

Implementación Curricular en el Aula

**Matemáticas Primer Ciclo Básico
(NB1 y NB2)**

Seguimiento a la Implementación Curricular
Unidad de Currículum y Evaluación
Ministerio de Educación

2004

IMPLEMENTACIÓN CURRICULAR EN EL AULA.

MATEMÁTICAS PRIMER CICLO BÁSICO (NB1 Y NB2)

Resumen General

En este estudio se presenta un análisis de la implementación del currículum oficial de Educación Matemática en el primer ciclo de la enseñanza básica (1° a 4° año básico). Los datos fueron recogidos durante los años 2001 y 2002, período en el que las modificaciones al Marco Curricular de Educación Básica aún no estaban vigentes.

El estudio incluyó la revisión de los contenidos que enseñan los profesores, la forma en que se distribuye el tiempo entre estos contenidos, y el tipo de actividades que suelen utilizar. Esto se realizó en dos etapas distintas. En la primera, se realizó un análisis de los cuadernos de alumnos y libros de clases. La segunda etapa se llevó a cabo a través de la administración de cuestionarios a una muestra de profesores. En este informe se presentan de manera integrada los principales resultados obtenidos en ambas etapas.

Entre los principales resultados, se encontró una notoria disparidad en la cantidad de tiempo que se asigna a los contenidos. Números Naturales y Operaciones Aritméticas concentran una gran cantidad de tiempo, mientras que Geometría, Fracciones y Orientación en el Espacio reciben una atención marcadamente menor. Al analizar cómo se enseñan los contenidos, se encontró un patrón rutinario de actividades para la enseñanza de los Números Naturales, el que se mantiene con pocas modificaciones a lo largo del ciclo. Por otra parte, se encontró que el trabajo en Operaciones Aritméticas apunta al dominio de los algoritmos para lo cual se realiza una gran cantidad de ejercicios de cálculo. Los problemas matemáticos se suelen utilizar también con este fin, presentando una estructura rígida de pobre demanda cognitiva. Además, no se usan para potenciar el dominio de otros contenidos (como los Números Naturales, la Geometría o las Fracciones). En Geometría el estudio se concentra prioritariamente en las figuras y cuerpos geométricos. Por último, en relación a las Fracciones, suelen ser asociadas con una escasa variedad de referentes unitarios.

El documento describe el marco conceptual, así como la metodología y la muestra utilizada en el estudio. Los resultados se organizan por nivel, incluyendo numerosas ilustraciones extraídas de los cuadernos de los alumnos. Al final, se ofrece un breve capítulo de resumen y conclusiones de todo el ciclo.

ÍNDICE

| | |
|---|----|
| Introducción | 3 |
| Marco Conceptual | 5 |
| Descripción del Estudio | 8 |
| A. PRIMERA PARTE. Enseñanza Del Subsector Educación Matemática en NB1 | 11 |
| 1. Contenidos Enseñados y Distribución del Tiempo entre ellos | 11 |
| 1.1 Panorama general en el total de cursos | 11 |
| 1.2 ¿Existen relaciones entre el tiempo destinado a distintos contenidos? | 13 |
| 2. Qué se Aborda en Cada Contenido | 13 |
| 2.1 Números Naturales | 13 |
| 2.2 Operaciones Aritméticas | 20 |
| 2.3 Resolución de Problemas | 23 |
| 2.4 Geometría | 26 |
| 3. Oportunidades de Aprendizaje y NSE de las Escuelas | 29 |
| 3.1 Distribución del tiempo de clase en los distintos contenidos. Diferencias por NSE | 29 |
| 3.2 Números Naturales y NSE | 30 |
| 3.3 Tipo de problema más frecuente y NSE | 31 |
| 3.4 Trabajo en Geometría y NSE de las escuelas | 31 |
| B. SEGUNDA PARTE. Enseñanza del Subsector Educación Matemática en NB2 | 33 |
| 1. Contenidos Enseñados y Distribución del Tiempo entre ellos | 33 |
| 1.1 Panorama general en el total de cursos | 33 |
| 1.2 ¿Existen relaciones entre el tiempo destinado a distintos contenidos? | 34 |
| 2. Qué se Aborda en Cada Contenido | 35 |
| 2.1 Números Naturales | 35 |
| 2.2 Operaciones Aritméticas | 40 |
| 2.3 Resolución de Problemas | 43 |
| 2.4 Fracciones | 47 |
| 2.5 Geometría | 49 |
| 3. Oportunidades de Aprendizaje y NSE de las Escuelas | 52 |
| 3.1 Distribución del tiempo de clase en los distintos contenidos. Diferencias por NSE | 52 |
| 3.2 Tipo de problema más frecuente y NSE | 52 |
| 3.3 Trabajo en base cuerpos geométricos y NSE | 53 |
| C. TERCERA PARTE. Síntesis y Conclusiones | 55 |
| Referencias | 59 |
| Anexo 1 <i>Características de los grupos que conformaron la muestra de las "Escuelas Testigo"</i> | 60 |
| Anexo 2 <i>Relación entre cuestionarios recepcionados y la muestra original</i> | 61 |
| Anexo 3 <i>Porcentaje de tiempo destinado a cada contenido: promedio, rango y desviación estándar (NB1)</i> | 62 |
| Anexo 4 <i>Correlaciones entre el tiempo destinado a cada contenido (NB1)</i> | 63 |
| Anexo 5 <i>Ámbito numérico más alto trabajado en 1º y 2º básico, en distintos tipos de actividades</i> | 64 |
| Anexo 6 <i>Porcentaje de tiempo destinado a cada contenido: promedio, rango y desviación estándar (NB2)</i> | 65 |
| Anexo 7 <i>Correlaciones entre el tiempo destinado a cada contenido (NB2)</i> | 66 |
| Anexo 8 <i>Ámbito numérico más alto trabajado en 3º y 4º básico, en distintos tipos de actividades</i> | 67 |

INTRODUCCIÓN

El presente estudio es producto de una de las líneas de trabajo de la Unidad de Currículum y Evaluación del Ministerio de Educación (UCE). Desde esta unidad se han gestado los programas de estudio para los distintos niveles y sectores de aprendizaje. Estos programas fueron elaborados a partir de los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios (OF CMO) definidos para toda la educación escolar nacional, y constituyen una propuesta didáctica y metodológica para el desarrollo de los contenidos y logro de los objetivos definidos en el Marco Curricular (OF CMO).

La propuesta curricular elaborada en el contexto de la Reforma Educacional se caracteriza por considerar no sólo aquellos aspectos relativos a las distintas disciplinas de conocimiento, sino que contempla distintas dimensiones involucradas en el desarrollo de las personas. No obstante, para efectos de este estudio, cobran especial relevancia aquellos elementos específicamente vinculados a los conocimientos y habilidades a ser desarrollados, es decir, aquellos aspectos que podrían ser considerados más bien como de orden cognitivo.

Las innovaciones curriculares impulsadas en el marco de la Reforma Educacional fueron realizadas con el objetivo de poner en línea los conocimientos y aprendizajes estimulados por la educación escolar, con los requerimientos de la sociedad actual. Es así como se hizo necesario revisar los conocimientos tradicionalmente enseñados, y a la vez definir nuevas formas de aproximarse a éstos. Esto llevó a la inclusión de nuevos aspectos a considerar en la enseñanza, y a introducir modificaciones en los énfasis que deben recibir aquellos elementos ya contemplados en el currículum anterior.

Esta redefinición de los aprendizajes a ser estimulados a través de la enseñanza escolar implica poner en el horizonte de la educación nuevas tareas, así como modificaciones importantes en lo que los docentes deben enseñar y en la forma en que deben hacerlo. No obstante, no resulta realista suponer que estos cambios se hagan efectivos de inmediato en la práctica de los docentes. Debe tenerse en cuenta que ellos no sólo han trabajado por años bajo un esquema educativo que hoy se busca alterar, sino que ellos mismos fueron formados bajo dicho esquema.

Debido a esta situación resulta especialmente relevante contar con información respecto de cómo y cuánto del nuevo currículum se materializa en la prácticas de los docentes. Información de este tipo permite conocer posibles problemas o vacíos en la enseñanza que reciben los alumnos, y también aquellos aspectos del nuevo currículum en torno a los cuales los establecimientos y docentes pueden requerir mayor apoyo. Por otra parte, la identificación de las dificultades de los docentes para implementar el nuevo currículum, puede entregar información útil para el posterior perfeccionamiento y desarrollo de los programas de estudio u otros materiales curriculares, de manera tal que éstos resulten más útiles, comprensibles y manipulables al interior de los establecimientos. Por último, este tipo de información puede resultar especialmente útil en el intento de explicar los resultados obtenidos por los alumnos en evaluaciones nacionales (como SIMCE), e internacionales (como TIMSS y PISA).

Debido a la ausencia de estudios e investigaciones que den cuenta del carácter concreto que adquiere la implementación del currículum en la sala de clases, se diseñaron desde el Mineduc acciones orientadas a cubrir dicho vacío de información. Esto se materializó en la elaboración de estrategias de seguimiento al proceso de implementación del nuevo Marco Curricular.

Si bien el diseño del monitoreo o seguimiento a la implementación del currículum cubre todos los niveles de la enseñanza escolar (desde 1° básico hasta la formación general en 4° medio), el análisis de dicho proceso en el primer ciclo de la enseñanza básico (de 1° a 4° básico) se ha llevado a cabo con especial detenimiento y profundidad. Esta situación responde a dos razones: por una parte, la enseñanza en este ciclo tiene un papel clave en tanto constituye los primeros años de la formación escolar de los alumnos, y por lo tanto, en él se sientan las bases para el aprendizaje a desarrollar en las siguientes etapas formativas.

Por otra parte, los programas de NB1 y NB2 fueron los primeros en ser elaborados: 1997 en el caso de NB1, y 1998 en el de NB2. Su mayor tiempo de asentamiento en el sistema escolar

permitió identificar posibilidades tanto para el perfeccionamiento del marco curricular como de los programas de estudio elaborados en función de dicho marco. De esta forma, parte de la información obtenida a partir de los estudios de seguimiento en este nivel fue utilizada, entre otros insumos, como antecedente para la actualización de los OF CMO de NB1 y NB2 realizada en el año 2002.

A continuación se presenta el marco conceptual utilizado como referencia para este estudio, y luego una descripción de los objetivos contemplados en su elaboración, así como de las estrategias utilizadas para la recolección y análisis de la información. Posteriormente se dan a conocer los principales resultados encontrados. La presentación de éstos está dividida en dos secciones. En la primera se entregan los resultados relativos a la enseñanza de las Matemáticas en NB1 (1° y 2° básico), y en la segunda aquellos relativos a este mismo subsector en NB2 (3° y 4° básico). En ambas se presentan los datos obtenidos de las distintas fuentes de información utilizadas, los que se van integrando en la medida que otorgan información relevante para los distintos temas analizados.

MARCO CONCEPTUAL

Este estudio recurre a las distinciones utilizadas en los últimos estudios internacionales de rendimiento escolar impulsados por la International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Este modelo distingue entre el currículum como sistema de metas (intenciones y objetivos), el currículum como enseñanza y el currículum como logro de los estudiantes. Cada una de estas dimensiones se conoce respectivamente como currículum intencional o prescrito, implementado y aprendido (Schmidt, McKnight, Valverde, Houang, y Wiley, 1997). Distinguir el nivel intermedio entre lo prescrito y lo obtenido pone de manifiesto que las escuelas y los profesores también definen y delimitan las posibles experiencias de aprendizaje ofrecidas a los estudiantes.

El currículum prescrito o intencional en Chile está definido por el Marco Curricular, en el que se especifican los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios (OF-CMO) que se espera que los estudiantes aprendan. Es el primer parámetro que define las potenciales experiencias educativas de los estudiantes.

El currículum implementado es parte de la oferta educativa real que se entrega a los estudiantes. Las oportunidades educacionales de los niños dependen en buena parte de la oferta de enseñanza y de los responsables inmediatos de ella: los profesores. Sobre su desempeño, y por lo tanto, sobre la oferta educativa entregada a los alumnos, influirán distintas variables: a) extrínsecas al profesor: el ambiente organizacional y técnico de la escuela en que trabajan, el tipo de estudiante que atienden (niveles de vulnerabilidad), y b) intrínsecas: sus creencias respecto a la disciplina que enseña, el tipo de pedagogía específico al que adhiere, y su preparación académica, entre otros factores posibles (Schmidt y McKnight, 1995).

Es en este sentido que se considera el currículum como una variable y no como una constante. Solo los OF-CMO del currículum prescrito son una constante. La elaboración de programas de estudio y de textos escolares introducen ya un primer nivel de variabilidad, pues no solo constituyen una lectura del marco oficial, sino lecturas diversas, pues para un mismo sector y nivel educativo pueden existir programas propios u oficiales y textos de editoriales distintas (Schmidt et al., 1997). Esta variabilidad se encuentra luego multiplicada al interior de las aulas, por la mediación de los profesores y los factores mencionados en el párrafo anterior.

En un último nivel se encuentra el currículum aprendido, es decir, lo que efectivamente aprenden los alumnos. Esto último se encuentra en función, en parte, del currículum prescrito y del implementado, y también de otros factores. En principio, las escuelas no pueden ofrecer experiencias de aprendizaje reales, sólo oportunidades para tener esas experiencias, las que pueden ser más o menos aprovechadas por los alumnos (Schmidt et al., 1997). El aprovechamiento de estas experiencias debe entenderse a partir de las características de los estudiantes, como su historia académica, capital económico y estatus socioeconómico de la familia, capital cultural de la familia, autoconcepto del niño, uso del tiempo fuera de la escuela, motivación e interés por el aprendizaje (Schmidt y McKnight, 1995).

Para estudiar la relación entre el currículum implementado u ofrecido por las escuelas y el currículum aprendido por los alumnos, desde la IEA se ha desarrollado el concepto de oportunidades de aprendizaje (ODA) (McDonnell, 1995). Este concepto fue acuñado en el marco de las investigaciones realizadas por este organismo, como una aproximación a la medición del currículum implementado. Específicamente, es entendido como el grado en que se ha enseñado a los alumnos los contenidos contemplados en las pruebas administradas, es decir, las ODA están constituidas por eventos y actividades en que han participado los alumnos y que, por lo tanto, les dan la posibilidad de aprender aquello que se pregunta en estas pruebas (Schmidt et al., 1997). La inclusión de este concepto hace posible realizar una mejor interpretación de los datos, en tanto permite evitar comparaciones simplistas entre los resultados obtenidos por alumnos expuestos a distintas oportunidades de aprender. A su vez, puede entregar importantes señales a los sistemas educativos nacionales en términos de la distancia entre las prescripciones curriculares y la oferta curricular efectivamente implementada (Schmidt y McKnight, 1995).

La medición de las oportunidades de aprendizaje se ha llevado a cabo principalmente a través de cuestionarios administrados a los profesores. En ellos se les pregunta en qué medida los alumnos han sido expuestos a experiencias que les permitan responder a cada uno de los ítemes de la prueba (Cervini, 2001; McDonnell, 1995, Schmidt et al., 1997). El reporte de los docentes a través de cuestionarios ha resultado un instrumento útil para evaluar el impacto de las ODA en los logros de los alumnos, para conocer la brecha entre el currículum implementado y el currículum prescrito, y para comparar las diferencias en las oportunidades de aprendizaje entre países, y también al interior de éstos.

Pese a la utilidad que han demostrado tener, el uso de cuestionarios presenta importantes limitaciones para indagar sobre la implementación del currículum prescrito y sobre las oportunidades de aprendizaje de los alumnos. La información obtenida mediante este tipo de reporte no da cuenta de las estrategias o procesos involucrados en la enseñanza de los contenidos (McDonnell, 1995). Por otra parte, la información que entregan los cuestionarios podría sufrir una serie de distorsiones, en tanto se trata de un reporte realizado por el profesor, y que por lo tanto, puede estar sujeto a sesgos relativos a la deseabilidad de las respuestas, a la percepción y memoria de los docentes, y también a diferencias en las formas en que un profesor y otro interpretan las preguntas del cuestionario (Schmidt y McKnight, 1995). En consecuencia, se hace necesario contemplar estrategias complementarias que permitan tener un reporte más directo y que ofrezca una imagen más detallada respecto del currículum efectivamente implementado en las aulas. En este sentido, el análisis de cuadernos de clases, así como el análisis de registros diarios, realizados clase a clase por el mismo docente, parecen ser estrategias especialmente promisorias.

De acuerdo a Gvirtz (1997), el cuaderno tiene una función de escrituración sistemática de las actividades de aula. Por un lado, es el lugar en donde el niño realiza las tareas o la ejercitación cotidiana y el lugar en donde registran las actividades realizadas. Por otro lado, tiene también como función la de ser el lugar a partir del cual padres, docentes, directivos y los mismos niños recurren para ver sintéticamente lo 'hecho', 'lo trabajado'. Esta situación permite considerar los cuadernos en los términos utilizados por Ruiz-Primo, Li y Shavelson (2002), esto es, como un instrumento que provee un "registro parcial de las experiencias de aprendizaje que los estudiantes tienen en las salas de clases durante un período de tiempo determinado".

Dadas las características de los cuadernos, en los últimos años algunos investigadores han reconocido el gran potencial que tienen en términos de la información que pueden entregar, y en consecuencia, los han comenzado a utilizar para el análisis de las oportunidades de aprendizaje ofrecidas a los alumnos en las escuelas. El uso de los cuadernos en estos estudios ha permitido desarrollar, desde la óptica de la investigación, una aproximación más completa o comprensiva de las ODA, ya que en ellos se analiza no sólo si determinados contenidos han sido o no enseñados. En ellos se incluye el análisis de las aproximaciones y procesos a través de los cuales los docentes enseñan los contenidos.

De esta forma Ruiz-Primo et al. (2002) utiliza los cuadernos de los alumnos en el estudio de la enseñanza de las ciencias, para obtener tres tipos de información: a) Implementación de contenidos, entendida como la forma en que éstos son enseñados a través de las actividades ofrecidas por el profesor, b) nivel de desempeño de los alumnos, y c) tipo de retroalimentación entregada por el profesor. Por otra parte, en un estudio realizado en el Perú sobre oportunidades de aprendizaje en Matemática, Cueto, Ramírez, León y Pain (2003) hacen uso de los cuadernos de los alumnos para obtener un panorama de la oferta curricular, con la finalidad de relacionarla luego con los logros de aprendizaje de los alumnos. Junto con analizar el desempeño de los alumnos y la retroalimentación del profesor, estos autores utilizan los cuadernos para analizar la demanda cognitiva de las actividades, y también para analizar la cobertura del currículum nacional. Mediante esta estrategia, logran desarrollar una visión sobre la distancia entre currículum prescrito y currículum implementado, la que resulta más precisa que la que se puede obtener del reporte a través de cuestionarios.

El análisis de los cuadernos de clase parece ser la estrategia más utilizada como alternativa a los cuestionarios, al momento de estudiar las oportunidades de aprendizaje. Otras estrategias, basadas en otros tipos de evidencia, no estarían siendo utilizadas en la misma medida para este fin. McDonnell (1995) menciona un estudio en el que se han utilizado otro tipo de materiales, como las pruebas administradas por el profesor y registros diarios de las actividades realizadas.

No obstante, en dicho caso estos materiales han sido utilizados como medios para validar los cuestionarios de ODA, y no como una fuente de análisis en sí mismos.

A pesar de no tener evidencias de uso de estos materiales en otros estudios sobre ODA, para efectos del presente estudio, se consideró necesario complementar el análisis de los cuadernos de los alumnos con el registro diario realizado por el profesor en el libro de clases. Se estima que este tipo de registro constituye una fuente de información importante, ya que permite tener una idea del trabajo realizado en cada clase, complementando de esta forma la información no registrada en los cuadernos, y facilitando la visualización de la secuencia y el ritmo con que se van enseñando los contenidos.

Resulta necesario señalar que ni el cuaderno ni el registro clase a clase son considerados como un fiel reflejo de 'todo' lo que ocurre en el aula. No siempre los métodos pedagógicos usados por los profesores requieren un uso intensivo del cuaderno por parte de los alumnos, y aún cuando se requiera su uso, éstos no muestran ni la dinámica de la clase, ni las discusiones o diálogos realizados. A su vez, es probable que no todo lo realizado en las clases sea registrado en el libro por el profesor. De todas formas, pese a no reconstruir de manera exacta la oferta curricular, se considera que el uso de estos registros permite conocer características esenciales de dicha oferta.

Existe también otra limitación en el uso de estos materiales para estudiar las ODA. Si bien éstos entregan un panorama más detallado y completo que los cuestionarios, no permiten trabajar con un número grande de casos. El volumen del material a revisar para cada caso que se analiza, y el tiempo que su revisión requiere, hacen necesario contemplar un número de casos reducido, siendo muy difícil considerar, de manera realista, una muestra representativa. Es en este punto en particular donde se puede apreciar una clara ventaja de los cuestionarios administrados a los docentes, por sobre la revisión de material documental. De esta forma, ambas estrategias, más que ser excluyentes, parecen ser complementarias: mientras los cuadernos permiten un panorama más preciso de lo que se enseña y cómo se enseña, los cuestionarios permitirían generalizar la presencia que tienen algunos de estos elementos (no todos) a una población.

Por último, cabe señalar que la observación de clases podría considerarse como una estrategia especialmente útil al momento de evaluar las ODA. No obstante, pese a la gran riqueza descriptiva que puede ofrecer, tiene el inconveniente de ser extremadamente costosa. El análisis de las ODA, así como la identificación de la distancia entre el currículum prescrito y el currículum implementado, requieren información relativa a un período de tiempo importante, normalmente un año. La posibilidad de contar con los recursos necesarios para realizar observaciones de clase en un período de tiempo semejante (y en un total de establecimientos suficiente), escapa a las posibilidades de la mayoría de los estudios, incluyendo el que se presenta en este reporte.

DESCRIPCIÓN DEL ESTUDIO

El estudio que aquí se presenta es parte de un estudio más amplio, el que fue diseñado como una estrategia de seguimiento a la implementación curricular en las salas de clases de 1° a 4° básico. Específicamente, el reporte que se presenta a continuación da cuenta de aquella información relativa a la implementación en Educación Matemática, tanto en NB1 como en NB2, mientras que aquella relativa al otro subsector estudiado (Lenguaje y Comunicación) se entrega en un informe distinto. Aun cuando los objetivos y estrategias contempladas para el estudio de ambos subsectores son los mismos, se optó por presentar los resultados de manera separada, para de esta forma lograr una descripción más precisa y detallada en relación a cada uno de ellos.

El estudio que se describe a continuación fue diseñado con la finalidad de caracterizar el currículum implementado desde 1° a 4° básico en Matemáticas. Como elementos de esta caracterización fueron considerados tres aspectos: la identificación de los contenidos enseñados, el tiempo destinado a cada uno de ellos y los tipos de actividades por medio de las cuales estos contenidos son abordados en la sala de clases.

Con dicho propósito se implementaron dos estrategias de investigación, las que fueron aplicadas en distintas etapas. En una primera etapa se trabajó con una aproximación cualitativa en un total de 43 escuelas. Esta etapa se denominó estudio "Escuelas Testigo", y en ella se analizó la implementación curricular principalmente por medio del análisis de dos tipos de registros: los cuadernos de los alumnos y el registro diario realizado por el profesor en el libro de clases.

