



Experiencias de aprendizaje

# Matemática





1<sup>o</sup>  
medio

Experiencias de aprendizaje

# Matemática

---

**Experiencias de aprendizaje 7° básico a 4° medio**  
**Ciencias Naturales**  
**Historia, Geografía y Ciencias Sociales**  
**Lengua y Literatura**  
**Lenguaje y Comunicación**  
**Matemática**

Este material corresponde a una propuesta de apoyo a la implementación curricular a nivel de aula, elaborado por el Nivel de Educación Media de la División de Educación General.

Ministerio de Educación  
División de Educación General  
Av. Bernardo O'Higgins N° 1371  
Santiago - Chile

**Coordinador Nacional de Educación Media:**

Marco Ávila Lavanal

**Coordinación Editorial:**

Sandra Molina Martínez  
Margarita Silva Román  
Ana María Pacheco Álvarez

**Diseño:**

Verónica Santana

**Impresión:**

Editora e imprenta Maval Ltda.

Registro de Propiedad Intelectual N° A-282372

ISBN: 978-956-292-672-0

Edición de 3.500 ejemplares

Septiembre de 2017

# Presentación

Las experiencias de aprendizajes comprendidas, como un repertorio de conocimientos, habilidades y actitudes, con un sentido y significado de lo aprendido como una experiencia que es parte del cotidiano de la y el estudiante.

Estas experiencias que se presentan a continuación tienen como objetivo, acompañarles a reflexionar en torno a su práctica docente, en el proceso de implementación en cada asignatura. A partir de los aprendizajes a desarrollar y de las acciones planteadas, se promueve un análisis sobre lo que piensa, lo que quiere lograr, lo que siente y lo que realiza en su práctica, incluyendo aspectos relacionados con sus estudiantes, por ejemplo, lo que ellas y ellos sintieron al responder una pregunta o al realizar una determinada actividad.

En el desarrollo de estas experiencias de aprendizaje le invitamos a participar de este ejercicio reflexivo analizando algunas preguntas que se relacionan directamente con su quehacer como docente y otros aspectos, que son esenciales para desarrollar una mejora en el aprendizaje de las y los estudiantes.

**¿Cuál es, a su juicio, el objetivo de educar a través de su asignatura?**

## **Considerando**

- › Los cambios sociales que a su vez han desencadenado cambios en la política educativa y cambios en el currículum nacional.
- › El contexto institucional, que en cierta medida moldea también los procesos de enseñanza y aprendizaje, es decir la gestión y la organización de las comunidades educativas facilitan y a veces dificultan que se generen cambios en nuestra práctica educativa.
- › La diversidad de nuestros estudiantes.
- › La experiencia en nuestra etapa escolar que ciertamente modela el cómo pensamos, y cómo actuamos frente a determinadas situaciones.

### ¿Desde su experiencia profesional, qué otros factores hacen que educar sea una tarea compleja?

Probablemente, en las experiencias de aprendizajes, al responder la pregunta ¿cuáles son las oportunidades y necesidades que Ud. reconoce en la enseñanza y el aprendizaje de determinado concepto? pudo reconocer alguno de los factores anteriormente expuestos.

Lo cierto es que la visión de la educación ha cambiado en el último tiempo. El desarrollo de la tecnología de la información y de la comunicación permite que las y los estudiantes reciban una descarga de información a través de la televisión, internet, textos, entre otros, que hacen que la comunidad escolar deje de ser un lugar donde solo se transmiten conocimientos, datos, teorías y leyes para convertirse en un lugar en que se puede interpretarlos, discutir y reflexionar sobre ellos.

Las teorías del aprendizaje actual, nos indican, que no solo se aprende leyendo, escuchando o mirando, sino más bien se aprende reelaborando las formas de entender la información recibida, y somos las y los docentes quienes podemos lograr que ello ocurra. No obstante, para conseguir lo anterior, es probable que requiramos hacer algunas innovaciones en nuestra práctica.

### ¿Cuáles son para Ud. los mayores obstáculos que le limitan para innovar en sus prácticas?

Las y los profesores ¿estamos preparados para enfrentar estos desafíos? ¿qué obstáculos nos impiden asumir las innovaciones didácticas? ¿qué factores estimulan los cambios didácticos? (ver Mellado, 2001).

Una práctica reflexiva facilita la innovación de la enseñanza y el aprendizaje. Muchos ven en ella un sello de la competencia profesional para las y los profesores (Larrivee, 2008). La reflexión docente es un factor clave en la transformación de las prácticas, una o un profesor que es capaz de problematizar su práctica y reflexionar sobre ella siente la necesidad de actuar en forma diferente sobre la misma. Estos procesos de indagación o investigación sobre nuestras decisiones pedagógicas son propicios para potenciar la reflexión a través de la colaboración entre las y los docentes (González et al, 2014).

¿Cuáles son los espacios de reflexión, tanto individual como con otros colegas, que Ud. tiene en la Escuela o el Liceo?

