Fondo de Investigación y Desarrollo en Educación
Departamento de Estudios y Desarrollo
División de Planificación y Presupuesto
Ministerio de Educación

Informe Final

Diagnóstico de las creencias y conocimientos iniciales de estudiantes de pedagogía básica sobre la matemática escolar, su aprendizaje y enseñanza

INSTITUCIÓN ADJUDICATARIA: **UNIVERSIDAD DE CHILE**
INVESTIGADORA PRINCIPAL: **MARÍA VICTORIA MARTÍNEZ VIDELA**
EQUIPO DE INVESTIGACIÓN: **FRANCISCO ROJAS SATELER, EUGENIO CHANDÍA MUÑOZ ANDRÉS ORTIZ JIMÉNEZ, JOSEFA PERDOMO DÍAZ, CRISTIAN REYES, RODRIGO ULLOA SÁNCHEZ**
PROYECTO FONIDE: FX11624

Santiago 2017

Secretaría Técnica FONIDE, Departamento de Estudios y Desarrollo. División de Planificación y Presupuesto, MINEDUC.
Alameda N.º 1371, Piso 8. E-mail: fonide@mineduc.cl/web: www.fonide.cl

MONTO ADJUDICADO: $ 43.307.000

NÚMERO DE DECRETO: 1563

FECHA DEL DECRETO: 01/12/2016

INCORPORACIÓN O NO DE ENFOQUE DE GÉNERO: SÍ

TIPO DE METODOLOGÍA EMPLEADA: MIXTA

CONTRAPARTES DEL CENTRO DE ESTUDIOS: Amanda Castillo (CE); Marco Yupanqui (CPEIP)

ÍNDICE

RESUMEN

En el presente informe se describe el proceso de desarrollo del proyecto FONIDE FX11624, cuyo objetivo principal fue generar un instrumento válido capaz de identificar las creencias y conocimientos iniciales de estudiantes de pedagogía básica sobre la matemática escolar, su enseñanza y aprendizaje. Por medio de una metodología mixta (entrevistas en profundidad para el apartado de creencias y validación de expertos para ítems de conocimiento), se logró construir la primera versión del instrumento, que fue aplicada a un total de 511 estudiantes de primer año de pedagogía básica de un total de 14 universidades del país. Esto permitió someter a validación el instrumento, por medio de análisis bajo teoría clásica de test, análisis factoriales (exploratoria y confirmatoria), análisis bajo teoría de respuesta al ítem (IRT), entre otros. Así, se obtuvo una versión final del instrumento y se logró caracterizar a los estudiantes tanto en términos de sus creencias como de conocimiento de matemática escolar, distribuyéndolos en diversos grupos y perfiles. Respecto de las relaciones entre ambos componentes, se observó que existe relación entre el tipo de creencia y el tipo de habilidad y el contenido o eje curricular. Finalmente, como propuestas al fortalecimiento de la formación inicial docente, este estudio señala que es necesario medir y dar lo soportes para ello a lo largo de la formación inicial, con tal que las universidades puedan desarrollar acciones de mejora en base al perfil inicial de sus estudiantes.

Palabras claves: educación matemática, Formación Inicial Docente, creencias, conocimiento

1. INTRODUCCIÓN

La calidad de la educación en todos sus niveles ha sido un tema de preocupación permanente en los últimos años tanto a nivel nacional como internacional. Distintas investigaciones han mostrado que, para mejorar la calidad de la educación, uno de los focos centrales debiera ser el profesor y su formación (e.g. Darling-Hammond, 2000; Darling-Hammond, Wei & Johnson, 2009). En esta línea, en Chile, desde el año 2009, se desarrolla el Programa de Fomento a la Calidad de la Formación Inicial de Docentes, cuyo objetivo es promover actividades destinadas al fortalecimiento de la formación inicial de los futuros docentes y apoyar su inserción profesional en los establecimientos educacionales. Sin embargo, se carece de indicios de un mejoramiento en la calidad de los profesores formados. La prueba INICIA del año 2014, por ejemplo, indica que menos de un tercio de los egresados que rindieron la evaluación alcanza niveles de logro superiores al 75% de respuestas correctas (Mineduc, 2014).

La nueva Ley 20.903, Sistema de Desarrollo Docente, de enero de 2016, propone una prueba al inicio de la carrera profesional, la cual será de carácter formativo y obligatorio para los alumnos y de ella dependerá la acreditación de la carrera, aunque no tendrá consecuencias para el profesor novato. En los diferentes tramos de la carrera docente, existirán evaluaciones que den cuenta de los conocimientos y competencias de los profesores. En este contexto, todas las universidades del país, con programas de formación acreditados, requerirán diagnosticar el estado de los estudiantes de los primeros años, para realizar ajustes a sus programas y diseñar trayectorias que permitan alcanzar las metas descritas en los perfiles de egreso de las carreras.

Frente a esta situación surgen de forma natural varias preguntas, por ejemplo, ¿qué características del estudiantado sería necesario conocer al inicio de su formación como docente? ¿de cuáles sería importante realizar un seguimiento durante su estancia en la universidad? ¿qué tipo de instrumentos podrían ser útiles para realizar estos diagnósticos?

Las respuestas a estas preguntas deberían, además, estar alineadas con el diseño del programa de formación docente que se ofrezca. En esta línea, distintos trabajos muestran que los sistemas educativos exitosos entregan una formación centrada en los conocimientos disciplinarios y en las didácticas, con énfasis en las prácticas (Darling-Hammond, Wei & Johnson, 2009; Mourshed et al., 2010; Musset, 2010). Investigaciones han mostrado que estas características en el proceso de formación inicial permiten que los profesores, en el primer año de ejercicio profesional, tengan una instrucción más efectiva a la hora de lograr aprendizajes (Boyd, Grossman, Lankford, Loeb & Wyckoff, 2009; Ortúzar, Flores, Milesi, & Cox, 2009). Estos trabajos se centran en la componente cognitiva de la Formación Inicial Docente (FID) y su dimensión práctica, considerando el conocimiento de los contenidos disciplinares a enseñar como uno de los elementos centrales. De esta forma, los programas de FID se hacen cargo de la actualización y monitoreo de los conocimientos que los futuros profesores tienen de los contenidos a enseñar.

Por otra parte, numerosas investigaciones señalan la necesidad de complementar lo anterior tomando en cuenta elementos del dominio afectivo, que incluye la motivación y el sistema de creencias de un individuo, entre otros aspectos (Hannula, 2012; Philipp, 2007; Thompson, 1992). Las creencias de una persona se ven altamente influenciadas por sus percepciones, características personales, experiencias y decisiones en su trayectoria de vida, y a la vez, y de forma cíclica, estas afectarían las decisiones, acciones y cómo el individuo percibe e interpreta sus experiencias (Bandura, 1986; Nisbett & Ross, 1980; Pajares, 1992). En particular, las creencias juegan un rol importante en el quehacer de los profesores, dado el efecto que tienen en el proceso de enseñanza y aprendizaje, ya que se conforman en un sistema que actúa como filtro, estructurando el conocimiento, percepciones y decisiones del profesor en el desarrollo de sus clases de matemática (Pajares, 1992; Richardson, 1996; Schmeisser et al., 2013; Voss et al., 2013). Es más, los profesores son más propensos a adoptar, mejorar e implementar nuevas estrategias en el aula si tienen confianza en su propia capacidad de controlar sus aulas y afectar a los estudiantes, así como también tienen más probabilidades de cambiar su comportamiento en direcciones que pueden mejorar la efectividad en el aula, si creen que ellos mismos son agentes fundamentales para el aprendizaje de sus estudiantes (Smylie, 1988; Warfield, Wood & Lehman, 2005).

A partir de lo anterior, se pueden identificar dos aspectos que debieran considerarse en el proceso de diagnóstico y seguimiento de los estudiantes de cualquier programa de FID: el dominio de los conocimientos disciplinares que enseñarán y sus concepciones y creencias acerca de la propia disciplina y de los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta.

El objetivo principal de este proyecto es diseñar y validar un instrumento que contenga estas dos dimensiones, específico para Matemática, de forma que permita diagnosticar tanto los conocimientos como las creencias que poseen los estudiantes de primer año de pedagogía básica, respecto de la disciplina, su enseñanza y aprendizaje. Esto puede facilitar el diseño e implementación de proyectos que se hagan cargo del cambio y del desarrollo de creencias y conocimientos a lo largo de la formación de un estudiante de pedagogía básica. Además, los instrumentos elaborados y validados en este proyecto quedarán a disposición de la comunidad, lo que les permitirá a las Instituciones de Educación Superior (IES) conocer cómo evolucionan los estados iniciales de las cohortes, y con ello informar las políticas curriculares escolares.

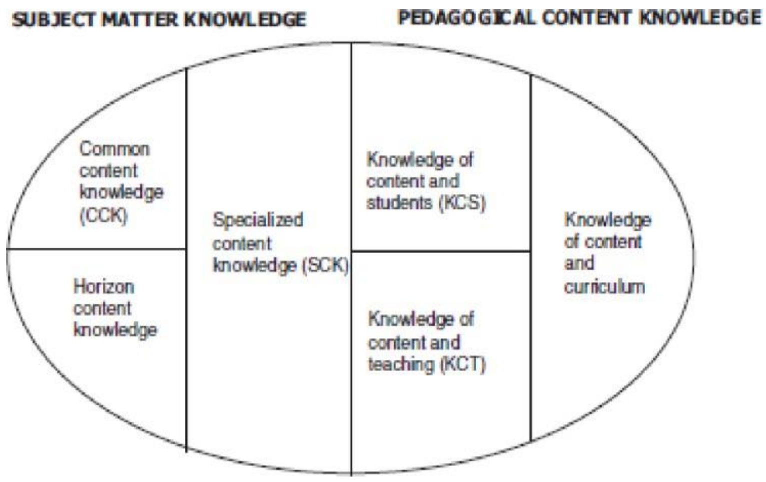
La investigación se planteó en tres etapas. La primera, realizada entre octubre de 2016 y marzo de 2017, consistió en la elaboración de ítems de creencias y conocimientos matemáticos escolares. Para ello se realizó una revisión de antecedentes y de instrumentos que miden conocimientos y creencias hacia la matemática. Además, se realizaron entrevistas para contemplar la componente contextual en el caso de las creencias. A partir de esa revisión y del análisis de las entrevistas se construyeron y seleccionaron los ítems que conforman el cuestionario. La segunda fase, entre abril y julio del 2017, consistió en el pilotaje y validación del cuestionario y la tercera, destinada a la elaboración del informe y difusión del trabajo realizado y sus resultados se llevó a cabo entre agosto y octubre del presente año.

2. REVISIÓN DE ANTECEDENTES

Como mencionamos en la introducción, los sistemas educativos exitosos entregan una formación docente inicial centrada en los conocimientos disciplinarios fundamentales y en las respectivas didácticas y métodos efectivos para un aprendizaje profundo, con énfasis en las experiencias prácticas y su vínculo con la teoría como soporte de la toma de decisiones profesionales (Darling-Hammond, Wei & Johnson, 2009; Mourshed et al., 2010; Musset, 2010).

Diferentes modelos se han hecho cargo de establecer los dominios de conocimiento y práctica que un individuo debería desarrollar para convertirse en profesor de matemática. Por ejemplo, diversos estudios empíricos permitieron a Ball y sus colegas (Ball, Thames y Phelps, 2008) definir el *Conocimiento Matemático para la Enseñanza* (MKT por sus siglas en inglés: Mathematics Knowledge for Teaching), el cual recoge y organiza las dimensiones planteadas por Shulman (1987), destacando la necesidad de un conocimiento especializado de la disciplina para su enseñanza (Figura 1). Este modelo toma en particular el planteamiento de Ma (2010) que sugiere que un profesor de matemática requiere de un conocimiento profundo de la matemática escolar, basado en conexiones matemáticas.

Figura 1. Modelo MKT (Ball et al., 2008)



En Chile, el impacto que ha tenido esta perspectiva de organización del conocimiento didáctico-disciplinar de los profesores de matemática se puede apreciar, por ejemplo, en que los Estándares Orientadores para los Egresados de Carreras de Pedagogía en Educación Básica en esta disciplina hayan orientado su organización en torno al conocimiento de la matemática para enseñarla y al conocimiento de la enseñanza de la matemática (Mineduc, 2012). La definición de estos estándares y el constante incremento de especialistas en el área en los últimos años (Guzmán, 2017), ha traído consigo que muchas carreras de pedagogía reorganicen sus cursos didáctico-matemáticos o bien los contenidos de estos.

Por lo tanto, es claro que estos conocimientos y desempeños, relativos a conocimiento disciplinar específico para enseñar, así como aquellos relacionados a la enseñanza y al aprendizaje de las matemáticas, son parte de los programas de FID en Chile. Sin embargo, es necesario saber cómo se puede adecuar el proceso formativo en base a lo que los estudiantes saben y manejan disciplinariamente al inicio de su formación. Una lógica inclusiva de la formación inicial debe tomar en cuenta el punto de inicio en términos de la cantidad y calidad de conocimiento matemático que traigan los estudiantes desde sus experiencias académicas escolares. En esta investigación consideramos solamente el Conocimiento Matemático Escolar (CME), dado que otros tipos de conocimiento profesional se han de desarrollar en el transcurso de la formación. Lo importante es cómo una evaluación apropiada del CME puede informar al programa de formación, a sus cursos y formadores, de tal manera de hacer pertinente los procesos formativos para quienes los viven.

Carrillo, Contreras y Flores (2013) incorporan un nuevo elemento al modelo MKT, el sistema de creencias, como elemento que se ve influenciado por los conocimientos y a su vez influye en las prácticas del individuo y por tanto es fundamental tenerlas en cuenta en la formación docente (Figura 2). En la actualidad, esta componente está ausente en los programas de FID en Chile, al menos de forma explícita. Se espera que el instrumento diseñado en este proyecto contribuya a instalar al menos la reflexión en torno a esta importante componente de la formación docente ya que, tal y como recogen distintas investigaciones, los profesores van construyendo su sistema de creencias desde su propia experiencia como escolares, su formación inicial y continua y su experiencia laboral (Philipp, 2007; Resnick, 1989; Richardson, 1996, 2003).

En la literatura no se ha podido encontrar antecedentes de instrumentos que consideren de forma conjunta el dominio cognitivo y el sistema de creencias, por lo que los resultados que se presentan en esta sección responden a investigaciones que se centran en uno de los dos ámbitos: el del CME o el de las creencias del individuo sobre la disciplina, su enseñanza y aprendizaje.

2.1 Conocimiento Matemático Escolar (CME)

La búsqueda de antecedentes respecto al CME se centró en la revisión de procesos de selección e ingreso de carreras de pedagogía en otros lugares del mundo, ya que en Chile no existe una estrategia de selección específica para el ingreso de estudiantes de pedagogía de cualquier tipo. El objetivo de esta revisión fue conocer los instrumentos, procesos y contenidos que se utilizan en otros países, para poder adaptar al contexto chileno algún test que se ajustara a nuestras necesidades. Por tanto, se buscaron instrumentos que midieran el conocimiento del contenido matemático escolar de 1º a 6º básico, para analizar el tipo de ítems, la distribución de contenidos y las referencias a habilidades.

Dado que el objetivo del proyecto es la elaboración de un test para estudiantes de primer año de una carrera de Pedagogía Básica, se descartaron aquellos instrumentos que medían conocimientos o habilidades que se adquieren en el transcurso de la formación inicial, como el utilizado en el proyecto LMT (Learning Mathematics for Teaching Project) en USA, acerca del conocimiento específico del profesor, y el instrumento elaborado en el marco de la investigación “Evaluación de conocimientos didáctico - matemáticos sobre razonamiento algebraico elemental de futuros maestros”, realizada por investigadores de la Universidad de Granada, España (Godino et al., 2015) y otros semejantes.

Se encontraron pocas pruebas asociadas a la selección de estudiantes de pedagogía o al diagnóstico de sus conocimientos matemáticos al inicio de sus estudios. Si bien existen procesos de selección específicos para estudiantes de pedagogía, estos no consideran test de conocimiento. Por otra parte, existen tests de matemática, pero no son específicamente para estudiantes de pedagogía, lo más usual es que existan exámenes generales, tipo PSU, que cubren, principalmente, contenidos de la enseñanza secundaria. De la revisión bibliográfica se obtuvieron dos exámenes de admisión que guardan relación con el conocimiento matemático de los individuos al comenzar la FID denominados *Praxis* (Blanton et. al., 2006) y *Vakava* (Granados, L. P., 2014), de EE. UU. y Finlandia, respectivamente.

Praxis es un examen utilizado por algunas universidades de EE. UU. para el ingreso de estudiantes a carreras de pedagogía. Existen dos tipos de pruebas *Praxis*: *Praxis I* y *Praxis II*. La primera, *Praxis I,* es usada en la selección de estudiantes de *college* (no secundarios) que han pasado por cursos generales, para su ingreso a carreras de educación. La segunda prueba, llamada *Praxis II*, es una prueba que sirve para certificar o habilitar a profesores que ya terminaron su formación inicial. A efectos de este proyecto interesa por tanto conocer las características de la prueba *Praxis I.* Es una prueba general, no es exclusiva para futuros profesores de enseñanza de primaria. Contempla tres áreas: lectura, escritura y matemáticas (reading, writing, and mathematics). La parte de matemática consta de 56 problemas para responder en 85 minutos. Los temas están alineados a los *Common Core StandardsforMath* y se dividen cuatro contenidos: Números y Cantidad (17), Álgebra y Funciones (17), Geometría (11), Probabilidades y Estadísticas (11). El test se responde en un computador. Esta prueba incluye diversidad de ítems (ver Anexos 1 y 2). Hay ítems que se responden marcando una alternativa de un total de 5, otros que se responden marcando uno o más alternativas de varias y otros que no se responden marcando una alternativa, sino que escribiendo un número en una casilla. Es importante notar que en esta prueba se enfatizan temas, no es exhaustivo del currículum, y también miden habilidades, en particular resolución de problemas y razonamiento. Además, en muchos de los problemas se requiere integrar varias habilidades para llegar a la solución. En la descripción de los contenidos en particular se utilizan varios verbos que hacen referencias a habilidades.

Vakava es el examen de admisión a los programas de formación de profesores en Finlandia. Es un examen único para los 31 programas de FID de las 7 universidades existentes en el país. El instrumento se centra en la medición de habilidades y conocimientos matemáticos mediante ítems de opción múltiple. Los contenidos de la prueba son informados al postulante 6 semanas antes de su realización. A modo de ejemplo, el examen del 2015 incluía entre otros tópicos: Distinción entre diferentes modelos de investigación social; Teoría Educativa; Análisis de regresiones; Análisis de investigaciones psicológicos. Los que rinden este examen deben haber rendido previamente un examen de conocimientos generales o poseer una formación profesional (Ver Anexo 3).

En ambos casos, *Vakava y Praxis*, los sujetos que rinden las pruebas, no son estudiantes que recién egresan de la educación secundaria, sino que son sujetos que vivieron algún tipo de educación postsecundaria. Por lo tanto, cubren tópicos más especializados que los que nuestro proyecto necesita medir. En algunos casos, cubren temas que se espera que un estudiante domine al final de su formación inicial de una carrera de Pedagogía.

2.2 Creencias

En la literatura puede encontrarse diversidad de instrumentos diseñados para el estudio de las creencias en el contexto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática (Erkmen, 2012). Entre los más utilizados se encuentran las entrevistas y los cuestionarios con escala Likert, según se trate de estudios cualitativos o cuantitativos, respectivamente. Estos instrumentos se han utilizado con diversos objetivos, sin embargo, se desconoce la existencia de estudios donde estos instrumentos se hayan utilizado para realizar un diagnóstico en los estudiantes que ingresan a los FID. Por tanto, en esta sección no se presentarán ejemplos de instrumentos como se hizo en el caso del CME. En su lugar se mostrarán resultados de investigación que tienen relación directa con el diseño del instrumento que se plantea en este proyecto.

El sistema de creencias con el cual ingresa un estudiante a un programa de formación de profesores es construido sobre la base de un conocimiento general tanto del contenido matemático como de la actividad matemática en sí, construido en la escuela (Deulofeu, Márquez & Santmartí, 2010). Por esta razón, los programas de formación requieren integrar modelos de conocimiento profesional que no solo aporten un conocimiento especializado de la matemática escolar para su enseñanza (Ball, Thames y Phelps, 2008), sino que creencias como centro en la construcción de dicho conocimiento (Carrillo, Contreras y Flores, 2013).

En los últimos años, el centro de la actividad matemática escolar ha ido cambiando desde un foco en el cálculo y los procedimientos, hacia el desarrollo de competencias y procesos matemáticos (e.g. OECD, 2004; NCTM, 2000). Sin embargo, si bien los profesores suscriben estas propuestas de cambio en el foco de la enseñanza y aprendizaje matemático, la transformación que ello supone no se observa en la práctica de aula. Una de las causas posibles de dicha dificultad sería que los futuros profesores han sido formados matemáticamente en la escuela bajo paradigmas didáctico-disciplinares radicalmente distintos de aquellos con los cuales se espera que actúen en sus contextos laborales (Chapman, 2008; Deulofeu, Figueiras & Pujol, 2011). Esta forma de aprender matemáticas, arraigada en sus experiencias como escolares, conlleva la construcción de creencias que no siempre guardarían relación con los paradigmas actuales de enseñanza y aprendizaje de la matemática. En el proceso de FID, las oportunidades de aprendizaje que tienen los futuros profesores jugarían un rol fundamental en el cambio y modificación de las creencias individuales, y por tanto en la reestructuración del sistema de creencias. Para dicho cambio, se hace necesario construir nuevas creencias asociadas a un cambio en las prácticas de enseñanza (en este caso, aproximaciones a una práctica efectiva de enseñanza) y a un cambio en lo que se declara de dicha actividad (Smith, 1999).

Por tanto, el cambio conceptual de lo que implica la actividad matemática, su aprendizaje y enseñanza, pasa por un cambio en las creencias y actitudes que tiene el profesor. Es por ello que los procesos de formación inicial deberían dar la oportunidad a los futuros profesores, al menos, de aprender matemáticas tal como se espera que sus estudiantes la aprendan (Gómez-Chacón, 2005) y promover la reflexión en torno a sus creencias acerca de la matemática, su enseñanza y aprendizaje. De esta forma, en línea con el cambio de paradigma de la enseñanza hacia una visión más constructivista (Chapman, 2008), y dada la relación entre creencias y prácticas, la FID debiera desarrollar, modificar y transformar creencias de los futuros profesores, considerando que estos han de hacer sentido del qué y cómo van a enseñar, afectando sus prácticas de instrucción en este periodo (Green, 1971; Fenstermacher,1978; Thompson, 1992; Richarson, 1996; Kaiser et al., 2007).

