus organismos competentes la formación y desarrollo de especialistas en didáctica de las matemáticas para los diversos niveles del sistema educacional, atendida esta consideración a las dificultades anotadas tanto para disponer en los centros formadores de estos especialistas, como también en los establecimientos educacionales.
6. Generar un sistema de examinación de los docentes egresados de los programas (prueba similar construida conjuntamente), que permita tener patrones comunes y de esta forma acreditar las competencias.

6.2. Del funcionamiento del programa

7. Aplicar instrumentos orientados a establecer dominio de competencias básicas en matemáticas y didácticas que permita identificar aquellos aspectos centrales para el éxito de la docencia que constituyen una carencia clave en el profesor, con la finalidad de que sean corregidos reforzados, y apoyados para que éste alcance un desempeño satisfactorio.
8. Generar estrategias eficaces y eficientes de corrección de los vacíos de formación y principales lagunas que presentan los docentes mediante un sistema combinado (presencial, tutorial y de autoaprendizaje) que no signifique alargar este proceso más allá de un 20% del tiempo total, ni tampoco impliquen un costo elevado.
9. Dar cuenta de las principales falencias de formación y didáctica a los centros formadores de maestros para que se adopten oportunamente si corresponden medidas adecuadas de corrección.
10. Establecer procesos de evaluación de los niveles de entrada de los maestros en el manejo y comprensión de los aspectos medulares de los programas NB correspondientes al subsector y adoptar las medidas adecuadas para suplir los vacíos y debilidades manifiestos.
11. Ajustar las demandas reales del Programa al reconocimiento de las horas establecidas y las posibilidades de dedicación de los maestros de manera que exista concordancia en estos aspectos.

6.3. De la orientación del proceso de perfeccionamiento

12. Es indispensable que aquellos académicos y docentes de los organismos responsables de la ejecución de los Postítulos que van a trabajar con los profesores de aula estén plenamente compenetrados de los programas de los niveles de NB en que van a trabajar, dado que éstos:
 - a. Son la guía de funcionamiento que los maestros deben cumplir en su trabajo en aula, en consecuencia todos sus componentes deben ser tratados en el Programa,
 - b. El docente de aula debe adquirir la competencia apropiada que signifique demostrar el manejo del programa, comprendiéndolo a cabalidad.
13. Establecer instancias de apoyo sistemáticas de especialistas en reducción de la resistencia al fracaso, y por esta vía evitar “las actitudes de sobre defensa y protección de la autoestima” en que incurren algunos participantes, lo que reduce la posibilidad de discutir y analizar temas de fondo como fundamentos, en los que pueden radicar dificultades severas de formación que inciden en la docencia y aprendizaje de sus estudiantes.
14. Generar propuestas viables dirigidas a tratar la dicotomía de lo teórico y lo práctico como dos aspectos opuestos, situación conceptual y operacional no resuelta positivamente en los Programas. Se trata de una temática que requiere de un diseño explícito de estrategias para enfrentarle y solucionarle.
15. Proponer y aplicar instancias de aprendizaje y reflexión sistemática en los programas dirigidas a analizar las prácticas docentes “mas recurrentes” de los maestros, de forma que permita superar el “empirismo” de su actividad profesional,
16. Generar situaciones de aprendizaje que implique de parte de los participantes idear propuestas de solución que impliquen rigurosidad formal en el análisis de las dificultades y de las eventuales opciones de solución, con la finalidad de mostrar y demostrar (modelar) procedimientos de trabajo y que éstos se empoderen debidamente.
17. En concordancia con los tres numerales anteriores, incorporar y desarrollar prácticas de autogestión del conocimiento estructuradas como tareas sistemáticas propuestas, desarrolladas y controladas desde el inicio del programa.
18. Incluir en el desarrollo Programa de Postítulo, aspectos como:
 - a. Auto conocimiento de sus potencialidades y carencias como maestro.
 - b. Desarrollo de su autoestima y manejo del estrés.
 - c. Identificación de su visión de la cultura docente.

6.4. De la orientación del currículo y la didáctica

19. El eje orientador del currículo de formación debe ser múltiple: los requerimientos de enseñanza derivados de los Programas NB respectivos, el dominio de las materias de la especialidad para su correcta comprensión y, de los procesos didácticos para organizar adecuadamente los aprendizajes.
20. Definir en términos de competencias los aspectos centrales que un estudiante debe comprender y dominar según cada NB, de manera de organizar el trabajo docente en pos de esa tarea.