## Hacia la práctica reflexiva

Conviene en este momento preguntarse ¿con qué me encuentro / a qué me enfrento al momento de realizar una clase? Esta pregunta tiene relación con el entorno y se enfoca hacia la reflexión. En un primer momento se puede pensar en muchos aspectos, puede ser en relación con sus estudiantes, dificultades del grupo curso en cuanto a la disposición hacia el aprendizaje de su asignatura, diversidad en estilos de aprendizaje, oportunidades o desafíos relacionados con un estudiante en particular, extensión del currículum u otras. Si bien, la práctica educativa comienza mucho antes del ingreso al aula, Ud. como docente planifica una experiencia de aprendizaje considerando estos aspectos, de los cuales existen algunos que son claramente dificultades, pero también usted planifica sobre aquellos aspectos en los que usted puede intervenir y mejorar.

En relación a los objetivos de aprendizaje, y a las actividades propuestas se ha puesto foco en grandes ideas y conceptos, considerando que a veces, los problemas de aprendizaje comienzan a surgir cuando ideas abstractas parecen no estar conectadas con experiencias concretas desde donde pueden construirse. Puede que sus estudiantes no le asignen importancia a lo que están aprendiendo, o porque no les es significativo sintiendo que no es útil o interesante.

¿Qué aspectos del contexto (Escuela, estudiantes, recursos, entre otros) Ud. considera al planificar una clase?

¿Cuál es la idea central o más importante que usted espera que aprendan las y los estudiantes en relación con algún tipo de concepto, fenómeno, proceso entre otros?

A partir de esta pregunta adquiere especial relevancia la llamada “idea fundamental”, la idea clave, es decir, la idea que usted quiere que sus estudiantes “se lleven a la casa”. La reflexión se dirige entonces hacia ¿qué quiero lograr y cómo lo voy a hacer?

¿Cómo reconozco los aprendizajes que las y los estudiantes tienen acerca de algún concepto, fenómeno, proceso entre otros?

¿De qué y cuáles formas, diferentes, utiliza usted para reconocer el aprendizaje de sus estudiantes?

¿En qué medida esas diferentes maneras, responden a la diversidad de sus estudiantes?

Es muy importante que las y los estudiantes comprendan la manera en que se desarrolla el conocimiento y que este posee ciertas características. En el desarrollo de las experiencias de aprendizaje se priorizó el relevar *los procesos antes que los contenidos y privilegiar experiencias de aprendizaje que las y los estudiantes pudiesen realizar de manera individual y en interacción con otros*. Por otra parte, dentro de los objetivos, el material se elaboró en base a estrategias pedagógicas, con énfasis en el *desarrollo de las habilidades, a través de metodologías didácticas que facilitan la progresión del aprendizaje*. Las guías promueven metodologías de trabajo en equipo; de autonomía; y de autoaprendizaje

## El papel de la reflexión en la práctica docente

En general, las y los docentes tomamos decisiones en nuestra práctica en forma casi inconsciente debido a muchos factores. Si bien existe una planificación de la experiencia de aprendizaje a realizar, es decir un antes de la acción, también es importante hacer notar que, en la acción, es decir, en el momento en que se desarrolla la clase todo ocurre muy rápido y con una carga de situaciones que van surgiendo en el momento, que solo Ud. como profesional puede prever y orientar hacia el aprendizaje de sus estudiantes.

En la medida que las y los docentes reflexionemos sobre los aspectos esenciales de nuestra profesión y cómo nuestros estudiantes se sienten frente a las experiencias que les proponemos, podemos decir que estamos comenzando a reflexionar. Este aspecto puede significar un cambio en lo profesional como también un cambio en lo personal. Llegando a niveles reflexivos que den cuenta de nuestra identidad y la misión que nos corresponde como docentes.



Si, nos planteamos que “Llamamos Pedagógica a toda mediación capaz de promover y acompañar el aprendizaje de nuestros interlocutores, es decir, de promover en los educandos la tarea de construirse y de apropiarse del mundo y de sí mismos”.

“Podemos considerar que se utiliza a la comunicación como mediación pedagógica y educativa. Toda práctica educativa puede ser llevada al terreno de la mediación pedagógica, es preciso, una revisión y análisis desde la mediación pedagógica de cada uno de los medios y materiales que se utilizan para la educación; para que acompañen y promuevan el aprendizaje de las y los estudiantes y contribuyan a su formación integral y a una educación de calidad. Esto depende en gran parte de las concepciones metodológicas que posee y desarrolla la y el docente en su práctica.

La complejidad de las relaciones en la educación; en un aula de clases las mediaciones que se instauran son múltiples, son relaciones simbólicas que suceden necesariamente entre maestro-estudiante, entre estudiante-estudiante, entre maestro-estudiante y el saber que constituye el objeto de estudio, ocurren diversas interacciones mediatizadas”. (Daniel Prieto Castillo).

Estas experiencias de aprendizaje se presentan como un aporte referencial a vuestro trabajo profesional para que sean contextualizadas y complementadas a través de las decisiones que toma según la realidad concreta que Ud, enfrenta cotidianamente de acuerdo a sus estudiantes y Proyecto educativo institucional de su establecimiento.