Este proceso se encuentra con una dificultad asociada a la naturaleza de las creencias y es el hecho de que constituyen la componente más estable del dominio afectivo (McLeod, 1992). Liljedahl, Oesterle y Bernèche (2012) hacen una recopilación respecto de este punto, señalando la dificultad de su modificación. De ahí la importancia de realizar un diagnóstico de las creencias con las que los estudiantes llegan al programa de FID, a fin de poder trabajar en su modificación durante el proceso de formación.

A la hora de diseñar un instrumento para la realización de ese diagnóstico conviene tener en cuenta que las creencias constituyen un sistema complejo, formado por diferentes tipos de creencias: de sí mismo, sobre la enseñanza y el aprendizaje, sobre la naturaleza del contenido, sobre los estudiantes, sobre las diferencias de género para el aprendizaje de la disciplina, sobre el sistema educacional y el contexto social en el cual este se desarrolla, sobre la heterogeneidad en la cultura escolar, etc. (e.g. Kuhs & Ball,1986; Mizala et al., 2015; Pehkonen, 2004; Richardson, 2003; Voss et al., 2013; Woolfolk, Davis & Pape, 2006). Estos tipos de creencias serán descritos con más detalle en el marco conceptual, puesto que constituyen un elemento base del diseño del instrumento realizado en este proyecto.

3. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

En el caso de la FID en Chile no existe un sistema específico de selección para el acceso y tampoco instrumentos validados a nivel nacional que permitan conocer qué conocimiento de los contenidos a enseñar y qué creencias respecto de la enseñanza y aprendizaje tienen los estudiantes cuando ingresan a los programas de formación. Teniendo dicha inquietud en la base es que para este estudio nos hemos planteado los objetivos propuestos a continuación.

3.1 Objetivo general

Identificar creencias y conocimientos sobre la matemática escolar, su aprendizaje y enseñanza de estudiantes de pedagogía básica al iniciar su proceso de formación profesional.

3.2 Objetivos específicos

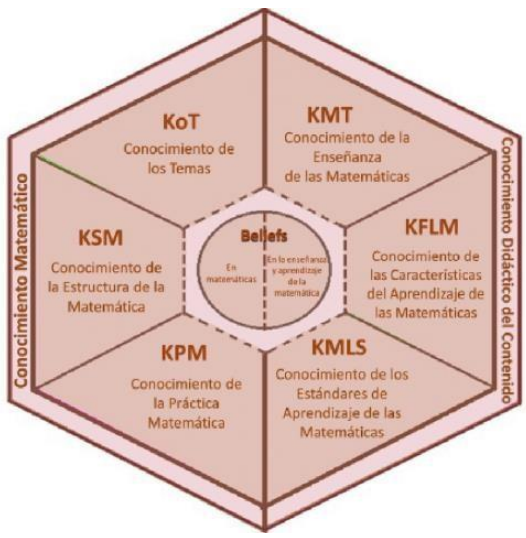
E1: Diseñar y validar un instrumento para diagnosticar el conocimiento de las matemáticas escolares de 1º a 6º básico y creencias sobre la misma, su aprendizaje y enseñanza y en estudiantes de pedagogía básica al iniciar su proceso de formación profesional.
E2: Caracterizar las creencias sobre la matemática escolar, su aprendizaje y enseñanza en estudiantes de pedagogía básica al iniciar su proceso de formación profesional.

E3: Caracterizar el conocimiento de la matemática escolar de 1° a 6° básico de los estudiantes de pedagogía básico al iniciar su proceso de formación profesional.
E4: Explorar relaciones entre el conocimiento de la matemática escolar de 1º a 6º básico y las creencias sobre la matemática escolar, su aprendizaje y enseñanza de los estudiantes de pedagogía básica al iniciar su proceso de formación profesional.

4. MARCO TEÓRICO

En este proyecto se toma el modelo de Carrillo et al. (2013) como referencia del conocimiento que debe tener un profesor de matemática, ya que incorpora tanto el conocimiento de la disciplina como el sistema de creencias (Figura 2). De los seis tipos de conocimiento que considera este modelo, el instrumento que se diseñará considerará únicamente el *Conocimiento de los Temas* (KoT) puesto que es donde se situaría el conocimiento de las matemáticas escolares (CME).

Figura 2. Modelo de conocimiento especializado del profesor de matemática (Carrillo et al., 2013)



4.1 Conocimiento Matemático Escolar (CME)

Para conformar el marco teórico en torno al CME se han considerado dos elementos principales: (i) el diseño del currículo escolar y, por tanto, sus componentes y (ii) las destrezas o capacidades propias del área de matemática.

4.1.1 Conocimiento matemático en el currículo escolar.

Si bien en Chile el concepto de currículo está muy asociado a lo que establece el Ministerio de Educación como "Bases Curriculares" o como "Programas de estudio", siguiendo al National Center on Quality Teaching and Learning el año 2012 entenderemos que un curriculum se compone de varios elementos que guían las instrucciones del profesor en el aula escolar: a) objetivos para que los niños se desarrollen y aprendan, b) experiencias a través de las cuales los niños logren los objetivos, c) roles para que los docentes y padres puedan ayudar a los niños alcanzar los objetivos, d) materiales necesarios para apoyar la implementación del currículum. En el caso de Matemática, el curriculum debe plantear situaciones que fomentan la comprensión conceptual, la resolución de problemas y el razonamiento, las cuales se deben extraer de contextos cotidianos y de otras disciplinas, además de proponer metodologías claras para que los profesores la implementen (NCTM, 2014). Por lo anterior, el currículo es una decisión de país de marcar hacia dónde queremos ir como sociedad.

El marco curricular escolar establece lo que una sociedad espera lograr en el futuro con sus nuevas generaciones, por lo que se compone de partes que son dinámicas, y que responden al desarrollo de una sociedad (Cox, 2011; Kerr, 2002). En este sentido, las habilidades y conocimientos en el currículo escolar aluden a una exigencia secular de mayor capacidad en los ciudadanos, siendo algunas de estas la capacidad de abstracción, pensar sistemáticamente, experimentar y aprender a aprender, comunicar y trabajar colaborativamente, resolver problemas, manejar la incertidumbre y adaptarse al cambio (Cox, 2011; Mineduc, 2009; Kerr, 2002). Por esta razón, varios países en estos últimos 10 años han modificado sus currículos, en particular los de matemática, en pos de mejorar la calidad de sus sistemas educativos en relación con el desarrollo de sus sociedades y del mundo (Hemmi, Lepik & Viholainen, 2013). Chile no se ha quedado atrás y ha ajustado los conocimientos del currículo escolar en matemática en cuatro ocasiones en 25 años, véanse las modificaciones de los 1996, 2002, 2009 y 2012 realizadas por el Mineduc. En estas modificaciones, las habilidades y actitudes han tomado relevancia, y han pasado de ser contenidos mínimos obligatorios a habilidades que cruzan todas las áreas disciplinares (Cox, 2011). En este sentido, Mineduc (2012) señala que entre sus principales innovaciones se reemplazó la forma de prescribir el currículum en Objetivos Fundamentales (OF) y Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO), pues los “Objetivos de Aprendizaje (OA) relacionan en forma más explícita las habilidades, los conocimientos y las actitudes y evidencian en forma clara y precisa cuál es el aprendizaje que el estudiante debe lograr”. (p. 12) y así entonces se evolucionó desde la relación OF-CMO donde se especificaba de forma abierta y general los logros que se esperaban por parte de los estudiantes y se detalla una lista de temas y contenidos que debían ser abordados obligatoriamente para el logro de los OF, hacía capacidades para realizar tareas y solucionar problemas con precisión y adaptabilidad utilizando conocimiento matemático. Al respecto, Mineduc (2012) señala:

> *Los conocimientos corresponden a conceptos, redes de conceptos e información sobre hechos, procesos, procedimientos y operaciones. La definición contempla el conocimiento como información (sobre objetos, eventos, fenómenos, símbolos) y como comprensión; es decir, la información integrada en marcos explicativos e interpretativos mayores, que dan base para discernimiento y juicios (p. 22).*

En otro sentido la estructuración del conocimiento matemático declarado en los últimos dos marcos curriculares ha tenido modificaciones, lo que se aprecia cuando Mineduc (2002, p. 82) señala que “los objetivos y contenidos planteados se presentan agrupados en torno a cuatro ejes temáticos: números, operaciones aritméticas, formas y espacio, y resolución de problemas”, en cambio Mineduc (2012) presenta los conceptos matemáticos agrupados en los siguientes ejes temáticos números y operaciones, patrones y álgebra, geometría, medición, datos y probabilidades, lo cual evidencia dos diferencias importantes entre ambos, la primera es que actualmente existe una eje propio para los conceptos referidos a patrones y álgebra y la segunda es que la resolución de problemas dejó de ser un eje temático pasando ahora a ser una habilidad transversal para el desarrollo del pensamiento matemático, ya que para Mineduc (2012, p. 86) aprender matemática “involucra desarrollar capacidades cognitivas clave, como visualizar, representar, modelar y resolver problemas, simular y conjeturar, reconocer estructuras y procesos”.

4.1.2 Destrezas matemáticas

El NCTM en el año 2001 plantea que la actividad matemática, además de involucrar conocimientos también involucran destrezas o capacidades como: a) dar sentido a los problemas y perseverar en la búsqueda de solución, b) razonar de manera abstracta y cuantitativa, c) construir elementos viables y criticar el razonamiento de los otros, d) hacer modelos con matemáticas, e) utilizar estratégicamente las herramientas adecuadas. f) cuidar la precisión, g) buscar y utilizar estructuras, h) buscar y expresar regularidades.

De esta forma, todas las evaluaciones internacionales no solo se centran en medir conocimientos, sino que también habilidades relacionadas a las actividades matemáticas. Así, al revisar los marcos de antecedentes de las evaluaciones internacionales, se ha optado por incluir los niveles de habilidades medidos por la prueba TIMSS (Grønmo, L. et al., 2013) en el instrumento desarrollado. En esta prueba, definen los dominios: Conocer, Aplicar y Razonar (Ver Anexo 4). El primer dominio aborda los hechos, conceptos y procedimientos que los estudiantes necesitan saber, mientras que el segundo, se centra en la capacidad de los alumnos para aplicar el conocimiento en la resolución de problemas. Por último, el tercer dominio va más allá de la resolución de problemas rutinarios y avanza a abarcar situaciones desconocidas, contextos complejos y problemas de varias etapas.

4.2 Creencias

Como hemos revisado a lo largo de los antecedentes, el quehacer de un docente, en gran medida está determinado por sus conocimientos y por su sistema de creencias y actitudes. Es por ello que diversos investigadores han trabajado en torno a la caracterización del constructo de creencias, para así poder comprenderlo. Una primera aproximación ha sido el trabajo referido al desarrollo de la definición de creencias, es así como algunos autores entienden las creencias no solo como una verbalización de lo que se cree, si no como la disposición a actuar de una determinada manera (Wilson & Cooney, 2002).También, el sistema de creencias es usado como una metáfora para representar una estructura posible de las creencias del individuo, considerando a estas como entendimientos y premisas acerca del mundo, percibidas como verdaderas por quien las sostiene, que implican códigos personales cognitivos y afectivos que disponen a las personas hacia ciertas formas de actuación (Lester, Garofalo & Kroll, 1989; Lebrija et al., 2010). Es por ello que las creencias de los docentes afectan sus decisiones pedagógicas y las situaciones de enseñanza en general (Leinhardt & Greeno, 1986; Leder, Pekhonen & Tórner, 2002). En la literatura encontramos que se ha estudiado que las creencias y actitudes juegan un importante rol en la capacidad de cambio que tiene el profesor, así como también sería un ingrediente clave la conciencia y necesidad de cambiar (Freeman, 1989, 1992) y de ahí su relevancia en términos de la FID. Junto a esto, Ball (1990) plantea que además de las componentes afectivas y experiencial, el sistema de creencias de un profesor de matemática depende en gran medida del conocimiento matemático y del conocimiento pedagógico del contenido matemático con que cuenta el profesor.

Existen dos aspectos que han sido de particular relevancia para la definición del presente estudio, por una parte, considerar cierta clasificación que permita organizar las creencias y orientar la toma de decisiones respecto de qué ítems podrían componer el instrumento en construcción y, en segundo lugar, considerar ciertas perspectivas respecto de la matemática, su enseñanza y su aprendizaje que permita dar cierta direccionalidad a los ítems planteados. A continuación, precisamos de qué manera definimos ambos elementos.

4.2.1 Clasificación de creencias

La investigación en educación matemática ha definido tres categorías en el sistema de creencias que permiten describir distintos aspectos de la actividad matemática que se desarrolla en el aula (Op´tEynde, De Corte & Verschaffel, 2002): Creencias sobre educación matemática (matemática como una asignatura, aprendizaje de la matemática y resolución de problemas, enseñanza de la matemática en general); Creencias respecto de sí mismo (autoeficacia, control, dificultad y valor que le da a la tarea, meta-orientación); Creencias sobre el contexto social (normas sociales y socio-matemáticas en clases).

A partir del trabajo anterior y considerando otros estudios relativos a creencias de profesores en ejercicio y a profesores en formación, hemos utilizado la siguiente categorización de las creencias:

- *Creencias sobre la naturaleza de las matemáticas.* Se refiere a aquellas creencias que corresponden a características inherentes a las matemáticas como disciplina.
- *Creencias sobre el proceso de Enseñanza y Aprendizaje de las matemáticas* (Donoso, Rico & Castro; 2016). Es la más referenciada de todas las categorías y abarca las metodologías de enseñanza, las características de estudiantes y profesores, el contexto y la dinámica sociales del aula, entre otras cosas.
- *Creencias sobre sí mismo.* Las actitudes hacia las matemáticas de los mismos alumnos y cómo estas influyen en el proceso de aprendizaje (Palacios, Arias & Arias, 2014).

4.2.2 Perspectiva de la matemática, su enseñanza y aprendizaje

Las experiencias y conocimientos que un individuo tenga a lo largo de su vida en torno a la matemática definen su sistema de creencias respecto de esta, su enseñanza y aprendizaje. Dicho sistema de creencias puede determinar cierta “perspectiva” que el individuo tenga para enfrentar su trabajo con la matemática y es así como en relación con la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, Felbrich, Kaiser y Schmotz (2012) distinguen dos perspectivas, constructivistas y de transmisión, enmarcándose en visiones dinámicas y estáticas de las matemáticas respectivamente (Köller, Baumert & Neubrand, 2000; Kaiser et al., 2007).

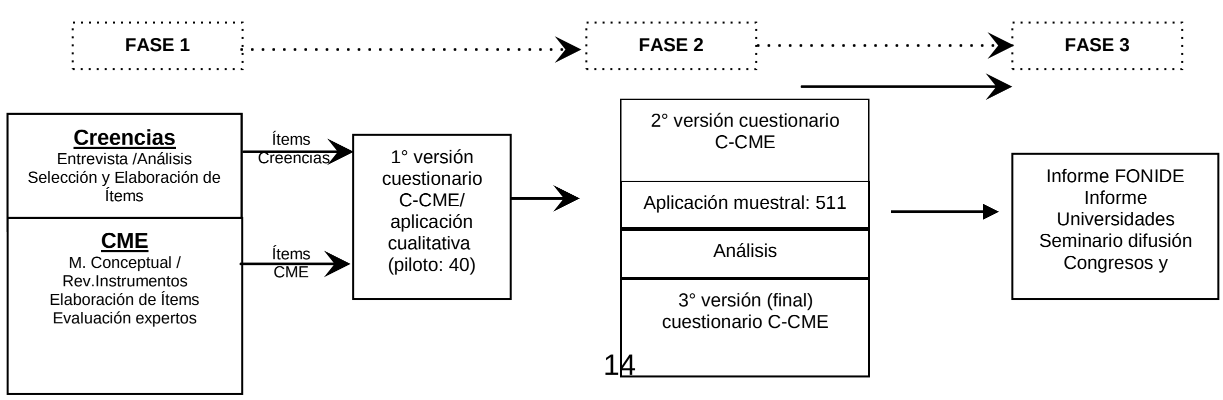
En la perspectiva de transmisión, se establece que el conocimiento se debe enseñar de forma directa, centrado en el establecimiento de definiciones, teoremas y algoritmos que los estudiantes deberán usar. La estructura de la clase es rígida y focalizada en el profesor, siendo el estudiante un simple receptor del contenido. De esta forma, el éxito en el aprendizaje de las matemáticas pasa principalmente por características del estudiante, es decir, por sus capacidades o habilidades intrínsecas para aprender, en este caso, matemáticas (Fennema, Carpenter & Loef, 1990; Köller et al., 2000; Staub & Stern, 2002).

La perspectiva constructivista comprende la clase como un proceso de interacción para el desarrollo del conocimiento, donde el estudiante y su experiencia juegan un rol preponderante en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Bajo esta perspectiva, el aprendizaje de las matemáticas pasa por las características de las actividades que se proponen, la interacción y el rol del profesor y los estudiantes (Fennema et al., 1990; Köller et al., 2000; Staub et al., 2002).

5. METODOLOGÍA

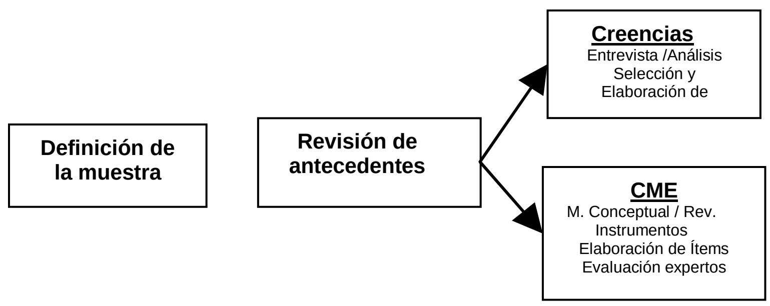
Con el fin de elaborar un instrumento que se adecúe a la realidad de los estudiantes que ingresan a la FID en nuestro contexto país, se ha trabajado con un diseño exploratorio-descriptivo, haciendo uso de una metodología mixta (cualitativa/cuantitativa) (Creswell, 2012) y considerando 3 fases (Figura 3).

Figura 3. Fases de investigación



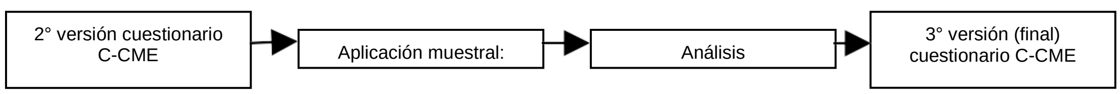
En la Fase 1, el objetivo principal era construir una primera versión del cuestionario. Esta fase se desarrolló entre octubre del 2016 y marzo del 2017 y en ella se hizo lo siguiente (Figura 4): (i) se definió la muestra a la que se le aplicaría el instrumento, (ii) se realizó la revisión presentada en los antecedentes, sobre instrumentos de medición de CME y creencias para el diagnóstico en programas de FID, (iii) se diseñó una entrevista para identificar creencias de los futuros profesores, en base a la revisión de literatura especializada; esto permitió explorar las creencias emergentes de los estudiantes y complementar, desde el contexto chileno, los constructos sobre las creencias acerca de la matemática escolar, su enseñanza y aprendizaje presentadas por la literatura y que se indicaron en el marco teórico; con la información de las entrevistas y de los antecedentes se diseñó un conjunto de ítems de creencias, (iv) se hizo una revisión de contenidos curriculares de matemática y se construyó una matriz de especificaciones con indicadores de contenido y dominios cognitivos a modo de niveles de complejidad; con esta información se procedió a construir los ítems de conocimiento, pasando estos luego por la evaluación de 26 expertos.

Figura 4. Esquema de la Fase 1 de investigación



Al finalizar esta fase, se ensambló una primera versión del cuestionario que permitió evaluar creencias y CME. Para ello se realizó una aplicación a modo de testeo cualitativo a un total de 40 estudiantes. La Fase 2 comienza con la versión revisada a partir de ese testeo y su aplicación a la muestra de estudiantes definitiva con el fin de analizar validez, confiabilidad y otras características psicométricas del instrumento. A partir de este análisis se genera una tercera versión del cuestionario que es la que corresponde al producto final del proyecto (Figura 5). El proyecto inicial consideraba una muestra de 400 individuos para la validación del cuestionario, sin embargo, la muestra final resultó ser de 511. El dato de 400 individuos únicamente se tomó en cuenta a la hora de configurar la muestra, de tipo intencional y proporcional (sección 5.1).

Figura 5. Actividades de la Fase 2



En la actualidad se está realizando la Fase 3 que consiste en la redacción de informes y la realización de actividades de difusión (Figura 3).

A continuación, detallamos el trabajo realizado en cada una de las fases.

5.1 Definición de la muestra: participantes

En el presente apartado se describe el proceso de selección de los participantes del estudio junto con las decisiones tomadas durante la investigación y sus respectivas justificaciones. Para el establecimiento de la muestra de estudiantes que ingresaron a las carreras de Pedagogía Básica en el año 2017, se ha de tener en cuenta que la ley 20.903 que crea el Sistema de Desarrollo Profesional Docente, establece como puntaje mínimo de ingreso a las carreras de Pedagogía 500 puntos y las obliga a estar acreditadas. Esto es relevante, ya que define las universidades que son elegibles para la muestra.

Por otra parte, y dado lo anterior, la muestra del estudio se seleccionó de manera intencionada estratificada (Patton, 2001), considerando las siguientes variables:

(i) promedio puntaje PSU de matemáticas y lenguaje de los estudiantes, diferenciando por cuartiles en el rango de puntajes de la Prueba de Selección Universitaria (PSU), de todas aquellas instituciones adscritas al sistema Único de Admisión (SUA), y
(ii) universidades tradicionales (pertenecientes al CRUCH) y no tradicionales.

Las variables y el método de selección utilizados se justifican en los siguientes aspectos:

(i) teniendo en cuenta que el sistema de creencias de las matemáticas, de su aprendizaje y enseñanza se genera principalmente en el periodo escolar de los sujetos (Schmeisser et al., 2013; Voss et al., 2013; Pajares, 1992; Thompson, 1992) y que el sistema escolar chileno es altamente segregado (Valenzuela, Bellei & De Los Ríos, 2014), los estudiantes que ingresan a carreras de Pedagogía tienen diversas trayectorias escolares y por ende pueden tener diferentes sistemas de creencias sobre las matemáticas, su aprendizaje y enseñanza, así como también distintos niveles conocimiento de la matemática escolar.