La información obtenida mediante esta estrategia se caracteriza por su riqueza descriptiva. Sin embargo, el tamaño de la muestra no permite generalizar los resultados al total de la población. Dada esta situación, se consideró necesario realizar una segunda etapa, por medio de la cual se buscó confirmar y complementar los resultados encontrados inicialmente, utilizando como referente una muestra representativa de establecimientos a nivel nacional. Con dicho propósito se elaboraron cuestionarios para profesores a partir de la información obtenida por medio de la fase cualitativa del estudio. La información obtenida por medio de estos cuestionarios, junto con validar algunos datos de la primera fase del estudio, también permitió hacer análisis estadísticos sobre la relación entre algunas de las variables en estudio.

Procedimientos utilizados

A continuación se presenta una descripción más detallada de los procedimientos utilizados en el estudio, tanto en su fase cualitativa como en la cuantitativa.

Etapa cualitativa (Escuelas Testigo)

En esta etapa se trabajó con un grupo de 43 establecimientos municipales y particulares subvencionados (22 en NB1 y 21 en NB2). Un primer criterio de selección de la muestra fue excluir aquellos establecimientos que presentan niveles de vulnerabilidad extremos (ya sea alta o baja). Se consideró también como criterio de selección el puntaje obtenido por los establecimientos en la prueba Simce 4° básico del año 1999. Se escogieron establecimientos con puntajes relativamente altos (265 o más), y con puntajes relativamente bajos (230 puntos o menos)¹. Considerando todas estas características se trabajó con establecimientos de las regiones IV, V, VIII y Metropolitana.

Debido a que la unidad de análisis del estudio está constituida por los cursos (y no por establecimientos), al interior de cada escuela se trabajó sólo con un curso por nivel, excluyendo de esta forma los cursos paralelos. En ellos se recolectó material de trabajo utilizado durante el año 2001. Para esto se solicitó a los profesores que seleccionaran los materiales de dos

¹ En el anexo 1 se presenta en detalle la composición de los grupos de establecimientos para cada nivel.

alumnos, específicamente, de aquellos que llevarán un registro más completo y claro del trabajo realizado durante las clases. Puntualmente, se solicitó la recolección de los cuadernos y de las guías u otros materiales que estos alumnos hayan usado. Esta información fue complementada con el registro que el profesor realiza en el libro de clases. Mediante estas dos fuentes (cuadernos y libros de clases) se realizó una reconstrucción del trabajo realizado en este subsector clase a clase.

A partir de esta reconstrucción se llevó a cabo un análisis en función de tres aspectos. En primer lugar, se identificaron los contenidos que los docentes enseñan. Para agrupar estos contenidos en distintas categorías, se utilizó como principal referente el Marco Curricular vigente hasta el año 2002. En segundo lugar, se llevó a cabo una estimación del tiempo destinado a cada contenido. Este análisis fue posible gracias a la información disponible sobre el trabajo realizado clase a clase. En tercer lugar, la revisión de los cuadernos de los alumnos permitió identificar los tipos de actividades utilizadas para la enseñanza de cada contenido. Con la finalidad de distinguir aquellas actividades más difundidas y comunes de aquellas menos utilizadas, se registró el total de establecimientos que llevó a cabo cada tipo de actividad.

Etapa cuantitativa (cuestionarios)

A partir de la información obtenida por medio del estudio cualitativo se elaboraron cuestionarios para profesores de 1° a 4° básico, cuyas preguntas se encuentran orientadas a levantar información sobre el proceso de implementación curricular, tanto en Matemáticas como en Lenguaje y Comunicación. Estos fueron enviados durante el mes de Diciembre del año 2002 a una muestra probabilística y representativa de establecimientos a nivel nacional, cada uno de los cuales recibió cuatro cuestionarios: uno para cada nivel. La tasa de retorno de los cuestionarios aplicados fue de 53% en 1° básico, y cercana al 61% de 2° a 4° básico².

Del total de cuestionarios recibidos, aquellos provenientes de establecimientos particulares pagados y/o de niveles socioeconómicos altos constituyen una cantidad muy pequeña (10 cuestionarios en 1° y 2° año, 7 en 3° año y 11 en 4° año), la que no permite hacer análisis estadísticos. Por esta razón, los datos de estas escuelas se excluyeron del análisis³. De esta forma, el total de cuestionarios con los que se trabajó varía entre 159 y 188, según el curso⁴.

Debido a que el total de casos con los que se trabajó es menor al total definido por la muestra, los resultados no tienen el nivel de representatividad inicialmente esperado. No obstante, el total de cuestionarios analizados es suficiente como para asumir que la información obtenida no es casuística, sino que puede estar reflejando características relevantes del proceso de implementación curricular en la sala de clases en el primer ciclo de enseñanza básica.

La información de los cuestionarios fue analizada principalmente por medio de estadísticas simples: frecuencias, porcentajes, promedios y correlaciones.

En la siguiente sección se presentan los principales resultados encontrados en el estudio, describiendo en primer lugar aquellos relativos a NB1, y luego aquellos referidos a NB2.

² En el anexo 2 se presentan detalles relativos a los cuestionarios recolectados y su relación con la muestra original.

³ Fueron excluidos también aquellos cuestionarios en los que no se entregó información ya sea de la dependencia, o del NSE del establecimiento (3 en 3° básico y 8 en 4° básico).

⁴ En 1° básico se trabajó con 159 cuestionarios, en 2° con 181, en 3° con 188 y en 4° año con 180.

A. PRIMERA PARTE

ENSEÑANZA DEL SUBSECTOR EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN NB1

PRIMERA PARTE: ENSEÑANZA DEL SUBSECTOR EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN NB1

1. CONTENIDOS ENSEÑADOS Y DISTRIBUCIÓN DEL TIEMPO ENTRE ELLOS

Como primer paso en el análisis de los datos se quiso tener una descripción general en términos de los contenidos que son enseñados, y del tiempo destinado a cada uno de ellos. Esta descripción permite reconocer la presencia que cada uno de estos contenidos tiene, distinguiendo los que reciben mayor atención de aquellos que reciben una cantidad de tiempo menor o marginal.

Para esta etapa del análisis se elaboró un listado de contenidos utilizando como principal referente el Marco Curricular vigente al año 2002. Este listado permitió clasificar cada actividad registrada en los libros de clases y cuadernos en un bloque temático específico. Posteriormente dicho listado fue presentado a los docentes en los cuestionarios, para que señalaran qué porcentaje del total de tiempo dedicado a Matemáticas trabajaron en cada uno de ellos.

1.1 Panorama general en el total de cursos

Del análisis realizado a partir de las dos fuentes de información utilizadas (libros de clase y cuadernos, y cuestionarios) se encontraron tendencias generales, coincidentes entre ambas, en términos de los contenidos que reciben mayor y menor dedicación de tiempo.

La enseñanza se concentra en los Números Naturales y en las Operaciones Aritméticas

Tanto en 1° como en 2° básico las Operaciones Aritméticas y los Números Naturales son los contenidos predominantes. Los restantes contenidos (Geometría, Orientación en el espacio⁵, Fracciones y Resolución de Problemas) reciben una dedicación de tiempo notoriamente menor.

En el caso de los contenidos más trabajados, se puede observar que en 1° año los Números Naturales reciben una proporción de tiempo considerablemente mayor (especialmente si se observan los datos de los libros de clase y cuadernos), mientras que en 2° básico el tiempo que se destina a este contenido y a Operaciones Aritméticas tiende a ser similar.

⁵ Este tema en particular refiere a la representación y comunicación de ubicaciones y trayectorias, y a la interpretación y realización de planos esquemáticos. Fue registrado aparte de Geometría porque en el currículum vigente hasta el año 2002 está presente como un tema nuevo y distinto de las figuras y cuerpos geométricos.

Tabla 1: Porcentaje de tiempo destinado a cada contenido

| BLOQUE CONTENIDOS | Libros de clase y cuadernos | | Cuestionarios | |
|--------------------------------------|--------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| | 1° año básico | 2° año básico | 1° año básico | 2° año básico |
| <i>Apresto</i> | 13,1 | -- | 15,7 | -- |
| <i>Números Naturales</i> | 43,5 | 31,7 | 28,5 | 27,9 |
| <i>Operaciones Aritméticas</i> | 25,2 | 30,3 | 23,8 | 28,2 |
| <i>Geometría</i> | 3,3 | 5,9 | 9,7 | 11,1 |
| <i>Orientación en el espacio</i> | -- | 0,3 | 7,7 | 8,7 |
| <i>Fracciones</i> | 0,8 | 1,9 | -- | -- |
| <i>Resolución de problemas</i> | 3,3 | 8,4 | 13,4 | 18,9 |
| <i>Evaluaciones⁶</i> | 6,6 | 9,6 | -- | -- |
| <i>Otros temas</i> | 4,2 | 4,9 | 1,4 | 5,0 |
| <i>Sin registro⁷</i> | -- | 6,9 | -- | -- |
| <i>Total</i> | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 |

Si bien la información obtenida de las dos fuentes utilizadas es coincidente en las tendencias generales observadas, se aprecian también algunas diferencias entre ambas. En los cuestionarios se reporta un mayor porcentaje de tiempo destinado a Geometría, Orientación en el Espacio y Problemas, en comparación a lo observado en los libros de clase y cuadernos. Ante esta situación, se podría pensar que estos últimos no recogen todo el trabajo realizado en base a estos contenidos, o bien, que al momento de contestar el cuestionario los docentes les tienden a asignar un porcentaje de tiempo superior al realmente destinado a ellos.

Por último, la información presentada la tabla 1 corresponde al promedio de los casos analizados. Sin embargo, al dar cuenta de una tendencia general, los promedios pueden ocultar diferencias entre un profesor y otro. Según los datos obtenidos de los cuestionarios, el tiempo destinado a Números Naturales varía entre un 10% y un 75% en 1° básico, y entre un 10% y un 60% en 2° básico. El tiempo destinado a Operaciones Aritméticas varía entre el 0% y el 50% en 1° año, y entre 10% y 60%. En los restantes contenidos también se observaron variaciones, aunque menores. El detalle de estas variaciones, así como las desviaciones estándar, son presentadas en el anexo 3.

⁶ La categoría *Evaluación* se registró como tiempo de trabajo ya que apareció consignado en los libros de clase. Sin embargo, no siempre fue posible asignar este tiempo a un contenido en particular. No hay porcentajes sobre este punto a partir de los cuestionarios. En éstos los docentes fueron consultados sólo por los contenidos.

⁷ La categoría *Sin Registro* se utilizó en aquellos casos en los que no se contó con referentes para identificar el contenido trabajado en una clase.

1.2 ¿Existen relaciones entre el tiempo destinado a distintos contenidos?

Se quiso identificar si el tiempo dedicado a un contenido en particular estaba asociado al tiempo destinado a otro u otros contenidos, ya sea de manera positiva o negativa.

Números Naturales le resta tiempo a otros contenidos

Al ser Números Naturales uno de los contenidos más enfatizados tanto en 1° como en 2° básico, no es extraño encontrar que una mayor cantidad de tiempo en este tema implique a su vez menor tiempo en los restantes contenidos. Las correlaciones entre el tiempo dedicado a este bloque temático y el tiempo dedicado a los otros contenidos son casi todas negativas y significativas estadísticamente⁸. No obstante, resulta llamativo que esta relación no se mantenga al correlacionar el tiempo dedicado a Números Naturales con el dedicado a Operaciones Aritméticas, el otro gran bloque temático. La relación entre ambas es baja y no alcanza a ser significativa⁹ (ver detalle de las correlaciones en anexo 4).

Lo anterior indica que los contenidos que más se estudian no “compiten” entre sí en términos de la asignación de tiempo, sino que más bien tienden a recibir mayor atención a costa de los contenidos a los que se destina una cantidad de tiempo menor. Esta situación es más clara en 2° año. En este nivel, el tiempo asignado a estos últimos contenidos no sólo se relaciona significativamente y negativamente con Números Naturales, sino también con Operaciones Aritméticas¹⁰.

2. QUÉ SE ABORDA EN CADA CONTENIDO

En esta sección se ofrece una descripción sobre la forma en que son trabajados los contenidos anteriormente presentados. Para ello se analizan los principales temas que son abordados al interior de cada uno de ellos, y los tipos de actividades que los profesores ofrecen para su aprendizaje¹¹.

2.1 Números Naturales

a. Los números se enseñan de manera secuencial (número por número) al menos hasta el 20.

A partir de la revisión de libros de clase y cuadernos se pudo observar un determinado patrón de trabajo en la enseñanza de los números en 1° básico. Éstos van siendo presentados secuencialmente, es decir, se van introduciendo progresivamente números mayores. Existe un patrón de actividades a las que se van integrando cada nuevo número estudiado. Estas actividades suelen ser: asociar el número con una cantidad de objetos o elementos, escribir el número reiteradamente, escribir una secuencia de números y comparar los números estudiados

⁸ Estas correlaciones en 1° y 2° básico varían entre -0,17 y -0,44, con valores $p < 0,05$ ó $0,01$.

⁹ Correlación de -0,12 en 1° básico y -0,08 en 2° básico.

¹⁰ Las correlaciones entre Operaciones Aritméticas y los demás contenidos en 2° básico varían entre -0,16 y -0,40, con valores $p < 0,05$ ó $0,01$.

¹¹ Debido a la casi nula presencia que tiene el trabajo en Orientación en el Espacio, las actividades relativas a este contenido en particular no son presentadas en este informe.

utilizando los signos mayor y menor. De manera paralela se realizan también actividades de adición y sustracción.

Esta forma de trabajo se aprecia especialmente en relación a los números del 1 al 9. Sin embargo, la presentación de cada número de manera secuencial (uno por uno) suele extenderse hasta el 20. Cabe señalar que pese a observarse un patrón de trabajo similar para cada nuevo número, el tiempo destinado a cada uno de ellos tiende a ser progresivamente menor. En el estudio de los números hasta el 9, es común que se dedique a cada uno de ellos una o más clases. El tiempo destinado a introducir números superiores tiende disminuir conforme se va avanzando en la enseñanza de éstos.

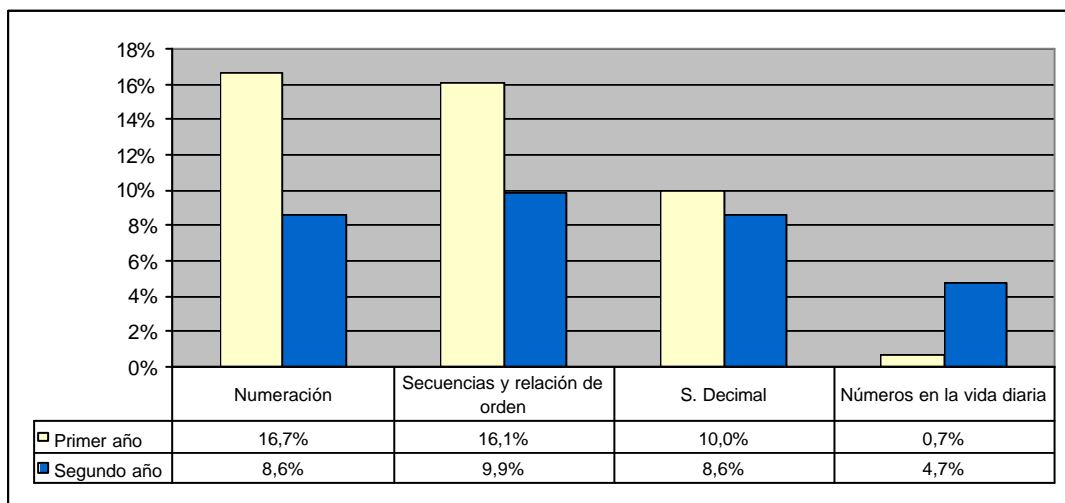
El mantenimiento del esquema de presentación número por número resulta llamativo en números mayores que 10, ya que en estos casos pueden aplicarse las regularidades del sistema decimal, sin que sea necesario mantener el mismo patrón de trabajo que caracteriza la enseñanza de los números menores. El uso de las nociones de unidad y decena para conocer y comprender números progresivamente mayores tiende a variar entre las escuelas: algunas de ellas tienden a dar más énfasis que otras en este contenido.

b. Se enfatiza más la enseñanza de los números y su relación de orden, que el sistema decimal

Para analizar la enseñanza de los Números Naturales se distinguieron cuatro subcontenidos. *Numeración* es el subcontenido más básico, y se clasifican en él aquellas actividades orientadas a que los alumnos escriban e identifiquen los números, los asocien con su nombre y con la cantidad que representan. Se distinguió aquello relativo a *Secuencias y relación de orden* como otro subcontenido. Una tercera unidad temática corresponde al *Sistema decimal*. Se consideran pertenecientes a este subcontenido aquellas actividades destinadas a la comprensión de las nociones de unidad, decena y centena, y a su función en la formación de los números. El cuarto subcontenido identificado fue denominado *Números en la vida diaria*. Éste comprende aquellas actividades en las que se aplican los números aprendidos para la medición de longitudes, medición de períodos de tiempo, y el uso de monedas y billetes.

Como se puede observar en el gráfico 1, en 1º básico la mayor parte del tiempo se destina a *Numeración* y a *Secuencias y relación de orden*, mientras que el tiempo destinado al estudio del *Sistema decimal* es comparativamente menor. Esta diferencia tiende a desdibujarse en 2º básico, donde se observa mayor equilibrio en estos contenidos.

Gráfico 1



Fuente: Libros de clase y cuadernos

La enseñanza del sistema decimal resulta clave para la comprensión de la forma en que se estructuran los números, y también para el desarrollo posterior de estrategias de cálculo. Considerando esta situación, queda abierta la pregunta sobre la conveniencia de destinar a *Sistema decimal* un porcentaje de tiempo menor o similar a otros contenidos (como se observa en 1° y 2° básico respectivamente), o bien, de destinar a este contenido especial atención, recibiendo de esta forma un porcentaje de tiempo comparativamente mayor.

Por último, resulta llamativo el porcentaje de tiempo considerablemente menor destinado a *Números en la vida cotidiana*, especialmente en 1° año. Esta situación podría estar dando cuenta de una mayor preocupación de los profesores por la comprensión y dominio de los conceptos relativos a los números, que por las funciones que éstos pueden cumplir en el entorno en que se desenvuelve el alumno.

c. No hay grandes diferencias entre las escuelas en los ámbitos numéricos estudiados

Existe un alto grado de semejanza entre los establecimientos en términos del ámbito numérico estudiado en cada año. A través de la revisión de libros de clase y cuadernos se pudo observar que 1° básico, una vez estudiados los 10 primeros dígitos, el trabajo se concentra en números en el ámbito de las decenas. Al finalizar el año, todas las escuelas han trabajado números hasta el 99, y en algunos casos hasta el 100, pero sin dar inicio al estudio de las centenas. En 2° básico se introduce y se trabaja en el ámbito de las centenas. Al finalizar el año todas las escuelas han trabajado números hasta el 999 o hasta las unidades de mil, en algunos casos.

Una situación similar, aunque menos uniforme, se ve reflejada por medio de los cuestionarios. En 1° básico el porcentaje de casos que declara haber trabajado hasta el ámbito de las decenas varía entre un 75,2% y un 82,6%, dependiendo del tipo de actividad sobre la que se responde. Mientras, en 2° básico el porcentaje de casos que declara haber trabajado hasta las centenas varía entre 58,9% y un 73,3% (detalle en anexo 5).

d. Se utiliza una rutina de actividades para la enseñanza de los números

A medida que van siendo enseñados nuevos números, estos son integrados dentro de un conjunto de actividades. Estas actividades se caracterizan por la escasa variación que presentan entre una escuela y otra, y por el alto nivel de recurrencia con que son realizadas: se repiten una y otra vez para cada número o ámbito numérico introducido. Esta situación lleva a preguntarse si el aporte que realizan estas actividades al aprendizaje de los alumnos justifica la gran cantidad de tiempo que se destina a ellas, y el nivel de recurrencia con el que se las utiliza.

A continuación se presentan algunos ejemplos de actividades típicamente realizadas¹² tanto en función de *Numeración* como de *Secuencias y relación de orden* y del *Sistema decimal*.

¹² Las actividades fueron clasificadas en: ocasionales, poco frecuentes, frecuentes y muy frecuentes según se realizaran entre 0% y 24,9%, entre 25% y el 49,9%, entre 50% y 74,9% y entre 75% y 100% de las escuelas, respectivamente.