1<sup>o</sup>  
medio

Experiencias de aprendizaje

# Matemática

---

Potencias

# POTENCIAS

Asignatura > Matemática · Curso > 1º MEDIO

## Objetivo de aprendizaje:

### OA2

- › Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero:
  - relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades
  - resolviendo problemas de la vida diaria y otras asignaturas.

## Habilidades:

- › Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.
- › Modelan situaciones de crecimiento o decrecimiento utilizando potencias de base racional y exponente entero.

## Actitudes:

- › Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.

## Indicadores de evaluación:

- › Identifican y operan con potencias de base racional y exponente entero.
- › Relacionan las potencias de base **b** racional,  $0 < b < 1$  y exponente entero positivo con decrecimiento de cantidades.
- › Relacionan potencias de base **b** racional,  $b > 1$ , y exponente entero positivo con crecimiento de cantidades.
- › Resuelven problemas de la vida diaria aplicando potencias de base racional y exponente entero.

# Introducción

El presente material se ha elaborado para contribuir a su quehacer profesional, como apoyo para el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, específicamente en el Eje de Números, para facilitar el aprendizaje relativo al reconocimiento y aplicación del objeto matemático “potencias” por parte de las y los estudiantes, de manera cercana y contextualizada.

Existen una serie de procesos en la naturaleza y en la sociedad, que crecen o decrecen exponencialmente. Por ejemplo, ciertas poblaciones crecen exponencialmente según la relación:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{(b-d)t}$$

Donde  $N(t)$  representa el tamaño de la población en un momento  $t$ ,  $N_0$  el tamaño de la población al momento de iniciar el estudio, “ $e$ ” es la base de los logaritmos naturales ( $e = 2.7182818284590452353602874713527\dots$  es un número irracional).

Los y las estudiantes aprenderán a modelar procesos de crecimiento o decrecimiento en que la base sea un racional. Estudiarán, por ejemplo, procesos modelables mediante expresiones del tipo:

$$N_n = N_0 \cdot r^n \text{ con } r \text{ racional. Se analizarán los casos en los que: } r > 1, r < 1 \text{ y } r = 1.$$

Conceptualmente, las potencias expresan, en forma sintética, una multiplicación iterada, por un mismo número, el significado de “ $3^5$ ” por ejemplo, es la multiplicación de  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ , otra forma de definirla es inductivamente, es decir, que para todo número natural  $n$ ,  $3^n = 3^{n-1} \times 3$ , partiendo con  $3^0 = 1$ .

En el presente documento, los y las estudiantes aprenderán el significado de las potencias con base racional y exponente entero, aplicándolas a procesos de crecimiento y decrecimiento.

Al igual que otros objetos matemáticos, las potencias tiene dos dimensiones, que comparten con el conjunto de la matemática:

- › **Dimensión Formativa:** ayudan al desarrollo de habilidades de razonamiento matemático relacionadas con la representación y el modelamiento.
- › **Dimensión Instrumental:** ayudan a estudiar y controlar sistemas y procesos de la realidad sirviendo como modelos de los mismos.

La interacción de estas dos dimensiones aporta a dar una visión de la matemática como una forma de conocer la realidad, a través, de distintas representaciones: gráfica y simbólica.

Las experiencias de aprendizaje que se presentan, promueven el desarrollo de las actitudes, conocimientos y habilidades que permiten a las y los estudiantes enfrentar, negociar y tomar decisiones en situaciones que pueden enfrentar en su vida cotidiana.

Junto a ellos, el uso de las variadas estrategias de enseñanza y aprendizaje, resultan un método efectivo de trabajo en el aula, pues, estas responden a la diversidad de estudiantes presentes en la sala de clase, lo que se traduce en la atención de los diferentes estilos de aprendizaje. Dado lo anterior, la matemática, al ser una disciplina de naturaleza tanto abstracta como concreta, requiere de metodologías y estrategias que permita que las y los estudiantes, en los diversos contextos del país, puedan crear y desarrollar aprendizajes significativos.

## Observaciones a la o el Docente

Las actividades que a continuación se proponen se realizarán en un Escenario de Aprendizaje.

Entendemos como **Escenario de Aprendizajes (E.A)** como todo lugar, socio - físico o socio - virtual, en que se desarrollan procesos que ponen en juego, conocimientos sistematizados, habilidades, técnicas y competencias en función de transformar, algún objeto o grupos de objetos con alguna finalidad predeterminada o bien para prestar algún servicio o una combinación de ambos".<sup>1</sup>

Por otra parte, operacionalmente entendemos como **Aprendizaje de Matemática en Escenario de Aprendizaje**, al proceso que consiste en:

1. Identificar y describir los procesos que definen un escenario de aprendizaje<sup>2</sup>.
2. Identificar y extraer, mediante registros escritos, los conocimientos matemáticos en juego explicando su función en los procesos esenciales del escenario.
3. Dar significados, en el escenario, a estos conocimientos describiendo los problemas a los que están asociados y clasificándolos dentro de los distintos ámbitos de las matemáticas.