(ii) dado que la segregación continúa hacia la Educación Superior (Valenzuela et al., 2014), se observa que la dependencia escolar de los estudiantes que se matriculan en Pedagogía Básica correlaciona con el tipo de universidad (tradicional o no) y con la distribución del puntaje PSU, dándose por ejemplo las siguientes situaciones:

- programas con estudiantes matriculados con un promedio ponderado de 640 puntos en la PSU y que provienen principalmente de escuelas particulares o particulares subvencionados (62% particular; 26% particular subvencionado).
- programas con estudiantes matriculados con un promedio ponderado de 546 puntos en la PSU y que provienen principalmente de escuelas municipales o particulares subvencionados (52% municipal; 44% particular subvencionado).

A partir de la aplicación de los criterios mencionados, se seleccionaron inicialmente 82 programas de Pedagogía Básica, de los cuales se descartaron las carreras con 0 alumnos en la matrícula del año 2015[1] y las universidades no acreditadas[2] en el momento de la construcción de la muestra. De los 57 programas restantes, se quitaron aquellos con menos de 500 puntos de promedio PSU en Matemáticas y Lenguaje del año 2017, quedando con un total de 39 programas de Pedagogía General Básica. Estos 39 programas fueron divididos en cuartiles y luego separados según el tipo de universidad quedando 8 categorías, como indica la siguiente tabla.

[1] Dado que la muestra se construyó a finales de 2016, y que no se contaba con información oficial del ingreso en 2016 que posteriormente entregó DEMRE, se realizó la selección inicial con los datos públicos disponibles del año 2015.
[2] Información obtenida de www.cnachile.cl

Tabla 1. Número de programas y matrícula de Pedagogía Básica por cuartil y tipo de Universidad

Programas y Matrícula según tipo de Universidad y Puntaje PSU					
		Promedio Puntaje PSU (matemáticas y lenguaje) ingreso 2017			
		500 – 540	541 – 553	554 - 570	Más de 571
Tipo Universidad	Tradicional	7 (213)	6 (167)	9 (381)	8 (338)
	No Tradicional	3 (76)	4 (98)	1 (58)	1 (50)

Según las sugerencias dadas por el equipo del taller de avance de la actividad en mayo de 2017, consideradas pertinentes en el marco del estudio, para la fase de validación del instrumento se recalculó la muestra de estudiantes de manera proporcional, según el número de programas de Pedagogía por cuartil y tipo de universidad. Para ello, se consideraron los datos 2016, ya disponibles de forma pública a la fecha, y se solicitó al Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educacional (DEMRE) los datos 2017. Este cambio que se conjugó con el interés de los investigadores de realizar el estudio con datos oficiales de las matrículas y puntajes de la PSU de los estudiantes de Pedagogía Básica de los años 2015 al 2017. Estas decisiones favorecieron una muestra de mayor tamaño posible y no se puso en riesgo dicho tamaño por la incorporación al análisis de nuevas variables (urbanidad-ruralidad, trayectorias, formativas o tipos de establecimiento del que provienen los estudiantes), solo se hizo de manera exploratoria. Este cálculo se realizó tomando como referencia una muestra de tamaño n=400 que era lo que se había comprometido en el proyecto. La siguiente tabla (Tabla 2) muestra el número de estudiantes al que tenía que aplicarse el instrumento para su validación, según el reparto proporcional y, entre paréntesis se indica el número de estudiantes que finalmente respondieron al cuestionario.

Tabla 2. Cantidad de participantes necesarios versus número de participantes efectivos, por cuartil y tipo de universidad

Cantidad de participantes proporcionales para n=400 y lo conseguido por cuartil y tipo de universidad					
		Promedio Puntaje PSU (matemáticas y lenguaje) ingreso 2017			
		500 – 540	541 – 553	554 - 570	Más de 571
Tipo Universidad	Tradicional	62 (68)	48 (58)	110 (94)	98 (138)
	No Tradicional	22 (34)	28 (24)	17 (48)	14 (47)

Por tanto, la muestra definitiva, con la que se realizó la validación del instrumento, está formada por 511 estudiantes de primer curso de distintas carreras de Pedagogía en Educación Básica. Como se observa, en las celdas de las universidades no tradicionales que van desde los 554 puntos ponderados hacia arriba, el número de estudiantes que rindió el instrumento supera tres veces el esperado para una muestra de n=400 estudiantes. Si bien esto no se condice con la distribución proporcional para la muestra establecida inicialmente, disminuye el sesgo de los análisis en estas celdas, dado que se acerca al "n" real de ellas. Por otra parte, el tipo de análisis desarrollado para la validación del instrumento se ve favorecido por el aumento del tamaño de la muestra y los análisis aplicados para la validación del instrumento, como TRI, no se ven afectados por el tamaño de las submuestras por casilla, dado que se focalizan en la distribución de la habilidad latente y en las características de la muestra (De la Torre & Hong, 2010; Steinberg & Thissen, 2006).

Retomando las variables para la conformación de la muestra, hay representación de estudiantes en diferentes cuartiles de rangos de puntajes de la PSU exigidos en los procesos de admisión de las carreras de Pedagogía. Además, los estudiantes están vinculados a 14 universidades, 6 de ellas de la Región Metropolitana, 2 de la Región de Biobío y las regiones de Antofagasta, O´Higgins, el Maule, Araucanía, los Ríos y Aysén estuvieron representadas por una universidad respectivamente. En este contexto, el 71,61% de los cuestionarios fueron contestados por estudiantes pertenecientes a universidades tradicionales (CRUCH) y un 28,39% de universidades no tradicionales (28,39%). En anexos se especifica la muestra que finalmente fue usada en la validación del cuestionario (Ver Anexo 5).

5.2 Diseño de ítems para evaluar creencias

Para la elaboración de apartado que permita evaluar creencias se determinó realizar un primer levantamiento de creencias mediante el diseño, aplicación y análisis de una entrevista en profundidad que permitiera evaluar, desde el contexto chileno, las categorías de creencias propuestas por la literatura. Dicho proceso se detalla a continuación, llegando a detallar qué categorías y subcategorías se definieron para organizar el apartado de creencias que compone el instrumento.

5.2.1 Diseño y aplicación de entrevistas

Las entrevistas realizadas tenían por objetivo explorar, en el contexto chileno, las creencias encontradas en la literatura sobre la matemática escolar, su enseñanza y aprendizaje en los estudiantes de primer año de Pedagogía Básica. Para ello se diseñó una entrevista (Anexo 6) que permite identificarlas en el discurso de los estudiantes, así como dar paso a otras posibles que emerjan como categorías nuevas.

La entrevista está estructurada en tres partes, la primera consiste en la presentación y discusión de un listado de principios sobre la enseñanza, el objetivo es que de todas las cosas importantes que el entrevistado pueda pensar, seleccione las 5 afirmaciones más relevantes que un docente debe seguir y cautelar para ser un buen profesor que enseña matemática. La segunda parte, tiene por objetivo indagar en aquellos aspectos del aula matemática que el entrevistado valora como positivos o negativos. Para ello se realiza la observación y reflexión en torno a un segmento de vídeo. El segmento consiste en una clase de matemática de 6to básico que se desarrolla en torno al contenido matemático de geometría. Luego de verlo se le pide a los entrevistados que comentar aquellas cosas que llamaron su atención.

La tercera parte, se centró en la discusión de la biografía escolar de los entrevistados, con el objetivo de identificar experiencia relevante en su etapa como estudiante y evaluar creencia en la base de la selección de dichas experiencias. Esta sección incluye preguntas de valoración general, sobre los profesores de matemática, el aprender matemática, la matemática y la clase de matemática.

Se desarrolló un documento técnico que describe paso a paso cada una de las partes de la entrevista, los objetivos de estas, los materiales a utilizar e indicaciones para la persona que va a realizar la entrevista a modo protocolo (Anexo 7). Además, se diseñó un modelo de consentimiento informado para utilizar al momento aplicar el dispositivo (Anexo 8).

Se realizaron 16 entrevistas, seleccionando dos estudiantes por categoría. Dicha selección se basó en la facilidad de acceso con las universidades, eligiendo aquellas con las que se tenía un canal directo de comunicación y solicitándoles alumnos interesados en participar. La tabla 3 corresponde a la cantidad de universidades utilizadas por cuartil.

Tabla 3. Cantidad de universidades por cuartil y tipo de universidad

Cantidad de universidades por cuartil y tipo de universidad					
		500 – 519	520 – 547	548 - 564	Más de 565
Tipo Universidad	No tradicional	2	1	1	1
	Tradicional	1	1	1	1

Las entrevistas se realizaron en diciembre y enero, duraron entre 60 y 80 minutos y se guardó registro de audio y video. El análisis se realizó en enero, mediante análisis de contenido, el cual permite generar indicadores o categorías desde el contexto en el cual los mensajes son producidos, visualizando la emergencia de significados implícitos o indirectos, así como de los presentados directamente (Bardin, 1996). A partir del análisis temático se identificaron patrones comunes en los datos (Braun & Clarke 2006), generando relaciones entre las categorizaciones y codificaciones realizadas, apoyado por el software de análisis cualitativo NVivo.

5.2.2 Análisis de entrevistas y categorías de creencias

Los resultados que siguen corresponden al análisis de las entrevistas. Las creencias en torno a la enseñanza de las matemáticas se agruparon en tres categorías en base a la literatura revisada. La primera es sobre la Naturaleza de las matemáticas y refiere a aquellas creencias que corresponden a características inherentes a las matemáticas. La segunda es sobre el proceso de Enseñanza y Aprendizaje de las matemáticas (Donoso, Rico & Castro, 2016). Es la más referenciada de todas las categorías y abarca las metodologías de enseñanza, las características de estudiantes y profesores, el contexto y la dinámica sociales del aula, entre otras cosas. La última corresponde a las creencias sobre el sí mismo, es decir, sobre las actitudes hacia las matemáticas de los mismos alumnos y cómo estas influyen en el proceso de aprendizaje (Palacios, Arias & Arias, 2014).

Esta parte de la investigación fue presentada en un congreso internacional, RELME 31, celebrado en Perú a finales de julio de 2017. Los resultados del análisis de la entrevista se detallan en las actas de dicho congreso (Martínez Videla, Perdomo-Díaz y Ulloa Sánchez, por aparecer).

5.2.3 Selección y diseño de ítems de creencias

A partir de las categorías resultantes del análisis y en base a la literatura revisada, se trabajó en la construcción y adaptación de ítems que permitan evaluar las creencias. El total de 64 ítems propuestos en el instrumento se distribuyeron como se muestra en la Tabla 4:

Tabla 4. Distribución ítems Creencias por Categorías y Subcategorías

Ítems Creencias		
Categoría	Subcategoría	N de ítems
Enseñanza y aprendizaje	Aprendizaje	8
	Enseñanza	12
	Dinámica social del aula	2
	Contenidos y actividades	3
Expectativas y logros	Condiciones para el logro	6
	Autopercepción	5
	Ansiedad / Actitud	6
	Familia	3
Matemática	Naturaleza de la Matemática	5
	Naturaleza del pensamiento matemático	5
	Naturaleza de la acción matemática, y su relación con el mundo	4
	Naturaleza de la matemática y su relación con el estudiante	4
	Utilidad de la matemática escolar	1

5.3 Diseño de ítems para evaluar CME

Por otro lado, la construcción de ítems de conocimiento matemático escolar consideró la revisión de instrumentos de selección para el ingreso a las pedagogías, y la revisión de marcos teóricos e instrumentos internacionales para determinar niveles cognitivos de complejidad de los ítems. Una vez revisado lo anterior se procedió a revisar los contenidos curriculares y a la construcción de matriz de indicadores de contenido y, finalmente, se realizó la construcción de ítems y protocolo de evaluación de expertos para la validez de contenido.

5.3.1 Construcción de matriz de indicadores de contenido

Considerando que la unidad de análisis es el conocimiento matemático escolar que poseen los estudiantes que ingresan a pedagogía básica, respecto a contenidos matemáticos de 1º a 6º básico, es que se hizo una revisión de los contenidos curriculares para posteriormente elaborar una matriz de indicadores de contenido. Para lograr lo anterior, se trabajó en diferentes etapas consecutivas, las cuales se pasan a detallar:

- Etapa 1: Análisis de los Objetivos de Aprendizaje (OA) de 1º a 6º básico

El análisis en esta etapa se focalizó en entender cómo se presenta el conocimiento matemático en las bases curriculares vigentes para 1º a 6º básico. Es evidente que, al observar un objetivo de aprendizaje, es decir lo que un alumno debe aprender, están presentes habilidades las cuales son movilizadas mediante el conocimiento matemático.

Fue necesario decidir si desempaquetábamos los OA, en lista de contenidos o si considerábamos el "saber hacer" implícito en el OA, esto debido a que en algunos casos los OA, son muy abarcadores.

El equipo de investigación decidió que el contenido matemático escolar estaría dado por un saber hacer y por el contenido disciplinar. No obstante, lo anterior, esto entrega muchos contenidos escolares considerando que son 142 objetivos de aprendizaje de 1º a 6º y por lo tanto se necesitan criterios de selección de objetivos de aprendizaje y de contenidos escolares.

- Etapa 2: Determinar los criterios para seleccionar los objetivos de aprendizaje y los contenidos escolares, No fue que seleccionamos ambas cosas, lo que hicimos fue seleccionar OA y desempaquetarlos en contenidos escolares, que los definimos en “saberes”.

Los criterios para la selección de objetivos de aprendizaje fueron los siguientes:

1) Los objetivos de aprendizaje de 1º y 2º básico no fueron considerados pues están incluidos en los niveles 3º a 6º básico.

2) Si hay dos o más objetivos de aprendizaje en diferentes niveles escolares, que se refieran a los mismos conocimientos matemáticos entonces se optó por el más inclusivo que suele ser el del nivel mayor.

3) Se excluyeron objetivos de aprendizaje referidos a uso de calculadoras, balanzas, hojas de cálculo o software geométricos, pues son habilidades que no se pueden medir en un instrumento de selección múltiple.

Teniendo ya seleccionados los objetivos de aprendizaje, se extraen los contenidos escolares de ellos, para cada uno de los Ejes Temáticos del currículum nacional. Un criterio utilizado para reducir la cantidad de contenidos fue agruparlos en torno a ciertas habilidades. Por ejemplo, si había tres contenidos escolares referidos a calcular, pero en diferentes conjuntos numéricos, se agrupan en un solo contenido escolar, centrado en calcular.

- Etapa 3: Elaboración de matriz de indicadores de contenidos

Teniendo los contenidos escolares seleccionados, se cruzaron con las habilidades declaradas en TIMMS. (Ver Anexo 9).

5.3.2 Construcción de ítems

Tomando en cuenta que las pruebas con ítems de opción múltiple permiten la evaluación de diferentes niveles cognitivos y la aplicación de conocimiento para resolver problemas variados (Haladyna, 2012; Haladyna, Downing & Rodríguez, 2002; Moreno, Martínez & Muñiz, 2004), en la investigación se optó por el desarrollo de ítems de selección múltiple. Al seguir los procedimientos para su construcción y medición de calidad, los instrumentos en los que se usaron arrojaron resultados con fuerte evidencia del constructo que se mide (Haladyna, 2012).

A pesar de esto, este tipo de ítems no son muy bien evaluados, por cuanto solo servirían para medir resultados de procesos más que estos mismos, y por ende niveles de complejidad cognitivas bajas. Sin embargo, Haladyna (2002, 2012) plantea que si los ítems se construyen adecuadamente estos podrían medir tareas cognitivas complejas, así como también todos los pasos de un proceso.

De lo anterior, y luego de determinar los conocimientos escolares matemáticos a medir y los niveles de complejidad cognitiva que los trascienden, comenzó el proceso de construcción usando dos tipos de ISM: Simples y complejos.

Los ISM simples que consisten en un enunciado o pregunta o un enunciado con pregunta el cual se completa con varias opciones de respuesta, entre las cuales el estudiante deberá identificar la respuesta correcta entre los distractores desarrollados. Los ISM complejos por otro lado, proponen elegir la opción correcta de una serie referida a un conjunto previo de opciones (ver ejemplos en Anexo 10).

En cada uno de los ítems se debe seleccionar la opción correcta entre alternativas que distraen al estudiante. Haladyna (2002, 2012) plantea que los distractores cumplen tanto una función de aprendizaje respecto de las características en conocimiento y habilidades de los evaluados con el ISM como también determina la calidad de la pregunta. Un distractor debe ser una opción de respuesta plausible para aquel estudiante que no alcanza el nivel de conocimiento y habilidad para determinar la respuesta correcta del ISM. En cuanto al número de distractores, Haladyna (2012) plantea que si bien hay controversia respecto de cuántos distractores son adecuados, dos es el ideal, sin embargo, plantea que, si bien puede haber un tercer distractor, la construcción de esta debe ser cuidadosa dado que los temas no permiten tantas opciones de distractores, tomando en cuenta las condiciones de construcción como son la proximidad a la opción correcta en su significado o en su apariencia. También destacan los distractores que resulten de errores comunes o de cálculo (Haladyna, 2012; Moreno et al., 2004).

Particionada la matriz de especificación en 4 grandes bloques, cada integrante del equipo procedió a construir los ítems considerando los indicadores de conocimiento. Luego se procedió a realizar un proceso de evaluación cruzada y total para salvaguardar la pertinencia inicial de los ítems. De esta manera, se llevó a cabo la revisión cruzada de los ítems 3 veces y dos revisiones globales con la presencia de todo el equipo elaborador. De este proceso resultaron 75 ítems para 69 indicadores de conocimiento, distribuidos considerando los pesos curriculares de los conocimientos escolares, tal como muestra la Tabla 5.

Tabla 5. Número de ítems por dominio de conocimiento y nivel cognitivo

HABILIDAD				
Conocimiento	Conocer	Aplicar	Razonar	Total
Números	12	9	2	23
Medición	5	7	3	15
Geometría	8	7	3	18
Algebra	3	2	2	7
Datos y probabilidades	2	4	6	12
Total	30	29	16	75

5.3.3 Evaluación de expertos

Considerando que todo instrumento de medición tiene por objeto determinar conductas sobre las cuales se realiza algún tipo de inferencia, la validez se refiere al conjunto de pruebas y datos que deben recogerse para garantizar estas inferencias (AERA, APA, NCME, 2014). Entonces, dado que la validez se refiere al nivel en que la evidencia y la teoría apoyan las interpretaciones de las puntuaciones de los instrumentos, se optó, en este estudio, por uno de los cinco tipos de validez, la de contenido. La validez de contenido se refiere a la relevancia curricular que el test pretende medir. Así, para Cureton (1951) los ítems de los test tendrían que evocar aquello que dicen medir y constituir una muestra representativa del universo de medida. Luego de esto de establecer el sustento teórico, surgen los criterios para medir la validez de contenido, esto es: relevancia y representatividad curricular. La relevancia se refiere a la cobertura del dominio del contenido dada por la matriz de especificaciones. La representatividad se refiere a la adecuación con que el contenido de la prueba representa todas las facetas del dominio del contenido (Sireci, 2003). El proyecto de investigación establece el dominio de conocimiento matemático escolar como aquel que un estudiante que egresa de sexto básico debiera conocer en la disciplina de matemática el cual se establece en el marco curricular escolar actual, tal como se observa en la matriz de especificaciones.

Definida la matriz de especificación, el proyecto ha determinado usar el juicio de expertos para estimar la validez de contenido, una de las formas declaradas por Sireci, (1998). El juicio de experto se basa en la evaluación de la relevancia y representatividad de los ítems usando una escala Likert, donde se evalúa en qué medida el ítem se ajusta al constructo de interés (Ver Anexo 11). De lo anterior, la selección de expertos es crucial considerando el constructo del conocimiento matemático escolar, así se ha invitado a 26 académicos relacionados a la formación inicial y continua de profesores de Educación Básica en matemática de 13 Instituciones formadoras de Chile (Ver Tabla en Anexo 12).

Del juicio de los expertos, y dado los parámetros de aceptación de cada uno de los índices mencionados se procedió a eliminar 8 de los ítems establecidos inicialmente: dos del eje de Números y operatoria, tres del eje de Geometría, dos del eje de Medición y un ítem del eje de Datos y probabilidades.

5.4 Instrumento por validar (2ª versión)

Como finalización del proceso descrito anteriormente, tanto en el ámbito de creencias como en la elaboración de ítems que permitan evaluar CME, se obtuvo un instrumento (versión 2) que es el instrumento sometido a validación, a la muestra de 511 estudiantes de primer curso de Pedagogía Básica, descrita en el apartado 5.1. Dicho instrumento cuenta con la siguiente estructura:

Primera parte: ítems relativos a creencias

a) Escala Likert: compuesta por 54 afirmaciones a las que se debe responder marcando un número entre 1 y 4, donde 1 equivale a “muy en desacuerdo” y 4 a “muy de acuerdo”.

Ejemplo 1:

	1	2	3	4
El aprendizaje de la matemática es predominantemente una actividad individual, basada en observar, escuchar e imitar hasta alcanzar fluidez.				

b) ítems suma cien: este apartado constituido por 10 ítems, en los que se plantea que se debe leer cada afirmación y valorar el grado de acuerdo asignando un valor a cada una de ellas, de forma que los tres valores sumen 100.

Ejemplo 2:

Un estudiante que es bueno en matemática	VALORACIÓN
a) Sabe que es importante entender los conceptos, propiedades y procedimiento.	
b) Recuerda fórmulas y procedimientos.	
c) Es capaz de dar razones que justifiquen sus soluciones.	
SUMA DE LOS VALORES	100

Segunda Parte: ítems relativos a CME

La parte de CME que compone el instrumento, está formada por un total de 67 ítems, que responden a los ejes y habilidades descritos anteriormente. Son ítems de selección múltiple que se debe escoger una alternativa de las 4 propuestas.

Ejemplo 3:

Una botella de vino tiene una capacidad de litro. Se sirve una copa de vino, cuya capacidad es de 0,15 litros y se rellena la botella con agua. Se sirve una segunda copa con la mezcla de la botella. ¿Cuánta agua hay en la segunda copa?

A) $\frac{3}{100}$ litro
B) $\frac{1}{5}$ litro
C) $\frac{4}{5}$ litro
D) $\frac{15}{100}$ litro

6. ANALISIS Y RESULTADOS DE INVESTIGACIÓN

6.1 Diseño y validación de instrumento

A continuación, se detallan los análisis realizados a cada una de las partes del instrumento. En primer lugar, la parte de creencias, distinguiendo los dos tipos de ítems que la conforman y, en segundo lugar, la parte de CME.