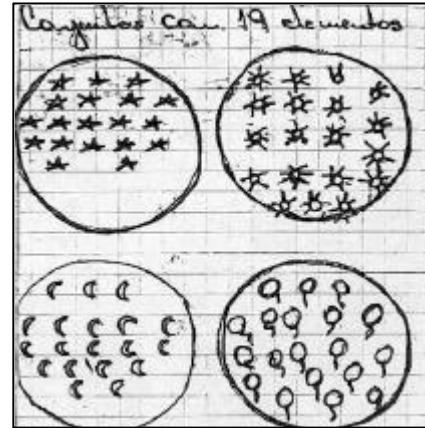
- Numeración

1° básico

Ejemplo 1: Escribir de números continuados en un determinado rango numérico. (Muy frecuente)

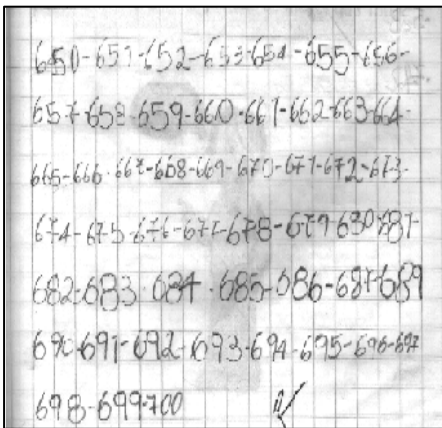


Ejemplo 2: Dibujar la cantidad de objetos señalada por un número. (Muy frecuente)

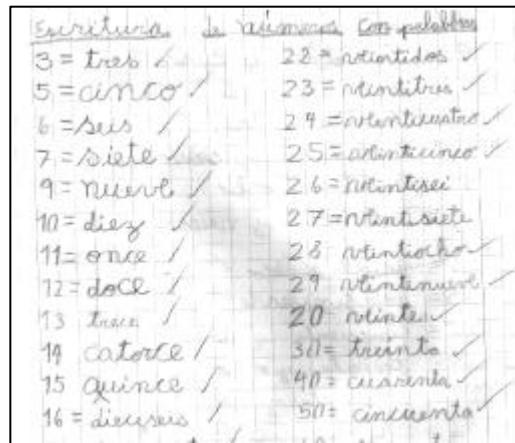


2° básico

Ejemplo 3: Escribir de números continuados en un determinado rango numérico. (Muy frecuente)



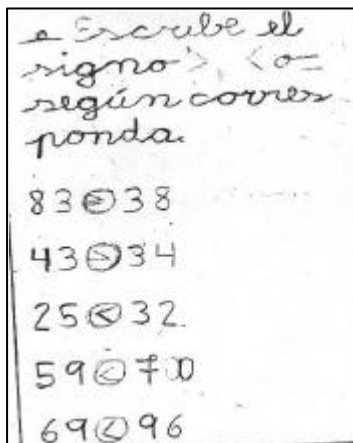
Ejemplo 4: Escribir de números en palabras. (Muy frecuente)



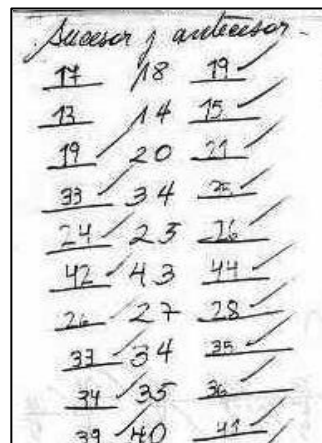
- Secuencias y relación de orden

1° básico

Ejemplo 5: Comparar números utilizando signos. (Muy frecuente)



Ejemplo 6: Escribir el antecesor y el sucesor de un número. (Muy frecuente)

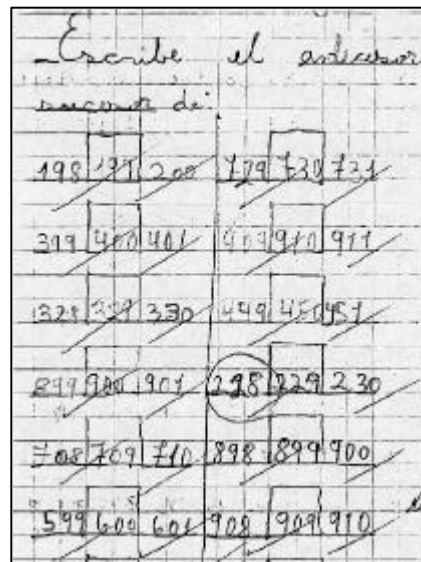


2° básico

Ejemplo 7: Escribir de una secuencia siguiendo un patrón. (Muy frecuente)



Ejemplo 8: Escribir el antecesor y el sucesor de un número. (Muy frecuente)



- *Sistema decimal*

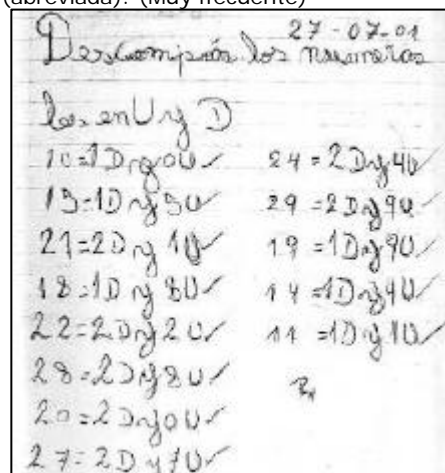
En 1° básico es común observar la introducción al sistema decimal utilizando actividades en las que las unidades y las decenas son representadas gráficamente, de manera que los alumnos puedan comprender más fácilmente las relaciones que existen entre ambas (como se puede observar en el ejemplo 9). No obstante, este no es el tipo de actividad realizada con mayor frecuencia en función de este contenido. Tanto en 1° como en 2° año la actividad presente en una mayor cantidad de establecimientos (y con mayor recurrencia al interior de éstos) es la descomposición aditiva de números. Esta puede realizarse de múltiples maneras, pero la más común en ambos cursos es la "descomposición abreviada" (ejemplos 10 y 11). En ella los alumnos deben reconocer cuántas unidades, decenas (y centenas, en 2° básico) hay en un número. Actividades de este tipo pueden ser útiles para afianzar la comprensión de la estructura de los números. No obstante, al ser realizadas una y otra vez, siempre de una misma manera, pueden transformarse en ejercicios que se resuelven mecánicamente, sin que necesariamente los alumnos requieran comprender cabalmente los conceptos con los que están trabajando.

1° básico

Ejemplo 9: Agrupar objetos en grupos de 10. (Frecuente)

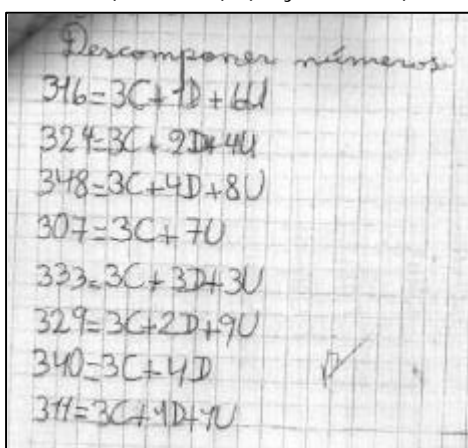


Ejemplo 10: Descomposición de números (abreviada). (Muy frecuente)



2° básico

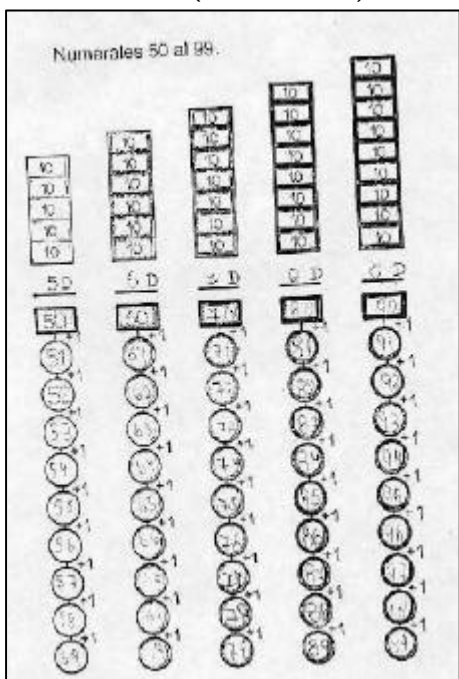
Ejemplo 11: Descomposición aditiva de números (abreviada). (Muy frecuente)



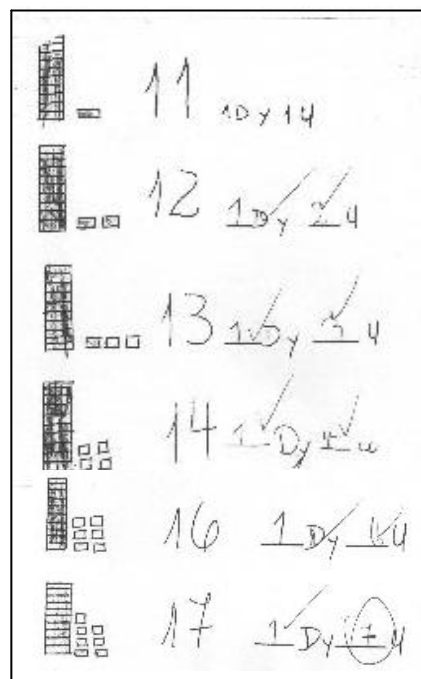
Pueden ser utilizadas diversas estrategias complementarias para lograr el dominio y comprensión de la estructura de los números, de tal forma que la aproximación a este contenido no resulte mecánica. No obstante, estas son aplicadas con menor frecuencia. Algunas de éstas se presentan en los siguientes ejemplos.

1° básico

Ejemplo 12: Presentación de la estructura del sistema decimal. (Poco frecuente)



Ejemplo 13: Descomposición abreviada y uso de representación gráfica (Poco frecuente)



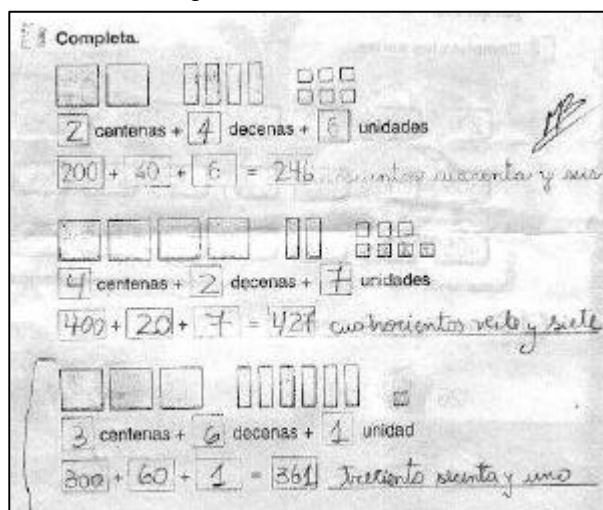
2° básico

Ejemplo 14: Identificación de valor posicional. (Ocasional)



En la primera parte de estas expresiones se observa un error en el uso del signo igual, específicamente, al señalar $135 = 5u$, $253 = 5d$, etc. No obstante, este signo sí es bien utilizado en la segunda parte de las expresiones: $5u = 5$, $5d = 50$, etc.

Ejemplo 15: composición de números utilizando distintas estrategias. (Poco frecuente)



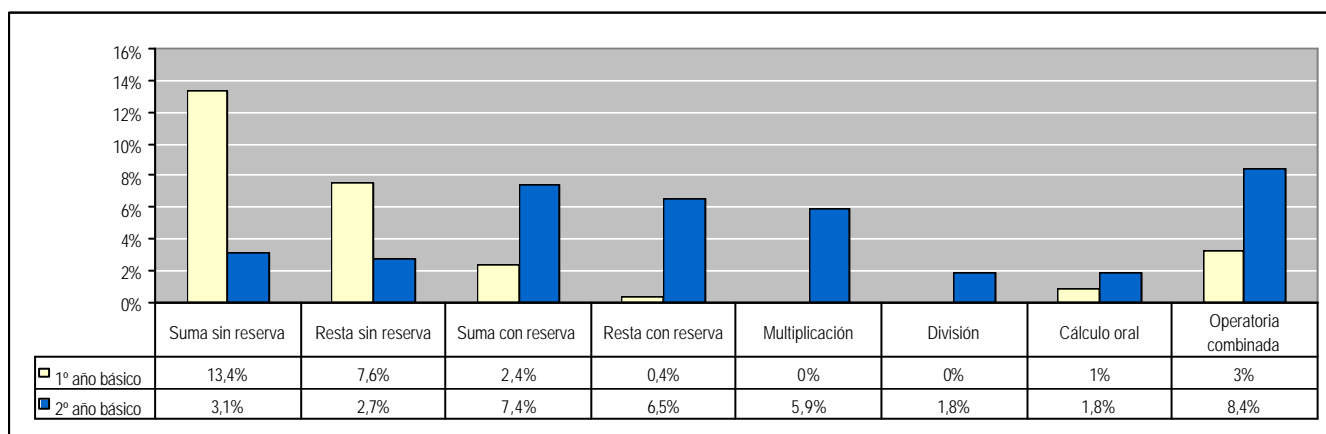
2.2 Operaciones Aritméticas

a. La Adición como operación predominante

De acuerdo a lo esperado, las operaciones enseñadas en 1° básico son la Adición y la Sustracción. No obstante, hay una clara diferencia en el porcentaje de tiempo asignado a cada una de ellas en este curso, observándose una mayor dedicación a la Adición (ver gráfico 2). En cierta medida este hecho puede resultar esperable, debido a que esta operación se suele enseñar con anterioridad a la Sustracción, y por lo tanto, es ejercitada durante un período de tiempo mayor a lo largo el año escolar. No obstante, desde otra perspectiva resulta llamativo el menor tiempo destinado a la Sustracción. Esta operación tiende a resultar más difícil para los alumnos, y por lo tanto, podría requerir de una mayor cantidad de tiempo para que logren dominarla.

Nótese que la situación no se revierte en 2° básico. En este curso ambas operaciones pueden ser abordadas desde el inicio del año, y por lo tanto podría esperarse una mayor dedicación de tiempo a la Sustracción que a la Adición (debido a la mayor dificultad que representa para los alumnos). Sin embargo, aún cuando las diferencias en el porcentaje de tiempo destinado a una operación y otra tienden a disminuir, se sigue apreciando una mayor dedicación a la Adición.

Gráfico 2. Distribución de tiempo al interior de Operaciones Aritméticas básicas



Fuente: Libros de clase y cuadernos

b. Existe una clara progresión entre 1° y 2° básico

Se puede observar que en 2° año tiende a existir una complejización en términos de los contenidos y tipos de ejercicios relativos a las Operaciones Aritméticas. Esta situación se constata al observar en 2° básico la predominancia de la Adición y Sustracción con reserva por sobre los ejercicios sin reserva, en el inicio del estudio y ejercitación de la Multiplicación, y en el aumento de los ejercicios de operatoria combinada.

También se aprecia progresión en los ámbitos numéricos con los que se trabaja. En 1° año los ejercicios de cálculo se realizan principalmente utilizando números en el ámbito de las decenas, mientras que en segundo año se trabaja predominantemente con números en el ámbito de las centenas.

La realización de ejercicios de cálculo oral o mental registra un porcentaje de tiempo particularmente bajo, tanto en 1° como en 2° año. Sin embargo, cabe la posibilidad que este tipo de actividad no siempre quede registrada en los libros de clase o en los cuadernos, y que en consecuencia, no se vea reflejado el tiempo que efectivamente se le destina.

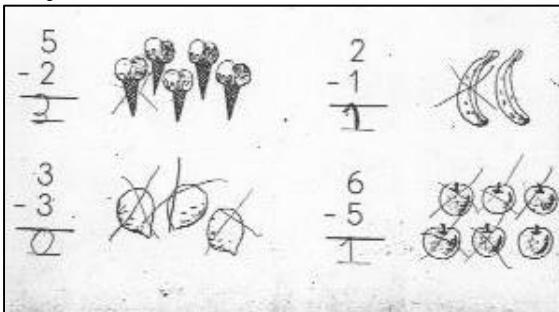
c. Las operaciones se trabajan principalmente en función del uso del algoritmo

Las operaciones estudiadas en NB1 (Adición, Sustracción y Multiplicación), suelen ser trabajadas siguiendo un patrón similar. En primer lugar el profesor enseña qué tipo de acciones están asociadas a la operación estudiada, de manera que los alumnos puedan comprender en qué consiste dicha operación. En esta etapa, es común el uso de elementos gráficos por medio de los cuales se representan el tipo de acciones que implican la Adición, la Sustracción o la Multiplicación (dependiendo de la operación que se esté estudiando), de manera tal de favorecer su comprensión (ejemplo 1).

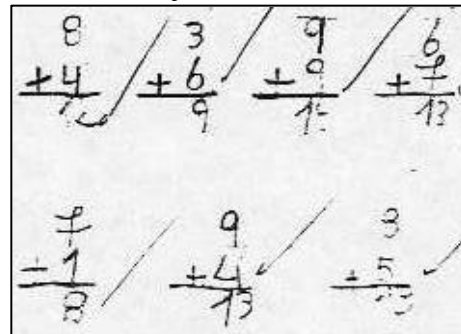
Una vez introducida una determinada operación, las actividades realizadas en torno a la misma están notoriamente orientadas al dominio del procedimiento de cálculo o algoritmo que se ha enseñado para resolverlas. El uso de estrategias alternativas o variadas para trabajar con cada una de las operaciones, la enseñanza de sus propiedades, así como la realización de otras actividades que permitan afianzar la comprensión de las operaciones, ocupa un lugar menor.

- Ejemplos de actividades comúnmente realizadas

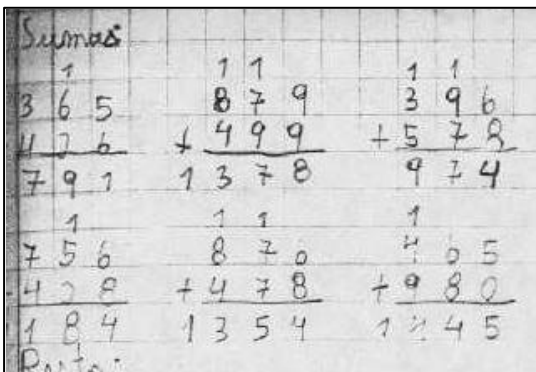
Ejemplo 1: Suma o resta con apoyo gráfico. 1° básico (Muy Frecuente)



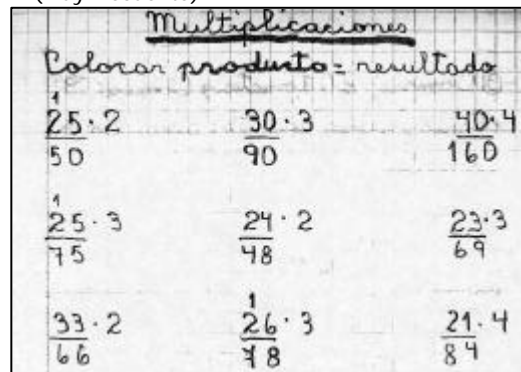
Ejemplo 2: Suma y resta sin apoyo gráfico. 1° básico (Muy frecuente)



Ejemplo 3: Suma y resta con reserva, con números mayores que 99 (Muy frecuente)



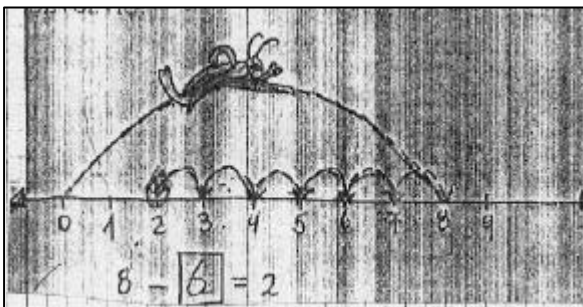
Ejemplo 4: Multiplicación de números de dos o tres cifras, por un número de una cifra. (Muy frecuente)



- Ejemplos de actividades desarrolladas en una menor cantidad de escuelas

Estos ejemplos corresponden a actividades distintas a las comúnmente realizadas. En ellos los alumnos deben realizar otros tipos de cálculo, usan estrategias distintas, o bien, se abordan algunos conceptos o propiedades de las operaciones.

Ejemplo 5: Suma y resta con apoyo de la recta numérica. 1° básico. (Poco frecuente)



Ejemplo 6: Búsqueda del término faltante en una sustracción. 2° básico. (Poco frecuente)

| | |
|----------------|----------------|
| 83 - 26 = 57 ✓ | 99 - 22 = 77 ✓ |
| 91 - 15 = 86 ✓ | 77 - 10 = 67 ✓ |
| 70 - 08 = 62 ✓ | 52 - 03 = 49 ✓ |
| 42 - 10 = 32 ✓ | 55 - 22 = 33 ✓ |
| 63 - 34 = 29 ✓ | 47 - 18 = 29 ✓ |
| 71 - 07 = 64 ✓ | 90 - 49 = 41 ✓ |

Ejemplo 7: Suma o resta como operaciones inversas o comprobación.. 2° básico. (Ocasional)

| | |
|----|-----|
| 76 | 34 |
| 42 | +42 |
| 34 | 76 |
| 68 | 36 |
| 32 | +32 |
| 36 | 68 |

Ejemplo 8: Comprobación propiedad conmutativa, o ejercicios que la impliquen. (Ocasional)

| Propiedad Conmutativa [®] de la adición | |
|---|---|
| 100 + 400 = 400 + 100 | |
| 500 = 500 | |
| 300 + 200 = 200 + 300 | |
| 500 = 500 | ✓ |
| 600 + 100 = 100 + 600 | |
| 700 = 700 | ✓ |
| 700 + 200 = 200 + 700 | |
| 900 = 900 | |

2.3 Resolución de Problemas

Dentro de la categoría de problemas matemáticos pueden considerarse distintos tipos de actividades. Para el caso de este análisis se consideraron como problemas aquellas actividades que los docentes presentan como tales.

a. Los problemas se utilizan para la práctica de las operaciones aritméticas

Al analizar el tipo de problemas registrados en los cuadernos de clase y guías de los alumnos, se encontró que esta estrategia es utilizada de una manera limitada, sin que se aproveche gran parte del potencial pedagógico que puede tener. Esta limitación en el uso de los problemas se aprecia en torno a dos aspectos distintos.

En primer lugar, los problemas matemáticos pueden constituir una estrategia por medio de la cual se pueden desarrollar y afianzar distintos conocimientos de este subsector, ya sean relativos a Números Naturales, Operaciones Aritméticas o a Geometría. No obstante, los problemas encontrados en el material revisado se circunscriben de manera casi exclusiva a las Operaciones Aritméticas.

En segundo lugar, se observa también que los problemas son utilizados principalmente para consolidar el dominio de alguna operación, específicamente, para manejar el algoritmo aprendido, y para reconocer en qué tipo de circunstancias corresponde aplicarlo. El uso de problemas para explorar las operaciones y enriquecer el conocimiento en torno a las mismas, así como para explorar distintas estrategias para su resolución, es prácticamente inexistente.

b. Los problemas tienden a mantener una misma estructura

Aun cuando se realizan problemas destinados a ejercitar operaciones diferentes, se puede apreciar que la gran mayoría de ellos presenta una estructura prácticamente idéntica. Éstos se caracterizan por describir una situación hipotética en la que se presentan algunos datos numéricos. Los datos entregados son los estrictamente necesarios para dar respuesta al problema, de manera que los alumnos no deben discriminar entre información relevante e irrelevante. Por lo general se presentan sólo dos datos numéricos, y en algunas ocasiones tres datos si es que la operación involucrada es una adición de tres sumandos.

Por otra parte, este tipo de problema se caracteriza porque pueden ser resueltos a través de un solo cálculo. La coordinación de distintas acciones de cálculo o de distintas operaciones para resolverlos ocupa un lugar comparativamente menor.

En consecuencia, el desafío al que se ven enfrentados los alumnos consiste en identificar la operación que se debe utilizar, y resolverla adecuadamente. La identificación de la operación a utilizar puede resultar una tarea más o menos compleja, dependiendo del planteamiento del problema. Sin embargo, por lo general, el tipo de enunciado observado entrega una descripción bastante clara de la operación involucrada.

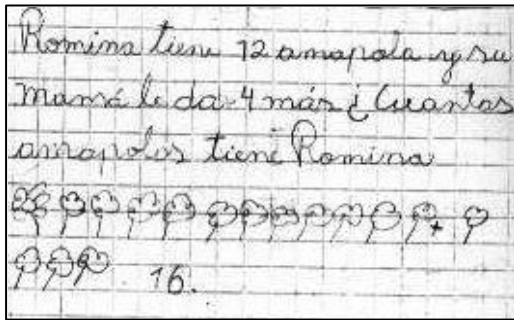
Considerando las características descritas, cabe preguntarse si este tipo de actividad efectivamente constituye un problema real para los alumnos (entendidos como situaciones problemáticas cuya resolución implica un desafío para ellos), o bien, si en su mayoría devienen ejercicios rutinarios de aplicación de cálculo, con un nivel de exigencia básico.

A continuación se ejemplifica el tipo de actividad descrita en los párrafos anteriores, y también algunos ejercicios que presentan algunas características distintas a los problemas comúnmente realizados.

- Ejemplos de problemas comúnmente realizados

Este resulta el tipo de problema más simple. En ellos se presentan dos datos (a veces más si se trata de Adición), y se resuelven aplicando una sola operación.

Ejemplo 1: Problema de Adición. 1° Básico (Frecuente)



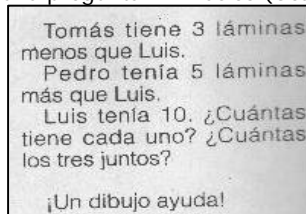
Ejemplo 2: Problema de Adición. 2° Básico (Muy frecuente)



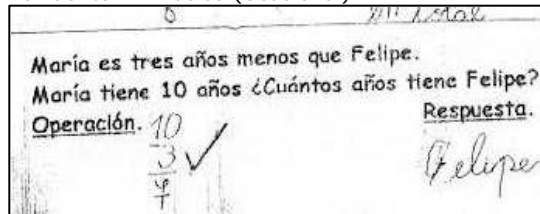
- Ejemplos de problemas realizados con menor frecuencia

Los ejemplos que se presentan a continuación se caracterizan por implicar procedimientos distintos o con algunas variaciones a los anteriormente ilustrados.