---

1. Claudio Tapia. (2006). El Aprendizaje Matemático en Escenarios. Ponencia presentada en la VI Conferencia Argentina de Educación Matemática.

2. El concepto de proceso que manejamos es el de un conjunto de las fases sucesivas de un fenómeno natural o de una operación artificial cuyo fin es obtener un cierto resultado.  
Matemáticamente un proceso es un conjunto de operaciones lógicas y aritméticas ordenadas cuyo fin es la obtención de unos resultados determinados. Ambas definiciones se encuentran en WordReference.com, <http://www.wordreference.com/definicion/proceso>

4. Problematizar el escenario, como una forma de abrir espacios de aplicación de lo aprendido o de ampliación del conocimiento. La problematización consiste en interrogar al escenario con preguntas del tipo ¿qué pasaría sí...? ¿cómo se sabe qué...? ¿cuánto le falta para...? ¿cuánto hay de este producto...? ¿cómo se relacionan...? ¿cuánto demora en...?...
5. Aplicar los nuevos aprendizajes en contextos y situaciones distintas.

### Ejemplo de escenario: Jardín



Este escenario se define por procesos relativos a la reproducción de los árboles y plantas, su alimentación, su relación con el terreno en que está ubicado, las transformaciones químicas producto de su relación con el ambiente, las tasas de crecimiento, el grosor de los árboles en función del tiempo.



# ACTIVIDAD 1

**Modalidad:** grupal

**Duración sugerida:**

25 minutos

**Indicador de evaluación:**

- › Comprenden lo que podrán observar en el escenario de aprendizaje.
- › Están capacitados para recoger, desde el escenario, información relevante al estudio de las funciones.

Se sugiere, seleccionar un escenario, de acuerdo a las posibilidades que ofrezca para el desarrollo de los objetivos a cubrir (visite con anterioridad el E.A). A continuación, entregue a los y las estudiantes algunas ideas y ejemplos del uso de modelos matemáticos simples, asegúrese además que los y las estudiantes comprendan los conceptos de “proceso y variable”, para finalmente dar a conocer a las y los estudiantes el sentido de estas actividades, enseñar y ejemplificar lo que es un escenario de aprendizaje, dar orientaciones respecto al tipo de variables y relaciones, entre ellas, que deben observar y registrar.

## ACTIVIDAD 2

**Modalidad:** grupal

**Duración sugerida:**

80 minutos

**Indicadores de evaluación:**

- › Describen procesos esenciales del E. A.
- › Definen y describen el comportamiento de las variables en juego en el E.A.
- › Elaboran, completan y analizan tablas de valores y gráficos.
- › Identifican pares de variables que se relacionan exponencialmente.

### Materiales

- › Guía para los y las estudiantes a ser usada durante la visita del escenario. Esta debe contener indicaciones para la descripción de proceso e indicadores para la descripción de conocimientos matemáticos en juego en los procesos descritos.
- › Materiales que le permitan al estudiante tomar notas con facilidad. En algunos casos es recomendable, si se dispone de celulares, permitir el registro fotográfico de la actividad.

### Observaciones a la o el Docente

- › Los grupos de trabajo -de no más de 5 estudiantes- se recomienda sean conformados previo a la visita al E. A.
- › El o la docente debe mediar en la interacción de los grupos con el E.A promoviendo la observación de los procesos esenciales en curso. En el ejemplo del jardín, orientar la atención de los y las estudiantes a pensar sobre el aumento (o disminución) del número de plantas en el tiempo, o los factores que influyen en el crecimiento de los árboles.
- › La retroalimentación y mediación, a las y los estudiantes, en relación a los procesos descritos y conocimientos matemáticos develados en el E.A son fundamentales.

# PLENARIA

**Modalidad:** curso completo

**Duración sugerida:**

60 minutos

**Indicadores de evaluación:**

- › Identifican y operan con potencias de base racional y exponente entero. Relacionan las potencias de base, **b** racional,  $0 < b < 1$  y exponente entero positivo con decrecimiento de cantidades.
- › Relacionan potencias de base **b** racional,  $b > 1$ , y exponente entero positivo con crecimiento de cantidades.
- › Resuelven problemas de la vida diaria aplicando potencias de base racional y exponente entero.

**Se sugiere:**

- › Solicitar a los grupos exponer al curso sus resultados, utilizando presentaciones PowerPoint o papelógrafos, contrastar entre los grupos sus hallazgos.
- › Formular con precisión los conceptos, propiedades y procedimientos relacionados con las potencias.
- › Ayudar a los y las estudiantes a formalizar el conocimiento construido, planteándoles preguntas que permitan precisar tanto los conceptos como los procedimientos matemáticos obtenidos.
- › Orientar las discusiones, generadas en las exposiciones, a algunos aspectos relacionados con la naturaleza de las matemáticas, fortaleciendo la idea de que el conocimiento matemático no es “descubierto”, sino construido en torno a la solución de problemas en la matemática misma, en la naturaleza o en la vida diaria.