6.1.1 Creencias

El análisis de factores exploratorio se realizó por separado en cada una de las partes del instrumento de medición. A continuación, se presentan los resultados del análisis: los ítems de escala Likert y los ítems de "suma 100".

Con el fin de entender los análisis de ambas partes, es pertinente aclarar que tanto en la escala Likert (puntuada de 1 a 4, definiendo como 1 "muy en desacuerdo" y 4 "muy de acuerdo) como en los ítems de "suma 100" se asigna una direccionalidad a los puntajes, asociando el valor menor (es decir, 1 para la escala Likert y el menor número asignado en la suma 100) a la perspectiva de trasmisión o la concepción de la matemática como estáticas (Köller, Baumert & Neubrand, 2000; Kaiser et al., 2007). De igual manera en los ítems referidos a expectativas y logros, la menor puntuación fue asociada a bajas expectativas o autopercepción.

6.1.1.1 Escala Likert

En la parte de creencias, de 511 datos de estudiantes, se analizó una base de 473 datos completos (por existir omisiones en algunos ítems). Inicialmente, el valor del alpha ordinal (Zumbo, Gadermann & Zeisser, 2007)[3] de los ítems fue de 0,911. El análisis comparativo sugirió la eliminación de algunos ítems: por sus cargas inestables (ítems 17, 23) y por mostrar un valor de "communality" menor a 0,35 (ítems 1, 6, 41, 45, 53), lo que indica que poseen baja correlación con el resto de los ítems (Hannula et al, 2005). Al eliminarse dichos ítems, el alpha ordinal del conjunto de ítems varió a 0,948.

[3] El alpha ordinal corresponde a una corrección del alpha de Cronbach para datos ordinales. Se calcula en base a las correlaciones policóricas.

Para hacer el análisis de factores, se utilizan correlaciones policóricas, por ser ítems categóricos. El método de Kaiser sugiere retener 13 factores, aunque la literatura lo desaconseja por sobrestimar el número de factores (Ruscio & Roche, 2012; Courtney, 2013). Por su parte, el gráfico de decaimiento presentó un cambio “brusco” de pendiente después del factor número 8, y el método de Velicer[4] MAP (Velicer, 1976) sugiere utilizar 7 factores.

Se realizaron dos análisis factoriales exploratorios para 12 y 8 factores, para evaluar la correspondencia de las creencias propuestas, con los factores sugeridos en el método de análisis. El análisis de 12 factores explicó el 70,05% de la varianza. Sin embargo, los últimos 4 factores presentaron baja consistencia y confiabilidad.

El análisis de 8 factores explica el 60,12% de la varianza. Las cargas que se presentan fueron las obtenidas mediante una rotación promax, y comparadas con una rotación varimax, sin variar las conclusiones. Para dirimir en el caso de ítems con cargas muy similares entre factores, se miraron las correlaciones policóricas entre ítems. Después de eliminar los ítems antes señalados, la varianza explicada por los 8 factores aumenta a 79,68%.

El estudio de 9 factores, indica una varianza explicada de 82,80%. En este caso el nuevo factor se desprende del factor 5, generando uno “familiar” y otro de “importancia personal hacia la matemática”. En base a la racionalidad detrás de la elaboración de los ítems, se decidió el uso de 9 factores, considerando pertinente diferenciar el factor “apoyo familiar” del factor “importancia personal”, ya que los sujetos son estudiantes que ingresan a la universidad, y se estima que para las instituciones será más útil tener esta información por separado. Es así como los factores definidos se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 6. Análisis de 9 factores, escala Likert, removiendo ítems

Análisis de 9 factores, escala Likert, removiendo ítems		
	Factores	α ordinal
F1	Soy talentoso en matemática, creo en mí mismo	0.955
F2	La matemática no es rígida, ni solo fórmulas ni memoria	0.790
F3	La matemática es importante para mí	0.837
F4	La matemática presenta soluciones abiertas y creativas	0.655
F5	El profesor debe tener interés en que los alumnos aprendan	0.756
F6	Hay personas con facilidad innata para las matemáticas	0.769
F7	La discusión con otros es una estrategia para el aprendizaje	0.676
F8	El apoyo familiar es muy importante	0.777
F9	Un buen profesor debe ser creativo y entretenido, no simple	0.567

[4] Este método elimina de a uno los factores, para calcular el promedio cuadrático de la diagonal de la matriz de correlaciones. Este procedimiento entrega el factor donde el cambio de correlación cuadrática experimente un cambio brusco. Es un método recomendado por Courtney (2013).

Se calcularon los puntajes (score) de cada factor de acuerdo con el método Bartlett (DiStefano, Zhu & Mindrila, 2009). Las correlaciones entre factores son relativamente bajas. La correlación más alta es 0,319 del factor 1 y el 2. Las distribuciones no permiten *a priori* dividir a los estudiantes; es decir, cada factor se encuentra distribuido de manera más o menos normal o uniforme entre los estudiantes.

6.1.1.2.Clúster de estudiantes según factores

A partir de la definición de los 9 factores (ver página 29) se busca caracterizar las creencias de los estudiantes usando técnicas de clusterización. Se utilizaron dos métodos de clusterización: uno jerárquico (Ward) y otro no jerárquico (K-medias). Aunque no clusterizan de la misma manera a todos los estudiantes, los grupos identificados presentan características comunes. Las principales conclusiones de esta clusterización son dos: (a) existen cuatro grupos identificados en ambos métodos y (b) luego de 4 grupos es difícil encontrar características claras para cada grupo, en relación con los 9 factores.

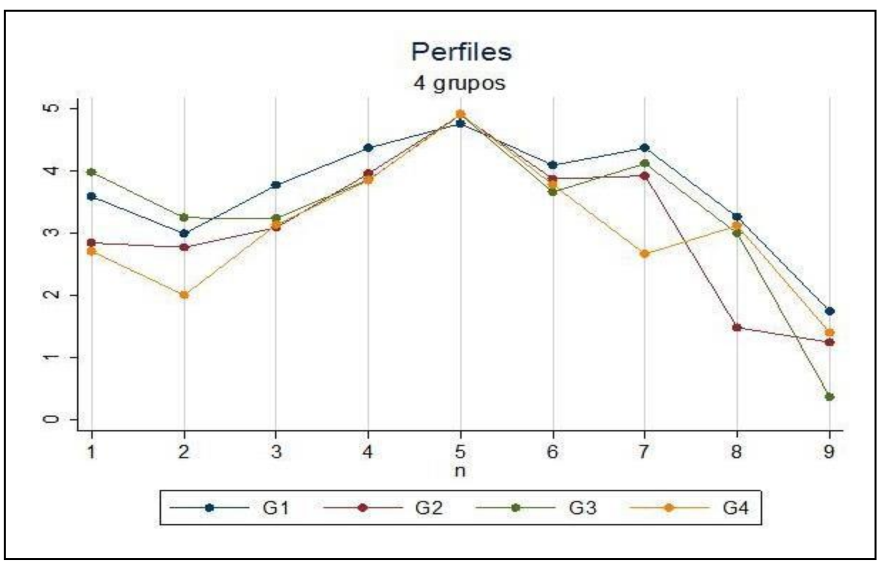
Optamos por continuar el análisis considerando los 4 grupos obtenidos usando el método de K-medias, ya que proporciona una distribución más homogénea en el número de estudiantes de cada grupo[5] (Tabla 7).

Tabla 7. Número de estudiantes que integran cada clúster

Clúster	G1	G2	G3	G4
Número de estudiantes	120	119	149	85

Para analizar los perfiles de cada clúster, se grafican los centroides de cada grupo, de acuerdo con cada uno de los 9 factores. Esto permite identificar los grupos de acuerdo con la posición de sus centroides en los valores de cada factor (Gráfico 1).

Gráfico 1. Perfiles de los 4 grupos obtenidos usando el método de K-medias



5 Con el método de Ward, en uno de los clústeres quedan solo 5 estudiantes.

Se observa que para los cuatro grupos las gráficas son relativamente similares y que, por tanto, mantendrían un comportamiento grueso que es común. Es así como, salvo algunas excepciones, los centroides de los grupos tienden a estar relativamente agrupados. Pensamos que esto es reflejo de un conjunto de estudiantes con creencias relativamente similares, y que las diferencias entre los grupos se explicarían por comportamientos puntuales sobre ciertos factores y su relación con los otros factores.

Vemos además que, en algunos factores, la muestra tiene creencias comunes. Por ejemplo, en los factores 3, 4, 5, 6 y 8, al menos 3 grupos tienen casi el mismo centroide. Luego, las diferencias en el comportamiento de un grupo respecto de otros, estará en una dispersión en los resultados de todos los grupos (como en el factor 2), o en el comportamiento atípico de uno de los factores (como en el factor 8). En lo que sigue, se caracterizará cada uno de los grupos de acuerdo con este comportamiento.

A partir del gráfico, se observa que los centroides del grupo G1 toman los valores más altos en los factores 3, 4, 6, 7, 8 y 9. Este grupo tiene un comportamiento que lo diferencia visiblemente de los otros grupos en los factores 1, 2, 3 y 4. En este grupo de estudiantes, se observa una actitud más positiva frente a la matemática, disciplina que consideran una actividad creativa, en la que pueden descubrirse cosas y donde los problemas se pueden resolver de diferentes formas (factores 3 y 4).

Aunque en menor medida, tienen una valoración más positiva que los otros grupos las siguientes afirmaciones: los buenos profesores son creativos, y no se limitan a proponer actividades simples; la discusión con otros estudiantes es una estrategia importante para el aprendizaje de la matemática; el apoyo de la familia es importante para aprender la matemática.

El grupo G2 se distingue del resto principalmente en los factores f2 y f8. El centroide correspondiente al factor f2, relativo a considerar la matemática como una disciplina rígida, toma un valor intermedio entre los cuatro grupos, siendo lo más relevante de estos estudiantes que sienten un menor apoyo por parte de su familia en lo relativo al aprendizaje de matemáticas (f8).

El grupo G3 tiene los valores más altos en los dos primeros factores y el más bajo en el factor f9, donde está la mayor diferencia con los otros clústeres. Estos estudiantes, en promedio, tienen una mejor percepción de sí mismos en relación con el aprendizaje de la matemática, que el resto de los participantes en la investigación (f1), ven la matemática como una disciplina menos rígida que el resto de la muestra (f2), consideran que un buen profesor es aquel que propone actividades simples y claras y que no tiene por qué ser creativo ni presentar la matemática de forma entretenida para los estudiantes (f9).

Por último, el grupo G4 tiene los valores más bajos en los factores f2 y f7. Comparando el valor del centroide con el promedio para el factor, se observa que el grupo 4 no reacciona tan negativamente frente a las afirmaciones de este factor, como lo hacen los otros grupos. Es decir, como el valor del centroide (c2=2) es un poco inferior al promedio del factor (2,843), los estudiantes de este grupo tienden a no estar en desacuerdo con afirmaciones tradicionales sobre la matemática tales como “La matemática es una colección de fórmulas y procedimientos”. Consistentemente, según los resultados asociados al factor f7, estos estudiantes no consideran que la matemática se puede aprender en contexto dialógicos y argumentativos.

6.1.1.3. Dependencia entre las variables "creencias" y "puntaje de ingreso a la universidad"

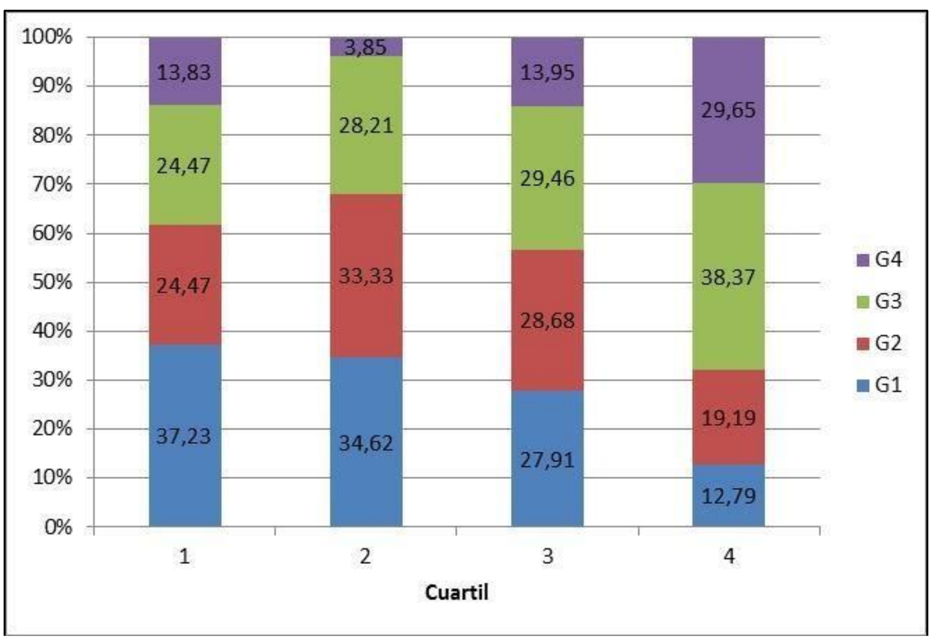
El test Chi-cuadrado aplicado a la tabla de contingencia entre las variables clúster y cuartil de puntaje de acceso a la universidad (Tabla 8) muestra que existe relación entre estas variables ($\chi^2(9, N=473) = 52.331$, $p<0.001$).

Tabla 8. Tabla de contingencia para las variables clúster y puntaje de acceso a la universidad

	GRUPO				
Quartil	**1**	**2**	**3**	**4**	**Total**
500-540	35	23	23	13	94
541-553	27	26	22	3	78
554-570	36	37	38	18	129
571 - >	22	33	66	51	172
Total	120	119	149	85	473

Analizando el porcentaje de estudiantes de cada clúster que hay en cada uno de los cuartiles (Gráfico 2) se observa que, en todos los cuartiles, excepto el último, el grupo G4 es el que aparece con un menor porcentaje de estudiantes. En el primer cuartil el 37,23% de los estudiantes son del grupo G1, aproximadamente la cuarta parte de G2 y G3 y un 13,83% de alumnos son del grupo G4. En el segundo cuartil hay un porcentaje similar de alumnos de G1 y G2 y un porcentaje muy pequeño de estudiantes de G4. El tercer cuartil es el que tiene una distribución más homogénea de alumnos de los cuatro clústeres, en comparación con el resto, siendo similar el porcentaje de alumnos de los tres primeros clústeres y menor el del G4. Finalmente, en el último clúster hay un 38,37% de estudiantes del grupo G3. Este es el clúster con un mayor porcentaje de estudiantes de G4 (29,65%) y un menor porcentaje de alumnos de G1 (12,79%) y G2 (19,19%).

Gráfico 2. Distribución porcentual de grupos por cuartil



6.1.1.4.Ítems de "suma cien"

Para estos ítems se realizó un análisis de clúster, que consistió en la elaboración de indicadores ponderados para los ítems 55 al 64. Por un lado, se utilizó una suma ponderada (con pesos 1/6, 2/6 y 3/6) de acuerdo con la dirección esperada de cada ítem, lo que permite asignar un “puntaje” de acuerdo con la creencia del ítem. Por otro lado, se utilizó una desviación estándar de las ponderaciones asignadas por los estudiantes, que permite asignar un grado de “cuánto más” de acuerdo está con esa creencia, considerando que existían tres alternativas.

Así, al hacer análisis factoriales exploratorios de estos indicadores, se pueden describir tres clústeres de acuerdo con sus cargas, el C1: ítems 55, 62 y 63, el C2: ítems 61 y 64 y el C3: ítems 56, 57 y 59. Cada clúster puede vincularse a un factor. Por ejemplo, el Factor 1 podría representarse por las cargas altas del clúster C1. Se prefirió la denominación de clústeres aprovechando la representación gráfica y porque el análisis de factores es poco concluyente y explica escasa varianza. Los valores alpha de Cronbach de los grupos de sumas ponderadas de ítems son los siguientes: C1: α = 0,559; C2: α = 0,425; C3: α = 0,322.

Así, los indicadores de suma ponderada y de desviación estándar ponderada permiten clusterizar a los estudiantes. Para analizar el número de clústeres a mantener, se miraron los “perfiles” de los estudiantes de acuerdo con los ítems, evaluando gráficamente los componentes de la media por medio del método de K-medias. Este análisis preliminar permitió determinar que 7 clústeres no aportan un nuevo grupo diferente que 6 clústeres.

El efecto del indicador de suma ponderada en los perfiles, se muestran en los promedios de respuestas a los ítems, lo que permite establecer una clara diferenciación de prioridades. Por ejemplo, en el ítem 55 es posible ordenar las alternativas como b, a y c, desde la más cercana a una perspectiva de “trasmisión” a la menos cercana. En este caso, los grupos 1 y 4 ordenan las alternativas asignando mayores valores a aquellas que se distancian de la perspectiva de trasmisión, aunque el grupo 1 ponderó mejor la alternativa c) que el 4. Los grupos 5 y 6 ponderaron menor la alternativa c) y más la alternativa b); en cambio los grupos 2 y 3 priorizaron y ponderaron mejor las alternativas más cercanas a la perspectiva de “trasmisión” a) y b).

Así, los grupos pueden definirse gruesamente de acuerdo con los perfiles: en el ejemplo, el grupo 1 respondió con una perspectiva más lejana de trasmisión en los ítems 55, 62 y 63, y luego ponderó más o menos equitativamente los demás ítems. El grupo 2 respondió de dicha forma los ítems 61 y 64. El grupo 3 en los ítems 58 y 60 de forma lejana a la perspectiva de trasmisión, pero de manera más cercana a dicha perspectiva los ítems 55, 56 y 57, como se muestra en la Tabla 9:

Tabla 9. Promedios de respuestas, según grupo, en ítems 55, 62 y 63

Promedios de respuestas, según grupo, en ítems 55, 62 y 63									
Grupo	b55a	b55b	b55c	b62a	b62b	b62c	b63a	b63b	b63c
1	32.06	14.71	53.24	15.00	25.69	59.31	18.99	55.95	24.87
2	36.48	35.59	27.92	36.46	34.83	27.54	42.75	28.64	28.59
3	37.74	33.93	28.33	37.86	31.90	29.76	55.57	20.21	24.45
4	31.86	19.91	48.23	30.80	34.28	34.49	59.43	16.06	23.45
5	33.37	24.80	41.83	25.51	32.69	41.80	38.89	38.03	23.03
6	35.61	23.08	41.18	25.93	32.33	41.73	28.77	41.87	29.47

Por otra parte, el grupo 5 respondió como se esperaba solamente en el ítem 59, y no de forma tan marcada. El grupo 4 se caracteriza por responder completamente “inesperadamente” en el ítem 63, mientras que medianamente como se esperaba en los ítems 61 y 64. El grupo 6 puede definirse en responder medianamente como se esperaba en los ítems 55, 62 y 63, pero luego con ponderaciones similares en los demás ítems.

Los factores no se alejan de la temática teórica preliminar: los ítems 62 y 63 de la categoría “Naturaleza de la matemática” presentan cargas vinculadas al primer factor; añadiendo el ítem 55 de características de un buen alumno en matemática. Estos alumnos pueden tener creencias relacionadas a la matemática como una disciplina flexible que requiere de argumentación flexible y creativa. El factor conformado por estos tres ítems puede asociarse al factor 2 o factor 3 de las creencias de contenido, parte 1 ítems Likert.

Los ítems 61 y 64 no están en la misma categoría, pero se vinculan a la importancia de la matemática y sus contenidos. Los alumnos que presenten alta ponderación en estos ítems pueden vincularse a las creencias de la utilidad profesional de la matemática en la vida diaria para dar soluciones concretas a problemas. Estos ítems no tienen correspondencia clara con los factores de la parte 1 de creencias.

Los ítems 58 y 60 se vinculan a la motivación de los estudiantes y la labor del docente en lograrla. Los estudiantes de alta ponderación en estos ítems presentan creencias ligadas a la labor del docente en motivar el interés de los estudiantes y la voluntad de ayudarlos. Este factor puede asociarse al factor número 4 de las creencias de la parte a, puesto que tratan del interés y disposición del docente en rescatar la motivación de los estudiantes, y aprovecharla para la enseñanza.

Finalmente, los ítems 56, 57 y 59 se vinculan a la enseñanza y las características de un buen profesor, aunque no de forma muy precisa. Este último conjunto de ítems parece no poder discernir entre grupos de estudiantes vinculándose a los otros factores. Podría vincularse con el factor 7 de la parte Likert de creencias, aunque debe profundizarse esa asociación.

Como conclusión preliminar, el instrumento permite evaluar creencias latentes de los estudiantes de forma satisfactoria, pudiendo categorizar a los estudiantes de acuerdo con sus creencias. Los ítems que menos aportan a esta labor son los ítems 56, 57 y 59, a pesar de ser un grupo de mayor correlación que el par de ítems 58 y 60. El primer grupo no diferencia bien entre alumnos, pero presenta correlación entre ellos. El segundo par de ítems no presenta alta correlación entre ellos ni con el resto de los ítems, pero diferencia entre grupos de estudiantes satisfactoriamente.

6.1.2 Conocimiento Matemático Escolar (CME)

El análisis de la parte CME se realizó en tres etapas. La primera incluye un análisis descriptivo bajo la teoría clásica de test (Novick, 1965), en la cual se determinaron los índices de dificultad, discriminación, correlación y porcentaje de omisión por ítems. La segunda etapa incluyó un análisis factorial exploratorio y confirmatorio, que buscó identificar los factores latentes que permitieron organizar los ítems que componen la escala de CME. En la tercera etapa se determinó la consistencia interna de las subescalas identificadas. Por último, se llevó a cabo un análisis bajo la Teoría de Respuesta al Ítem (Lord, 1980).

En la primera etapa, se usa el discriminante basado en grupos extremos (Kelley, 1939). En la segunda etapa, se emplea un análisis factorial exploratorio (AFE) para determinar si los indicadores propuestos en el instrumento comparten alguna estructura latente, usando rotación Varimax y modelo de estimación de Máxima Verosimilitud (ML). Luego, en la tercera etapa, se realiza un análisis factorial confirmatorio (AFC), el cual tiene por objetivo la búsqueda de combinaciones de variables observadas (ítems de la escala), en un número inferior de variables latentes, usando el modelo estimación ML. En la cuarta etapa se realiza un análisis de confiabilidad, determinando los coeficientes de consistencia interna para cada una de las variables no observadas. Los coeficientes de consistencia que se van a determinar son las cotas determinadas por Guttman (1945), entre las cuales se encuentra el coeficiente Alfa de Cronbach. Por último, en el análisis TRI se implementó un modelo 2PL, determinando los valores posibles de los parámetros de habilidad (Theta) de los estudiantes, dificultad y discriminante para cada uno de los ítems.