21. Ajustar debidamente el desarrollo del proceso del Postítulo a las condiciones de aprendizaje de los docentes (tiempo de dedicación, material de apoyo, exigencias, etc.), teniendo siempre presente las exigencias finales que deben cumplirse.
22. Promover y mantener la estructura de seminarios en la formación de postítulo, organizando su accionar longitudinal y transversalmente a lo largo del programa.
23. La orientación curricular debe considerar ciertos problemas ejes de su prácticas docentes:
 - a. Su bajo nivel de autocrítica a fin de que dimensione la responsabilidad de su accionar
 - b. El exceso de crítica sobre la influencia de los factores externos, que reduce la responsabilidad de su trabajo.
 - c. La necesidad que se pregunte de manera constante ¿Cómo mejorar el dominio del programa? Para que pueda organizar los aprendizajes de mejor forma.
 - d. Revisión de sus prácticas didácticas y evaluativos.
 - e. Fomento del trabajo en redes.
24. En lo didáctico se recomienda idear estrategias que permitan:
 - a. Dotar al maestro con los conocimientos en fundamentos adecuados que evite la práctica convencional de no enseñar aquellas materias que no domina o bien tratarlas en forma superficial.
 - b. Promover procesos didácticos remediales para corregir los errores más frecuentes en que incurren los estudiantes.
 - c. Idear estrategias de aprendizaje dirigidas a recuperar a los estudiantes que tiene competencias muy bajas en algunos dominios o bien que se atrasan en el desarrollo del programa.
 - d. Promover estrategias de enseñanza ajustadas al contexto de su labor, en especial de los estudiantes con menor capital social y cultural.
25. Generar estrategias apropiadas para la contextualización de los aprendizajes desde múltiples perspectivas.
26. Incentivar los esfuerzos para desarrollar la didáctica de las matemáticas a partir de la experiencia exitosa de los maestros de aula (Concursos, pasantías, manuales, etc.).
27. Desde el punto de vista de la teoría de la trasposición didáctica, es necesario mayor significativamente la preocupación por la construcción del conocimiento de los objetos matemáticos, con sentido y contexto, es decir, producir un saber escolar en que esos conceptos teóricos tengan correspondencia con los conceptos matemáticos de la teoría.
28. En forma análoga es importante incorporar elementos de la epistemología de los objetos matemáticos, dada la obsolescencia registrada de algunos conceptos usados.

Tabla de Anexos

1. **Anexo 1: Cuestionario**
2. **Anexo 2: Pautas de Entrevistas**
3. **Anexo 3: Taller de Validación de Información y Aplicación de Caso Problema Matemático Típico**
4. **Anexo 4: Transcripciones Entrevistas**
5. **Anexo 5: Registro Taller de Validación y Caso Matemático**
6. **Anexo 6: Tabulación de Respuesta Caso Matemático**
7. **Anexo 7: Tablas Estadísticas Complementarias**

Índice de Tablas y Gráficos

1. Índice de tablas

Tabla N° 1: Docentes Matriculados en los Postítulos según universidad.	13
Tabla N° 2: Relación de los participantes en el estudio por Universidad según total.....	29
Tabla N° 3: Distribución de los participantes por tramos de edad según Universidad	30
Tabla N° 4: Distribución de los participantes por años de experiencia según.....	30
Tabla N° 5: Años de pertenencia al establecimiento escolar, según Universidad.....	32
Tabla N° 6: Saber matemáticas es saber pensar correctamente.....	33
Tabla N° 7: Las matemáticas son un lenguaje como cualquiera otro	34
Tabla N° 8: Los niños a los que les va bien en matemáticas se ven más seguros	34
Tabla N° 9: El conocimiento previo del alumno es fundamental para su aprendizaje	34
Tabla N° 10: Me encanta la geometría.....	35
Tabla N° 11: Los programas oficiales son difíciles de entender	36
Tabla N° 12: Aunque mis alumnos son niños pequeños, a veces siento que no puedo con ellos.	36
Tabla N° 13: Por razones culturales los chilenos somos malos para las matemáticas	37
Tabla N° 14: No se sale de la pobreza si no se sabe manejar los números y sacar cuentas.....	37
Tabla N° 15: Más que resolver problemas matemáticos importa que el alumno sepa cómo los soluciona.....	38
Tabla N° 16: Los alumnos se tensionan cuando les toca matemáticas	38
Tabla N° 17: Enseño matemática ajustándome al programa.....	39
Tabla N° 18: Me complica enseñar a niños que no me entienden.....	40
Tabla N° 19: La ciencia avanza tan rápido que encuentro casi imposible estar al día.....	40
Tabla N° 20: En matemáticas evito exponer temas teóricos y me centro en la ejercitación	41
Tabla N° 21: Cuando estudié pedagogía mi formación en matemáticas fue excelente	41
Tabla N° 22: Tengo lagunas en ciertos tópicos matemáticos	42
Tabla N° 23: Hago pruebas y califico de acuerdo a los niveles que alcanzan los alumnos	43
Tabla N° 24: Muchas de las dificultades para aprender y enseñar las matemáticas tiene que ver con el tamaño del curso	44
Tabla N° 25: El ritmo de avance en los aprendizajes matemáticos depende más del tiempo disponible para las materias que de la capacidad individual	45
Tabla N° 26: Seminarios analizados, según temática y Universidad	69
Tabla N° 27: Aspectos considerados en los seminarios analizados	69
Tabla N° 28: Relación entre Criterios e Indicadores para el Problema N°1.	81
Tabla N° 29: Relación entre Criterios e Indicadores para el Problema N°2.	82
Tabla N° 30: Cumplió con los objetivos planteados.....	96
Tabla N° 31: Enfatizó adecuadamente la transferencia al aula	96
Tabla N° 32: Fortaleció contenidos necesarios para su adecuado desempeño en el nivel.	97
Tabla N° 33: Fortaleció la didáctica.....	97
Tabla N° 34: Me enseñó a resolver errores comunes de los estudiantes	97
Tabla N° 35: Proveyó antecedentes para contextualizar	97
Tabla N° 36: Entregó aplicaciones de los objetivos matemáticos.....	98
Tabla N° 37: Proporcionó estrategias de enseñanza nuevas	98