## ACTIVIDAD 3

**Modalidad:** grupal

**Duración sugerida:**

60 minutos

**Indicadores de evaluación:**

- › Proponen y resuelven problemas generados al interrogar al E.A con preguntas del tipo ¿qué pasa si...? ¿cómo se relacionan ...?
- › Modelan situaciones presentes en el E.A con modelos exponenciales.
- › Evalúan la pertinencia de modelos en relación con el problema presentado y considerando sus limitaciones.

**Materiales:**

- › Papelógrafos, plumones.
- › Proyector, notebook.
- › Software para gráfica de funciones.

**Se sugiere solicitar a los grupos la realización de las siguientes actividades:**

- › Proponer al menos 5 preguntas en relación a situaciones observadas en el E.A y que las compartan con los otros grupos escribiéndolas en el papelógrafo.
- › Formular problemas a partir de las preguntas propuestas.
- › Seleccionar problemas susceptibles de ser modelados mediante una función exponencial y formulan el respectivo modelo.
- › Identificar si son procesos que crecen o decrecen.
- › Graficar las funciones definidas.
- › Responder la(s) pregunta(s) asociada(s) al problema.

**Se sugiere:**

- › Generar en su visita previa al E.A algunas preguntas y problemas. De modo que en esta fase puede mediar (dando pistas) a los grupos que tienen mayores dificultades para visualizar situaciones problemáticas en el E.A.
- › Hacer que sus estudiantes interpreten los resultados y le den significados en el contexto del E.A.

## ACTIVIDAD 4

**Al finalizar estas actividades sus estudiantes deberán demostrar que:**

› **Comprenden**

- El concepto de potencia de base racional y exponente entero.
- El concepto de función exponencial.

› **Representan**

- Gráficamente y en tablas funciones exponenciales.

› **Modelan**

- Situaciones de la realidad con funciones exponenciales.
- Interpretan situaciones modeladas mediante una función exponencial.

› **Problematizan**

- Situaciones de la realidad (E.A)
- Resuelven problemas de la realidad.

## ACTIVIDAD 4

1. ¿Cuál de las siguientes tablas contiene valores correspondientes a una exponencial? Escriba la función correspondiente.

a)

<b>x</b>	<b>3</b>
3	27
2	9
1	3
0	1
-1	$\frac{1}{3}$
-2	$\frac{1}{9}$
-3	$\frac{1}{27}$

b)

<b>x</b>	<b>5</b>
3	15
2	10
1	5
0	0
-1	-5
-2	-10
-3	-15

2. Calcular:

i.  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} =$

ii.  $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} =$

iii.  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{8}{20}\right)^4 =$

**3. Problema:**

Mirta envió el siguiente mensaje a 5 de sus mejores amigas:

*“envía este mensaje a 5 de tus mejores amigas, cada una de las que lo reciban tendrán un golpe de suerte. Si cortas esta cadena alguna de tus amigas terminará con su pololo.”*

La cadena continuó sin cortarse en 5 etapas. Esto es, las 5 amigas de Mirta enviaron el mensaje a 5 de sus mejores amigas, cada una de las amigas de las amigas de Mirta enviaron a su vez el correo a sus 5 mejores amigas ...

Supongamos que ninguna de las que recibió el mensaje, lo recibió más de una vez.

**¿Cuántas personas recibieron el mensaje? ¿cómo se podría modelar este fenómeno?**

Si este problema lo resolviera un(a) compañero(a), y considerando tus conocimientos sobre potencias y crecimientos y decrecimientos exponenciales ¿qué aspectos considerarías para decir que está correcta su respuesta?

# GUÍA ESTUDIANTE

## POTENCIAS

### Objetivo de Aprendizaje OA2

Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero:

- › Relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades.
- › Resolviendo problemas de la vida diaria y otras asignaturas.

Esta evaluación inicial tiene como propósito conocer tus aprendizajes previos de algunos aspectos relacionados con el tema que trabajaremos. Antes de comenzar, marca con una cruz, el recuadro que refleje tu nivel de conocimiento en relación a las potencias.

<b>¿Cuánto sabes sobre POTENCIAS?</b>	<i>No lo conozco</i>	<i>Lo he escuchado, pero no lo entiendo</i>	<i>Lo entiendo más o menos, no lo podría explicar a otra persona</i>	<i>Lo puedo explicar a un compañero/a</i>
Potencia de base racional.				
Potencia de exponente negativo.				
Modelos matemáticos.				
VARIABLES de un modelo.				
Crecimiento o decrecimiento exponencial de cantidades.				



# ACTIVIDAD 1

Cuando ustedes van a un supermercado, una panadería, una casa comercial, un lugar de juegos o a una plaza. Habrán observado que en esos lugares se desarrollan actividades o procesos que le son característicos.

**Por ejemplo, tomemos como escenario un liceo.**

› ¿Cuáles son los procesos que los definen?

Tomemos uno de ellos, la dinámica de la población de estudiantes, esto es la evolución de la matrícula del liceo año a año. Los elementos de este proceso son:

1. Cantidad de estudiantes que se matriculan el primer año de existencia del liceo.
2. Matrícula al inicio de cada año.
3. Egresos de cuarto medio de cada año.
4. Retiro, por traslados u otras razones.