Los índices estadísticos empleados para determinar el ajuste de los modelos AFE y AFC son el absoluto, el índice relativo Tucker-Lewis (TLI) y el índice comparativo de ajuste (CFI). Por último, se estimará el Error Cuadrático Medio de Aproximación (RMSEA). Para el ajuste de los modelos, se han considerado como aceptables valores TLI y CFI mayores a 0,9. Valores mayores a 0,95 se han considerado como buenos (Hu & Bentler, 1999). Por último, para RMSEA, se han considerado valores menores a 0,05 como buen ajuste, y entre 0,05 y 0,08 como un ajuste regular (Schermelleh-Engel, Moosbrugger & Müller, 2003). Para el análisis de los parámetros en el análisis TRI, se usó intervalos de aceptación señalados por Baker (2001).

6.1.2.1 Análisis descriptivo

Las preguntas de contenido son 64 (eliminando la 12, 21 y la 6, esta última por presentar diferencias significativas de acierto entre formas). La muestra de estudiantes fue 504, pues se eliminan 7 alumnos con más de 59 respuestas omitidas. Considerando puntajes de acierto (es decir, sumando solo los ítems con respuestas correctas, considerando las alternativas omitidas como respuestas incorrectas), y número de ítems omitidos, se obtienen 12 temas, que juntan 5 ejes y 3 habilidades. Al analizar la cantidad de ítems omitidos (ver Tabla 10), se decide eliminar de la muestra a aquellos estudiantes que tienen un 60% o más de ítems omitidos, determinando una muestra final 439 estudiantes.

Cantidad de ítems omitidos por temas obtenidos relacionando contenidos y habilidades				
Tema	Eje	Habilidad	Cantidad de Ítems	Promedio omisión
1	A	A	2	220.0
2	A	R	2	245.0
3	D	A	4	185.0
4	D	R	4	168.3
5	G	A	6	79.5
6	G	C	6	82.7
7	M	A	4	194.8
8	M	C	4	222.0
9	M	R	3	213.3
10	N	A	11	110.7
11	N	C	14	85.8
12	N	R	4	230.0

Nota: Columna Eje: A= Álgebra; N= Números y operaciones; D=Datos y probabilidades; G=Geometría. Columna Hab: A=nivel cognitivo de aplicar; C= nivel cognitivo de conocer; R= nivel cognitivo de razonar.

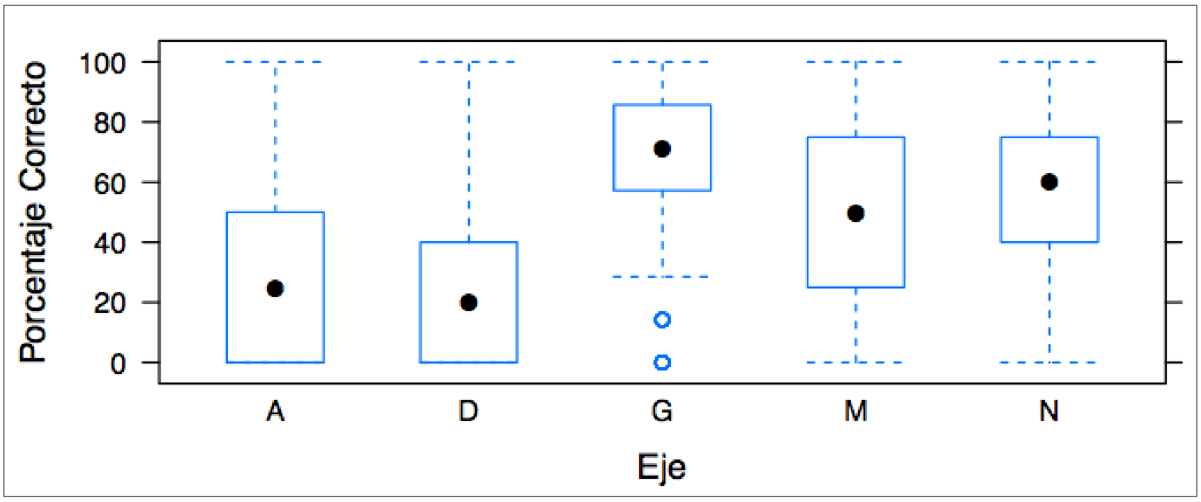
Tabla 10: Cantidad de ítems omitidos por temas obtenidos relacionando contenidos y habilidades.

De esta forma, se obtuvieron índices dificultad entre .06 y .89, con media .4 (DS=.22). Por otra parte, los índices de discriminación estuvieron entre .00 y .63, con media .34 (DS=.14). El alpha de correlación tetracórica de los ítems fue de .99. (solo de referencia, el alpha de Chronbach de los ítems es .880). Si bien con esta información se pudo haber eliminado ítems, se procedió a realizar el análisis factorial para tomar decisiones al respecto.

6.1.2.1.a Análisis por eje de conocimientos

Este análisis se hará considerando los 40 ítems del cuestionario final aplicado a los 439 estudiantes. Los porcentajes de respuestas correctas en cada uno de los ejes de conocimiento, los que se aprecian en la Gráfico 3.

Gráfico 3. Porcentaje de respuestas correctas, en los ejes de Álgebra (A), Datos y Probabilidades (D), Geometría (G), Medición (M) y Números y Operaciones (N)



Desde el Gráfico 3 se puede establecer que:

- Hubo estudiantes que respondieron correctamente todos los ítems, de al menos uno de los ejes y también que en Medición y Números y Operaciones hubo estudiantes que no respondieron correctamente ninguna de las preguntas asociadas a ellos.
- El 50% de los estudiantes respondió correctamente en Álgebra un 25% de los ítems (1 ítem); en Datos y Probabilidades un 20% (1 ítem); en Geometría un 71% (a lo más 5 ítems); en Medición un 50% (a lo más 2 ítems) y en Números y Operaciones un 60% (a lo más 12 ítems).
- El eje que resulta de menor dificultad para los estudiantes es Geometría, en el cual el 75% de ellos tiene ellos tiene al menos el 60% de los ítems contestados correctamente. El eje de Números y Operaciones aparece como el segundo de menor dificultad, donde la misma proporción de estudiantes tiene al menos un 40% de los ítems contestados correctamente un 75% de los ítems correctos.
- El eje de Medición muestra un desempeño intermedio, en el cual 50% de los estudiantes cuyos desempeños están más cercanos a la mediana estadística, responde correctamente entre el 30% y el 70% de los ítems, lo que muestra una alta dispersión de resultados.

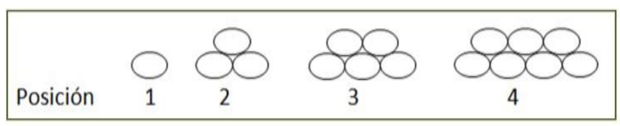
A continuación, en la tabla 11, se presentan los ítems con menor porcentaje de estudiantes que respondieron correctamente, pudiéndose observar que ningún ítem de Geometría tiene menos de un 40% de estudiantes que respondieron correctamente. El conocimiento matemático escolar más adquirido por los estudiantes en su etapa escolar, está en geometría.

Tabla 11. Ítems con menor porcentaje de estudiantes con respuestas correctas

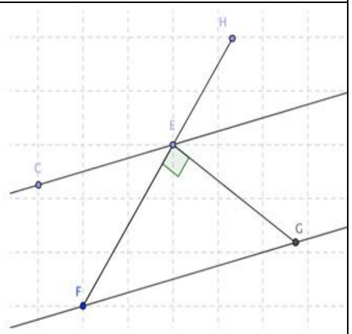
Ítem con menor porcentaje de estudiantes con respuestas correctas				
Ítem	% Correcto	% Incorrecto	% Omitido	Eje de Contenido
39	0.143	0.362	0.495	A
12	0.155	0.412	0.433	D
33	0.195	0.280	0.525	N
40	0.211	0.314	0.475	A
10	0.221	0.471	0.308	D
26	0.223	0.515	0.262	N
28	0.268	0.358	0.374	N
38	0.282	0.304	0.414	A
11	0.288	0.384	0.328	D
36	0.296	0.233	0.471	M
37	0.326	0.217	0.457	A
9	0.334	0.406	0.260	D
35	0.348	0.247	0.406	M
23	0.376	0.443	0.181	N
13	0.404	0.288	0.308	D

Nota*:* Eje de Contenido: A= Álgebra; N= Números y Operaciones; D=Datos y probabilidades; G=Geometría.

Complementando con lo anterior, se puede observar que:

<table>
<tr><th>Análisis del ítem</th><th>Ítem</th></tr>
<tr><td>El ítem 39 del eje Álgebra, fue respondido correctamente por el 14,3% de los estudiantes y omitido por el 49,5%. Al observar el ítem se puede establecer que el conocimiento escolar asociado a establecer la fórmula del enésimo término de una secuencia con patrones crecientes y evaluar expresiones algebraicas, presenta dificultades en los estudiantes que ingresan a pedagogía.</td><td>39. En la siguiente figura, se observa que en cada posición (n) hay una cantidad de bolitas


¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas puede utilizarse para determinar la cantidad total de pelotitas en una posición n cualquiera?
I. $n+(n-1)$
II. $3n-(n+1)$
III. $2n-1$
A) Solo I
B) Solo II
C) Solo III
D) I, II y III</td></tr>
<tr><td>El ítem 12 del eje Datos y Probabilidades fue respondido correctamente por el 14,3% de los estudiantes y omitido por el 43,3%. Al observar el ítem se puede establecer que el conocimiento escolar asociado a determinar la frecuencia absoluta, relativa porcentual y acumulada a partir de datos en una tabla, presenta dificultades en los estudiantes que ingresan a pedagogía.</td><td>12. La Tabla 1 muestra la distribución del número de hermanos que tiene cada uno de los 25 compañeros de Andrea. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?
<table><tr><th>Nº hermanos</th><th>Frecuencia absoluta</th><th>Frecuencia absoluta acumulada</th><th>Frecuencia relativa porcentual</th></tr><tr><td>1</td><td>5</td><td>5</td><td>20 %</td></tr><tr><td>2</td><td>8</td><td>C</td><td>E</td></tr><tr><td>3</td><td>A</td><td>D</td><td>16 %</td></tr><tr><td>4</td><td>B</td><td>25</td><td>F</td></tr></table>Tabla 1: Tabla de frecuencias
I. El valor de A + B es igual a 12
II. El valor de F es igual a 32 %
III. El valor de D - C es igual a 4.
A) Solo I
B) Solo II
C) Solo I y III
D) I, II y III.</td></tr>
</table>

El ítem 33 del eje Número y Operaciones fue respondido correctamente por el 19,5% de los estudiantes y omitido por el 52,5%. Al observar el ítem se puede establecer que el conocimiento escolar asociado a comprender el Teorema del Algoritmo de la División y el significado del resto presenta dificultades en los estudiantes que ingresan a pedagogía.	33. Se reparten 3.505 UF equitativamente entre 4 personas, entonces a cada uno le corresponden 876 UF y sobra 1 UF. Considerando lo anterior, ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es correcta? I. El resto 1 UF significa que no se puede seguir dividiendo II. El resto 1 UF significa que se repartieron 3.504 UF en total III. El resto 1 UF significa que faltaron 3 UF para que cada persona reciba 877 UF A) Solo I B) Solo II C) Solo II y IIII D) I, II y III
El ítem 36 del eje Medición fue respondido correctamente por el 29,6% de los estudiantes y omitido por el 47,1%. Al observar el ítem se puede establecer que el conocimiento escolar asociado a calcular ángulos entre paralelas presenta dificultades en los estudiantes que ingresan a pedagogía.	36. En la imagen, el triángulo FEG es rectángulo isósceles con EF = GE. Además, L1 // L2. ¿Cuánto mide el ángulo CEH?  A) 45º B) 90º C) 135º D) 225º

6.1.2.1.b. Análisis por Habilidad

En este apartado se analizarán los resultados de la implementación de la prueba considerando los 40 ítems del cuestionario final aplicado a los 439 estudiantes. La distribución de los ítems según habilidades (Conocer (C), Aplicar (A) y Razonar (R)) y ejes de contenidos (Álgebra (A), Datos y Probabilidades (D), Geometría (G), Medición (M) y Números y Operaciones (N)), se muestra en la tabla 12.

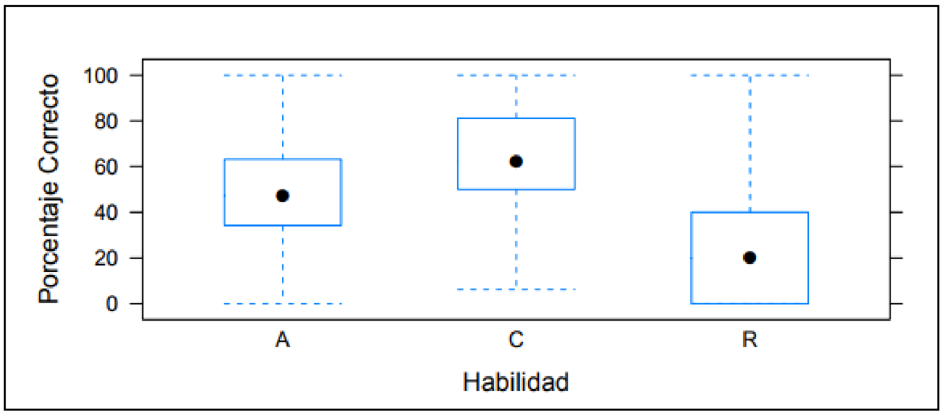
Tabla 12. Distribución de los 40 ítems según habilidades y ejes

	A	D	G	M	N	Total
A	2	4	4	1	8	19
C	0	0	3	2	11	16
R	2	1	0	1	1	5
Total	4	5	7	4	20	40

En esta tabla podemos observar que casi la mitad de los ítems se refiere a la habilidad de Aplicar, y solo 5 de 40 está en la habilidad de Razonar. El eje de Geometría no tiene ítems asociados a la habilidad de razonar, esto después que se eliminaron los ítems con alta tasa de omisión.

El Gráfico 4 de cajas y bigotes, tiene en el eje de las abscisas, las distintas habilidades, y en el eje de las ordenadas el porcentaje de respuestas correctas.

Gráfico 4. Porcentaje de respuestas correctas por Habilidad (Aplicar (A), Conocer (C) y Razonar (R))



De este gráfico, se desprende que:

- En cada una de las tres habilidades hay al menos un estudiante que responde todos los ítems correctamente. En Aplicar y en Razonar, hay al menos un estudiante que no responde correctamente ninguno de los ítems en esas habilidades.

  En la habilidad de Aplicar el 50% de los estudiantes responde a lo más el 47% de los ítems o menos de esa habilidad (9 ítems de 19). En el caso de Conocer, el 50% de los estudiantes responde correctamente a lo más el 63% de los ítems o menos de esa habilidad (10 de 16). En la habilidad de Razonar, el 50% de los estudiantes responde correctamente a lo más el 20% o menos de los ítems de esa habilidad (1 de 5).

  En la habilidad en la cual los estudiantes obtienen mejores resultados es en Conocer, el de menor demanda cognitiva, donde el 75% de los estudiantes responde correctamente al menos 8 de los 16 ítems (50%). Le sigue la habilidad de Aplicar, donde el 75% de los estudiantes responde correctamente al menos 7 de los 19 ítems (37%).

A continuación, en la tabla 13, se presentan los ítems con menor porcentaje de estudiantes que respondieron correctamente, según habilidades.

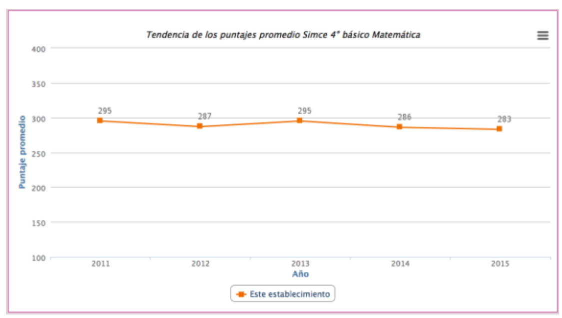
Tabla 13. Los 15 ítems de menor porcentaje de respuestas por habilidad (Aplicar (A), Conocer (C) y Razonar (R)

Ítem con menor porcentaje de estudiantes con respuestas correctas				
Ítem	%Correcto	% Incorrecto	% Omitido	Habilidad
39	0.143	0.362	0.495	R
12	0.155	0.412	0.433	A
33	0.195	0.280	0.525	R
40	0.211	0.314	0.475	R
10	0.221	0.471	0.308	A
26	0.223	0.515	0.262	A
28	0.268	0.358	0.374	A
38	0.282	0.304	0.414	A
11	0.288	0.384	0.328	A
36	0.296	0.233	0.471	R
37	0.326	0.217	0.457	A
9	0.334	0.406	0.260	A
35	0.348	0.247	0.406	C
23	0.376	0.443	0.181	C
13	0.404	0.288	0.308	R

Observamos de la tabla anterior que los 5 ítems de Razonamiento se encuentran en esta lista, donde 3 de ellos están entre los 4 más difíciles para los estudiantes. Solo dos ítems de Conocimiento se encuentran entre los 15 más difíciles, ocupando los lugares 13 y 14.

A continuación, se muestra algunos ejemplos de ítems por habilidad.

<table>
<tr><th>Análisis del ítem</th><th>Ítem</th></tr>
<tr><td>El ítem 40 corresponde a la habilidad de “Razonar” en términos de contenido corresponde al eje de Álgebra, fue respondido correctamente por el 21,1% de los estudiantes y omitido por el 47,5%, corresponde al cuarto ítem más difícil, según el resultado de estos estudiantes. En este ítem se pide al estudiante que reconozca afirmaciones correctas que representen relaciones en términos generales. Pertenece a la subcategoría de Generalizar.</td><td>40. Considere la expresión algebraica $2n+1$, con $n \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,...\}$ ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) correcta (s)?
I. $2n+1$ representa el sucesor de un número par
II. $2n+1$ representa un número impar
III. $2n+1$ representa un número par

A) Solo I
B) Solo II
C) Solo I y II
D) Solo I y III</td></tr>
<tr><td>El ítem 13 corresponde a la habilidad de “Razonar” en términos de contenido corresponde al eje de Datos y Probabilidades, fue respondido correctamente por el 40,4% de los estudiantes y omitido por el 30,8%, corresponde al decimocuarto ítem más difícil, según el resultado de estos estudiantes. En este ítem se pide al estudiante que determine o describa relaciones entre números, cantidades y figuras. Pertenece a la subcategoría de Analizar.</td><td>13. La Figura muestra la tendencia de los puntajes promedio SIMCE 8º básico Matemática de un establecimiento educacional en Chile.


Si se considera que un establecimiento tiene una variación significativa en SIMCE cuando el cambio es mayor a 7 unidades, ¿cuántas veces el establecimiento tuvo cambios significativos entre el año 2011 y el 2015?
A) 0
B) 1
C) 2
D) 3</td></tr>
<tr><td>El ítem 28 corresponde a la habilidad de “Aplicar” en términos de contenido corresponde al eje de Números y Operaciones, fue respondido correctamente por el 26,8% de los estudiantes y omitido por el 37,4%, corresponde al séptimo ítem más difícil, según el resultado de estos estudiantes.</td><td>28. ¿Cuántas botellas de 0,75 litros se requieren para llenar un bidón de 5 ¼ litros?
A) 7
B) Casi 4
C) Entre 1 y 2.
D) Casi 1.</td></tr>
</table>

En este ítem se pide al estudiante que implemente estrategias y operaciones para resolver problemas que involucran conceptos y procedimientos matemáticos. Pertenece a la subcategoría de Implementar.	
El ítem 7 corresponde a la habilidad de “Aplicar” en términos de contenido corresponde al eje de Geometría, fue respondido correctamente por el 74,6% de los estudiantes y omitido por menos del 1%, corresponde al tercer ítem más fácil, según el resultado de estos estudiantes. En este ítem se pide al estudiante que determina de forma eficiente/apropiadas operaciones, estrategias, y herramientas para resolver problemas para los cuales existen métodos de solución comúnmente usados. Pertenece a la subcategoría de Determinar.	7. Las líneas de la cuadrícula representan las calles de una ciudad. Pedro usa diferentes caminos para ir de su casa al colegio, pero siempre busca aquellos en que la distancia recorrida es la mínima posible.  ¿Cuál de los siguientes caminos **NO** usaría Pedro?
El ítem 35 corresponde a la habilidad de “Conocer” en términos de contenido corresponde al eje de Medición, fue respondido correctamente por el 34,8% de los estudiantes y omitido por el 40,6%, corresponde al decimotercer ítem más difícil, según el resultado de estos estudiantes. En este ítem se pide al estudiante que recuerde definiciones, terminología, unidades de medida. Pertenece a la subcategoría de Recordar.	35. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones usa unidades de medida no estandarizadas? A) El clavo es de 1/2 pulgada. B) La mesa de mi casa mide 12 cuartas de mi mano. C) El árbol de navidad mide 25 pies. D) Le di 200 yardas al volantín.
El ítem 21 corresponde a la habilidad de “Conocer” en términos de contenido corresponde al eje de Medición, fue respondido correctamente por el 88,1% de los estudiantes y omitido por menos del1%, corresponde al ítem más fácil, según el resultado de estos estudiantes. En este ítem se pide al estudiante que recuerde definiciones, terminología, propiedades de los números y notación. Pertenece a la subcategoría de Recordar.	21. ¿Cuál es el valor posicional del dígito 4 en el número 74.001? A) 4 B) 40 C) 400 D) 4.000

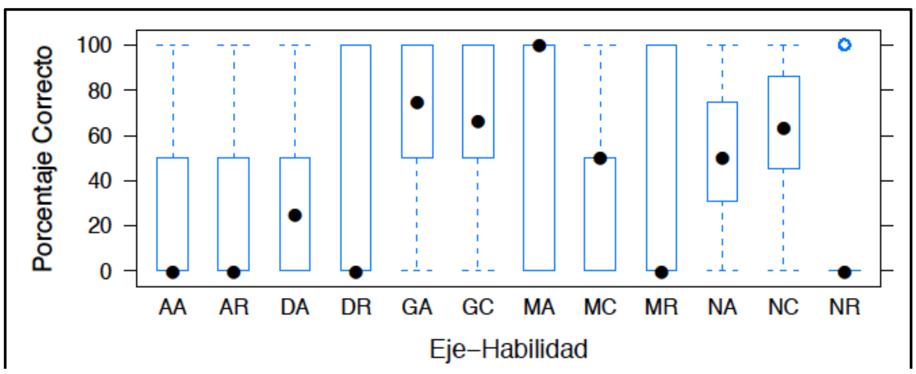
6.1.2.1.c. Análisis de la relación Eje – Habilidad

En este apartado se analizarán los resultados considerando cada uno de los cruces entre habilidades y contenido, y al igual que en los análisis anteriores, se realizará el estudio sobre la versión final del cuestionario (40 ítems), aplicados a los 439 estudiantes que quedaron en la muestra.