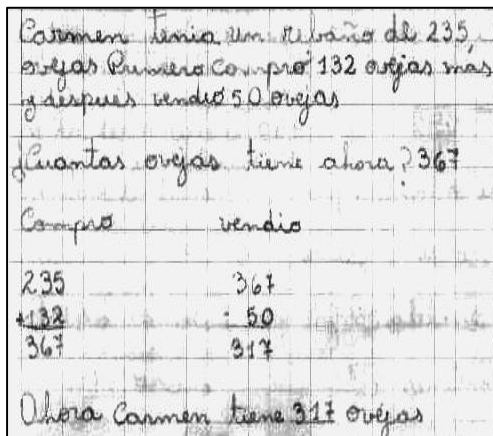
Ejemplo 3: Problemas con más de dos datos y más de una pregunta. 1° Básico (Ocasional)



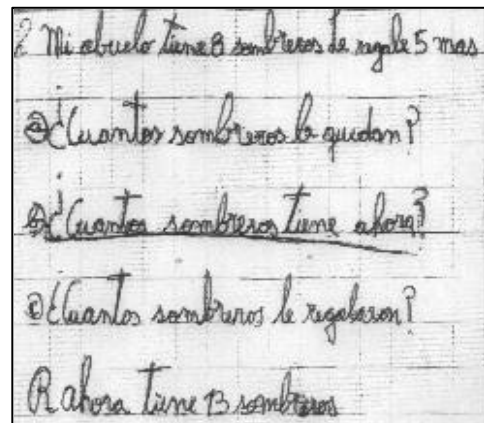
Ejemplo 4: Problemas cuya operatoria resulta menos evidente. 1° Básico (Ocasional)



Ejemplo 5: Problemas que implican más de una operatoria. 2° básico (Ocasional)



Ejemplo 6: Participación en la formulación de problemas. 2° básico (Ocasional)



La predominancia del tipo de problemas anteriormente descrito es confirmada a través de los datos obtenidos por medio de los cuestionarios. A partir de la información encontrada en los cuadernos se elaboraron distintas tipologías de problemas, las que fueron presentadas a los profesores para que señalaran aquella entregada con mayor frecuencia a los alumnos.

En la tabla 2 se dan a conocer los tipos de problemas presentados, y el porcentaje de docentes que señala cada uno de ellos como el más frecuente. De manera coherente con lo anteriormente mencionado, tanto en 1° como en 2° básico hay una clara predominancia de aquellos problemas simples, en los que se presentan sólo dos datos numéricos, y que se resuelven aplicando sólo una operación, la que es presentada de manera prácticamente explícita. No obstante, parece haber también una progresión en 2° año: en este nivel el porcentaje de casos que declara este tipo de problema como el más frecuente es claramente menor que en 1° básico, aún cuando sigan siendo utilizados por la gran mayoría de los casos.

Tabla 2. Porcentaje de casos que declara cada tipo de problema como el más frecuente

| Tipo de problema | Ejemplo | 1° básico | 2° básico |
|---|---|-----------|-----------|
| Problemas simples donde se presentan dos datos numéricos y se resuelven con una operación (suma, resta) | Miguel tiene 24 lápices y le regalaron 12 más ¿cuántos lápices tiene? | 90,8% | 71,5% |
| Problemas con más de dos datos numéricos, se resuelven con más de una operación (suma, resta) | En el supermercado hay las siguientes ofertas: flan \$88, chocolate \$50, papas fritas \$95. Cecilia compró 1 flan y 1 chocolate. Pagó con \$150 ¿cuánto le dieron de vuelto? | 3,9% | 19,2% |
| Problemas con más de dos datos numéricos y donde los alumnos seleccionan la información útil para cada pregunta (suma, resta) | Ofertas Bombones: \$50 cada caja Chicles \$ 50 cada caja Alfajores \$80 cada bolsa. Pedro compró 2 bombones y 1 chicle ¿cuánto pagó? María pagó \$100 ¿qué pudo haber comprado? | 2,6% | 5,8% |
| Ejercicios donde el alumno debe formular un problema o parte de un problema (suma, resta) | Inventa un problema de suma Alumno: Susana tenía \$45 pesos y su mamá le regaló \$50 ¿cuánto dinero tiene? | 2,0% | 2,3% |
| Ejercicios donde se les pide a los alumnos que expliquen cómo llegan a un resultado (suma, resta) | César tiene 5 láminas menos que Hugo. Miguel tiene 7 láminas más que Hugo. Hugo tiene 15 láminas. ¿Cuántas láminas tiene cada uno? ¿cuántas tienen los tres juntos? Explica qué hay que hacer para saber la solución. | 0,7% | 1,2% |
| Total | | 100% | 100% |

Fuente: Cuestionarios

2.4 Geometría

a. Se trabaja básicamente en función de los Cuerpos y Figuras geométricas

El estudio de la Geometría en 1° y en 2° básico se concentran casi exclusivamente en las Figuras y Cuerpos geométricos. Se encontró en los libros de clase y cuadernos que en algunos casos se abordan también otros contenidos, como tipos de línea (paralelas y perpendiculares), o bien otros que implican un mayor nivel de complejidad, como el cálculo de áreas. No obstante, éstas son excepciones dentro del ya escaso tiempo dedicado a la Geometría, y por lo tanto, representan una proporción mínima de tiempo, considerando el total de escuelas.

De la revisión de libros de clase y cuadernos se obtuvo que tanto en 1° como en 2° básico se tiende a destinar una cantidad de tiempo similar a las Figuras y a los Cuerpos Geométricos (tabla 3). Pese a ello, se encontraron también otras evidencias que dan cuenta de un mayor detenimiento o desarrollo de los temas relativos a las Figuras por sobre los Cuerpos geométricos.

En primer lugar, dentro de las actividades revisadas en los cuadernos de clases, se encontró una mayor cantidad y variedad de actividades relativas a las Figuras que a los Cuerpos geométricos. Por otra parte, en los cuestionarios se encontró un dato coincidente con el anterior: los profesores reportan haber trabajado más en base a las Figuras Geométricas. Prácticamente el 100% de los docentes, tanto en 2° como en 3°, declara haber trabajado con sus alumnos las distintas figuras geométricas que se les presentó en una lista. No obstante, como se puede ver en la tabla 3, un porcentaje cercano a 40% y a 20% en 1° y 2° básico respectivamente declaran no haber trabajado el cubo (único cuerpo geométrico presentado en dicha lista). Esta situación resulta llamativa, ya que el cubo es uno de los cuerpos geométricos típicamente introducido al iniciar la enseñanza de las figuras de tres dimensiones. Esto último sugiere que la enseñanza de los Cuerpos geométricos puede estar recibiendo una menor atención, e incluso que en algunos casos puede estar siendo dejada de lado.

Tabla 3: Porcentaje de tiempo destinado a figuras y cuerpos geométricos

| | 1° básico | 2° básico |
|----------------------------|-----------|-----------|
| Figuras geométricas | 1,9% | 2,9% |
| Cuerpos geométricos | 1,4% | 3,1% |
| Total | 3,3% | 5,9% |

Fuente: Libros de clase y cuadernos

Tabla 4. Porcentaje de escuelas que trabajan cuerpos y figuras geométricas

| | Porcentaje de escuelas | |
|--------------------|------------------------|-----------|
| | 1° básico | 2° básico |
| Triángulos | 96,2% | 99,4% |
| Cuadrados | 96,8% | 100,0% |
| Rectángulos | 94,8% | 99,4% |
| Círculo | 96,2% | 99,4% |
| Cubo | 57,7% | 79,0% |

Fuente: Cuestionarios

b. Las actividades se centran en la identificación y reconocimiento de figuras

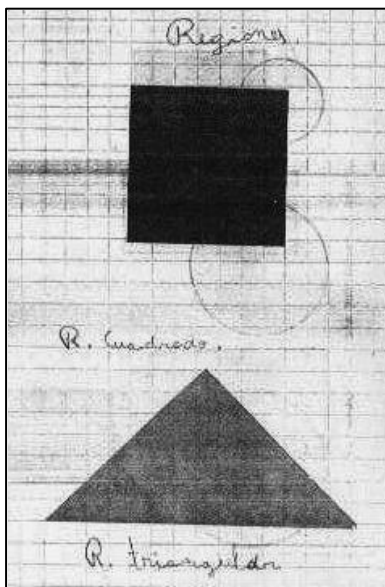
Las actividades realizadas en relación a las Figuras y Cuerpos geométricos tienden a concentrarse en aspectos básicos de este tema. La gran parte de ellas apuntan a la discriminación de figuras, a su reconocimiento y asociación con sus respectivos nombres. El dominio de conceptos asociados a las Figuras y Cuerpos geométricos (como lados, ángulos, caras, aristas o vértices) a partir de los cuales los alumnos pueden realizar descripciones y clasificaciones más precisas, se presentan con una frecuencia notoriamente menor.

La situación descrita es válida tanto para 1° como 2° básico. No obstante, se aprecia también algún nivel de progresión en el trabajo relativo a los Cuerpos geométricos. En 2° básico comúnmente no sólo se trabaja en base a su identificación, sino también en su clasificación según sean o no todas sus caras planas (cuerpos poliedros y no poliedros o redondos).

En relación a las figuras geométricas, se encontró cierta rigidez en el modo en que éstas son trabajadas. Por lo general éstas tienen que ser reconocidas o dibujadas por los alumnos en sus posiciones habituales, y con escasas variaciones en sus formas. Por ejemplo, no se observan actividades orientadas a que los alumnos reconozcan como un triángulos distintos polígonos de tres lados orientados en distintas posiciones, y en los que varíen las dimensiones de sus lados y ángulos. Quizás en 1° año esta rigidez es menos acentuada: aún cuando trabajan con las figuras en su formato habitual, no es extraño encontrar actividades en las que los alumnos deben manipular figuras geométricas ubicándolas en distintas posiciones y yuxtaponiéndolas para formar otras figuras o representar objetos. En 2° año este tipo de actividad tiende a desaparecer.

- Ejemplos de actividades comúnmente realizadas

Ejemplo 1: Identificación de figuras geométricas. 1° Básico (Frecuente)

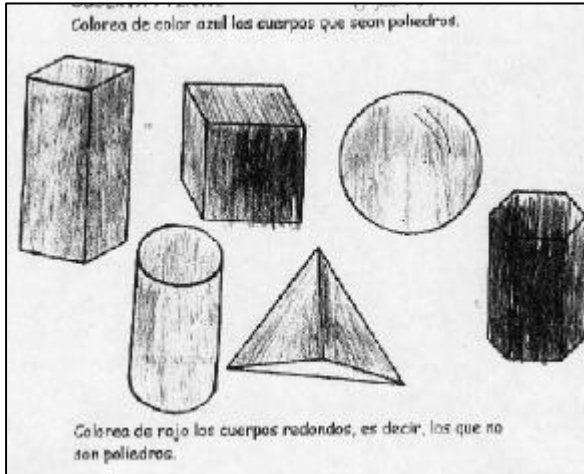


Ejemplo 2: Identificación de cuerpos geométricos. 2° Básico (Frecuente)

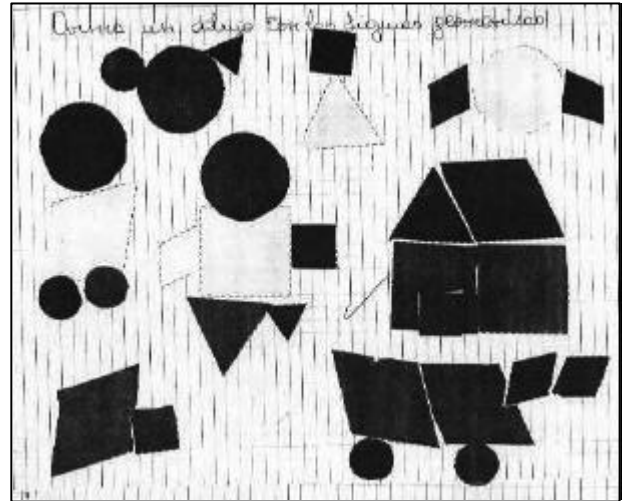
Completa la tabla, escribiendo la cantidad de cuerpos geométricos que aparecen en la siguiente ilustración.

| Cuerpos geométricos | Grandes | Medianos | Chicos | Total |
|---------------------|---------|----------|--------|-------|
| <i>Cubo</i> | 1 | 1 | 4 | 5 |
| <i>Esfera</i> | 1 | 1 | 3 | 5 |
| <i>Cono</i> | 1 | 1 | 1 | 3 |
| <i>Prisma</i> | 0 | 1 | 1 | 2 |

Ejemplo 3: Clasificación de cuerpos geométricos según tengan el tipo de caras que poseen. 2º Básico (Frecuente)



Ejemplo 4: Representación esquemática de objetos a partir de figuras geométricas. 1º Básico (Frecuente)

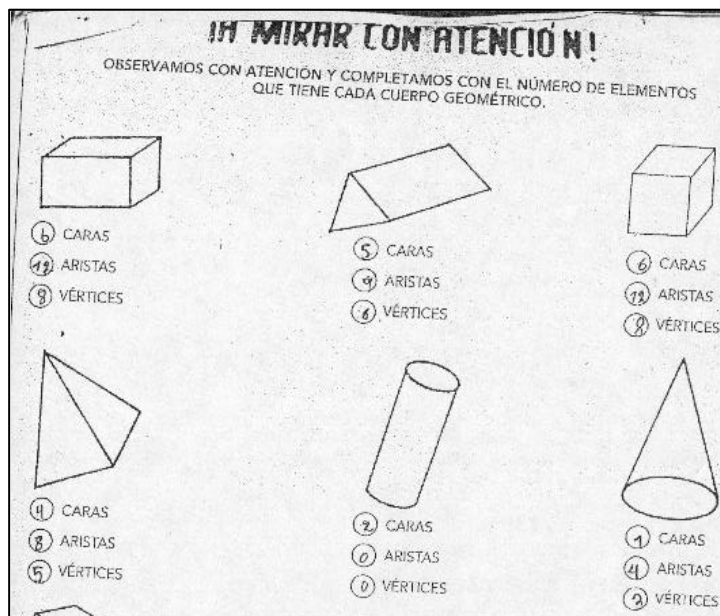


En este ejercicio los alumnos deben ubicar las figuras en distintas posiciones para formar, a partir de su unión, representaciones de objetos o figuras.

Esta actividad es frecuente en 1º básico, pero en 2º año es realizada de manera ocasional.

- Ejemplos de actividades realizadas con menor frecuencia

Ejemplo 5: Identificación de elementos de cuerpos geométricos. 2º Básico (Poco frecuente)



3. OPORTUNIDADES DE APRENDIZAJE Y NIVEL SOCIOECONÓMICO DE LAS ESCUELAS

Se quiso averiguar si las oportunidades de aprendizaje ofrecidas a los alumnos varían de un nivel socioeconómico (NSE) a otro. Para ello se analizaron posibles relaciones entre algunos datos obtenidos de los cuestionarios con el NSE de los establecimientos. En particular se analizaron las posibles relaciones existentes entre el NSE con el tiempo destinado a cada contenido, con la enseñanza de los números, con el tipo de problemas realizados, y con el tipo de actividades llevadas a cabo en Geometría.

3.1 Distribución del tiempo de clase en los distintos contenidos. Diferencias por NSE

Escuelas de diferente NSE distribuyen el tiempo de manera similar

El porcentaje de tiempo destinado a cada contenido no presenta mayores variaciones entre establecimientos de distinto NSE. En la tabla 5 se presentan los contenidos en torno a los cuales se encontraron mayores variaciones, tanto en 1° como en 2° básico. Como se puede apreciar, dichas variaciones no son sustantivas. Esta situación permite suponer que de existir diferencias en las oportunidades de aprendizaje entre establecimientos de distintos NSE, éstas no se deben a la manera en que se distribuye el tiempo entre los contenidos, haciéndose necesario buscarlas en el modo en que éstos son enseñados, o el nivel de exigencia en base al cual son abordados.

Tabla 5. Contenidos en los que se encontró mayor deferencia de tiempo, según NSE

| | | Bajo | Medio Bajo | Medio | Medio Alto |
|-----------|---------------------------|-------|------------|-------|------------|
| 1° básico | Números Naturales | 26,2% | 27,4% | 30,1% | 31,4% |
| 2° básico | Orientación en el espacio | 8,5% | 10,0% | 7,9% | 7,6% |

Fuente: Cuestionarios

Pese a esta similitud entre los establecimientos, se encontró una excepción, específicamente, en torno al tiempo destinado a Apresto en 1° básico. A menor NSE, se tiende a destinar más tiempo al Apresto. Probablemente esta situación se deba a la menor cobertura de la educación prebásica en los sectores socioeconómicos inferiores¹³. Este hecho podría explicar la necesidad de llevar a cabo un trabajo más prolongado de preparación al inicio del año, orientado a que los alumnos desarrollen ciertas destrezas y aprendizajes básicos, necesarios para enfrentar el primer año de enseñanza escolar.

Tabla 6. Porcentaje de tiempo destinado a apresto por NSE

| NSE | Tiempo en Apresto |
|------------|-------------------|
| Bajo | 19,1% |
| Medio Bajo | 16,3% |
| Medio | 14,3% |
| Medio Alto | 11,2% |

Fuente: Cuestionarios

¹³ La encuesta CASEN del año 2000 arrojó que los porcentajes de cobertura de la educación prebásica según quintil de ingreso, desde el inferior al superior, son los siguientes: 25,5%, 29,6%, 32,7%, 37,6% y 50,2%.

3.2 Números Naturales y NSE

En 1º año la enseñanza de los números tiene un inicio más lento en los NSE inferiores

Entre las escuelas pertenecientes a distintos grupos socioeconómicos tiende a haber una gran coincidencia en términos del ámbito numérico que alcanzan a enseñar. En 1º básico, al finalizar el año, todas ya han trabajado los números en el ámbito de la decena, e incluso en algunas se atisba el trabajo en las centenas. En la tabla 7 se presenta el ámbito numérico alcanzado en la escritura de números.

Sin embargo, si se considera el ámbito alcanzado en la mitad del año lectivo, al finalizar el primer semestre, se encontró que en los establecimientos de mayor NSE por lo general se ha logrado avanzar más en los números (tabla 8). Cabe la posibilidad que los alumnos de escuelas en las que se ha avanzado más, hayan tenido más tiempo y oportunidades para manipular y comprender de mejor forma toda la gama de números pertenecientes al ámbito de las decenas. Si esto es así, es posible que los alumnos de escuelas con menores NSE estén expuestos a oportunidades de aprendizaje más limitadas que sus pares de NSE superiores.

Frente a esta situación, sin embargo, no se puede responsabilizar a los docentes directamente. En la enseñanza preescolar se suelen enseñar elementos introductorios de las Matemáticas, así como los primeros números. Si se considera que hay menor cobertura de enseñanza preescolar en los NSE menores, podría entenderse, al menos en parte, un inicio más tardío y/o más lento en la enseñanza de los números, junto con la necesidad de un período de Apresto más largo.

Tabla 7: *Ámbito numérico alcanzado en la escritura de números, por NSE (1º básico)*

| Ámbito | NSE | | | |
|---------------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | Bajo | Medio Bajo | Medio | Medio Alto |
| Escritura de números hasta la decena | 71,4% | 71,2% | 82,2% | 76,2% |
| Escritura de números hasta la centena | 28,6% | 26,9% | 17,8% | 23,8% |
| Sin trabajo en escritura de números | -- | 1,9% | -- | -- |
| Total | 100% | 100% | 100% | 100% |

Fuente: Cuestionarios

Tabla 8: *Números alcanzados a estudiar durante el 1º semestre, por NSE (1º básico)*

| Ámbito | NSE | | | |
|------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | Bajo | Medio Bajo | Medio | Medio Alto |
| Números hasta 5 | -- | 2,0 | -- | -- |
| Números hasta 10 | 31,4 | 21,6 | 10,9 | 19,0 |
| Números hasta 20 | 20,0 | 19,6 | 28,3 | 4,8 |
| Números hasta 50 | 48,6 | 56,9 | 60,9 | 76,2 |
| Total | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 |

Fuente: Cuestionarios

3.3 Tipo de problema más frecuente y NSE

No hay una relación clara entre complejidad de los problemas y NSE

Tanto en 1° como en 2° básico, en los distintos NSE, el tipo de problema declarado como el más frecuente es el de estructura más simple, es decir, aquellos en los que se presentan dos datos numéricos y que se resuelven aplicando una sola operación, la que es descrita de manera casi evidente en el enunciado del problema. Sólo en 2° año se puede apreciar alguna diferencia entre los NSE: en el nivel Medio Alto, en términos comparativos, este tipo de problema es utilizado por un porcentaje de docentes bastante menor. No obstante, no es posible afirmar que el uso de este tipo de problema tienda a aumentar o a disminuir conforme varíe el NSE de los establecimientos, ya que si se observan los restantes grupos, los porcentajes obtenidos son relativamente parejos.

Tabla 9: Porcentaje de casos que realiza los problemas simples como los más frecuentes.

| | | Bajo | Medio Bajo | Medio | Medio Alto |
|---|-----------|------|------------|-------|------------|
| Problemas simples (dos datos numéricos y una operación) | 1° básico | 88,2 | 98,0 | 89,4 | 80,0 |
| | 2° básico | 77,1 | 70,0 | 76,0 | 59,3 |

Fuente: Cuestionarios

3.4 Trabajo en Geometría y NSE de las escuelas

Se buscó identificar si el tipo de trabajo realizado en Geometría se encontraba ligado con el NSE de las escuelas. Se encontraron posibles relaciones, pero sólo en torno al estudio de los cuerpos geométricos.

a. Al parecer, en los NSE superiores se estudian más los cuerpos geométricos

Por medio de los cuestionarios se encontró que en todos los NSE, todos o prácticamente todos los docentes han trabajado con las figuras geométricas que les fueron presentadas en una lista. No obstante, el único cuerpo geométrico presentado (el cubo) tiende a ser estudiado en un porcentaje comparativamente menor de casos, el que va decreciendo a medida que disminuye el NSE del establecimiento. Esta situación se puede observar en ambos cursos, pero es especialmente marcada en 1° básico. Si se considera que el cubo es uno de los primeros cuerpos geométricos que tienden a enseñar los docentes, es muy probable la existencia de un panorama similar en torno a otros cuerpos geométricos.

Esta situación estaría dando cuenta de una posible diferencia en la oportunidades de aprendizaje de acuerdo al NSE de los establecimientos. En los NSE superiores los alumnos tienen mayores probabilidades de identificar y estudiar figuras geométricas de tres dimensiones, mientras que en los NSE menores hay mayor probabilidad que el conocimiento de las figuras geométricas se vea limitado a las de dos dimensiones.