## ACTIVIDAD 1

**Ayúdanos con eso respondiendo la siguiente pregunta:**

- › ¿Qué conocimientos matemáticos entran en juego en el proceso recién descrito?

- › Describe el proceso relacionado con lo que pasa con la promoción de un curso al nivel siguiente.

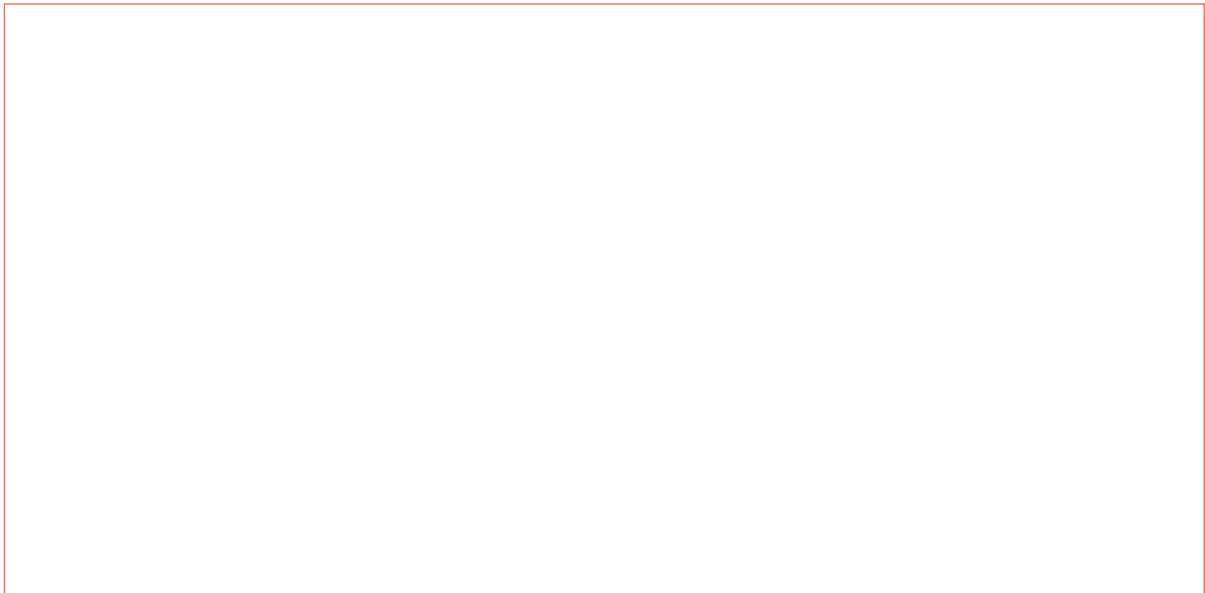
Otros escenarios están definidos por otros procesos, por ejemplo, una estación del metro **tomemos como escenario de aprendizaje el ingreso al recinto donde se aborda el tren.**

- › Describe este escenario y al menos dos de sus procesos.

En las actividades que siguen ustedes aprenderán potencias de base racional y exponente entero, modelos matemáticos en el marco de un Escenario de Aprendizaje seleccionado, por su profesora o profesor, para estos efectos.

### Deberán tener presente que:

- a) Deben observar qué pasa en el lugar con el fin de identificar y describir los procesos que son propios del escenario.
- b) Para cada proceso descubrir y describir:
  - i) Las variables cuantitativas que entran en juego, asignándoles un nombre.
  - ii) Los conocimientos matemáticos que están en juego.
  - iii) Las relaciones entre las variables.