Como se aprecia en la Tabla 12 (p. 41), solo quedaron ítems en 12 de los 15 posibles cruces entre contenidos y habilidades después de los procesos de eliminación por omisión. De estos 40 ítems, el 50 % corresponden al eje Números (N), y al mismo tiempo, casi la mitad son de la habilidad de Aplicar (A).

El siguiente gráfico 5 de cajas y bigotes, tiene en el eje de las abscisas los distintos cruces entre habilidades y contenidos que tienen ítems en la versión final del cuestionario, y en el eje de las ordenadas el porcentaje de respuestas correctas para cada uno de esos 12 grupos.

Gráfico 5: Porcentaje de respuestas correctas por cruce Habilidad-Contenido (Aplicar (A), Conocer (C) y Razonar (R); Álgebra (A), Datos y Probabilidades (D), Geometría (G), Medición (M) y Números y Operaciones (N))



Para poder leer este gráfico de manera adecuada, se debe tener en cuenta que algunos cruces solo tienen dos ítems, por lo que, se puede afirmar lo siguiente:

- En cada uno de los 12 cruces entre habilidades y contenido, hay al menos un estudiante que responde todos los ítems del cruce de forma correcta, y hay al menos un estudiante que responde todos los ítems del cruce de forma incorrecta.
- El 75% de los estudiantes respondió los ítems del cruce Números y Operaciones-Conocer con sobre el 50% de respuestas correctas, y del cruce Números y Operaciones-Aplicar por sobre el 40% aproximadamente.
- Los cruces de Álgebra, ya sea con la habilidad de aplicar o razonar, se comportaron de la misma manera: solo un 25% de los estudiantes tuvo el 50% o más de respuestas correctas de esos grupos.

A continuación, en la tabla 14, se presentan los ítems con menor porcentaje de estudiantes que respondieron correctamente, considerando ahora tanto los ejes de contenido como las habilidades.

Tabla 14. Ítems con menor porcentaje de estudiantes con respuestas correctas según eje de contenido y habilidad

Ítems con menor porcentaje de estudiantes con respuestas correctas					
Ítem	% Correcto	% Incorrecto	% Omitido	Eje de Contenido	Habilidad
39	0.143	0.362	0.495	A	R
12	0.155	0.412	0.433	D	A
33	0.195	0.280	0.525	N	R
40	0.211	0.314	0.475	A	R
10	0.221	0.471	0.308	D	A
26	0.223	0.515	0.262	N	A
28	0.268	0.358	0.374	N	A
38	0.282	0.304	0.414	A	A
11	0.288	0.384	0.328	D	A
36	0.296	0.233	0.471	M	R
37	0.326	0.217	0.457	A	A
9	0.334	0.406	0.260	D	A
35	0.348	0.247	0.406	M	C
23	0.376	0.443	0.181	N	C
13	0.404	0.288	0.308	D	R

Al separar este “rendimiento” por cruce podemos observar lo siguiente. Si bien solo hay tres ítems del eje Números y Operaciones entre los de mayor dificultad para los estudiantes, se observa consistencia entre la dificultad y el mayor grado de complejidad de la habilidad, en este eje. Es decir, ítems de Números y Operaciones resultan más difíciles de responder a medida que la habilidad va siendo más compleja. Algo similar ocurre con los ítems de Álgebra, aunque todos ellos están entre los más difíciles para los estudiantes, a diferencia de los ítems de Números y Operaciones. Por otra parte, se puede observar que los 5 ítems de Datos y Probabilidad se encuentran entre los más difíciles para los estudiantes, y se observa que los ítems de aplicación son más difíciles que el de razonamiento en este eje.

A continuación, se muestra algunos ejemplos de ítems por cruce entre eje de contenido y habilidad.

<table>
<tr><th>Análisis del ítem</th><th>Ítem</th></tr>
<tr><td>El ítem 37 corresponde al cruce Álgebra- Aplicar, y fue respondido correctamente por el 32,6% de los estudiantes y omitido por del 45,7%, correspondiendo al decimoprimer ítem más difíciles según el resultado de estos estudiantes. En este ítem se pide al estudiante determinar el perímetro de un rectángulo dado sus lados en lenguaje algebraico.</td><td>37. En la siguiente figura, se observa un rectángulo ABCD de lados 3 y $n + 1$ respectivamente

¿Cuál es la longitud total del contorno del rectángulo ABCD?
A) $4 + n$
B) $7 + 2n$
C) $7 + n$
D) $8 + 2n$</td></tr>
</table>

El ítem 10 corresponde al cruce Datos y Probabilidad-Aplicar, y fue respondido correctamente por el 22,1% de los estudiantes y omitido por del 30,8%, correspondiendo al quinto ítem más difíciles según el resultado de estos estudiantes. En este ítem se pide al estudiante determinar la veracidad de una equivalencia entre dos probabilidades de eventos distintos.	10. En la caja A hay dos bolas blancas y una negra, en la caja B, hay dos bolas blancas, tres grises y una negra. Si en la caja C hay el triple de bolitas que en la caja A con la misma proporción de colores. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es incorrecta? A) La probabilidad de extraer una bolita blanca de la caja A es igual a la probabilidad de extraer una bolita blanca de la caja C. B) La probabilidad de extraer una bolita blanca de la caja B es igual a la probabilidad de extraer una bolita negra de la caja A. C) La probabilidad de extraer una bolita negra de la caja A es igual a la probabilidad de extraer una bolita negra de la caja C. D) La probabilidad de extraer una bolita gris de la caja B es igual a la probabilidad de extraer una bolita de negra de la caja C.

6.1.2.2 Análisis factorial

Para llevar a cabo el análisis factorial, se usó la matriz de correlaciones policóricas, donde se considera que las respuestas de los ítems son categóricas en el siguiente sentido: una categoría es si el ítem fue contestado correctamente, otra categoría es que si fue contestado incorrectamente y otra categoría es que si fue omitido. Así, al considerar esta significación, el alpha policórico de correlación de los 64 ítems es de 0,999. Al realizar el análisis de factores, el criterio de Kaiser sugiere 16 factores, pero considerando la sobreestimación de este método se toman en cuenta el criterio de gráfico de decaimiento y MAP, los cuales sugieren entre 6 o 7 factores.

De esta manera, se realiza un análisis para 6 factores con rotación Varimax y modelo de extracción ML. La hipótesis esta vez es que los factores que se encuentran responden a características de contenido de los ítems, pero también de dificultad, de acuerdo con las omisiones de los estudiantes. Esto se debe a que la nueva categorización captura las omisiones. El modelo de ajuste con 6 factores explica un 67,06% de la varianza, presentando índices de ajuste absoluto buenos, pero relativos regulares, por lo que se procede a eliminar 23 ítems con carga factorial bajo .4 y cruzada teóricamente, obteniendo mejores índices tanto absolutos como relativos. Sin embargo, la eliminación de ítems redujo la varianza explicada a 58%. Para establecer las cargas reales de los ítems en los factores se procede a realizar un análisis confirmatorio del modelo de 6 factores, con modelo de estimación ML, obteniendo buenos índices de ajuste tanto absolutos como relativos, con cargas factoriales sobre .4.

Al observar la Tabla 15, se tiene que el primer factor está compuesto por 12 indicadores que pertenecen al eje de Números y operaciones con nivel cognitivo de conocer, más un ítem del eje Geometría que mide conocimiento del plano cartesiano. Los ítems de este factor tienen una dificultad que va entre 34% y 89%, con media 64% (DS=20%), índice de discriminación que va entre 0.08 y 0.58 con media 0.36 (DS=0.14), y cargas factoriales que van desde .45 hasta .8 con media .61 (DS=0.11).

Tabla 15. Índices de los ítems a partir de los análisis Teoría Clásica de Test y Factorial

Índices de los ítems a partir de los análisis Teoría Clásica de Test y Factorial											
Ítem	Eje	Habilidad	Omisión	Dificultad	Discriminación	F1	F2	F3	F4	F5	F6
1	G	C	3%	70%	0,37				0,56		
2	G	C	8%	66%	0,48	0,45					
7	G	C	8%	63%	0,46				0,56		
9	G	A	4%	69%	0,40				0,52		
10	G	A	5%	69%	0,45				0,61		
13	M	A	12%	57%	0,42				0,69		
14	G	A	4%	74%	0,61				0,66		
15	G	A	11%	54%	0,43				0,69		
17	D	A	19%	29%	0,04					0,50	
18	D	A	23%	21%	0,36					0,58	
19	D	A	25%	26%	0,29					0,70	
20	D	A	33%	17%	0,30					0,81	
24	D	R	22%	41%	0,18					0,47	
27	N	C	5%	65%	0,08	0,62					
28	N	C	12%	44%	0,17	0,57					0,50
29	N	C	3%	82%	0,40	0,69					
30	N	A	3%	69%	0,42	0,69					
31	N	C	10%	58%	0,29	0,54					
32	N	C	9%	64%	0,37	0,72					
33	N	C	9%	63%	0,45	0,80					
34	N	C	3%	89%	0,42	0,69	0,47				
35	N	C	5%	65%	0,58	0,64					
37	N	C	10%	34%	0,26	0,45					
38	N	C	18%	39%	0,19						0,46
39	N	C	6%	74%	0,39	0,49					
43	N	A	17%	23%	0,47						0,62
45	N	A	13%	55%	0,19		0,61				
46	N	A	26%	23%	0,39		0,51				0,41
47	N	A	10%	62%	0,46		0,81				

48	N	A	11%	73%	0,40		0,90				
49	N	A	17%	47%	0,49		0,68				
50	N	A	8%	69%	0,46		0,70				
55	N	R	40%	22%	0,11			0,63			
56	M	C	22%	46%	0,22		0,46	0,50			
58	M	C	28%	36%	0,49			0,67			
62	M	R	34%	31%	0,10			0,71			
64	A	A	34%	32%	0,53			0,77			
65	A	A	30%	28%	0,09			0,67			
66	A	R	37%	12%	0,57			0,59			
67	A	R	35%	24%	0,38			0,60		0,40	

Nota*:* Columna Eje: A= Álgebra; N= Números y operaciones; D=Datos y probabilidades; G=Geometría. Columna Hab: A=nivel cognitivo de aplicar; C= nivel cognitivo de conocer; R= nivel cognitivo de razonar; F1, F2, F3, F4 y F5 = Cargas factoriales determinados con Análisis Factorial Exploratorio

El segundo factor está compuesto por indicadores que pertenecen al eje de Números y Operaciones con nivel cognitivo de aplicar principalmente, más dos que abordan el nivel cognitivo de Conocer, más ítem del eje de Medida que mide transformaciones de unidades de medida de tiempo. Los ítems de este factor tienen una dificultad que va entre 23% y 89%, con media 58% (DS=20%), índice de discriminación que va entre 0.19 y 0.49 con media 0.38 (DS=0.11), y cargas factoriales que van desde .46 hasta .9 con media .64 (DS=16).

El tercer factor está compuesto por 8 indicadores, 4 de los cuales pertenecen al eje de Álgebra, con niveles cognitivos de aplicar y razonar, tres ítems del eje de Medida con niveles cognitivos de Conocer y Razonar, más un ítem del eje de Números con nivel cognitivo de razonar que mide conocimiento sobre el algoritmo de la división. Los ítems de este factor tienen una dificultad que va entre 12% y 46%, con media 29% (DS=10%), índice de discriminación que va entre 0.09 y 0.57 con media 0.31 (DS=0.2), y con cargas factoriales que van desde .5 hasta .77 con media .64 (DS=0.08).

El cuarto factor está compuesto por 7 indicadores, principalmente del eje de Geometría con niveles cognitivos de conocer y aplicar, más un ítem del eje de Medición el cual mide conocimientos relativos a determinación de perímetros de figuras. Los ítems de este factor tienen una dificultad que va entre 54% y 74%, con media 65% (DS=7%), índice de discriminación que va entre 0.37 y 0.61 con media 0.45 (DS=0.07), y con cargas factoriales que van desde .52 hasta .69 con media .61 (DS=0.06).

El quinto factor está compuesto por 6 indicadores, cinco de los cuales pertenecen al eje de Datos y Probabilidades con niveles cognitivos de aplicar y razonar, más un ítem que pertenece al eje de Álgebra, el cual mide expresiones algebraicas. Los ítems de este factor tienen una dificultad que va entre 17% y 41%, con media 26% (DS=8%), índice de discriminación que va entre 0.04 y 0.38 con media 0.26 (DS=0.14), y con cargas factoriales que van desde .41 hasta .81 con media .58 (DS=0.15).

El sexto factor está compuesto por 4 indicadores, todos del eje de Números con niveles cognitivos de Conocer y Aplicar. Los ítems de este factor tienen una dificultad que va entre 23% y 44%, con media 32% (DS=10%), índice de discriminación que va entre 0.17 y 0.47 con media 0.31 (DS=0.14), y con cargas factoriales que van desde .41 hasta .62 con media .5 (DS=0.08).

6.1.2.3 Consistencia interna

La escala completa tiene una consistencia interna que varía entre .8 como subestimación y .88 como sobreestimación de la confiabilidad. Para la escala completa el alfa de Cronbach alcanza a .82. La subescala del primer factor tiene una consistencia interna que varía entre .7 como subestimación y .82 como sobreestimación de la confiabilidad, con .77. La subescala del segundo factor tiene una consistencia interna que varía entre .64 como subestimación y .78 como sobreestimación de la confiabilidad, con .74. La subescala del tercer factor tiene una consistencia interna que varía entre .62 como subestimación y .77 como sobreestimación de la confiabilidad, con .7. La subescala del cuarto factor tiene una consistencia interna que varía entre .55 como subestimación y .67 como sobreestimación de la confiabilidad, con .67. La sub-escala del quinto factor tiene una consistencia interna que varía entre .47 como subestimación y .66 como sobreestimación de la confiabilidad, con .57. Por último, subescala del quinto factor tiene una consistencia interna que varía entre .4 como subestimación y .56 como sobre-estimación de la confiabilidad, con .53.

6.1.2.4 Análisis TRI

Cumplidos los supuestos de unidimensionalidad e independencia local por el análisis factoriales anterior, se aplicó TRI con modelo 2PL a los 40 ítems distribuidos en los 6 factores, determinando los parámetros de dificultad, discriminación y habilidad latente de los estudiantes de pedagogía que rindieron el cuestionario. Como se observa en la Tabla 16, solo 7 de los 40 ítems tiene una discriminación inferior a 1, siendo la más baja la del ítem 67 y la más alta la del ítem 48, lo que plantea que los ítems tienen discriminaciones moderadas a muy alta, siendo el factor 2, el que presenta mejores índices en promedio (M=1.8, SD=0.34) y el factor 5 el con los más bajos (M=1.2, SD=0.27). Por otra parte, se observa que la dificultad de los ítems en promedio es baja (M=-0.15, SD=0.15), lo que se corresponde con los análisis basados en la TCT mostrados en el apartado anterior, ya que la habilidad que necesitan los estudiantes para tener probabilidad igual a .5 de responder los ítems del apartado de CME es negativa.

Por lo tanto, el apartado CME del cuestionario sirve para medir y obtener información de estudiantes que tienen menos habilidad, o habilidad promedio (ver Anexo 15) según los gráficos de información. El factor menos complejo es el 4 (M=-1, SD=0.17) y el factor más complejo es el 5 (M=1,05, SD=0.21).

Parámetros de dificultad y discriminación para cada ítem					
Factor	Ítem	Discriminación	Error (DIS)	Dificultad	Error (DIF)
1	37	0,94	0,15	0,48	0,14
	2	0,76	0,15	-1,49	0,28
	39	1,27	0,21	-1,41	0,18
	31	1,16	0,17	-0,72	0,13
	28	1,42	0,20	-0,09	0,09

	27	1,28	0,19	-0,94	0,13
	35	1,12	0,18	-1,03	0,16
	29	1,45	0,25	-1,66	0,20
	34	2,56	0,54	-1,72	0,17
	30	1,75	0,24	-0,79	0,10
	32	1,75	0,24	-0,68	0,10
	33	2,62	0,40	-0,65	0,08
2	34	1,39	0,28	-2,31	0,32
	56	0,87	0,15	-0,05	0,13
	46	1,39	0,22	0,85	0,13
	45	1,33	0,19	-0,29	0,10
	49	1,97	0,29	-0,08	0,08
	50	1,75	0,25	-0,83	0,11
	47	1,85	0,26	-0,56	0,09
	48	4,34	1,09	-0,81	0,08
3	56	1,06	0,17	-0,04	0,11
	66	1,41	0,25	1,55	0,20
	67	1,15	0,20	1,27	0,19
	55	1,07	0,20	1,44	0,22
	58	1,53	0,23	0,42	0,09
	65	1,37	0,21	0,78	0,12
	62	1,60	0,24	0,63	0,10
	64	2,85	0,54	0,42	0,07
4	9	0,88	0,18	-1,36	0,25
	7	1,04	0,19	-1,00	0,18
	1	0,98	0,19	-1,39	0,24
	10	1,20	0,21	-1,16	0,18
	14	1,39	0,25	-1,23	0,17
	15	1,30	0,22	-0,34	0,10
	13	1,97	0,36	-0,52	0,09
5	67	0,67	0,18	1,92	0,47
	24	0,90	0,20	0,34	0,14

	17	1,21	0,24	0,66	0,13
	18	1,15	0,24	1,34	0,22
	19	1,33	0,27	0,79	0,14
	20	1,95	0,47	1,25	0,16
6	38	1,26	0,25	0,15	0,10
	43	0,90	0,20	1,49	0,29
	28	1,86	0,46	-0,08	0,08
	46	1,40	0,29	0,84	0,14

Nota: ERROR(DIS)=Error de discriminación; ERROR(DIF)=Error de dificultad; Tabla 16: Parámetros de dificultad y discriminación para cada ítem.

6.2 Caracterización a partir de los resultados y relación C-CME

Para analizar la relación entre Creencias y CME, se han estudiado las correlaciones entre las variables latentes (Thetas) del instrumento de creencias y el instrumento de contenido matemático.

En la Tabla 17 se muestran las correlaciones de Pearson entre las nueve variables latentes asociadas a las creencias (thetas del 1 al 9) y las seis variables latentes asociadas al contenido (thetas del 10 al 15). También se señala qué relaciones resultan significativas en al estudiar correlaciones de Spearman y de Kendall.

Tabla 17. Correlaciones de Pearson entre variables latentes

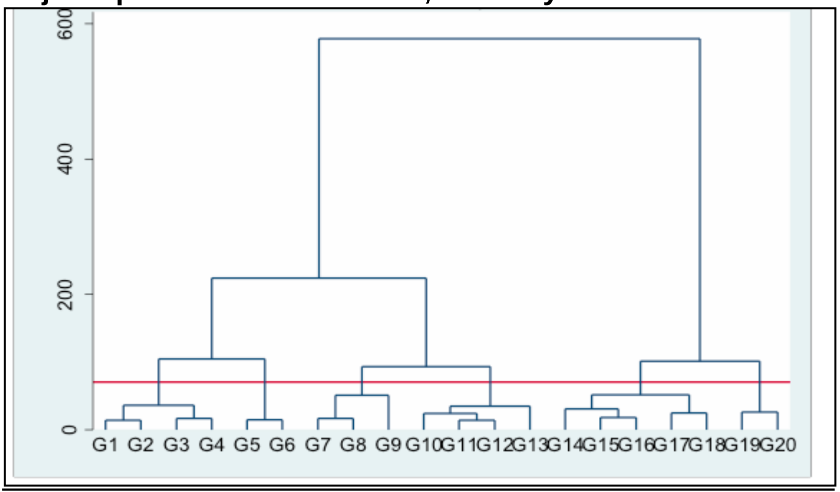
Correlaciones de Pearson entre variables latentes									
	theta1	theta2	theta3	theta4	theta5	theta6	theta7	theta8	theta9
theta10	0.36**	0.03	0.08	-0.13*	0.07	0.12*	-0.04	0.09	-0.07
theta11	0.19**	0.09	-0.02	-0.14**	0.07	0.13*	0.03	0.07	-0.02
theta12	0.09	0.05	0.02	-0.12*	0.03	0.02	-0.03	0.03	-0.02
theta13	0.23**	0.11*	0.03	-0.08	0.10	0.12*	-0.07	0.09	0.02
theta14	0.19**	0.09	0.06	-0.03	-0.02	0.13*	-0.02	0.02	-0.10
theta15	0.30**	0.12*	-0.01	-0.11*	0.02	0.10	-0.08	0.11*	-0.13*

Se puede ver que la primera variable latente de creencias está altamente correlacionada con 5 de las 6 variables latentes de contenido. Por su parte, la variable latente Theta 4 muestra una correlación media e inversa con 4 de las 6 variables latentes de contenido; la variable de creencia theta 6 correlaciona medianamente con 4 de las 6 variables latentes de contenido. Por otra parte, están escasamente relacionadas theta 2 con las thetas 13 y 15, y puntualmente correlacionados los thetas 8 con el theta 15 y el theta 9 con el theta 5.

Un primer análisis consiste en clusterizar a los estudiantes de acuerdo con las tres variables latentes de creencias que más se correlacionan con las variables latentes de contenido.