Tabla 10: Porcentaje de docentes que ha enseñado cada figura, por NSE (1° básico)

| | NSE | | | |
|------------|-------|------------|-------|------------|
| | Bajo | Medio Bajo | Medio | Medio Alto |
| Triángulo | 97,2% | 94,2% | 95,8% | 100,0% |
| Cuadrado | 97,2% | 94,3% | 97,9% | 100,0% |
| Rectángulo | 94,1% | 92,3% | 95,8% | 100,0% |
| Círculo | 97,2% | 92,5% | 97,9% | 100,0% |
| Cubo | 41,4% | 51,2% | 60,0% | 94,4% |

Fuente: Cuestionarios

Tabla 11: Porcentaje de docentes que ha enseñado cada figura, por NSE (2° básico)

| | NSE | | | |
|------------|--------|------------|--------|------------|
| | Bajo | Medio Bajo | Medio | Medio Alto |
| Triángulo | 100,0% | 100,0% | 98,0% | 100,0% |
| Cuadrado | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% |
| Rectángulo | 100,0% | 100,0% | 98,0% | 100,0% |
| Círculo | 97,4% | 100,0% | 100,0% | 100,0% |
| Cubo | 70,6% | 79,3% | 75,0% | 96,3% |

Fuente: Cuestionarios

B. SEGUNDA PARTE

ENSEÑANZA DEL SUBSECTOR EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN NB2

SEGUNDA PARTE: ENSEÑANZA DEL SUBSECTOR EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN NB2

1. CONTENIDOS ENSEÑADOS Y DISTRIBUCIÓN DEL TIEMPO ENTRE ELLOS

Al igual que el análisis presentado en relación a NB1, como primer paso se entrega una descripción general de los contenidos enseñados en términos del tiempo destinado a cada uno de ellos. El listado de contenidos utilizado se elaboró de la misma forma que en NB1: se usó como principal referente el Marco Curricular vigente al año 2002. Dicho listado se utilizó para clasificar el contenido abordado en cada una de las actividades registradas en los cuadernos y libros de clase, y luego fue presentado a los docentes en los cuestionarios para que señalaran el porcentaje de tiempo destinado a cada contenido.

1.1 Panorama general en el total de cursos

En términos generales, las dos fuentes de información utilizadas presentan un patrón similar en términos de la forma en que se distribuye el tiempo entre los distintos contenidos. A continuación se presentan los principales resultados encontrados.

El contenido que concentra mayor cantidad de tiempo es Operaciones Aritméticas

En NB2 se le asigna a las Operaciones Aritméticas entre un cuarto y un tercio del total de horas correspondientes a este subsector (tabla 1). El tiempo destinado a este contenido aumenta notoriamente si se considera que la Resolución de Problemas casi siempre está orientada al trabajo en base a alguna de las operaciones aritméticas.

Números Naturales también recibe un porcentaje importante de tiempo, tanto en 3° como en 4° año. Los restantes contenidos reciben una cantidad de tiempo comparativamente menor. No obstante, Fracciones y Geometría van ocupando un lugar cada vez más importante si se considera la progresión entre ambos cursos. Esto se aprecia especialmente al observar la información obtenida de los libros de clase y los cuadernos, y resulta más marcado en el caso de las Fracciones.

Aun cuando se observan coincidencias entre los cuestionarios y la información obtenida de los libros de clase y cuadernos en términos de los contenidos que se tienden a enfatizar, se pueden apreciar también diferencias, especialmente en torno a la Resolución de Problemas y Orientación en el Espacio. En los cuestionarios estos temas registran un porcentaje de tiempo mayor al que se registró en los libros de clase y los cuadernos. Esta diferencia podría deberse a una sobreestimación por parte de los profesores al momento de contestar los cuestionarios, o bien, a que no todas las actividades sobre estos temas hayan sido registradas en los materiales revisados, y en consecuencia, no se hayan contabilizado todas ellas al momento de analizar este material.

Tabla 1: Distribución del tiempo en Matemática

| BLOQUE CONTENIDOS | Libro de clase y cuadernos | | Cuestionarios | |
|------------------------------|-------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| | 3° año básico | 4° año básico | 3° año básico | 4° año básico |
| Números Naturales | 20,1 % | 13,9 % | 23,6% | 20,3% |
| Operaciones Aritméticas | 33,6 % | 25,5 % | 27,9% | 24,3% |
| Geometría | 5,4 % | 8,7 % | 10,2% | 12,3% |
| Orientación en el espacio | 0,0 % | 0,1 % | 6,7% | 7,4% |
| Fracciones | 6,0% | 13,4 % | 10,4% | 12,3% |
| Resolución de problemas | 11,3% | 9,6% | 19,6% | 20,9% |
| Evaluaciones ¹⁴ | 8,8 % | 8,5 % | -- | -- |
| Otros temas | 5,5 % | 9,2 % | 1,5% | 2,5% |
| Sin registro ¹⁵ | 9,2 % | 11,1 % | -- | -- |
| Total | 100 % | 100 % | 100% | 100% |

Los promedios presentados en el cuadro anterior, si bien describen un patrón general respecto de la asignación de tiempos a los contenidos, encubren algunas diferencias encontradas entre los distintos cursos o profesores. Por ejemplo, en 3° básico para Números Naturales algunos destinan el 10% del tiempo anual, mientras que otros el 50% del tiempo de trabajo; en tanto en 4° básico la variación va desde un 5% a un 40% del tiempo total del año. Para Operaciones Aritméticas se presenta una variación que va del 10% del tiempo anual hasta el 66%, en ambos cursos. También en los otros contenidos se aprecian variaciones, aunque menos acentuadas. El detalle de estas variaciones se presenta en el anexo 6.

1.2 ¿Existen relaciones entre el tiempo destinado a distintos contenidos?

Se quiso identificar si el tiempo dedicado a un contenido en particular se encuentra asociado al tiempo destinado a otro u otros contenidos, ya sea de manera positiva o negativa.

Operaciones Aritméticas y Números Naturales le restan tiempo a otros contenidos

Como podría esperarse, al ser los temas predominantes, las Operaciones Aritméticas y los Números Naturales tienden a restarle tiempo a otros contenidos como Geometría, Fracciones y Resolución de Problemas. No obstante, resulta interesante constatar que estos dos contenidos (Operaciones Aritméticas y Números Naturales) no se restan tiempo mutuamente, pese a ser los que consumen mayor cantidad de tiempo.

Lo anterior se aprecia en la existencia de correlaciones negativas y significativas entre el tiempo destinado a Operaciones Aritméticas y Números Naturales con el tiempo destinado a los restantes contenidos¹⁶, y en la casi nula correlación existente entre ambos¹⁷ (el detalle de correlaciones se presenta en el anexo 7).

¹⁴ La categoría *Evaluación* se registró como tiempo de trabajo ya que apareció consignado en los libros de clase. Sin embargo, no siempre fue posible asignar este tiempo a un contenido en particular. No hay porcentajes sobre este punto a partir de los cuestionarios. En éstos los docentes fueron consultados sólo por los contenidos.

¹⁵ La categoría *Sin Registro* se utilizó en aquellos casos en los que no se contó con referentes para identificar el contenido trabajado en una clase.

¹⁶ La gran mayoría de estas correlaciones varía entre $-0,21$ y $-0,39$, donde $p < 0,01$.

2. QUÉ SE ABORDA EN CADA CONTENIDO

Del mismo modo que en el capítulo sobre NB1, se presenta a continuación una descripción de la forma en que los contenidos de Matemáticas son abordados. Para ello se toma en consideración tanto aquello que los docentes enseñan en torno a cada contenido, como las actividades que utilizan para trabajar con los alumnos¹⁸.

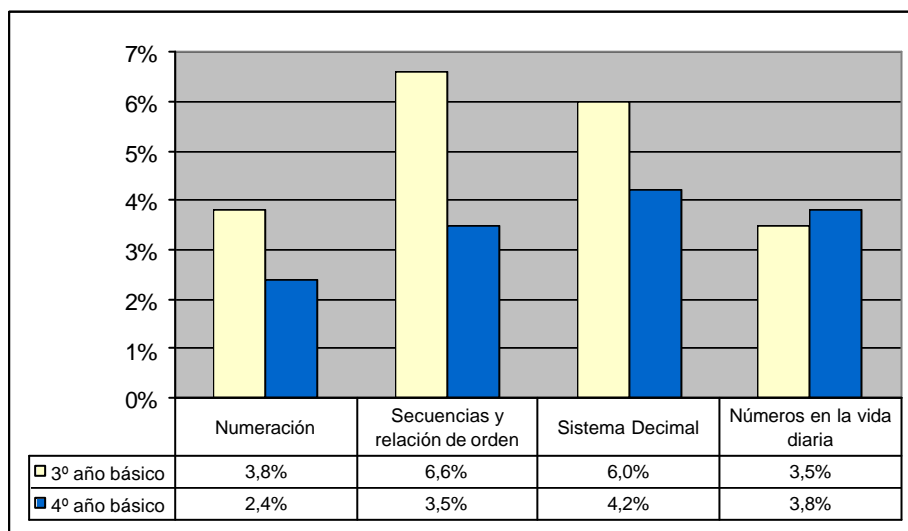
2.1 Números Naturales

a. El tiempo destinado a los temas relativos a Números Naturales tiende a disminuir

Para analizar la enseñanza de los Números Naturales, se distinguieron en NB2 los mismos grandes temas identificados en NB1: *Secuencias y relación de orden*, *Sistema decimal* (relativo a la composición de los números de acuerdo a las características de este sistema) y *Numeración* (reconocimiento e identificación de los números y de su escritura). Las actividades que implican el uso de los números en actividades cotidianas (para medir períodos de tiempo, medir longitudes, o para calcular usando los valores de monedas y billetes) se clasificaron en la categoría *Números en la vida diaria*.

Se encontró que casi todos ellos, salvo *Números en la vida diaria* reciben un porcentaje de tiempo menor en 4º básico. Esta situación estaría reflejando la tendencia a destinar menos tiempo al estudio de los números en general, a medida que se progresa en los cursos.

Gráfico 1. Distribución de tiempo al interior de Números Naturales



Fuente: Libro de clase y cuadernos

¹⁷ La correlación entre el tiempo dedicado a Operaciones Aritméticas y Números Naturales es de 0,06 en 3º básico y de -0,003 en 4º básico.

¹⁸ Debido a la casi nula presencia que tiene el trabajo en Orientación en el Espacio, las actividades relativas a este contenido en particular no son presentadas en este informe

b. El ámbito de los Números Naturales aumenta a las unidades de mil, decenas de mil y centenas de mil

Los alumnos llegan a 3° año manejando los números por lo menos hasta el ámbito de las centenas. Durante este curso comienzan a integrarse las unidades de mil, y se va progresando en el ámbito numérico para finalizar en 4° año con las centenas de mil o con los millones en algunos casos. Por medio de los cuestionarios se obtuvo que, por lo general, en 3° básico no hay uniformidad en términos del ámbito numérico al que se llega, mientras que en 4° año se aprecia que la mayoría trabaja hasta alguno de los dos ámbitos antes señalados (detalle en anexo 8).

c. Para la enseñanza de los números se utiliza una rutina de actividades similares a las de NB1

Las actividades a través de las cuales son trabajados los Números Naturales no se diferencian notoriamente de aquellas realizadas en NB1, salvo por los ámbitos numéricos utilizados. Esta situación se observa en relación a los distintos subcontenidos contemplados en Números Naturales, con la excepción de Números en la vida diaria, tema que recibe mayor desarrollo durante NB2.

En el caso de las actividades orientadas a la identificación y conocimiento de los números (*Numeración*), al igual que en NB1, los ejercicios más comunes consisten en la escritura de números, ya sea en palabras o en cifras.

Para el estudio de la *Secuencia y relación de orden* se aprecian actividades como: comparación de números usando los signos mayor y menor, completación de secuencias y series, e identificación de antecesor y sucesor de un número dado. Junto con ello, en 4° año comienza a observarse una mayor frecuencia de los ejercicios de aproximación o redondeo de números.

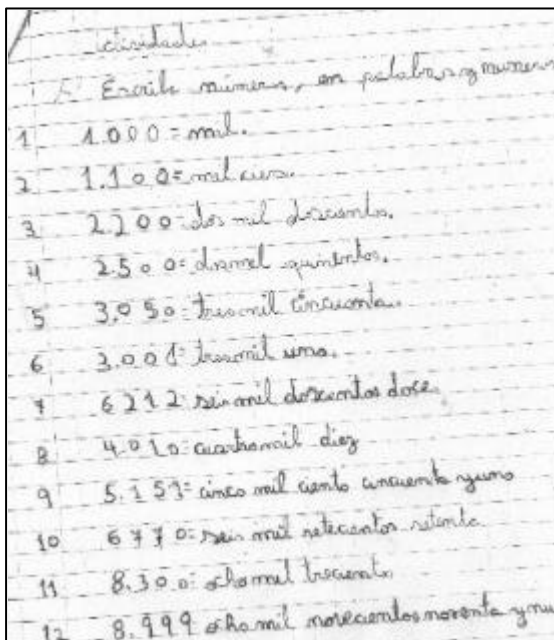
Las actividades ligadas a la enseñanza del *Sistema decimal*, consisten principalmente en ejercicios de composición y descomposición aditiva de números.

A continuación se presentan algunos de los ejercicios realizados con más frecuencia en función del estudio de los Números Naturales¹⁹. En ellos se hace evidente la similitud con las actividades realizadas en NB1 (Páginas 17 a 20).

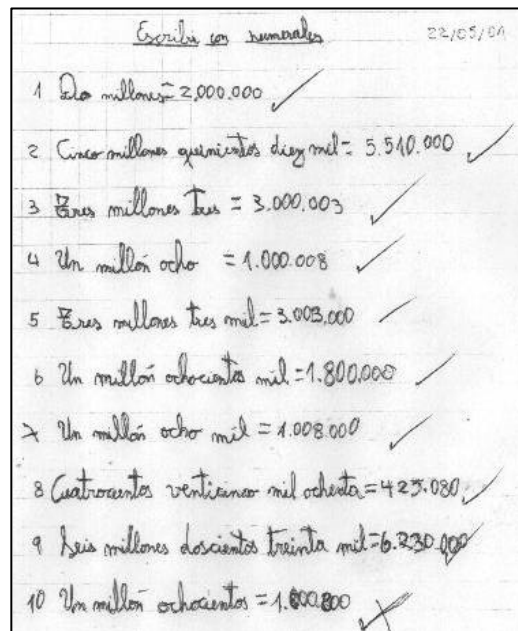
¹⁹ Las actividades fueron clasificadas en ocasionales, poco frecuentes, frecuentes y muy frecuentes según se realizaran entre 0% y 24,9%, entre 25% y el 49,9%, entre 50% y 74,9% y entre 75% y 100% de las escuelas, respectivamente.

- Numeración

Ejemplo 1: Escribir números en palabras. 3° básico (Muy frecuente)



Ejemplo 2: Escribir en cifras números dados en palabras. 4° básico (Muy frecuente)



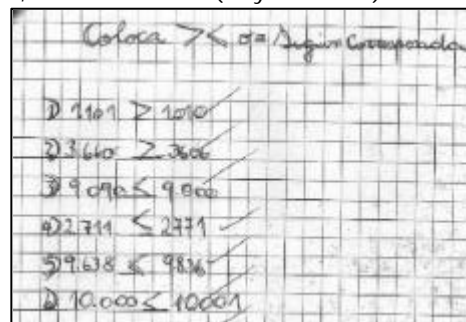
- Secuencias y relación de orden

Ejemplo 3: Escribir antecesor y sucesor de un número. 3° básico (Muy frecuente)

| Antecesor | Número | Sucesor |
|-----------|---------|---------|
| 554.233 | 555.234 | 556.235 |
| 321.563 | 322.564 | 323.565 |
| 119.442 | 120.443 | 121.444 |
| 397.321 | 400.322 | 401.323 |
| 455.845 | 456.846 | 457.847 |
| 566.332 | 567.333 | 568.334 |
| 846.438 | 847.439 | 848.440 |
| 549.431 | 550.432 | 551.433 |
| 432.998 | 433.999 | 434.000 |
| 433.000 | 434.001 | 435.002 |
| 454.221 | 455.222 | 456.223 |

Si bien este tipo de ejercicio es altamente frecuente en 3° básico, en 4° año es menos utilizado, cayendo en la categoría "poco frecuente".

Ejemplo 4: Comparar números utilizando signos >, < ó =. 3° básico (Muy frecuente)



Ejemplo 5: Escribir una secuencia ascendente siguiendo un patrón. 4° básico (Frecuente)

1. Escribe de 10 en 10 hasta 400
 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170
 180, 190, 200, 210, 220, 230, 240, 250, 260, 270, 280, 290, 300, 310, 320, 330
 340, 350, 360, 370, 380, 390, 400.

Escribe de 100 en 100 hasta 1000
 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000

Escribe de 5 en 5 hasta 100
 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80
 85, 90, 95, 100

Ejemplo 6: Realizar aproximaciones. 4° básico (Frecuente)

Resuelve las siguientes operaciones redondeando:

$32 = 320$ ✓
 $136 = 140$ ✓
 $2530 = 2500$ ✓
 $4698 = 4700$ ✓
 $399 = 400$ ✓
 $6937 = 6940$ ✓

Este tipo de ejercicio, si bien es muy frecuente en 4° año, en 3° básico sólo es ocasional.

Nótese en este ejemplo el uso inapropiado del signo igual. La relación que se establece entre los números no es de igualdad, sino de aproximación.

- **Sistema decimal**

Los ejercicios más comunes son los de composición y descomposición aditiva de números en forma abreviada (ejemplos 7 y 8). Éstos pueden devenir en actividades a resolver mecánicamente al ser utilizados de manera recurrente y estereotipada.

Ejercicios que pueden facilitar una aproximación más comprensiva a este contenido, ya sea por medio de la integración de distintas formas de representar las unidades, decenas, centenas, etc.; o bien a través del reconocimiento de las relaciones entre éstas, ocupan un segundo lugar y se realizan en una menor cantidad de escuelas (ejemplos 9 y 10).

Ejemplo 7: Composición de números a partir de una expresión abreviada. 3° básico (Muy frecuente)

Escribe el número

1) $10M + 30 + 30 + 1C = 1.133$
 2) $20M + 5D + 6U = 2.056$
 3) $3U + 60M + 10 + 6.103$
 4) $50 + 3C + 20M + 20 = 2.352$
 5) $10M + 1C + 00M + 2d + 3U = 10.023$
 6) $80M + 5C + 2D = 8520$
 7) $6U + 30 + 6d + 50M = 5.366$
 8) $80 + 5C + 10M + 6U = 7.586$

Ejemplo 8: Descomposición aditiva de números en forma abreviada. 4° básico (Frecuente)

5. Descomponer estos numerales (En U de millón, U de mil, D de mil, C de mil)

1) $3.250.148 = 3U \text{ de mill} + 2C \text{ de mil} + 5D \text{ de mil} + 0U \text{ de mil} + 1C + 4D + 8U$
 $2.584.273 = 2U \text{ de mill} + 5C \text{ de mil} + 8D \text{ de mil} + 4U \text{ de mil} + 2C + 7D + 3U$
 $1.050.225 = 1U \text{ de mill} + 0C \text{ de mil} + 5D \text{ de mil} + 6U \text{ de mil} + 2C + 0D + 5U$
 $3.101.598 = 3U \text{ de mill} + 1C \text{ de mil} + 0D \text{ de mil} + 1U \text{ de mil} + 5C + 9D + 8U$
 $4.326.585 = 4U \text{ de mill} + 3C \text{ de mil} + 2D \text{ de mil} + 6U \text{ de mil} + 5C + 8D + 5U$
 $17.14.542 = 1U \text{ de mill} + 7C \text{ de mil} + 1D \text{ de mil} + 4U \text{ de mil} + 5C + 4D + 2U$

Ejemplo 9: Descomposición utilizando más de un tipo de expresión (abreviada y desarrollada). 4° básico (Poco frecuente)

Descomponer números

$$27183 = 20m + 7u + 1c + 8d + 3u$$

$$= 20.000 + 7.000 + 1.000 + 80 + 3$$

$$= 27.083$$

$$145.218 = 100m + 40m + 50m + 20 + 10 + 8$$

$$= 100.000 + 40.000 + 5.000 + 200 + 10 + 8$$

$$= 145.218$$

$$2,54124 = 2000m + 500m + 40m + 10m + 20 + 10 + 4$$

$$= 2.000.000 + 500.000 + 40.000 + 1.000 + 200 + 10 + 4$$

$$= 2.541.214$$

$$25.319 = 20m + 50m + 30 + 10 + 9$$

$$= 20.000 + 5.000 + 300 + 10 + 9$$

$$= 25.319$$

Ejemplo 10: equivalencias entre, U, D, C, etc. 4° básico (Poco Frecuente)

¿Cuántas unidades hay en 1 decena?

10 = 10

¿Cuántas decenas hay en 100 unidades?

10

¿Cuántas decenas hay en 200 unidades?

20

¿Cuántas centenas hay en 300 unidades?

3

¿Cuántas centenas hay en 1000 unidades?

10

¿Cuántas decenas hay en 400 unidades?

40

¿Cuántas centenas hay 4000 unidades?

40

¿Cuántas decenas hay en 1000 unidades?

100

¿Cuántas centenas hay en 3000 unidades?

30

d. El estudio de los números en la vida cotidiana no se aborda bajo un patrón común de actividades

A diferencia de lo observado en relación a los otros subcontenidos, el uso de los números en la vida cotidiana no es abordado bajo un conjunto de actividades compartido por todas las escuelas o la mayoría de ellas. Por esta razón, resulta difícil identificar una forma característica en que las escuelas, en general, tienden a trabajar este tema en particular.

A pesar de esta situación, es posible identificar algunas actividades más difundidas que otras. No obstante, ninguna de ellas se caracteriza por ser realizada con especial recurrencia, o por estar presente en la mayoría de los cursos analizados.

En el caso de la aproximación al sistema monetario, tanto en 3° como en 4° año el ejercicio más común es la realización de cálculos utilizando los valores de monedas y billetes del sistema monetario nacional.

Al abordar el uso de los números para medir longitudes, tanto en 3° como en 4° año la actividad más común es la realización de mediciones utilizando unidades estándar (como centímetro, decímetro o metro). El uso de unidades de medición arbitrarias se observó en una cantidad de establecimientos notoriamente menor.