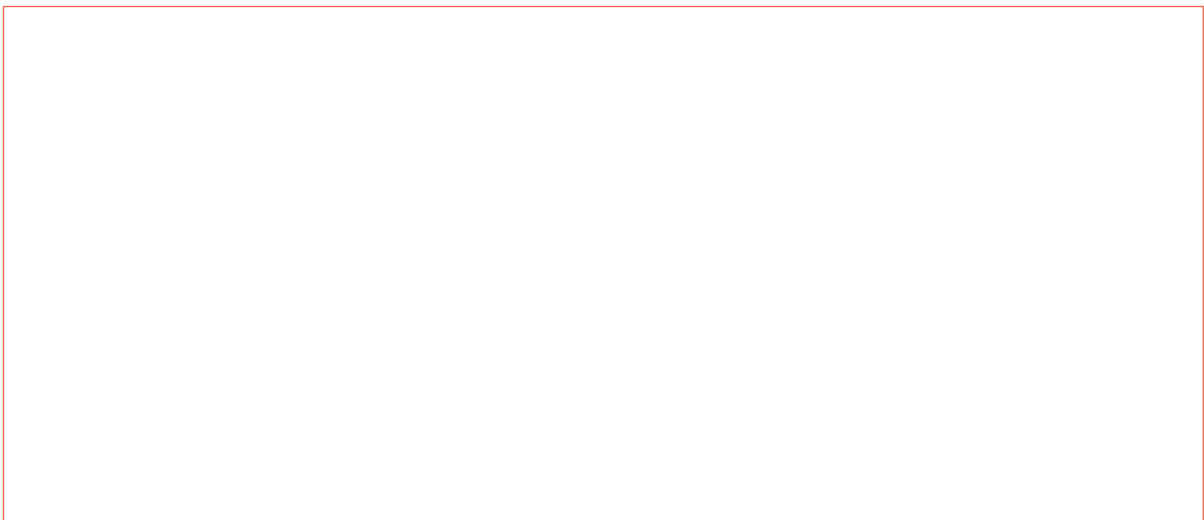


## ACTIVIDAD 2

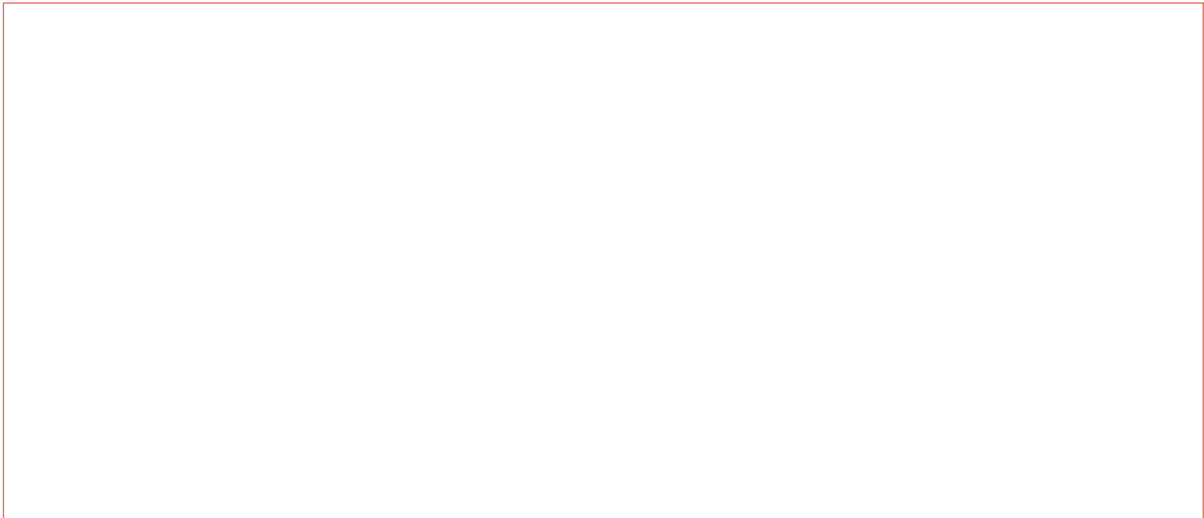
1. Observen con detención lo que ocurre en el escenario de aprendizaje en que se encuentran, focalicen su atención en procesos que son característicos del lugar, identifiquen y asignen nombres a las etapas del proceso.



2. Para cada uno de los procesos descritos, identifiquen y asígñenle un nombre -puede ser una letra- a las variables cuantitativas que entran en juego.

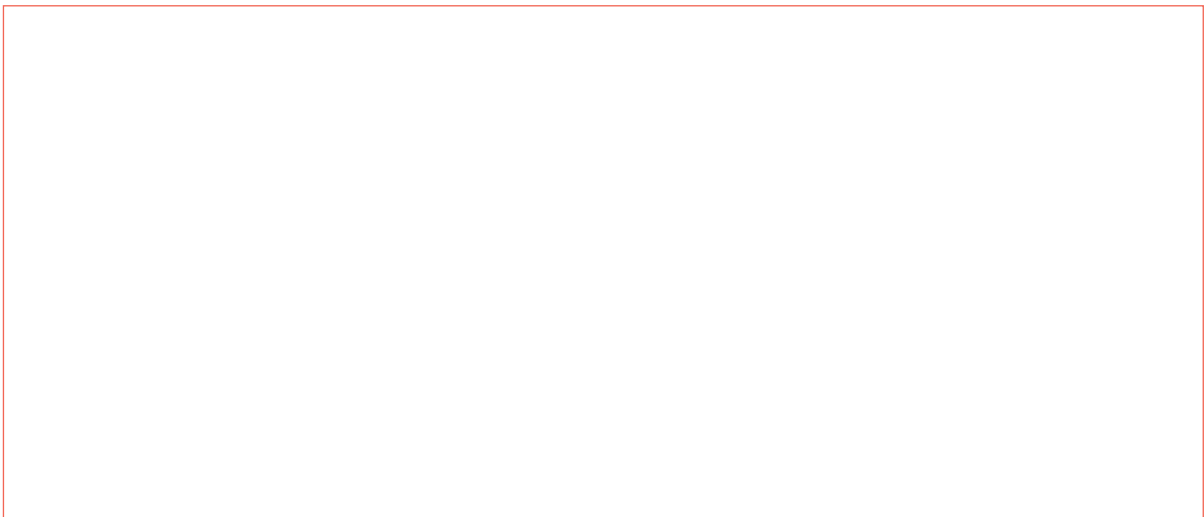


3. Observen y construyan tablas con los valores que adopten las variables cuantitativas identificadas en el punto 2.



4. Analicen los valores de las variables, consignados en las tablas, con el fin de establecer alguna relación matemática entre pares de ellas, si una crece o decrece en función de la otra.