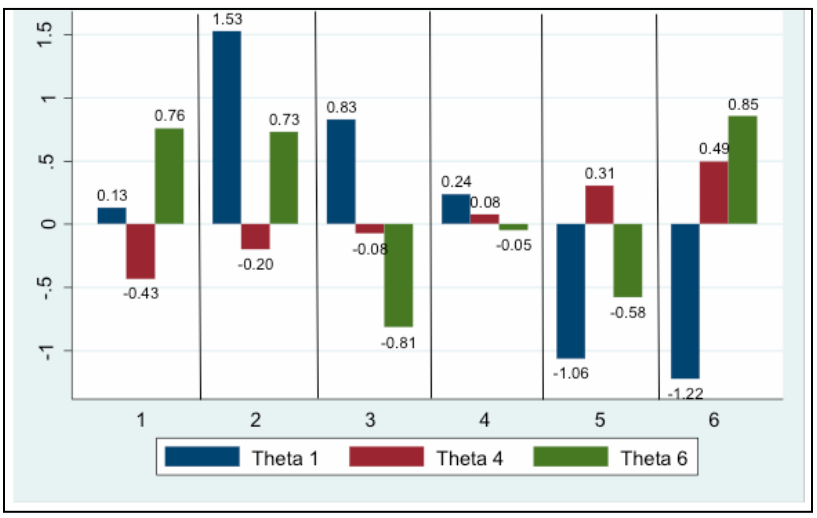
Al realizar una clusterización jerárquica de Ward con dichas tres variables latentes (theta1, theta4 y theta6) se genera el árbol que se muestra en el Gráfico 6. En el gráfico se trazó una recta en el nivel de similitud escogido para dividir la muestra.

Gráfico 6. Árbol de jerarquía de clúster Theta 1, theta 4 y theta 6



En el Gráfico 7 se muestran los promedios de cada variable latente por grupo.

Gráfico 7. Promedios de variables latentes - segundo grupo



Así, los grupos se pueden caracterizar respecto a sus componentes de variables latentes considerando la variable latente theta 1 como “Soy talentoso en matemáticas, creo en mí mismo, la variable latente theta 4 como “La matemática presenta soluciones abiertas y creativas” y la variable latente theta 6 como “Hay personas con facilidad innata para las matemáticas”.

Notar que hay grupos que se “oponen”, por ejemplo, el grupo 2 y el grupo 5 tienen invertidos sus valores promedios, con similar magnitud. Algo similar ocurre entre el grupo 3 y 6. También se puede describir que el grupo 2 y 3 comparten una alta percepción propia hacia la matemática y una matemática algo rígida. En cambio, se diferencian notablemente en la percepción del talento innato. Al mismo tiempo, el grupo 5 y 6 comparten una muy baja autopercepción del talento matemático y una percepción alta de la flexibilidad matemática, pero se diferencian en la percepción del talento innato.

El grupo 1 sería un grupo que cree en una matemática rígida, que requiere de un talento innato y son indiferentes hacia su propio talento. En cambio, el grupo 2 sería un grupo que tiene muy alta percepción propia sobre su talento matemático, cree que son algo rígidas y creen que existe la facilidad innata. El tercer grupo tiene una alta percepción de su talento matemático, pero no creen que el talento sea innato, sino que podría aprenderse y trabajarse. El cuarto grupo parece ser indiferente a todo. El grupo 5 tendría una muy baja percepción de su propio talento matemático, considerando la matemática de forma creativa, pero no innato. Finalmente, el grupo 6 estaría compuesto de estudiantes que no creen tener talento matemático o facilidades, creen en una matemática creativa e innata.

Las correlaciones (Pearson) entre las tres variables latentes y el puntaje obtenido en la sección de contenido del instrumento son 0,33, -0,13 y 0,18 para las variables latentes 1, 4 y 6 respectivamente. Esto sugiere que podría esperarse un mayor puntaje a los grupos 2 y 3, y menor puntaje en los grupos 5 y 6.

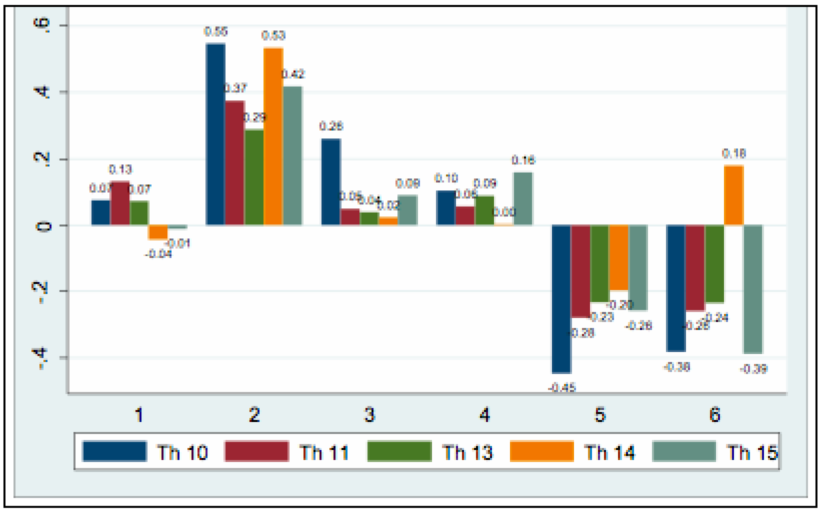
Al testear estadísticamente estas relaciones con un test no paramétrico de Kruskal-Walis y el test Post-Hoc de Dunn, se reafirma dicha hipótesis. Primero, las distribuciones de puntaje son estadísticamente diferentes entre los grupos (D= 41,836 p-valor= 0,0001). Segundo, la probabilidad de escoger aleatoriamente un estudiante de la distribución del grupo 2 con un puntaje mayor a un estudiante escogido aleatoriamente de la distribución del grupo 1 es mayor al 50% (D=-2,62; p-valor=0,005). Esta conclusión se repite para el grupo 2 sobre el grupo 3 (D=2,37; p-valor=0,009), para el grupo 2 sobre el grupo 4 (D=3,62; p-valor=0,000), para el grupo 2 sobre el grupo 5 (D=5,55; p-valor=0,000) y para el grupo 2 sobre el grupo 6 (D=3,60; p-valor=0,000). Así, la conclusión también se repite para el grupo 3 sobre el grupo 5 (D=4,00; p-valor=0,000), y para el grupo 4 sobre el 5 (D=3,07; p-valor=0,001). En síntesis, el grupo 2 presenta una distribución centrada en un valor mayor a cualquier otro grupo, al mismo tiempo que el grupo 5 presenta una distribución centrada en un valor menor que cualquier otro grupo, con excepción del grupo 6. Estos resultados coinciden con las características opuestas que presentan el grupo 2 y el grupo 5.

De esta manera, una primera conclusión iría en la línea de que la autopercepción, o la variable latente 1 se relaciona con el puntaje obtenido CME, excepto en aquellos ítems que son del factor 3, relativos al contenido de Álgebra y Medición. Esta primera conclusión puede ser corroborada con la tabla 3, donde se muestran diferentes regresiones lineales con el puntaje en la sección CME como variable dependiente, y las variables latentes (1, 4 y 6) como variables explicativas. Al correr la regresión junto a la variable theta 1, la variable theta 4 pierde significancia.

Entonces, para poder analizar más en profundidad la relación de las variables es necesario mirar en detalle los factores que caracterizan la sección de contenidos del instrumento. Se dejará fuera del análisis la variable latente theta 12, porque tiene correlación significativa solo con una de las tres variables.

En el Gráfico 8 se muestran los promedios de las variables latentes de contenido por grupo.

Gráfico 8. Promedios de variables latentes de contenido - segundo grupo



Del gráfico se pueden ver valores esperados, por ejemplo, que el grupo 2 muestra valores altos para todos los factores; así como el grupo 5 presenta valores bajos para todos los factores. En cambio, es de interés notar que en el grupo 6, el factor theta 14 sobresale con un valor medianamente alto, el segundo mayor después del valor promedio del grupo 1. Al mismo tiempo, el grupo 1 presenta el segundo menor valor del factor theta 14.

Se debe destacar que el grupo 6 estaba caracterizado por creer en una matemática creativa (theta 4), y el grupo 1 por creer en una matemática poco creativa, ambos con una creencia similar en la capacidad innata para las matemáticas. Por otro lado, el factor theta 14 se vincula a los ítems de Datos y Azar. Por tanto, puede verse una relación entre la creencia de creatividad en matemática y la resolución de problemas de Datos y Azar (considerados difíciles). Sin embargo, esta correlación no es visible en los valores estadísticos de correlación.

La correlación de Pearson para la muestra completa entre las variables theta 4 y theta 6 es de -0,026. En cambio, al analizar solo la submuestra de estudiantes que componen los grupos 1 y 6 (129 estudiantes), esta correlación cambia de signo y sube a 0,187. La submuestra de estudiantes que no están en los grupos 1 y 6 presentan una correlación entre ambas variables de -0,107.

Algo similar ocurre cuando se corre una regresión lineal de la variable theta 14 como dependiente de la creencia theta 4, diferenciando entre los grupos de estudiantes como se muestra en la tabla 4 y figura 5. La variable presenta un coeficiente positivo y significativo, solo en esa submuestra.

A modo de conclusión, del análisis descrito en este informe se pueden extraer 4 principales conclusiones:

La primera conclusión es que existen algunas correlaciones significativas, aunque medianas y bajas, entre las variables latentes de creencias sobre la pedagogía y las variables latentes sobre habilidades en ejes temáticos de contenido matemático.

La segunda conclusión es que las variables latentes sobre creencias con mayores correlaciones permiten dividir a la muestra en grupos diferentes entre ellos, que pueden ser caracterizados satisfactoriamente de acuerdo con sus creencias. Estos grupos muestran semejanzas y similitudes entre ellos que apoyan la caracterización.

La tercera conclusión es que los grupos elaborados en base a las variables de creencias latentes presentan resultados estadísticamente diferentes en la sección CME del instrumento. Los puntajes de resultado CME están relacionados a la caracterización de los grupos, y los grupos extremos (de mayor y menor puntaje) presentan diferencias estadísticamente significativas con los demás grupos. Además, estos dos grupos extremos presentan caracterizaciones totalmente opuestas de creencias sobre la matemática, entre ellos.

La cuarta conclusión es que las correlaciones entre variables latentes de creencias y de contenido pueden no ser visibles en la muestra completa, a excepción de la variable latente sobre autopercepción, pero sí en submuestras de estudiantes. Ejemplo de esto es la correlación entre la variable latente theta 4 como “La matemática presenta soluciones abiertas y creativas” y el factor theta 14 compuesto mayormente por ítems de Datos y Azar de aplicación. Esta correlación es solo visible en una submuestra (~28,14% de la muestra total), que particularmente está caracterizada por provenir de establecimientos particulares subvencionados.

7. CONCLUSIONES

La identificación de creencias y conocimientos sobre la matemática escolar (CME) de 1º a 6º, su aprendizaje y enseñanza de estudiantes de pedagogía básica al iniciar su proceso de formación inicial docente (FID), se desarrolló mediante el diseño y validación de un instrumento para diagnosticar creencias y CME (objetivo específico 1), caracterizando tanto las creencias (objetivo específico 2) como también el CME de los estudiantes que ingresan a primer años de FID (objetivo específico 3) para posteriormente explorar las relaciones entre CME y las creencias que poseen dichos estudiantes (objetivo específico 4).

Las conclusiones respecto al objetivo específico 1, considerando que está logrado, se referirán por una parte a los resultados en la elaboración de los ítems de CME y de creencias y también a los alcances que tienen para diagnosticar a los alumnos que ingresan a estudiar pedagogía en educación básica. En este sentido podemos observar que el marco curricular vigente de 1º a 6º básico, respecto a Matemáticas, no tiene el conocimiento matemático escrito en forma explícita, por ejemplo: ecuaciones, números fraccionarios, suma y resta de fracciones, criterios de divisibilidad, triángulos, etc., sino que lo relaciona con habilidades y actitudes que en definitiva es lo que en definitiva se espera que aprendan los estudiantes lo cual se traduce en objetivos de aprendizaje (OA). Por consiguiente, en la elaboración de los ítems de CME hubo que extraer los contenidos (conceptos, propiedades, teoremas) desde los OA para así poder establecer las habilidades que podemos medir con un instrumento.

Respecto a los alcances de este instrumento considerando su proceso de validación, podemos concluir que permitirá a las facultades de educación que tienen FID en pedagogía básica, diagnosticar a sus estudiantes en lo respecta a sus conocimientos de la matemática escolar de 1º a 6º básico y sus creencias respecto a enseñar y aprender matemática. No obstante, lo anterior, es claro que un diagnóstico basado en este solo instrumento no bastará para ajustar apropiadamente las actividades curriculares de matemática en las carreras de pedagogía básica, y por ende hay que agregar otros aspectos a la medición u otros instrumentos, como entrevistas personales, por ejemplo. Además, será necesario evaluar cómo se comporta este instrumento con estudiantes que van en la mitad de su trayectoria académica, y lo más importante, las carreras de pedagogía, con sus respectivos comités de carrera tendrán que decidir cómo harán estos ajustes y sus implementaciones.

La elaboración de este instrumento marca un precedente importante, en el sentido que muestra una metodología de cómo realizar futuros ajustes al instrumento, o para elaborar otros instrumentos complementarios. En cierto sentido, en el proyecto se describe una forma de hacer, que puede ser replicable en otras circunstancias.

Este instrumento validado quedará disponible para que las instituciones de FID, lo puedan usar libremente. Así, tendrán un piso desde el cual partir la planificación de su carrera desde cuando entra el estudiante, hasta alcanzar el perfil de egreso de la institución. Además, permitirá no adherir a supuestos que en realidad son falsos, por ejemplo, si una institución asume que sus estudiantes dominan en forma instrumental los contenidos de 1° a 6° básico en matemática, y por tanto decide solo dedicar sus cursos de matemática a metodologías, evaluación y currículum, puede ser un error, si en el diagnóstico se muestra que sus estudiantes no cumplen aquel supuesto. Esto pondrá en tensión a la unidad académica, que tiene que formar a un profesor generalista, y la cantidad de horas académicas son finitas, esto obligará a llevar un proceso de reflexión profunda dentro de la institución formadora.

Respecto al objetivo específico 2, los métodos de clusterización utilizados permitieron caracterizar las creencias de los estudiantes de la muestra respecto de la matemática escolar, su aprendizaje y enseñanza. Se identificaron 4 grupos de estudiantes, con un comportamiento grueso común en algunos factores y diferencias en otros factores. Estas diferencias son precisamente los que permiten caracterizar cada uno de esos grupos.

El primer grupo estaría formado por los estudiantes que consideran la matemática como una actividad creativa, abierta al descubrimiento y donde los problemas pueden resolverse de diversas formas. Estos estudiantes además muestran una actitud más positiva frente a la disciplina que el resto de la muestra. En cuanto al segundo grupo, su característica principal es que sienten un menor apoyo de su familia en lo relativo al aprendizaje de la matemática, en relación con el resto. El tercer grupo se caracteriza por ver la matemática como una disciplina menos rígida que el resto de la muestra y considerar que un buen profesor es aquel que propone actividades simples y claras, que no necesariamente tiene que ser creativo ni presentar la matemática como algo entretenido. En este grupo además están los estudiantes con una mejor percepción de sí mismos en relación con el aprendizaje de la matemática. Finalmente, el cuarto clúster se caracteriza por ver la matemática como una disciplina menos flexible que el resto de sus compañeros, dando menor importancia que sus compañeros a los contextos dialógicos y argumentativos.

La distribución de estudiantes de cada uno de estos 4 grupos depende de la variable puntaje de ingreso a la universidad, considerada a la hora de definir la muestra. Las universidades con mayor puntaje de ingreso son las que tienen un mayor porcentaje de alumnos del grupo 4 en su composición, mientras que en el resto de las universidades el grupo 4 es el que aparece con menor porcentaje. En las universidades con menor puntaje de ingreso (primer cuartil) hay un mayor porcentaje de estudiantes del grupo 1, la cuarta parte de los alumnos son del grupo 2, otra cuarta parte del grupo 3 y el grupo 4 es el de menor representación. Los estudiantes de las universidades del segundo cuartil se distribuyen principalmente entre los dos primeros grupos, 34,62% y 33,33% respectivamente, y tienen un porcentaje muy pequeño de participantes con creencias del grupo 4, 3,85%. En las universidades del tercer cuartil, los participantes se distribuyen de manera similar entre los tres primeros grupos, con un menor porcentaje de estudiantes del grupo 4. En las universidades con mayor puntaje de ingreso, los grupos que aparecen con menor porcentaje son los dos primeros.

En relación con el objetivo específico 3, en cuanto a caracterizar el Conocimiento Matemático Escolar correspondiente a los niveles de 1º a 6º año de educación básica de los estudiantes de pedagogía básica de primer año de universidad, podemos concluir en primer lugar que la habilidad de Razonar es la que presenta mayores dificultades independiente del eje de contenidos. Esta habilidad está en los ítems 39 y 40 del eje Álgebra los cuales tienen un 14.3% (49.5% omitieron) y 21.1% (47.5% omitieron) de estudiantes que respondieron correctamente. En el eje Números y Operaciones la habilidad está en el ítem 33 y solo el 19.5% de los estudiantes respondieron correctamente habiendo un 52.5% que omitieron. En el eje Medición la habilidad está en el ítem 36 y solo el 29.6% de los estudiantes respondieron correctamente habiendo un 47.1% que omitieron. Por lo tanto, la habilidad de Razonar genera alta omisión independiente del eje de contenidos.

En la habilidad en la cual los estudiantes obtienen mejores resultados es en Conocer, el de menor demanda cognitiva, donde el 75% de los estudiantes responde correctamente 13 o menos ítems de un total de 16 (82%). Le sigue la habilidad de Aplicar, donde el 75% de los estudiantes responde correctamente 12 o menos ítems de un total de 19 (63%) y por último en la habilidad de Razonar, la habilidad de mayor demanda cognitiva, el 75% solo responde 2 ítems o menos (40%).

El eje de Geometría es donde el mayor porcentaje de estudiantes respondieron correctamente pues el 75% de ellos tiene el 86% de los ítems de ese eje, contestados en forma correcta. Le sigue Números y Operaciones, en donde el 75% de los estudiantes obtiene un 75% de los ítems correctos. Además, es evidente, que las mayores dificultades están en los conocimientos relacionados con Álgebra y Datos y Probabilidades, en donde el 75% de los estudiantes de primer año de pedagogía solo alcanzan a responder como máximo el 50% de los ítems en forma correcta en Álgebra y el 75% de los estudiantes solo alcanzan a responder el 20% de las preguntas correctamente.

Respecto del objetivo 4, al explorar relaciones iniciales entre las variables latentes de creencias y los factores del apartado de CME se observa que, al usar toda la muestra, existen correlaciones bajas pero significativas entre 6 de las variables latentes de creencias y todos los factores de CME, siendo las más altas aquellas que relacionan las creencias sobre autopercepción respecto del talento matemático con los factores asociados a los contenidos del eje de Números y Operaciones en los niveles cognitivos de conocer y aplicar. Si se suma a esto que el factor de creencias relativo a lo innato de la capacidad matemática, el cual tiene bajas correlaciones, pero significativas en los mismos factores de contenido, se puede conjeturar que la capacidad para abordar situaciones que impliquen conocimiento matemático relativos al eje de números y operaciones del currículo escolar, está fuerte influenciado por la capacidad innata del sujeto en los estudiantes pedagogía del estudio. Por otra parte, se observa que la clase latente de creencias relativas a la creatividad en matemática se correlaciona de forma negativa y significativa con 4 de los 6 factores de CME, los cuales se refieren nuevamente al conocimiento de Números y operaciones en los niveles cognitivos de conocer y aplicar, más el factor que reúne los conocimientos de Álgebra y Medición en los mismos niveles cognitivos. Lo anterior, refuerza la conjetura planteada. Todo lo anterior, se observa de manera más clara cuando se generan grupos homogéneos en cuanto a las creencias, y luego se relacionan con valores esperados en los factores de CME, evidenciando que el grupo homogéneo en cuanto a la autopercepción respecto del talento matemático presenta valores esperados altos en 5 de los 6 factores de CME, y por otra parte, el grupo homogéneo en cuanto a la variable latente de creencias sobre la creatividad presenta valores esperados negativos en 4 de los factores de CME.

Un aspecto relevante de mencionar, y de ahondar, es la relación que tiene el factor de CME relativo a los conocimientos de Datos y probabilidades en los niveles cognitivos de aplicar y razonar con la variable latente de creatividad que se observa al comparar los valores esperados de los grupos 1, 3, 4 y 5.

8. RECOMENDACIONES PARA LA FORMULACIÓN DE POLÍTICAS PÚBLICAS

Considerando que los sistemas educativos que han mostrado mejores desempeños por parte de sus estudiantes han concentrado esfuerzos para que la formación inicial docente tenga como uno de sus pilares los conocimientos disciplinarios fundamentales. Tomando en cuenta también que el sistema de creencias de los profesores juega un rol importante en su labor, dado el efecto que tienen en el proceso de enseñanza y aprendizaje, pues estructuran el conocimiento, percepciones y decisiones en el desarrollo de sus clases. Es recomendable que la prueba de Inicio de la Carrera Profesional Docente, que propone la nueva ley de Sistema de Desarrollo Docente (ley 20903 de enero de 2016) considere estos aspectos. Dicha prueba no tendrá consecuencias directas para los profesores novatos, pero si para las instituciones formadoras.

En los diferentes tramos de la carrera docente, existirán evaluaciones que den cuenta de los conocimientos y competencias de los profesores. En este contexto, todas las universidades del país, con programas de formación acreditados, requerirán diagnosticar el estado de los estudiantes de los primeros años, para realizar ajustes a sus programas y diseñar trayectorias que permitan alcanzar las metas descritas en los perfiles de egreso de las carreras.

En ese mismo contexto, en la ley antes mencionada se lee textualmente:

> “Sin perjuicio de lo establecido en la presente ley, para obtener la acreditación de carreras y programas, o la autorización del Consejo Nacional de Educación, según corresponda, se deberá cumplir con los siguientes requisitos: a) Que la universidad aplique a los estudiantes de las carreras de pedagogía que imparta, las evaluaciones diagnósticas sobre formación inicial en pedagogía que determine el Ministerio de Educación. Una de estas evaluaciones deberá ser realizada al inicio de la carrera por la universidad y la otra, basada en estándares pedagógicos y disciplinarios, que será aplicada directamente por el Ministerio de Educación, a través del Centro, durante los doce meses que anteceden al último año de carrera.”

Es decir, la ley mandata a las Universidades que imparten las carreras de pedagogía a realizar diagnósticos a los estudiantes en sus primeros años de formación. Pero, además los resultados de este diagnóstico tendrán consecuencias en el apoyo y acompañamiento que hagan las escuelas de pedagogía a los estudiantes que obtengan bajos resultados. Se lee en la ley:

> “Los resultados de las evaluaciones diagnósticas señaladas en literal a) serán de carácter referencial y formativo para los estudiantes. Con todo, la universidad deberá establecer acciones de nivelación y acompañamiento, según corresponda, para aquellos estudiantes que obtengan bajos resultados en estas mediciones.”