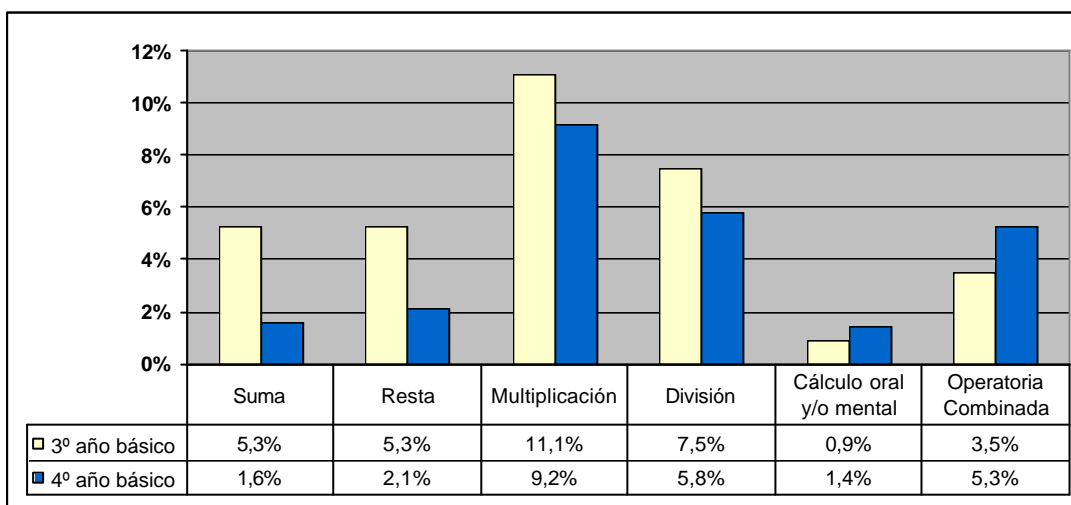
En lo que se refiere al trabajo con unidades de medición de tiempo, se puede apreciar una mayor variación entre ambos cursos. En 3° básico las distintas actividades sobre este tema presentan una situación homogénea: todas ellas tienen una escasa presencia en las escuelas. Esta situación tiende a variar en 4° básico. En este curso el cálculo de periodos de tiempo es la actividad más difundida entre los establecimientos, ya sea utilizando como unidades de medición los días, semanas y meses, así como el sistema sexagesimal (segundos, minutos, horas). Mientras, actividades en las que los alumnos deben leer la hora en relojes, o en las que deben comparar periodos de tiempo expresados en distintas unidades, se observan en un número de escuelas comparativamente menor.

2.2 Operaciones Aritméticas

a. La Multiplicación como operación predominante

Se continúa trabajando la Adición y la Sustracción, introducidas en NB1, pero se les destina un porcentaje de tiempo decreciente. La operación a la que se destina mayor cantidad de tiempo es la Multiplicación. También se observa que la División ocupa un lugar importante, llegando a ser la segunda operación más trabajada.

Gráfico 2. Distribución de tiempo al interior de Operaciones Aritméticas



Fuente: Libro de clase y cuadernos

La realización de ejercicios de cálculo oral o mental registra un porcentaje de tiempo particularmente bajo. No obstante, esta situación puede estar influenciada por la falta de registro sobre este tipo de actividad en los cuadernos de clase y en los libros de los profesores.

b. Básicamente, los alumnos deben practicar el algoritmo de cálculo

Por lo general, el estudio de las operaciones aritméticas, ya sea la Adición, Sustracción, Multiplicación o División, se caracteriza por la realización de dos tipos de actividades: ejercicios de cálculo escrito, y resolución de problemas.

Por medio de estas actividades el desafío que se les plantea a los alumnos, en casi la totalidad de los casos, consiste en dominar y aplicar de manera correcta y eficiente el algoritmo correspondiente. Con una frecuencia notoriamente menor se llevan a cabo actividades que impliquen buscar procedimientos de cálculo diversos o alternativos, en los que los alumnos deban desarrollar distintas estrategias, o poner en juego sus conocimientos relativos a conceptos matemáticos, ya sea en torno a los números como a las operaciones.

En la medida que los alumnos van progresando en el estudio de los ámbitos numéricos, se van incluyendo números mayores en los ejercicios de cálculo.

- Ejemplos de actividades comúnmente realizadas

Los ejemplos que se presentan a continuación no incluyen el desarrollo de problemas, tema que se ejemplifica y se describe en la siguiente sección.

Adición y sustracción

Ejemplo 1: Ejercicios de cálculo escrito de Adición. 3° básico (Muy frecuente)

Ejemplo 2: Ejercicios de cálculo escrito de Sustracción. 4° básico (Muy frecuente)

Multiplicación

En el caso de la Multiplicación, además de los ejercicios de cálculo, es frecuente también la ejercitación de las tablas de multiplicar.

En 3° básico se trabaja con multiplicaciones en las que uno de los factores es un número de una cifra. En 4° se incorporan factores con 2 y hasta 3 cifras.

Ejemplo 3: Cálculo escrito de multiplicaciones por un factor de dos dígitos. 4° básico (Muy frecuente)

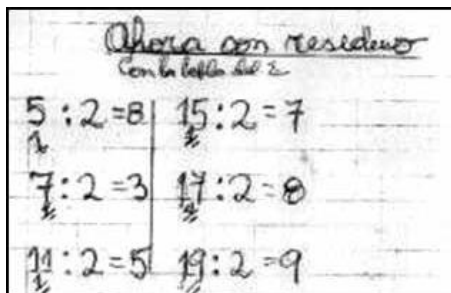
Ejemplo 4: Estudio de las tablas de multiplicar. 3° básico (Muy frecuente)

| | | |
|---------|---------|---------|
| 2x1=2 | 3x1=3 | 4x1=4 |
| 2x2=4 | 3x2=6 | 4x2=8 |
| 2x3=6 | 3x3=9 | 4x3=12 |
| 2x4=8 | 3x4=12 | 4x4=16 |
| 2x5=10 | 3x5=15 | 4x5=20 |
| 2x6=12 | 3x6=18 | 4x6=24 |
| 2x7=14 | 3x7=21 | 4x7=28 |
| 2x8=16 | 3x8=24 | 4x8=32 |
| 2x9=18 | 3x9=27 | 4x9=36 |
| 2x10=20 | 3x10=30 | 4x10=40 |

División

Se realiza el mismo tipo de ejercicios vistos en función de la Adición, Sustracción y Multiplicación. En general, se trata de divisiones con y sin resto, y con números de un solo dígito en el divisor. Divisores de dos o más dígitos son incluidos por pocas escuelas en 4° año.

Ejemplo 5: Cálculo escrito de divisiones inexactas. 3° básico (Muy recuente)

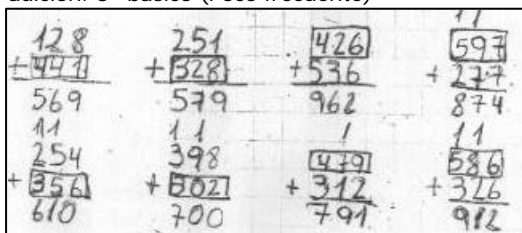


- Ejemplos de actividades desarrolladas en una menor cantidad de escuelas

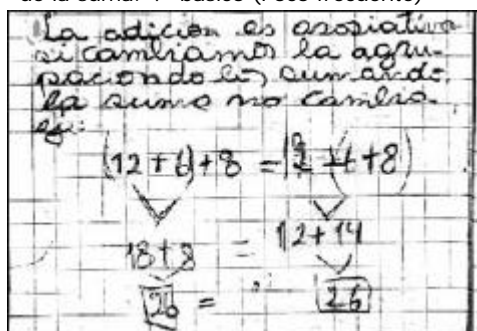
Estos ejemplos constituyen alternativas o variaciones a los ejercicios comúnmente realizados, ya sea por el tipo de cálculo que se debe realizar, porque están orientados al conocimiento de conceptos matemáticos, o bien, a la aplicación de algunos de ellos.

Adición y sustracción

Ejemplo 6: Cálculo del sumando faltante en una adición. 3° básico (Poco frecuente)



Ejemplo 7: Demostración de la propiedad asociativa de la suma. 4° básico (Poco frecuente)



Multiplicación

Ejemplo 8: Presentación de las propiedades de la Multiplicación (conmutativa). 4º básico (Ocasional)

3 Resuelve las siguientes ejercicios:

$6 \times 4 = 24$ ¿cambia el resultado?

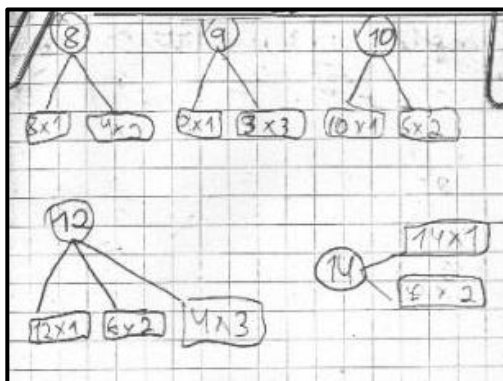
$4 \times 6 = 24$

$7 \times 6 = 42$
 $6 \times 7 = 42$

$5 \times 3 = 15$
 $3 \times 5 = 15$

Si cambiamos el orden de los factores, el producto no cambia. La multiplicación es conmutativa.

Ejemplo 9: Descomponer en factores. 4º básico (Poco frecuente)



2.3 Resolución de Problemas

El análisis de este tema en particular se realiza en función de lo que los docentes presentan como problemas matemáticos a sus alumnos.

a. Los problemas se utilizan para la práctica de las operaciones aritméticas

Al igual que en NB1, el uso de los problemas suele estar circunscrito a la enseñanza de las Operaciones Aritméticas. Los ejercicios de problemas que involucran conocimientos relativos a Números Naturales, Geometría y Fracciones son escasamente observados, limitando de esta forma el potencial pedagógico que esta estrategia de enseñanza puede tener.

Por otra parte, como se señaló anteriormente, los problemas son utilizados principalmente para practicar el algoritmo de cada operación, y para reconocer aquellas situaciones en que es pertinente aplicarlo. Prácticamente no son utilizados para “explorar” las operaciones, profundizar el conocimiento o comprensión de las mismas, o bien, para buscar distintas estrategias de solución posibles.

b. Mantienen la misma estructura, independiente de la operación involucrada

Llama la atención que la estructura de los problemas sea básicamente la misma, aun cuando impliquen distintas operaciones. Al igual que en NB1, en ellos se describe una situación hipotética que incluye un enunciado y una pregunta. A partir de este planteamiento los alumnos deben reconocer qué operación aplicar, y luego realizar el cálculo de manera adecuada. Por lo general, el enunciado permite reconocer sin gran esfuerzo la operación involucrada. Estos ejercicios se caracterizan también por presentar sólo los datos necesarios, de manera que los alumnos no deben discriminar la información relevante para resolver el problema de aquella irrelevante.

Debido a lo anterior, así como a la recurrencia con la que se realiza este tipo de ejercicio, cabe preguntarse en qué medida éstos constituyen verdaderos problemas para los alumnos, y en qué medida resultan ejercicios rutinarios “vestidos” como problemas.

Finalmente, se encontró que no es extraño que estas actividades no estén vinculadas con problemas reales que los alumnos pueden enfrentar en su entorno. En algunos casos las cantidades o los valores presentados en ellas difieren considerablemente con los que el alumno puede constatar en situaciones reales. En estos casos, al parecer, se privilegia más el que se trabaje con determinados ámbitos numéricos que la verosimilitud, factibilidad o pertinencia de la situación planteada.

A continuación se ejemplifica el tipo de problema anteriormente descrito, y se presentan también algunos ejercicios que poseen algunas características distintas a los problemas comúnmente realizados.

- Ejemplos de problemas comúnmente realizados

Este resulta el tipo de problema más simple. En ellos se presentan dos datos (a veces más si se trata de Adición), y se resuelven aplicando una sola operación.

Ejemplo 1: Problema de Adición. 3º Básico (Muy frecuente)

Ayer yo gasté \$560 en pasaje hoy en la mañana gasté \$250 y para volver me gasté \$300 ¿Cuánto gasté por todo?
 Bango que Sumar
 Operación:
$$\begin{array}{r} 560 \\ 250 \\ \hline 810 \end{array}$$

 Respuesta: En total gasté \$810 en pasaje.

Ejemplo 2: Problema de división. 4º Básico (Muy frecuente)

Resuelve los siguientes problemas marcando la alternativa correcta con una X:
 Arturo tiene 2864 pastimes, pero para venderlos debe separarlos en grupos de 2 ¿cuántos grupos debe formar Arturo para vender los pastimes?
 no existe resultado
 a) 234 c) 14
 b) 1423 d) 1234

Ejemplo 3: Problema de Multiplicación. 4º Básico (Muy frecuente)

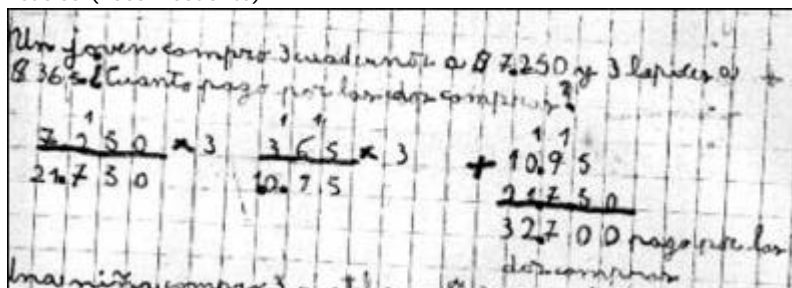
Fui a la panadería y compré 4 kilos de galletas y cada kilo valía 300 pesos ¿cuánto dinero gasté?
 Operación: $300 \times 4 = 1200$
 1200

En este ejercicio, a parte de la simpleza en su nivel de exigencia, se aprecia incongruencia entre lo que se presenta y lo que el alumno puede encontrar en su entorno: éste difícilmente va a poder comprar un kilo de galletas en \$300 pesos.

- Ejemplos de problemas realizados con menor frecuencia

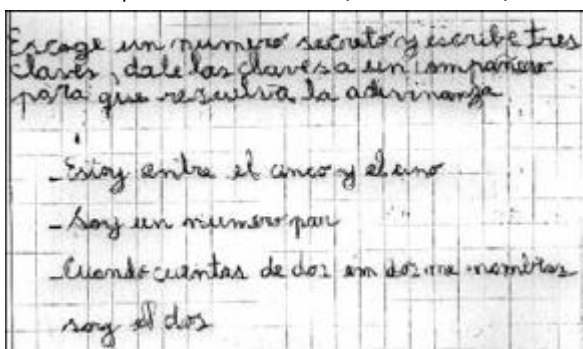
Los ejemplos que se presentan a continuación se caracterizan por implicar procedimientos distintos o con algunas variaciones a los anteriormente ilustrados.

Ejemplo 4 : Problemas que se resuelven con más de una operación. 3° básico (Poco frecuente)

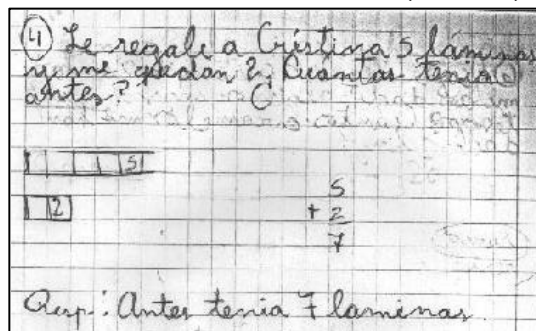


Al igual que en problema anterior, se puede observar que el precio asignado a los productos difiere considerablemente del precio real que éstos pueden tener.

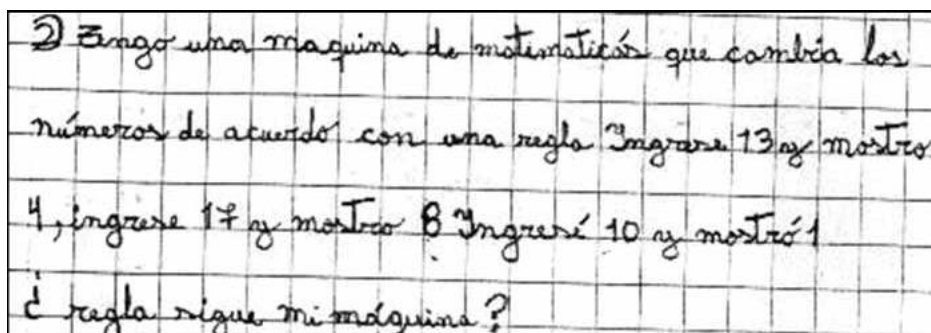
Ejemplo 5 Los alumnos deben formular un problema o parte de un problema. 4° básico (Poco frecuente)



Ejemplo 6: Problemas en los que se describe la operación de manera menos evidente. 3° básico (Ocasional)



Ejemplo 7: Identifican un patrón numérico desconocido. 4° básico (Poco frecuente)



c. Habría una progresión entre 3º y 4º básico en términos de los problemas realizados

A través de los cuestionarios se buscó confirmar la información anteriormente presentada en relación al tipo de problema realizado. Para ello se elaboró una lista con distintos tipos de problemas, la que fue creada a partir del análisis de los problemas registrados en los cuadernos de los alumnos. Esta fue presentada a los encuestados para que seleccionaran aquel problema que realizan con mayor frecuencia²⁰. Los resultados se presentan en la tabla 2.

Llama la atención que en 3º básico un poco más de la mitad de los encuestados reporte realizar la categoría de problemas más simple. No obstante, en 4º básico parece haber alguna progresión, disminuyendo el porcentaje de casos que declara dicha tipología de problema como la más frecuente.

Tabla 2. Porcentaje de casos que declara cada tipo de problema como el más frecuente

| Tipo de problema | Ejemplo | 3º básico | 4º básico |
|---|---|-----------|-----------|
| Problemas simples donde se presentan dos datos numéricos y se resuelven con una operación | Miguel está repartiendo 32 lápices entre 4 compañeros. ¿Cuántos lápices le toca a cada uno? | 54,0% | 30,0% |
| Problemas con más de 2 datos numéricos que se resuelven con más de una operación | En el supermercado hay las siguientes ofertas: arroz \$450 el kilo, aceite \$780 el litro, azúcar \$500 el kilo. Cecilia compró 3 kilos de arroz y 5 litros de aceite ¿cuánto pagó? | 27,8% | 47,6% |
| Problemas con más de 2 datos numéricos y donde los alumnos seleccionan la información útil | Ofertas Bombones: \$1500 cada caja Galletas: \$ 750 cada bolsa Chicles \$ 890 cada caja Alfajores \$1240 cada bolsa. Don Pedro compró 3 bolsas de galletas y 5 bolsas de alfajores ¿cuánto pagó? María pagó 30000 y llevó sólo 3 productos ¿qué pudo haber comprado? | 14,2% | 16,5% |
| Ejercicios donde el alumno debe formular un problema o parte de un problema | Inventa un problema de multiplicación Alumno: Mi mamá compró 3 paquetes de tallarines a \$525 cada uno ¿cuánto pagó en total? | 1,1% | 2,4% |
| Ejercicios donde se les pide a los alumnos que expliquen como llegan a un resultado | César tiene 225 láminas menos que Hugo. Miguel tiene 97 láminas más que Hugo. Hugo tiene 1015 láminas. ¿cuántas láminas tiene cada uno?, ¿cuántas tienen los tres juntos?. Explica qué hay que hacer para saber la solución. | 2,8% | 3,5% |
| Total | | 100% | 100% |

Fuente: Cuestionarios

Resulta interesante notar que la tipología de problema más simple recibe un porcentaje importante en ambos cursos (a pesar de la diferencia observada entre ambos), información que se obtiene de la respuesta de los mismos profesores. Esto resulta llamativo, ya que deja de manifiesto la relevancia de este tipo de problemas, a pesar de la deseabilidad que se podría esperar en las respuestas de los docentes. De todas formas, el factor de deseabilidad en las respuestas no parece estar del todo ausente. Los porcentajes obtenidos por los otros tipos de problemas no guardan relación con la información obtenida de la revisión de cuadernos de clase, de acuerdo a la cual, se esperaría que estos problemas tuviesen una menor presencia.

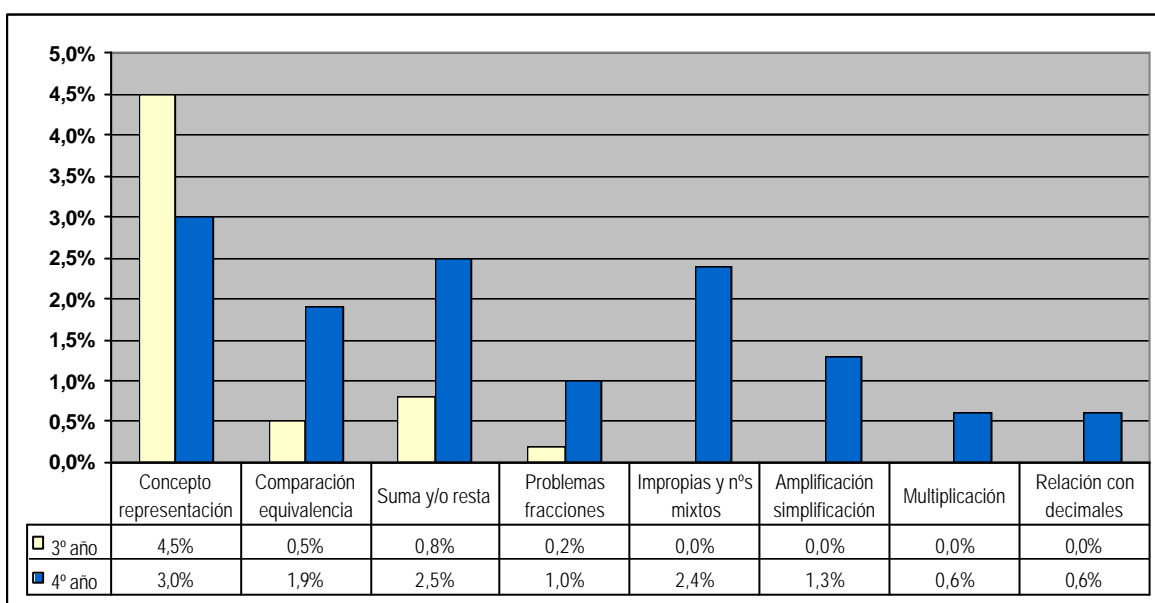
²⁰ Los problemas y ejemplos presentados en la tabla son los mismos presentados a los profesores. Es necesario revisar esta clasificación de problemas para futuros estudios, tanto para establecer un orden jerárquico entre ellos según su nivel de dificultad, como para definir categorías de problemas excluyentes.

2.4 Fracciones

a. En 3º básico se trabaja principalmente en función de la representación de fracciones

Durante 3º año básico la mayoría del trabajo realizado en torno a Fracciones se concentra en el estudio del concepto de fracción (gráfico 3), básicamente aludiendo a la idea que éstas representan una parte de una unidad. Para ello se trabaja principalmente por medio de actividades y ejercicios consistentes en relacionar la expresión numérica de una fracción con su correspondiente representación gráfica, utilizando para ello el fraccionamiento de figuras geométricas.