Tabla N° 38: Mejoró significativamente mi preparación docente	98
Tabla N° 39: Aspectos considerados del Nivel Básico 3.	99
Tabla N° 40: Aspectos Considerados del Nivel Básico 4.....	100
Tabla N° 41: Aspectos considerados del Nivel básico 5.....	101
Tabla N° 42: Elementos considerados del Nivel Básico 6	102
Tabla N° 43: Tabulación de respuestas para la Actividad 1, Ítem a). Profesores 1 al 8..	113
Tabla N° 44: Tabulación de respuestas para la Actividad 1, Ítem a). Profesores 9 al 13	113
Tabla N° 45: Tabulación de respuestas para la Actividad 1, Ítem b). Profesores 1 al 8..	114
Tabla N° 46: Tabulación de respuestas para la Actividad 1, Ítem b). Profesores 9 al 13	114
Tabla N° 47: Tabulación de respuestas para la Actividad 2. Profesores 1 al 8.....	114
Tabla N° 48: Tabulación de respuestas para la Actividad 2. Profesores 9 al 13.....	115
Tabla N° 49: Tabulación de respuestas para la Actividad 3. Profesores 1 al 8.....	115
Tabla N° 50: Tabulación de respuestas para la Actividad 3. Profesores 9 al 13.....	116
Tabla N° 51: Tabulación de respuestas para la Actividad 4. Profesores 1 al 8.....	116
Tabla N° 52: Tabulación de respuestas para la Actividad 4. Profesores 9 al 13.....	116

2. Índice de gráficos

Gráfico N° 1: Índice de Confianza de los Profesores para Enseñar	10
Gráfico N° 2: Docentes participantes según Género y Universidad.....	13
Gráfico N° 3: Docentes participantes según Años de Experiencia Docente y Universidad.....	14
Gráfico N° 4: Docentes participantes según Años de Experiencia Docente en Educación Matemática y Universidad.....	14
Gráfico N° 5: Porcentaje de docentes por indicador que evidencian Problema N°1 Universidad Católica de Temuco	83
Gráfico N° 6: Porcentaje de docentes por indicador que evidencian Problema N°1 Universidad Católica de Concepción	85
Gráfico N° 7: Porcentaje de docentes por indicador que evidencian respuestas correctas Problema N°1 Universidad de La Serena.....	86
Gráfico N° 8: Porcentaje de docentes por indicador que evidencian Problema N°1 Universidad de Santiago de Chile	87
Gráfico N° 9: Variación Porcentual de los indicadores Problema N°1 por Universidades ..	88
Gráfico N° 10: Porcentaje de docentes por indicador que evidencian Problema N°2 Universidad Católica de Temuco	90
Gráfico N° 11: Porcentaje de docentes por indicador que evidencian respuestas correctas Problema N°2 Universidad de Concepción	90
Gráfico N° 12: Porcentaje de docentes por indicador que evidencian Respuestas correctas Problema N°2 Universidad de La Serena.....	91
Gráfico N° 13: Porcentaje de docentes por indicador que evidencian respuestas correctas Problema N°2 Universidad de Santiago de Chile	92
Gráfico N° 14: Porcentaje de docentes por indicador que evidencian respuestas correctas Problema N°2 Muestra completa	93
Gráfico N° 15: Porcentaje de docentes por indicador que evidencian respuestas correctas según universidad Problema N°2.....	94
Gráfico N° 16: Metodología Utilizada Resolución Actividad N°1	117
Gráfico N° 17: Utilización de Diagramas y Recursos Gráficos Actividad N°1	118
Gráfico N° 18: Justificación de Algoritmos Actividad N°1	119
Gráfico N° 19: Justifica Algoritmo Actividad N°2.....	119
Gráfico N° 20: Metodología Utilizada Resolución Actividad N°3.....	120
Gráfico N° 21: Justifica Algoritmo Actividad N°3.....	121
Gráfico N° 22: Responde Actividad N°4	121