También estas pruebas tendrán efecto en la acreditación de las carreras, en la ley se lee:

> “Para efectos de otorgar la acreditación de las carreras de pedagogía, la Comisión Nacional de Acreditación deberá establecer criterios y orientaciones relativos, a lo menos, […] iv. Programas orientados a la mejora de resultados, en base a la información que entreguen las evaluaciones diagnósticas establecidas en el literal a) del artículo 27 bis.”

Con todo lo anterior, podemos observar que los diagnósticos que deberán realizar las instituciones a cargo de la FID tendrán consecuencias importantes en las carreras de pedagogía, creemos fundamental que estas pruebas contengan aspectos de CME y del cuerpo de creencias de los futuros profesores, al inicio de la FID. Considerando además que las creencias de los estudiantes correlacionan con los desempeños en conocimiento matemático, es fundamental que ambos aspectos sean considerados en una prueba de ingreso, de medianía de la carrera y al final de la FID.

Por lo tanto, la política pública debería fomentar mediciones de dichos aspectos al inicio, durante y al final de la FID, con el fin de que las escuelas de pedagogía monitoreen sus procesos. Pero también debería ofrecer herramientas para realizar esas mediciones y el instrumento que propone este estudio así lo hace y además cuenta con la validación en una muestra importante de la población.

Por otra parte, los resultados aquí expuestos, muestran que los estudiantes de primer año de carreras de pedagogía básica tienen creencias disímiles respecto de la matemática y su enseñanza y aprendizaje. También muestran desempeños muy variados respecto de sus conocimientos de la matemática de primero a sexto básico.

Respecto de esto se hace notar que surgen algunas necesidades concretas, no necesariamente relativas a los contenidos más descendidos según los resultados, ya que esto se puede deber, por ejemplo, al espacio definido por cada eje en el curriculum escolar de 1º a 6º básico. Sin embargo, es evidente que el desarrollo de habilidades más complejas sigue siendo una deuda en la enseñanza escolar (básica y media) y dada su definición explícita en el curriculum, hace evidente falta la definición de directrices que orienten el desarrollo de dichas habilidades y la formación transversal y continua del profesorado en ellas y la forma de desarrollarlas al interior de las aulas.

De igual manera, a nivel de formación inicial se hace indispensable que, además de la definición y construcción de buenos instrumentos de medición que nos permitan conocer a los estudiantes que ingresan y egresan de las carreras de pedagogía, se debe avanzar en la definición de oportunidades de aprendizaje que impacten en las creencias, en la manera de concebir la matemática a la vez que en el fortalecimiento de los contenidos matemáticos, todo ello ligado a la práctica, único eje que puede articular conocimiento y cambio de creencias.

Es importante notar que el conocimiento matemático que mide el instrumento propuesto, son aquellos medibles en una prueba cerrada de alternativas, es decir, un conocimiento que no transita por las altas esferas del razonamiento matemático es un conocimiento común de la matemática. Por lo tanto, será necesario que la política pública incentive investigaciones que apunten a crear instrumentos, que miden un conocimiento profundo y específico de la labor de enseñar, al inicio de la carrera profesional. De este modo en el largo plazo, la enseñanza de la matemática podría entrar en un círculo virtuoso, en donde profesores con creencias acordes con una educación que desarrolla habilidades para el siglo XXI, profesores con alta autoconfianza, con altas expectativas en sus estudiantes, con un dominio profundo de la matemática, formarán eventualmente a los niños y niñas, que cuando adultos serán los profesores y profesoras de generaciones posteriores. Esto se hace cada vez más evidente ahora, ya que lo que ha identificado como único de nuestros tiempos es el hecho de que las habilidades necesarias de ser desarrolladas en las escuelas, ya no es solo para una elite de elegidos, sino que para todos. En ese aspecto en nuestro país estamos muy en deuda, de hecho, en el contexto de adultos, entre los años 2014 y 2015 se hizo un levantamiento de información de la Evaluación Internacional de las Competencias de Adultos (PIAAC) en la cual se estableció que el 62% de los adultos chilenos se encuentra en el nivel más bajo de desempeño respecto a razonamiento matemático, mientras que la OECD está en un 23% en ese mismo nivel.

Finalmente, la política pública, podría promover un sistema de selección específico para el ingreso a carreras de pedagogía, que permita reconocer a estudiantes con características específicas para la labor de desarrollar habilidades, en ambientes que promuevan la autoconfianza y la autonomía.

REFERENCIAS

Baker, F. (2001). The basics of item re-sponse theory. College Park: ERIC Clearinghouse on Assessment and Evaluation, University of Mary-land.

Ball, D. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. The Elementary School Journal, Chicago, v.90, n.4, p. 449 – 466.

Ball, D. L., Thames, M. H. Y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes it Special? Journal for Teaching Education, 59 (5), 389-407.

Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory*. Englewood Cliffs, NJ: PPrentice-Hall, Inc.

Bardin, L. (1996). *Análisis de contenido*. Madrid: Akal ediciones.

Blanton, L. P., Sindelar, P. T., & Correa, V. I. (2006). Models and measures of beginning teacher quality. *The Journal of Special Education*, *40*(2), 115-127.

Bloom, B. S., Engelhart, M. D., Furst, E. J., Hill, W. H., & Krathwohl, D. R. (1956). Taxonomy of educational objectives, handbook I: The cognitive domain.

Boyd, D. J., Grossman, P. L., Lankford, H., Loeb, S., & Wyckoff, J. (2009). Teacher preparation and student achievement. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, *31*(4), 416-440.

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology, 3*(2), 77-101.

Carrillo, J., Contreras, L.C. y Flores, P. (2013). Un modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Libro homenaje a Encarnación Castro* (pp. 192-200). Granada, España: Comares.

Chapman, O. (2008). Mathematics teacher educator's learning from research on their instructional practices. In B. Jaworski & T. Wood (Eds.), *The Mathematics Teacher Educator as a Developing Professional. Handbook of Mathematics Teacher Education*. (Vol. 4, pp. 115 - 134). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Courtney, M. G. R. (2013). Determining the number of factors to retain in EFA: Using the SPSS R-Menu v2.0 to make more judicious estimations. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, *18*(8), 1-14.

Cox, C. (2011). Currículo escolar de Chile: génesis, implementación y desarrollo. Revue International de Education de Sevres, 56, 1-9.doi: 10.4000/ries.1047.

Creswell, J.W. (2012). *Educational Research: Planning, conducting and evaluating quantitative and qualitative research (4th edition)*. Boston: Pearson.

Cureton, E. E. (1951). Validity. En E.F. Lindquist (Ed.), Educational measurement (pp.621-694) Washington, DC: American Council on Education.

Darling-Hammond, L. (2000). Teacher quality and student achievement. *Education policy analysis archives*, *8*, 1.

Darling-Hammond, L., Wei, R. C., & Johnson, C. M. (2009). Teacher preparation and teacher learning: A changing policy landscape. *Handbook of education policy research*, (pp.613-636): Routledge.

De la Torre, J., & Hong, Y. (2010). Parameter estimation with small sample size a higher-order IRT model approach. *Applied Psychological Measurement*, *34*(4), 267-285.

Deulofeu, J., Márquez, C., & Santamarti, N. (2010). Formar profesores de secundaria: la experiencia de la Universitat Autònoma de Barcelona. *Cuadernos de Pedagogía*, 404, 80-84.

Deulofeu, J., Figueiras, L., & Pujol, R. (2011). De lo previsible a lo inesperado en un contexto de resolución de problemas. *Uno. Revista de Didáctica de la Matemática*, 58, 84-97.

DiStefano, C., Zhu, M., & Mindrila, D. (2009). Understanding and Using Factor Scores: Considerations for the Applied Researcher. Practical Assessment, Research & Evaluation, 14, 1-11.

Donoso Riquelme, P.M.; Rico Castro, N.; Castro, E. (2016). Creencias y concepciones de profesores chilenos sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Profesorado, 20(2): 76-97. [http://hdl.handle.net/10481/42576]

Erkmen, B. (2012). Ways to uncover teachers' beliefs. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 47, 141-146.

Felbrich, A., Kaiser, G., & Schmotz, C. (2012). The cultural dimension of beliefs: An investigation of future primary teachers' epistemological beliefs concerning the nature of mathematics in 15 countries. *ZDM*, *44*(3), 355-366.

Fennema, E., Carpenter, T. P., & Loef, M. (1990). Teacher belief scale: cognitively guide instruction project. Madison: University of Wisconsin. Fenstermacher, G. D. (1978). A philosophical consideration of recent research on teacher effectiveness. Review of research in education, 157-185.

Freeman, D. (1989). Teacher training, development, and decision making: a model of teaching and related strategies for language teacher education. TESOL Quarterly, 23(1), p.27-46.

Freeman, D. (1992). Language teacher education, emerging discourse, and change in classroom practice. En FLOWERDEW, J.; BROCK, M.; HSIA, S. (Eds.), Perspectives on Language Teacher Education. Hong Kong City Polytechnic, p.1-21.

Godino, J. D; Wilhemi, M. R; Neto, T; Blanco, T. F; Contreras, A; Díaz-Batanero, C; Estepa, A; Lasa, A. (2015). Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre razonamiento algebraico elemental de futuros maestros. Revista de Educación n. 370. Octubre-diciembre, pp. 2-60. Doi: 10.4438/1988-592X-RE-2015-370-303.

Gómez-Chacón, I. M. (2005). Tendencias y retos en formación de profesores en matemática. En I. M. Gómez-Chacón y E. Planchart (Eds.). Educación matemática y formación de profesores. Propuestas para Europa y Latinoamérica. Bilbao: Universidad de Deusto.

Granados, L. P. (2014). La selección de candidatos a la formación docente en Finlandia. La relevancia de las disposiciones personales hacia la actividad docente. *Revista Electrónica de Investigación y Docencia (REID)*, (12).

Green, T. F. (1971). *The activities of teaching*. New York: Mcgraw-Hill.

Granados, L. P. (2014). La selección de candidatos a la formación docente en Finlandia. La relevancia de las disposiciones personales hacia la actividad docente. *Revista Electrónica de Investigación y Docencia (REID)*, (12).

Grønmo, L. S., Lindquist, M., Arora, A. and Mullis, I. V. S. (2013). TIMSS 2015 Mathematics Framework.En I. V. S. Mullis y M. O. Martins (eds), TIMSS 2015 Assessment Frameworks. USA: TIMSS & PIRLS International Study Center.

Guzmán, I. (2017). Sobre la evolución de la formación de profesores de matemáticas en Chile. En L. Pino-Fan, A. Poblete y V. Díaz (Eds.), Perspectivas de la investigación sobre la formación de profesores de matemáticas en Chile (pp. 1-22). Osorno, Chile: Cuadernos de Sofía.

Guttman, L. (1945). A basis for analyzing test-retest reliability. Psychometrika, 10(4), 255-282.

Haladyna, T. M. (2012). *Developing and validating multiple-choice test items*. Routledge.

Haladyna, T. M., Downing, S. M., & Rodriguez, M. C. (2002). A review of multiple-choice item-writing guidelines for classroom assessment. *Applied measurement in education*, *15*(3), 309-333.

Hannula, M., Kaasila, R., Laine, A. & Pehkonen, E. (2005). The structure of student teachers' view of mathematics at the beginning of their studies. Bosh, M. (Eds.) Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (Cerme 4). Sant Feliu de Guíxols, Spain, WG2, 205-214.

Hannula, M. (2012). Exploring new dimensions of mathematics-related affect: embodied and social theories. *Research in Mathematics Education*, 14(2), 137-161.

Hemmi, K., Lepik, M., & Viholainen, A. (2013). Analysing proof-related competences in Estonian, Finnish and Swedish mathematics curricula—towards a framework of developmental proof. Journal of Curriculum Studies, 45(3), 354-378. Recuperado en: http://ssomckinsey.darbyfilms.com/reports/schools/How-the-Worlds-Most-Improved-School-

Systems-Keep-Getting-Better_Download-version_Final.pdf

Hu, L. T., & Bentler, P. M. (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. Structural equation modeling: a multidisciplinary journal, 6(1), 1-55.

Kaiser, G., & Maaß, K. (2007). Modelling in lower secondary mathematics classroom—problems and opportunities. In Modelling and applications in mathematics education (pp. 99- 108). Springer US.

Kelley, T. L. (1939). The selection of upper and lower groups for the validation of test items. Journal of educational psychology, 30(1), 17.

Kerr, D. (2002). An international review of citizenship in the curriculum: the tea national case studies and the inca archive. In New paradigms and recurring paradoxes in education for citizenship: An international comparison (pp. 207-237). Emerald Group Publishing Limited.

Köller, O., Baumert, J., & Neubrand, J. (2000). Epistemologische Überzeugungen und Fachverständnisim Mathematik-und Physikunterricht. In Mathematische und physikalischeKompetenzen am Ende der gymnasialenOberstufe (pp. 229-269). Leske+ Budrich.

Kuhs, T. M., & Ball, D. L. (1986). *Approaches to teaching mathematics: Mapping the domains of knowledge, skills, and dispositions*. East Lansing: Michigan State University, Center on Teacher Education.

Lebrija, A.; Flores, R.; Trejos, M. (2010). El papel del maestro, el papel del alumno: un estudio sobre las creencias e implicaciones en la docencia de los profesores de matemática en Panamá. Educación Matemática, México, v.22, n.1, 2010, p.31-55.

Leder, G.; Pehkonen, E.; Torner, G. (2002). Beliefs: A hidden variable in mathematics education? Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Lester, F.K.; Garofalo, J.; Kroll, D.L. (1989). Self-confidence, interest, beliefs, and metacognition: key influences on problem solving behavior. In MCLEOD, D.B.; ADAMS, V.M. (Eds.), Affects and mathematical problem solving. New York: Springer-Verlang, p.75-88.

Leinhardt, G. & Greeno, J. (1986). The cognitive skill of teaching. *Journal of Educational Psychology*, 78(2), 75-95.

Liljedahl, P., Oesterle, S. and Bernèche, C. (2012). Stability of beliefs in mathematics education: a critical analysis. *Nordic Studies in Mathematics Education,* 17(3-4), 23-40.

Lord, F. M. (1980). Applications of item response theory to practical testing problems. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Ma, L. (2010). Conocimiento y enseñanza de las matemáticas elementales la comprensión de las matemáticas fundamentales que tienen los profesores en China y los EE. UU (Edición traducida a cargo de Patricio Felmer). Santiago de Chile: Academia Chilena de Ciencias.

Martínez Videla, M. V., Perdomo-Díaz, J. y Ulloa Sánchez, R. (por aparecer). Diseño y análisis de entrevistas en profundidad para identificar creencias respecto de la matemática de profesores en formación. *Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME) 31.*

McLeod, D.B. (1992). Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. En D.A. Grouws (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. A Project of the National Council of Teachers of Mathematics*, Vol. 23, 575-596. MacMillan Publishing Company: New York.

MINEDUC. (2002). Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica, Actualización 2002. Santiago, Chile: Ministerio de Educación.

MINEDUC. (2009). Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica, Actualización 2009. Santiago, Chile: Ministerio de Educación.

MINEDUC. (2012). Proyecto de ley que establece el Sistema de Promoción y Desarrollo Profesional Docente del Sector Municipal. Mensaje 456 – 359. Santiago Chile.

MINEDUC. (2014). Resultados evaluación INICIA 2014. Santiago de Chile: Ministerio de Educación.

Mizala, A., Martínez, F., & Martínez, S. (2015). Pre-service elementary school teachers' expectations about student performance: How their beliefs are affected by their mathematics anxiety and student's gender. Teaching and Teacher Education, 50, 70-78.

Moreno, R., Martínez, R. J., & Muñiz, J. (2004). Directrices para la construcción de ítems de elección múltiple. Psicothema, 16(3), 490-497.

Mourshed, M., Chijioke, Ch. y Barber, M. (2010). How the world's most improved school systems keep getting better

http://ssomckinsey.darbyfilms.com/reports/schools/How-the-Worlds-Most-Improved-School-Systems-Keep-Getting-Better_Download-version_Final.pdf

Musset, P. (2010). Initial teacher education and continuing training policies in a comparative perspective. Francia: OCDE.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principios y Estándares para la Educación Matemática. Traducción al español, Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales. Sevilla: Proyecto Sur.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2014). Principles to actions: Ensuring mathematical success for all. USA: NCTM.

Nisbett, R. E., & Ross, L. (1980). Human inference: Strategies and shortcomings of social judgment. New Jersey: Pretince-hall, Inc.

Novick, M. R. (1965). The axioms and principal results of classical test theory. ETS Research Report Series, 1965(1), p i-31.

OECD, (2004). The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills. USA: OECD Publishing.

Op´tEynde, P.; De Corte, E.; Verschaffel, L. (2002). Framing students´mathematics-related beliefs: a quest for conceptual clarity and a comprehensive categorization. In Leder, G.; Pehkonen, E.; Torner, G.; (Eds.), Beliefs: a hidden variable in mathematics education? Dordrecht: Kluwer, p.13-37.

Ortúzar, S., Flores, C., Milesi, C., & Cox, C. (2009). Aspectos de la formación inicial docente y su influencia en el rendimiento académico de los alumnos. *Camino al Bicentenario. Propuestas para Chile. Santiago: PUC-Concurso de Políticas Públicas*.

Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educationalresearch: Cleaning up a messyconstruct. *Review of educationalresearch*, *62*(3), 307-332.

. Palacios, A. Arias, V. y Arias, B. (2014): Las actitudes hacia las matemáticas: construcción y validación de un instrumento para su medida", Revista de Psicodidáctica, vol. 19, n° 1, pp. 67-91.

Patton, M. (2001). *Qualitative evaluation and research methods* (3ªed.). Newbury Park, CA: Sage Publications.

Pehkonen, E. (2004). State-of-the-art in mathematical beliefs research. In Proceedings of the 10th international congress on Mathematics Education (ICME-10). Roskilde: Department of Science, Systems and Models, Roskilde University, Denmark.

Philipp, R. A. (2007). Mathematics Teachers.*Beliefs and Aect'. In: FK Lester, Jr.(ed.): Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Charlotte, NC: Information Age Publishing*, 257-315

QSR. (2011). NVivoqualitative data analysis software (Version 9): QSR International Pty Ltd.

Resnick, L.B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist*, *44*(2), 162-169.

Richardson, V. (1996). The role of attitudes and beliefs in learning to teach. Handbook of research on teacher education, 2, 102-119.

Richardson, V. (2003). Preservice teachers' beliefs. Teacher beliefs and classroom performance: The impact of teacher education, 6, 1-22.

Ruscio, J., & Roche, B. (2012). Determining the number of factors to retain in an exploratory factor analysis using comparison data of known factorial structure. *Psychological assessment*, *24*(2), 282.

Schermelleh-Engel, K., Moosbrugger, H., & Müller, H. (2003). Evaluating the fit of structural equation models: Tests of significance and descriptive goodness-of-fit measures. Methods of psychological research online, 8(2), 23-74.

Schmeisser, C., Krauss, S., Bruckmaier, G., Ufer, S., & Blum, W. (2013). Transmissive and Constructivist Beliefs of in-Service Mathematics Teachers and of Beginning University. En: Li, Yeping and Moschkovich, Judit N., (eds.) Proficiency and beliefs in learning and teaching mathematics: learning from Alan Schoenfeld and Günter Törner. Mathematics teaching and learning, 3. Sense Publ., Rotterdam, pp. 51-67

Shulman, S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reforms. Harvard Educational Review, 57 (1), 1-22.

Sireci, S. G. (1998). The construct of content validity. *Social indicators research*, *45*(1), 83-117.

Sireci, S. G. (2003). Validity content. En R. F. Ballesteros (Ed.), Encyclopedia of psychological assessment. Londres, UK: Sage.

Smylie, M.A. (1988). The enhancement function of staff-development—organizational and psychological antecedents to individual teacher change. *American Educational Research Journal*, 25 (1), 1–30.

Smith, E. (1999). Reflective reform in mathematics: the recursive nature of teacher change. *Educational Studies in Mathematics,* 37, 199 – 221.

Staub, F. C., & Stern, E. (2002). The nature of teachers' pedagogical content beliefs matters for students' achievement gains: Quasi-experimental evidence from elementary mathematics. Journal of educational psychology, 94(2), 344.

Steinberg, L., & Thissen, D. (2006). Using effect sizes for research reporting: examples using item response theory to analyze differential item functioning. *Psychological methods*, *11*(4), 402.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. New York: Macmillan Publishing Co, Inc.

Valenzuela, J. P., Bellei, C., & De los Ríos, D. D. L. (2014). Socioeconomic school segregation in a market-oriented educational system. The case of Chile.Journal of education Policy, 29(2), 217-241.

Velicer, W. F. (1976). Determining the number of components from the matrix of partial correlations. *Psychometrika*, *41*(3), 321-327.

Voss, T., Kleickmann, T., Kunter, M., & Hachfeld, A. (2013). Mathematics teachers’ beliefs. In Cognitive activation in the mathematics classroom and professional competence of teachers (pp. 249-271). Springer US.

Warfield, J, Wood, T. & Lehman, J. D. (2005). Autonomy, beliefs and the learning of elementary mathematics teachers. *Teaching and Teacher Education*, 21 (4), 439–456.

Wilson, M. S., & Cooney, T. J. (2002). Mathematics teacher change and development. In G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), Beliefs: A hidden variable in mathematics education? (pp. 127-147). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Woolfolk Hoy, A., Davis, H. & Pape, S. J. (2006). Teacher knowledge and beliefs. Handbook of educational psychology, 2, 715-738.

Zumbo, B. D., Gadermann, A. M., & Zeisser, C. (2007). Ordinal versions of coefficients alpha and theta for Likert rating scales. Journal of modern applied statistical methods, 6(1), 4.

BASES DE DATOS

Mifuturo (2016) “Base de carreras genéricas”. Extraído el 2 de noviembre de 2016 http://www.mifuturo.cl/index.php/bases-de-datos/mi-futuro

Comisión Nacional de Educación (2016) “Índices Matrículas pregrado-postgrado, años 2005-2016”. Extraído el 2 de noviembre de 2016 http://www.cned.cl/public/secciones/SeccionIndicesPostulantes/Indices_Sistema.aspx

Elige Carrera (2016) Buscador. Extraído el 2 de noviembre de 2016 http://www.eligecarrera.cl/aspx/generales/filtro-resultado.aspx