Gráfico 3. Distribución de tiempo al interior de Fracciones



Fuente: Libros de clase y cuadernos

b. En 4º básico se diversifican los contenidos estudiados

En 4º básico, a diferencia de 3º año, se observa una variedad de contenidos notoriamente mayor (ver gráfico 3). La diferencia observada entre estos dos cursos en términos de la variedad de contenidos, podría estar señalando que al trabajar con fracciones hay cierta claridad o consenso en términos de cuáles deben ser los pasos iniciales en la enseñanza de este contenido (en 3º básico). No obstante, el paso siguiente no pareciera ser el mismo en todos los casos.

c. Algunos contenidos abordados no están contemplados en los OFCMO del nivel

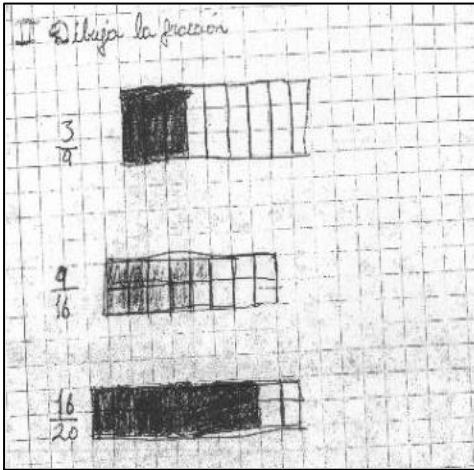
En directa relación con lo anterior, llama la atención que algunos de los contenidos abordados en este "segundo paso" en el estudio de las fracciones durante 4º básico, no están contemplados en los OFCMO para este nivel. Tal sería el caso para suma y resta de fracciones, multiplicación de fracciones, fracciones impropias y números mixtos, fracciones y decimales, y la amplificación y simplificación de fracciones. Probablemente esto se deba a que algunos de estos temas, si bien no están prescritos en el Marco Curricular del nivel, sí estaban presentes en los textos escolares.

d. Las fracciones se asocian básicamente a un solo tipo de referente

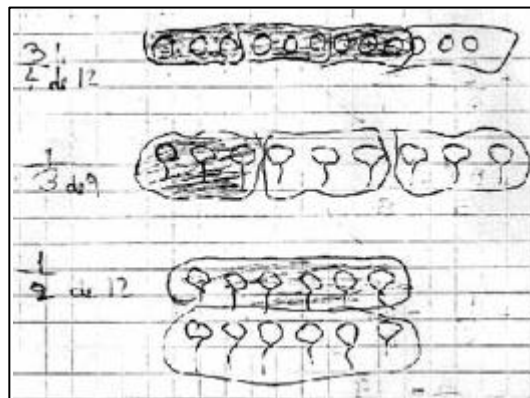
Como ya se señaló, la representación de fracciones se trabaja principalmente a través del fraccionamiento de figuras geométricas. Otros tipos de referentes para representarlas son rara vez utilizados. En la revisión de los cuadernos de los alumnos se encontró que sólo en un reducido número de escuelas se utilizaron colecciones de objetos como unidades fraccionables, mientras que en ninguna de ellas se encontró evidencias en las que se ligen las fracciones con las unidades de medición. Esta situación podría estar restringiendo la posibilidad de que los alumnos puedan aplicar sus conocimientos relativos a este contenido en situaciones diversas, en las que puede verse involucrado el fraccionamiento de distintos tipos de unidades.

En estos ejercicios tampoco se trabaja la magnitud relativa de las fracciones, de acuerdo a su referente. No se observa en ellos que los alumnos deban comprender que una fracción no siempre representan lo mismo, por ejemplo, que un medio de un chocolate no es lo mismo que un medio de una pizza.

Ejemplo 1 : Representación de fracciones mediante figuras. 3º básico (Frecuente)



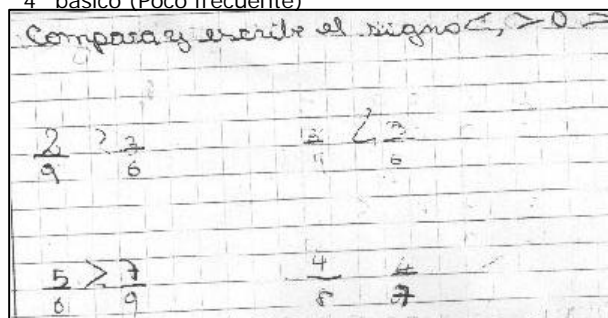
Ejemplo 2: Representan fracciones con colecciones de objetos. 4º básico (Ocasional)



e. La relación de orden entre las fracciones ocupa un lugar secundario

La identificación de fracciones equivalentes no está del todo ausente en 4º básico. Ésta fue observada en cerca de la mitad de las escuelas en las que se revisaron libros de clase y cuadernos. No obstante, las escuelas que realizan ejercicios en función de la relación de orden entre las fracciones es escaso. Ejercicios como el que se presenta en el siguiente ejemplo, u otros que consisten en ordenar fracciones, se encontraron en menos de la mitad de los establecimientos.

Ejemplo 1 : Comparación de fracciones con signos > y <. 4º básico (Poco frecuente)

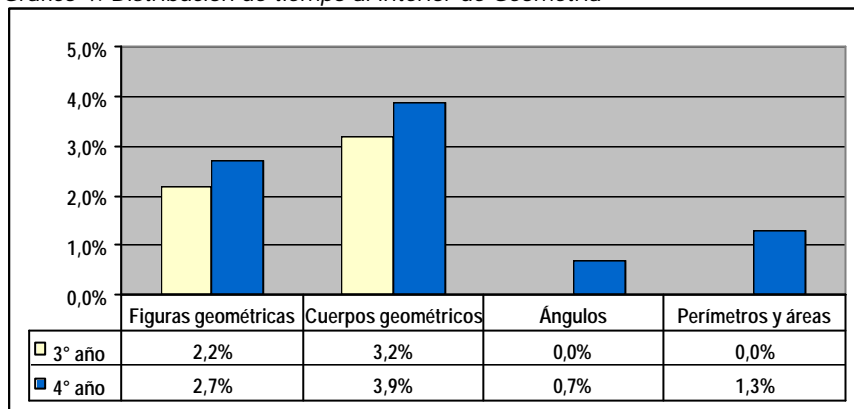


2.5 Geometría

a. Se trabaja básicamente en función de los Cuerpos y Figuras geométricas

Tanto en 3° como en 4° básico se trabaja principalmente en función de los Cuerpos geométricos y de las Figuras geométricas. Junto con ello, se aprecia que en 4° año comienzan a abordarse otros temas, aunque éstos ocupan un porcentaje de tiempo menor. Cabe señalar que estos últimos contenidos –perímetros y áreas– no están contemplados en los OFCMO para este nivel.

Gráfico 4. Distribución de tiempo al interior de Geometría



Fuente: Libros de clase y cuadernos

b. Existe una cobertura ligeramente menor de los Cuerpos geométricos, en comparación con las Figuras geométricas

Por medio de los cuestionarios se quiso indagar respecto del tipo de figuras y cuerpos geométricos estudiados. Para ello se les presentó a los docentes una lista de figuras y cuerpos, ante los cuales debían señalar si han sido trabajados por los alumnos. Como se puede ver en la tabla 3, en la gran mayoría de los casos efectivamente se ha trabajado en base a los elementos presentados. No obstante, se puede observar también que los cuerpos geométricos tienden a ser menos trabajados, si se los compara con las figuras geométricas. No se trata de una gran diferencia, sin embargo resulta llamativa en tanto se encuentra señalando que un porcentaje de alumnos levemente superior al 20% en 3° básico, y al 10% en 4° básico, no habrían tenido oportunidad de estudiar cuerpos geométricos básicos.

Tabla 3: Porcentaje de escuelas que trabajan cuerpos y figuras geométricas

| | | Porcentaje de escuelas | |
|---------|-------------|------------------------|-----------|
| | | 3° básico | 4° básico |
| Figuras | Triángulos | 94,4% | 97,2% |
| | Cuadrados | 95,0% | 97,8% |
| | Rectángulos | 94,5% | 97,2% |
| | Círculo | 93,8% | 93,3% |
| Cuerpos | Cubo | 84,1% | 95,6% |
| | Esfera | 78,2% | 87,8% |
| | Cilindro | 76,7% | 88,9% |
| | Cono | 75,4% | 87,2% |
| | Otros | 23,9% | 30,6% |

Fuente: Cuestionarios

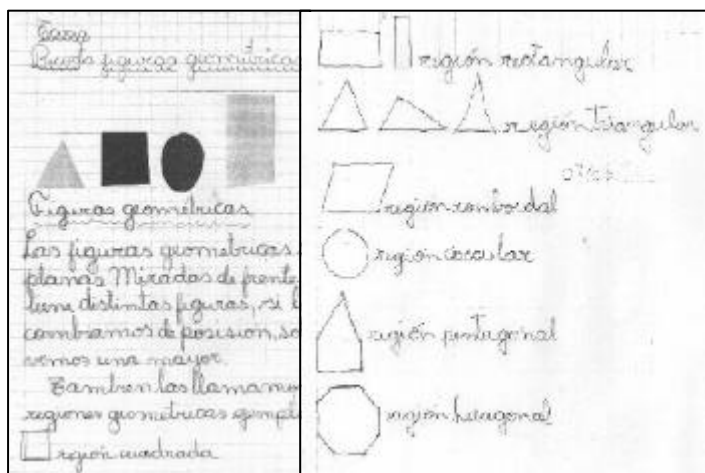
c. Las actividades apuntan a identificar Figuras y Cuerpos geométricos, y a reconocer sus elementos

Las actividades realizadas en Geometría durante NB2 mantienen características similares a las actividades utilizadas en NB1, pero a la vez integran algunos aspectos que dan cuenta de cierta progresión entre estos niveles. La principal semejanza entre ambos está dada por la presencia de actividades orientadas a identificar o reconocer figuras o cuerpos geométricos (ya sea a través de la realización de dibujos, recortes, u otras actividades). Este tipo de actividad, quizás la más básica en relación a este contenido, continúa siendo en NB2 una de las más difundidas entre los establecimientos, especialmente en 3° básico. Otro elemento de semejanza entre ambos niveles, aunque menos marcado, es el trabajo en base a la clasificación de cuerpos geométricos según éstos tengan caras planas o no.

No obstante, también se evidencia cierta progresión en la enseñanza de la Geometría: comienza a tener mayor presencia el estudio de los elementos que conforman una figura (lados, vértices, ángulos) y un cuerpo geométrico (aristas, caras vértices). Esto permite trabajar en torno a la caracterización de cuerpos y figuras según la cantidad o características de estos elementos. Otros temas que también comienzan a evidenciar una mayor presencia, pero que están presentes en menos de la mitad de las escuelas, son el cálculo de perímetros, y el estudio de distintos tipos de líneas (rectas, curvas, paralelas, perpendiculares, etc.).

- Ejemplos de actividades comúnmente realizadas

Ejemplo 1: Identificación de figuras geométricas. 3° Básico (Frecuente)



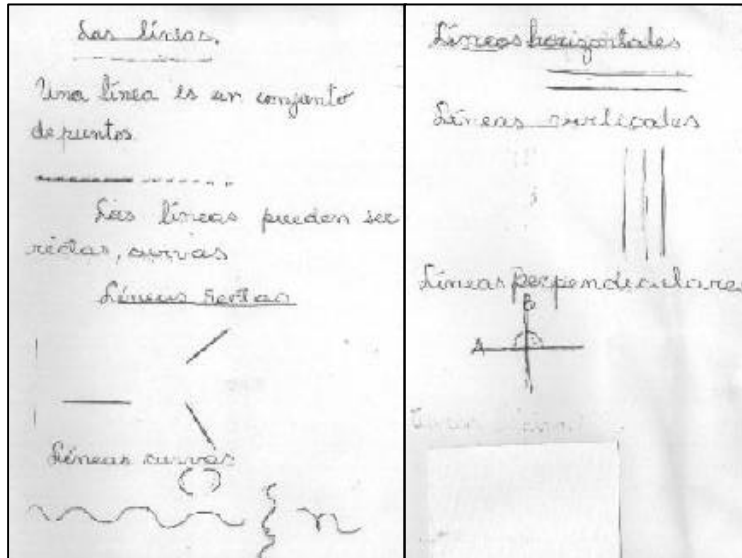
Ejemplo 2: Identificación de los elementos de cuerpos geométricos. 3° Básico (Frecuente)

III. Completa el siguiente cuadro

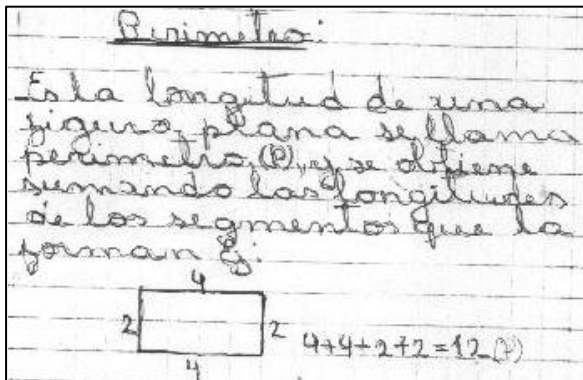
| Cuerpo geom. | N° de caras | N° de aristas | N° de vértices |
|--------------|-------------|---------------|----------------|
| | 6 caras | 12 aristas | 8 vértices |
| | 4 caras | 9 aristas | 6 vértices |
| | 6 caras | 12 aristas | 8 vértices |
| | 5 caras | 8 aristas | 5 vértices |
| | 3 caras | 2 aristas | 2 vértices |
| | 2 caras | 1 arista | 1 vértice |

- Ejemplos de actividades realizadas con menor frecuencia

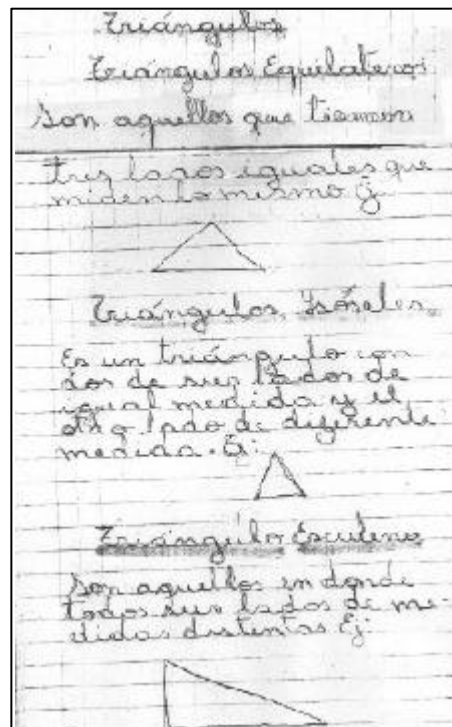
Ejemplo 3: Reconocimiento de tipos de líneas. 3° Básico (Poco Frecuente)



Ejemplo 4: Perímetro de una figura. 4° Básico (Poco Frecuente)



Ejemplo 5: Clasificación de triángulos. 4° Básico (Ocasional)



3. OPORTUNIDADES DE APRENDIZAJE Y NIVEL SOCIOECONÓMICO DE LAS ESCUELAS

Se buscaron posibles diferencias en la oferta curricular que entregan las escuelas según el nivel socioeconómico (NSE) de las mismas. Esto con la finalidad de reconocer si existen diferentes oportunidades de aprendizaje según el medio sociocultural del que provienen los alumnos.

3.1 Distribución del tiempo de clase en los distintos contenidos. Diferencias por NSE

Hay escasa variabilidad en el tiempo dedicado a cada contenido

Al igual que en NB1, el porcentaje de tiempo que se destina en promedio a cada contenido presenta un pequeño margen de variación entre distintos NSE. En la tabla 4 se presentan algunas de las mayores variaciones registradas, quedando en evidencia la similitud observada entre los distintos tipos de escuelas.

Tabla 4. Contenidos en los que se encontró mayor deferencia de tiempo, según NSE

| | | Bajo | Medio Bajo | Medio | Medio Alto |
|-----------|-------------------------|-------|------------|-------|------------|
| 3° básico | Números Naturales | 23,7% | 25,0% | 22,9% | 21,9% |
| 4° básico | Operaciones Aritméticas | 22,7% | 24,9% | 24,0% | 25,5% |

Fuente: Cuestionarios

3.2 Tipo de problema más frecuente y NSE

Problemas un poco más complejos tendrían mayor presencia en NSE superiores

La tipología de problema más simple (aquellos en los que se presentan dos datos y se resuelven con una acción de operatoria) es más frecuente en escuelas de menor NSE. A su vez, problemas que pueden implicar un nivel de dificultad algo mayor, como aquellos en los que los alumnos deben seleccionar la información a utilizar, son más frecuentes en escuelas de NSE superior. En la tabla 5 se presenta el porcentaje de casos que señala estos dos tipos de problema como el más frecuente, distinguiendo a los profesores según NSE y curso.

Tabla 5. Porcentaje de casos que señala estos tipos de problemas como los más frecuentes.

| Tipo de problema | curso | NSE | | | |
|---|-----------|-------|------------|-------|------------|
| | | Bajo | Medio Bajo | Medio | Medio Alto |
| Dos datos numéricos y una operación (problema simple) | 3° básico | 68,4% | 53,3% | 46,9% | 48,3% |
| | 4° básico | 33,3% | 48,3% | 14,6% | 13,8% |
| Más de 2 datos numéricos y selección de información | 3° básico | 5,3% | 11,7% | 18,4% | 24,1% |
| | 4° básico | 3,0% | 16,7% | 12,5% | 37,9% |

Fuente: Cuestionarios

3.3 Trabajo en base a Cuerpos geométricos y NSE

Se buscó identificar si el tipo de trabajo realizado en Geometría se encontraba ligado con el NSE de las escuelas. Se encontraron posibles relaciones, pero sólo en torno al estudio de los Cuerpos geométricos en 3° básico. En 4° básico, las diferencias observadas tienden a desaparecer.

Al parecer, en los NSE superiores se estudian más Cuerpos geométricos

En 3° básico hay indicios que señalan que los establecimientos de mayor NSE (especialmente los del grupo Medio-Alto) trabajan en base a una mayor cantidad de cuerpos geométricos. En la tabla 6 se presenta el porcentaje de casos que declara haber trabajado cada cuerpo geométrico (de los presentados en el cuestionario) con sus alumnos.

Tabla 6. Porcentaje de casos que trabaja cada cuerpo geométrico

| | NSE | | | |
|-----------------|--------|------------|--------|------------|
| | Bajo | Medio Bajo | Medio | Medio Alto |
| Cubo | 80,6 % | 81,0 % | 83,7 % | 96,4 % |
| Esfera | 69,4 % | 80,6 % | 75,0 % | 89,3 % |
| Cilindro | 72,2 % | 73,0 % | 75,5 % | 92,9 % |
| Cono | 67,6 % | 67,7 % | 78,7 % | 96,6 % |

Fuente: Cuestionarios

C. TERCERA PARTE
SÍNTESIS Y CONCLUSIONES

TERCERA PARTE: SÍNTESIS Y CONCLUSIONES

Existe desequilibrio en el tiempo destinado a los contenidos. El estudio de los Números Naturales y de las Operaciones Aritméticas concentra la mayor parte del tiempo de este subsector, mientras el tiempo destinado a otros contenidos, como Geometría, Fracciones y Orientación en el Espacio, resulta considerablemente menor. Esta tendencia pudo ser observada desde 1° a 4° básico, aunque es especialmente marcada en NB1.

La mayor dedicación de Operaciones Aritméticas resultaría comprensible dado el mayor número de contenidos mínimos obligatorios (CMO) que agrupa, en comparación con Geometría y Fracciones. De hecho, el marco curricular no contempla Fracciones en NB1. En cambio, Geometría tiene tantos o más CMO que Números Naturales en todo el ciclo y, sin embargo, recibe menos atención pedagógica; lo mismo sucede con Fracciones en NB2. Varios factores contribuirían a explicar esta situación. Tal vez los profesores se sienten menos preparados o con menos recursos pedagógicos en las materias que enseñan menos; y/o aprovechan el tiempo escolar, relativamente escaso, en aquellos contenidos que ellos consideran más importantes, en virtud de una expectativa restringida de lo que deberían aprender los niños al finalizar el 4° año: leer y escribir (en Lenguaje) y las cuatro operaciones.

Los docentes dedican más tiempo a la enseñanza de los números que a las características del sistema decimal. Tanto en NB1 como en NB2, las actividades destinadas a identificar los números, asociarlos con una cantidad y conocer sus relaciones de orden, ocupan más tiempo que aquellas destinadas a conocer las características del sistema decimal y la construcción de los números. Estas últimas ocupan un tercio del tiempo destinado a las primeras. Este dato cobra interés si se considera la crucial importancia que tiene el sistema decimal para comprender no solo los números naturales sino también las operaciones aritméticas.

La enseñanza de los números se aborda a través de un mismo patrón de actividades a lo largo de todo el ciclo. Las actividades típicamente realizadas consisten en: lectura y escritura de éstos (en palabras o en cifras), su asociación con la cantidad que representan, identificación de antecesor y sucesor, comparación de números utilizando signos $>$, $<$ e $=$; ordenación de números de menor a mayor y viceversa; y la completación de secuencias numéricas (por ej. conteo de 5 en 5, n en n).

El patrón de actividades descrito no sólo es similar entre un establecimiento y otro, sino que también presenta escasas modificaciones entre 1° y 4° año. Una vez que se integra la enseñanza de los números mayores que 10 en 1° año, la estructura de actividades para la enseñanza de los números parece asentarse para el resto del primer ciclo. Los cambios más evidentes en ellas consisten en el uso de números progresivamente mayores: hasta el ámbito de las decenas en 1° año, de las centenas en 2° básico, de las unidades de mil en 3° año, para terminar en 4° estudiando las centenas de mil e incluso números en el ámbito de los millones en algunos casos.

El sistema decimal se enseña bajo un enfoque restringido. El sistema decimal y sus características se abordan principalmente para que los alumnos identifiquen las unidades fundamentales llamadas decenas, centenas, etc. en función de las cuales están estructurados los números. Esto se suele realizar por medio de actividades de composición y descomposición aditiva de números, las que dan lugar a un formato prototípico de ejercicios a lo largo del 1° ciclo (ej. $374=3C+7D+4U$). La variante más interesante de este prototipo es la descomposición aditiva (ej. $374=300+70+4$). Estas actividades no explotan las posibilidades de trabajo pedagógico con el sistema decimal ni exigen problematización de los conocimientos. Por esta razón pueden transformarse fácilmente en ejercicios a resolver de manera relativamente

automática o “mecanizada”, sin lograr comprensión del conocimiento que se busca desarrollar mediante ellos.

Por otra parte, la relación entre el Sistema Decimal y las Operaciones Aritméticas se encuentra ausente. Son raros los ejercicios que implican realizar cálculos utilizando estrategias basadas en las características y propiedades del sistema decimal, sin recurrir al uso mecanizado de los algoritmos de las operaciones aritméticas. Por ejemplo, la descomposición aditiva se queda en el análisis de un solo número y no da lugar a una estrategia de suma de números, como sería lo esperable.

Hay contenidos referidos a Números Naturales que reciben poca atención. Se encontró una débil presencia de actividades orientadas a la interpretación de información numérica en el entorno, y a la comunicación de este tipo de información, atendiendo a los distintos usos de los números como identificadores, ordenadores y cuantificadores. Por otra parte, el uso de los números en la vida diaria para medir longitudes y distancias, para leer la hora y calcular períodos de tiempo, es poco frecuente, lo mismo que la relación entre el sistema monetario y el sistema decimal.

La enseñanza de las Operaciones Aritméticas se orienta principalmente al dominio de los algoritmos de cálculo. Existen importantes semejanzas en la forma en que son enseñadas las operaciones aritméticas. Todos los docentes del estudio enseñan las cuatro operaciones mediante una rutina similar, que consiste en lo siguiente.

En un primer momento, cada operación es presentada utilizando apoyos gráficos para representar las acciones involucradas en cada una de ellas (juntar, quitar, separar, agrupar, etc.), para que los alumnos comprendan su sentido. Luego, las actividades se concentran en la enseñanza del algoritmo y su ejercitación, mediante una gran cantidad de ejercicios. Finalmente, se plantean “problemas” que los alumnos deben resolver aplicando el algoritmo de la operación. Otros elementos que permiten entregar una base más amplia para el dominio y comprensión de las operaciones, queda relegado a un plano marginal o secundario. Tal es el caso, por ejemplo, del uso de las propiedades de las operaciones (conmutativa, asociativa en el caso de la suma) para la simplificación de los cálculos, así como de las relaciones de reversibilidad entre suma y resta, entre multiplicación y división, u otras relaciones entre las operaciones.

El potencial de los problemas matemáticos es aprovechado de manera parcial. Para los docentes del estudio, el concepto de problema o resolución de problemas en este sub-sector, parece circunscribirse a las Operaciones Aritméticas. El planteamiento de problemas de construcción de números, o de geometría y fracciones, es prácticamente inexistente. Sin embargo, aún en el ámbito de las Operaciones Aritméticas, la noción de *problemas* que se desprende de los ejercicios que los profesores presentan como tales, es limitada.

En efecto, se observó que los problemas consisten en situaciones cotidianas simuladas, formuladas verbalmente, que presentan una pregunta. Esta pregunta opera como instrucción para realizar *una* operación aritmética “anunciada”, relacionando las cantidades dadas en el enunciado verbal. Esta estructura es común a la gran mayoría de los problemas observados, en las cuatro operaciones. Escasos son aquellos que implican realizar dos operaciones y/o que deben identificar y seleccionar los datos relevantes para su solución. Los problemas se utilizan principalmente como el paso final de la enseñanza de una operación, el que permite verificar su dominio, entendido éste como la correcta identificación de la operación que solicita la pregunta del problema y la correcta aplicación del algoritmo aprendido. Los problemas rara vez son utilizados con otros fines, como estimar resultados, plantear nuevas interrogantes, explorar diversos resultados posibles, o para estimular la búsqueda de estrategias diferentes para llegar a un resultado.

Por último, muchos de los problemas observados presentan una curiosa relación con la realidad. Si bien son revestidos de un contexto cotidiano, a menudo contienen datos poco auténticos (por ej, cuadernos con precios inexistentes en la realidad). Por otra parte, las situaciones planteadas en los problemas no suelen ser *problemas* para los niños y niñas en la vida real, ya sea porque

los resuelven fácilmente sin recurrir a un planteamiento matemático formal (por ejemplo, las reparticiones de bienes infantiles entre varios niños) o bien porque nunca se ven enfrentados realmente a ellos.

Las actividades de Geometría se concentran en el estudio de las figuras y cuerpos geométricos. En NB1 estas actividades apuntan principalmente a que los alumnos reconozcan cuerpos y figuras y a que los identifiquen por su nombre. La realización de otras actividades que impliquen ir más allá de este primer paso básico tiende a ser ocasional, salvo la clasificación de figuras o cuerpos según tengan todas sus caras planas o no. En NB2 la identificación y reconocimiento de cuerpos y figuras se mantiene entre las actividades más difundidas. No obstante, se aprecia también progresión en el estudio de las mismas. La identificación de los elementos que componen las figuras (lados, vértices y ángulos) y cuerpos geométricos (caras, aristas, vértices), comienzan a ocupar también un lugar importante.

La evidencia recogida señala que no se va mucho más allá en el estudio de estos contenidos. En NB2, resulta llamativo el escaso número de escuelas en las que se caracterizan y comparan figuras utilizando nociones relativas a ángulos, y al paralelismo y perpendicularidad de los lados.

Por último, se encontró también que, en general, los cuerpos geométricos reciben menor atención que las figuras. Este hecho se desprende principalmente del reporte de los docentes, obtenido por medio de los cuestionarios. En ellos se encontraron indicios de que en 1º básico, un porcentaje importante de profesores (alrededor del 40%) no ha trabajado con sus alumnos los cuerpos geométricos básicos (como el cubo). No obstante, esta situación va disminuyendo claramente a medida que se va progresando en los cursos, llegando a ser bastante menor en 4º año. En contraste, las figuras geométricas básicas (como cuadrado, círculo, rectángulo y triángulo) son trabajadas en casi todos los establecimientos desde 1º año.

Las fracciones se enseñan con un foco temático claro en 3º pero disperso en 4º año. En concordancia con el Marco Curricular, las fracciones tienden a ser enseñadas desde NB2, específicamente, desde 3º año básico. En NB1 ocupan un lugar marginal, siendo trabajadas sólo en algunas escuelas.

En su primera etapa (3º año), la enseñanza de las Fracciones apunta básicamente a que los alumnos logren comprender las fracciones como la expresión de una determinada parte en una unidad. La actividad más común consiste en la asociación de fracciones con representaciones gráficas de las mismas, normalmente figuras geométricas fraccionadas en partes iguales u objetos cotidianos fraccionables (por ej. Chocolates). Llama la atención el escaso uso de colecciones de objetos, y la casi nula referencia a las unidades de medición, tanto para la representación de fracciones, como para el uso o aplicación de las mismas.

Posteriormente en 4º básico el estudio de este contenido no se concentra en algún tema en particular, sino que se observa diversidad en los temas enseñados. Estos varían entre las operaciones con números fraccionarios, la amplificación y simplificación de fracciones, la relación entre fracciones y decimales, números mixtos y fracciones impropias, y la relación de orden entre fracciones. Resulta especialmente llamativo que estos temas (salvo la relación de orden entre fracciones) no estén contemplados en el Marco Curricular para este nivel. Es decir, algunos docentes van, aparentemente, más allá de lo prescrito en el currículum, a diferencia de lo que suele ocurrir en torno a los otros contenidos. Pero al mismo tiempo, se echa de menos la enseñanza de contenidos más fundamentales que aquellos, especialmente el tema de la magnitud relativa en el concepto de fracción.

Hay indicios de diferencias en la oferta curricular según el nivel socio-económico (NSE) de las escuelas. Una de estas diferencias es el tiempo destinado al Apresto en 1º básico. A menor NSE de las escuelas, mayor el tiempo que se destina al Apresto. Esta situación podría estar reflejando que las condiciones en las que entran los alumnos a la enseñanza básica no son necesariamente las mismas, siendo necesario un mayor tiempo para nivelar a los alumnos provenientes de NSE menores. Esta hipótesis cobra sentido si se toma en consideración el menor capital cultural de las familias de alumnos de menores NSE, así como la menor

cobertura de la enseñanza preescolar en estos niveles. La situación aquí descrita podría a su vez influir en las futuras oportunidades de aprendizaje: estos alumnos tendrían un período de tiempo menor para aprender y avanzar en el estudio de los contenidos del subsector propios de cada nivel.

Otros datos obtenidos muestran que la realización de problemas simples y poco demandantes, corrientes en toda la muestra, lo son aún más en las escuelas de menor NSE. Finalmente, en lo que respecta a cuerpos geométricos, se encontró que el porcentaje de escuelas que no los trabaja es mayor en los NSE más bajos, particularmente en NB1.

Cabe señalar que las diferencias descritas se desprenden de las respuestas de los profesores a los cuestionarios; un análisis más profundo debiera sustentarse en evidencias más objetivas (por ej. cuadernos, pruebas) con muestras más representativas de los NSE de las escuelas, que la usada en las "Escuelas Testigo" de este estudio.

En conclusión, el currículum implementado es una versión limitada del currículum oficial. De los resultados expuestos se desprende que, si bien los grandes bloques de contenidos curriculares contemplados en los OF-CMO son abordados por los profesores, varios contenidos específicos importantes del currículum son escasamente enseñados. Por otra parte, entre aquellos contenidos que sí son abordados, se observa una enseñanza limitada del potencial que éstos podrían tener. Lo anterior queda de manifiesto al contrastar los contenidos implementados con los contenidos prescritos en el Marco Curricular vigente hasta el año 2001 (año en el que se recolectaron los cuadernos y libros de clase). Sin embargo, esta distancia resulta más patente al contrastarlos con el marco actualmente vigente.

Resulta importante finalizar señalando que algunos profesores, en algunas oportunidades, desarrollaron actividades bien orientadas que implicaban una mayor demanda cognitiva a los alumnos, por ejemplo, planteamiento de problemas con dos operaciones o con selección de información relevante. Aun cuando estas actividades se realizaron en pocas escuelas (dentro de las cuales, tampoco suelen ser la norma), es necesario valorar su existencia, ya que pueden ser el germen de un cambio, tan necesario.

Referencias

- Cervini, R. (2001). "Efecto de la "Oportunidad de aprender" sobre el logro en matemáticas en la educación básica argentina". *Revista Electrónica de investigación educativa*, Vol. 3, N° 2. Consultado en <http://redie.ens.uabc.mx/vol3no2/contenido-cervini.pdf>.
- Cox, C. (1999) "La Reforma del Currículum". En: García-Huidobro J. E. (Ed.) *La Reforma Educacional Chilena*. Madrid: Editorial Popular.
- Cox, C. (2001) *La Reforma Curricular 1996 – 2001*. Santiago: Documento de trabajo Ministerio de Educación.
- Cueto, S., Ramírez, C., León, J. y Pain, O. (2003) *Oportunidades de aprendizaje y rendimiento en matemática en una muestra de estudiantes de sexto grado de primaria de Lima*. Lima: Documento de trabajo GRADE. Consultado en <http://www.grade.org.pe/download/pubs/dt43-opportunidades-1.pdf>.
- Gvirtz, Silvina (1997). *Del currículum prescrito al currículum enseñado*. Buenos Aires: Ed. Aique.
- Mcdonnell, L. (1995). "Opportunity to Learn as a Research Concept and Policy Instrument", *Educational evaluation and policy analysis*, Vol. 17, N° 3.
- Mideplan (2000) *Encuesta Casen*. Consultado en <http://www.mideplan.cl/casen3/educacion/marco.htm>.
- Robitaille, D., Schmidt, W., Raizen, S., McKnight, C. Britton, E. and Nicol, C. (1993). *Curriculum Frameworks for Mathematics and Science*. TIMSS Monograph N°1. Vancouver: Pacific Educational Press.
- Schmidt, W., McKnight, C. (1995). "Surveying Educational Opportunity in Mathematics and Science: An International Perspective". *Educational Evaluation and Policy Analysis*, Vol. 17, N° 3.
- Schmidt, W., McKnight, C., Valverde, G., Houang, R. and Wiley, D. (1997). *Many Visions, Many Aims. Volume 1. A cross national investigation of curricular intentions in school mathematics*, Dordrehct: Kluwer Academic Publishers.
- Valverde, G. (1997). "Evaluación y estándares de currículum". En Alvarez, B. y Ruiz-Casares, M. (Eds): *Evaluación y Reforma Educativa: Opciones de Política*. Santiago: PREAL, Informe Técnico N° 3.

Anexo 1

Características de los grupos que conformaron la muestra de las "Escuelas Testigo".

Se trabajó con grupos distintos de escuelas en NB1 y NB2. La composición de la muestra en cada curso varía levemente. Esta situación se debe a que algunas escuelas no entregaron material suficiente para completar el análisis, ya sea en alguno de los subsectores analizados (Lenguaje y Comunicación y Matemáticas), o en algún curso en particular.

En la tabla se presenta el total de escuelas analizadas en cada curso y en cada subsector, caracterizando la composición del grupo según el puntaje Simce y la dependencia de los establecimientos.

| | | Puntaje Simce Alto | | Puntaje Simce Bajo | | Total |
|----------------------|-----------|--------------------------|-----------|--------------------------|-----------|-------|
| | | Particular subvencionada | Municipal | Particular subvencionada | Municipal | |
| 1º Grupo de Escuelas | 1º básico | 5 | 4 | 3 | 6 | 18 |
| | 2º básico | 8 | 5 | 5 | 4 | 22 |
| 2º Grupo de Escuelas | 3º básico | 4 | 4 | 4 | 8 | 20 |
| | 4º básico | 4 | 5 | 5 | 7 | 21 |

Anexo 2

Relación entre cuestionarios recepcionados y la muestra original.

El diseño original de la muestra contempló un total de 323 establecimientos. A cada uno de ellos se le envió cuestionarios para profesores de 3° a 4° básico (1 cuestionario por cada curso, cada uno contestado por un solo profesor) en los que se incluyeron preguntas relacionadas con la enseñanza en Lenguaje y Comunicación y las Matemáticas.

La tasa de retorno es similar en los dos cursos: 61,3% en 3° básico y 61,6% en 4° básico. El porcentaje de escuelas de cada dependencia no varía sustantivamente entre la muestra original y entre el grupo de docentes que contestaron el cuestionario, como se observa en la tabla.

| Dependencia | Muestra original | Recibidos 1° básico | Recibidos 2° básico | Recibidos 3° básico | Recibidos 4° básico |
|--------------------------|------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Municipal | 56,3% | 60,2% | 58,5% | 58,9% | 60,6% |
| Particular Subvencionado | 33,7% | 35,7% | 36,4% | 37,6% | 33,8% |
| Particular Pagado | 9,9% | 4,1% | 5,1% | 3,6% | 5,6% |
| Total | 100% | 100% | 100% | 100% | 100% |
| N | 323 | 171 | 196 | 198 | 199 |

Anexo 3

Porcentaje de tiempo destinado a cada contenido: promedio, rango y desviación estándar

Fuente: Cuestionarios

1° básico

| Bloque de contenidos | Promedio | Mínimo | Máximo | Desviación estándar |
|----------------------------------|----------|--------|--------|---------------------|
| <i>Apresto</i> | 15,7 | 0 | 55 | 8,7 |
| <i>Números Naturales</i> | 28,5 | 10 | 75 | 9,7 |
| <i>Operaciones Aritméticas</i> | 23,8 | 0 | 50 | 8,2 |
| <i>Geometría</i> | 9,7 | 0 | 20 | 4,0 |
| <i>Orientación en el espacio</i> | 7,7 | 0 | 20 | 4,6 |
| <i>Resolución de problemas</i> | 13,4 | 0 | 40 | 7,0 |
| <i>Evaluaciones</i> | -- | -- | -- | -- |
| <i>Otros temas</i> | 1,4 | 0 | 20 | 3,4 |
| <i>Sin registro</i> | -- | -- | -- | -- |
| <i>Total</i> | 100 | | | |

2° básico

| Bloque de contenidos | Promedio | Mínimo | Máximo | Desviación estándar |
|----------------------------------|----------|--------|--------|---------------------|
| <i>Apresto</i> | -- | -- | -- | -- |
| <i>Números Naturales</i> | 27,9 | 10 | 60 | 8,4 |
| <i>Operaciones Aritméticas</i> | 28,2 | 10 | 60 | 7,9 |
| <i>Geometría</i> | 11,1 | 0 | 40 | 5,1 |
| <i>Orientación en el espacio</i> | 8,7 | 0 | 30 | 4,9 |
| <i>Resolución de problemas</i> | 18,9 | 5 | 50 | 7,8 |
| <i>Evaluaciones</i> | -- | -- | -- | -- |
| <i>Otros temas</i> | 5,0 | 0 | 25 | 6,6 |
| <i>Sin registro</i> | -- | -- | -- | -- |
| <i>Total</i> | 100 | | | |

Anexo 4

Correlaciones entre el tiempo destinado a cada contenido (NB1)

Correlaciones entre contenidos. 1º básico

| | Apresto | Números Naturales | Operaciones | Geometría | Orientación en Espacio | Resolución de Problemas | Otros Contenidos |
|-------------------------|---------|-------------------|-------------|-----------|------------------------|-------------------------|------------------|
| Apresto | 1,00 | | | | | | |
| Números Naturales | -0,25** | 1,00 | | | | | |
| Operaciones | -0,46** | -0,115 | 1,00 | | | | |
| Geometría | -0,08 | -0,24** | -0,26** | 1,00 | | | |
| Orientación en Espacio | -0,01 | -0,44** | -0,24** | 0,33** | 1,00 | | |
| Resolución de Problemas | -0,25** | -0,42** | -0,09 | -0,03 | 0,06 | 1,000 | |
| Otros Contenidos | -0,15 | -0,17* | -0,03 | -0,01 | 0,03 | -0,04 | 1,00 |

** Significativo al nivel $p < 0,01$

* Significativo al nivel $p < 0,05$

Correlaciones entre contenidos. 2º básico

| | Números Naturales | Operaciones | Geometría | Orientación en Espacio | Resolución de Problemas | Otros Contenidos |
|-------------------------|-------------------|-------------|-----------|------------------------|-------------------------|------------------|
| Números Naturales | 1,00 | | | | | |
| Operaciones | -,08 | 1,00 | | | | |
| Geometría | -,39** | -0,16* | 1,00 | | | |
| Orientación en Espacio | -0,28** | -0,30** | 0,17* | 1,00 | | |
| Resolución de Problemas | -0,33** | -0,40** | -0,10 | -0,02 | 1,00 | |
| Otros Contenidos | -0,28** | -0,27** | -0,07 | -0,12 | -0,17* | 1,00 |

** Significativo al nivel $p < 0,01$

* Significativo al nivel $p < 0,05$

Anexo 5

Ámbito numérico más alto trabajado en 1º y 2º básico, en distintos tipos de actividades.

| | 1º básico | | | | | 2º básico | | | | | |
|------------------------------|-----------|---------|----------|--------------|-------|-----------|---------|----------|----------|--------------|-------|
| | Decena | Centena | U de Mil | No trabajado | Total | Decena | Centena | U de Mil | D de Mil | No trabajado | Total |
| Escritura de números | 75,2 | 24,2 | -- | 0,7 | 100 | 1,1 | 58,9 | 36,1 | 3,9 | -- | 100 |
| Comparación de números | 80,8 | 17,9 | -- | 1,3 | 100 | 1,7 | 73,1 | 22,3 | 2,3 | 0,6 | 100 |
| Secuencias y series | 78,3 | 20,4 | 0,7 | 0,7 | 100 | 2,2 | 69,8 | 23,5 | 4,5 | -- | 100 |
| Composición y descomposición | 79,7 | 16,9 | 0,7 | 2,7 | 100 | 2,8 | 73,3 | 20,5 | 3,4 | -- | 100 |
| Valor de posición | 82,6 | 14,1 | -- | 3,4 | 100 | 2,2 | 67,6 | 25,7 | 4,5 | -- | 100 |

Fuente. Cuestionarios

Anexo 6

Porcentaje de tiempo destinado a cada contenido: promedio, rango y desviación estándar (NB2)

Fuente: Cuestionarios

3° básico

| Bloque de contenidos | Promedio | Mínimo | Máximo | Desviación estándar |
|---------------------------|----------|--------|--------|---------------------|
| Números Naturales | 23,6 | 10 | 50 | 7,7 |
| Operaciones Aritméticas | 27,9 | 10 | 66 | 8,2 |
| Geometría | 10,2 | 0 | 25 | 4,4 |
| Orientación en el espacio | 6,7 | 0 | 20 | 4,2 |
| Fracciones | 10,4 | 0 | 30 | 6,1 |
| Resolución de problemas | 19,6 | 0 | 40 | 8,2 |
| Evaluaciones | -- | -- | -- | -- |
| Otros temas | 1,5 | 0 | 25 | 3,7 |
| Sin registro | -- | -- | -- | -- |
| Total | 100 | | | |

4° básico

| Bloque de contenidos | Promedio | Mínimo | Máximo | Desviación estándar |
|---------------------------|----------|--------|--------|---------------------|
| Números Naturales | 20,3 | 5 | 40 | 6,8 |
| Operaciones Aritméticas | 24,3 | 10 | 67 | 7,6 |
| Geometría | 12,3 | 2 | 25 | 12,3 |
| Orientación en el espacio | 7,4 | 0 | 20 | 4,2 |
| Fracciones | 12,3 | 5 | 30 | 4,3 |
| Resolución de problemas | 20,9 | 0 | 60 | 8,5 |
| Evaluaciones | -- | -- | -- | -- |
| Otros temas | 2,5 | 0 | 15 | 4,3 |
| Sin registro | -- | -- | -- | -- |
| Total | 100 | | | |

Anexo 7

Correlaciones entre el tiempo destinado a cada contenido (NB2)

Correlaciones entre contenidos. 3° básico

| | N° Naturales | Operaciones Aritméticas | Geometría | Orientación en el espacio | Fracciones | Resolución de problemas |
|---------------------------|--------------|-------------------------|-----------|---------------------------|------------|-------------------------|
| N° Naturales | - | - | - | - | - | - |
| Operaciones Aritméticas | 0,06 | - | - | - | - | - |
| Geometría | -0,35** | -0,27** | - | - | - | - |
| Orientación en el espacio | -0,33** | -0,29** | 0,15* | - | - | - |
| Fracciones | -0,26** | -0,38** | 0,16* | 0,08 | - | - |
| Resolución de problemas | -0,37** | -0,34** | -0,06 | -0,11 | -0,22** | - |
| Otros contenidos | -0,13 | -0,27** | -0,04 | 0,10 | -0,03 | -0,06 |

** Significativo al nivel $p < 0,01$

* Significativo al nivel $p < 0,05$

Correlaciones entre contenidos. 4° básico

| | N° Naturales | Operaciones Aritméticas | Geometría | Orientación en el espacio | Fracciones | Resolución de problemas |
|---------------------------|--------------|-------------------------|-----------|---------------------------|------------|-------------------------|
| N° Naturales | - | - | - | - | - | - |
| Operaciones Aritméticas | -0,003 | - | - | - | - | - |
| Geometría | -0,23** | -0,28** | - | - | - | - |
| Orientación en el espacio | -0,24** | -0,36** | 0,05 | - | - | - |
| Fracciones | -0,21** | -0,27** | 0,33** | 0,004 | - | - |
| Resolución de problemas | -0,39** | -0,31** | -0,22** | -0,05 | -0,28** | - |
| Otros contenidos | -0,15 | -0,23** | -0,14 | 0,06 | 0,001 | -0,13 |

** Significativo al nivel $p < 0,01$

* Significativo al nivel $p < 0,05$

Anexo 8

Ámbito numérico más alto trabajado en 3º y 4º básico, en distintos tipos de actividades

Ámbito numérico hasta el cual se trabajó (3º básico)

| | | Porcentajes | | | | | |
|--------------------------|------------------------------|-------------|----------|----------|--------|--------------|-------|
| | | U de mil | D de mil | C de mil | Millón | No trabajado | Total |
| Números Naturales | Escritura de números | 24,2 | 34,3 | 35,4 | 5,6 | 0,6 | 100 |
| | Comparación de números | 29,0 | 34,1 | 31,8 | 5,1 | -- | 100 |
| | Secuencias y series | 32,6 | 37,1 | 26,4 | 3,4 | 0,6 | 100 |
| | Composición y descomposición | 28,8 | 40,7 | 28,2 | 1,7 | 0,6 | 100 |
| | Valor de posición | 25,3 | 39,9 | 30,9 | 3,4 | 0,6 | 100 |

Fuente: Cuestionarios

Ámbito numérico hasta el cual se trabajó (4º básico)

| | | Porcentajes | | | | | |
|--------------------------|------------------------------|-------------|----------|----------|--------|--------------|-------|
| | | U de mil | D de mil | C de mil | Millón | No trabajado | Total |
| Números Naturales | Escritura de números | 2,8 | 2,8 | 50,8 | 43,5 | -- | 100 |
| | Comparación de números | 8,3 | 11,2 | 58,6 | 21,3 | 0,6 | 100 |
| | Secuencias y series | 10,9 | 19,0 | 53,4 | 16,7 | -- | 100 |
| | Composición y descomposición | 6,8 | 10,2 | 62,5 | 20,5 | -- | 100 |
| | Valor de posición | 3,4 | 6,9 | 58,6 | 30,5 | 0,6 | 100 |

Fuente: Cuestionarios