Establecer algún tipo de relación entre pares de variables les permitirá describir matemáticamente los procesos en observación.



## ACTIVIDAD 2

5. El siguiente es un ejemplo de lo que buscamos en el escenario en estudio:

**Supongamos que estamos en el escenario del liceo, las variables en juego son:**

1. Cantidad de estudiantes que se matriculan el primer año de existencia del liceo.
2. Matrícula al inicio de cada año.
3. Egresos de cuarto medio de cada año.
4. Retiro por traslados u otros.

**Sean:**

**$P_0$ :** número de estudiantes el primer año de existencia del liceo.

**$l$ :** tasa de ingreso, matrícula, anual. Es igual al número de estudiantes que ingresa por cada estudiante que ya está en el liceo.

**$e$ :** tasa de egreso, cantidad de estudiantes que egresan por cada estudiante que permanece en el liceo.

**$d$ :** tasa de retiro, esto es número de estudiantes retirados durante el año por cada estudiante que permanece en el liceo.

**$P_n$ :** número de estudiantes al ene-ésimo año de existencia del liceo.

**Tenemos entonces que:**

Después de un año de existencia ( $P_1$ ) habrá:

Ingresos:  $i \cdot P_0$  estudiantes      dado que ingresan  $i$  nuevos estudiantes por cada estudiante que ya está en el liceo.

Egresos:  $e \cdot P_0$  estudiantes      dado que egresan  $e$  estudiantes por cada estudiante que permanece en el liceo.

Retirados:  $d \cdot P_0$  estudiantes      se retiran  $d$  por cada estudiante que permanece en el liceo.

**De lo anterior se desprende que:**

$$P_1 = P_0 + i \cdot P_0 - e \cdot P_0 - d \cdot P_0 \quad (1)$$

Después de un año hay la cantidad de estudiantes que inician el liceo más los nuevos matriculados menos los egresados menos los retirados:

Factorizando por el factor común  $P_0$ , en (1) se obtiene:

$$P_1 = P_0(1 + i - e - d)$$

Si llamamos  $r$  al factor  $(1 + i - e - d)$  obtenemos:

$P_1 = P_0 \cdot r$  al segundo año el liceo tendrá:

$$P_2 = P_0 \cdot r \cdot (1 + i - e - d) = P_0 \cdot r \cdot r$$

$$P_2 = P_0 \cdot r^2$$

**Te invitamos a calcular los valores para:**

$$P_3 =$$

$$P_4 =$$

.

.

.

$$P_n$$

## ACTIVIDAD 2

Supongan que inicialmente había **230** estudiantes, esto es  $P_0 = 230$ , y las tasas de ingreso, egreso y deserción son respectivamente: **0,25; 0,05 y 0,03**

**Entonces**  $r = 1 + (0,25 - 0,05 - 0,03) = 1,17$

$$P_1 = 230 \times 1,17 = 269,1$$

$P_1 \approx 269$  Esto significa que el primer año aumentó la matrícula en 39 estudiantes.

$$P_2 = 230 \times (1,17)^2 = 314,8$$

$P_2 \approx 315$  Esto significa que el segundo año aumentó la matrícula en  $315 - 269 = 46$  estudiantes.

**Responde** la siguiente pregunta: al cuarto año, esto es  $P_4$  ¿cuántos estudiantes tenía el liceo? ¿en cuánto había aumentado respecto del año anterior?

6. Preparen una presentación en PPT o papelógrafo con tus resultados de lo observado en el escenario visitado: descripciones de los procesos, variables, tablas, gráficos y relaciones entre las variables, de acuerdo a las indicaciones de la o el profesor.



# PLENARIA

1. Cada uno de los grupos presentará los resultados y en conjunto analizarán las características de los datos y relaciones obtenidos.
2. Deberán completar la siguiente tabla describiendo, las principales características, de los conceptos trabajados en la actividad.

Conceptos	Características principales	Ejemplo extraído del E.A
Proceso		
Variables que intervienen.		
Relación entre las variables.		
Tipo de proceso (creciente o decreciente).		

## ACTIVIDAD 3

1. Seleccionen uno de los procesos del E.A descrito por el grupo y que haya sido modelado por una función exponencial y planteen al menos 3 problemas en relación con el proceso elegido, y resuélvanlos.

### A modo de ejemplo:

En el liceo la evolución de la matrícula tiene como modelo:

$$P_n = P_0 \cdot r^n$$

Donde  $P_0$  es la matrícula inicial,  $r$  el coeficiente de variación y  $P_n$  la matrícula  $n$  años más tarde.

Si la matrícula inicial es de 230 estudiantes el coeficiente de variación  $r = 1,17$  y el valor de la matrícula es de \$20.000 (veinte mil pesos) ¿Cuáles serían los ingresos del liceo el tercer año por concepto de matrícula?

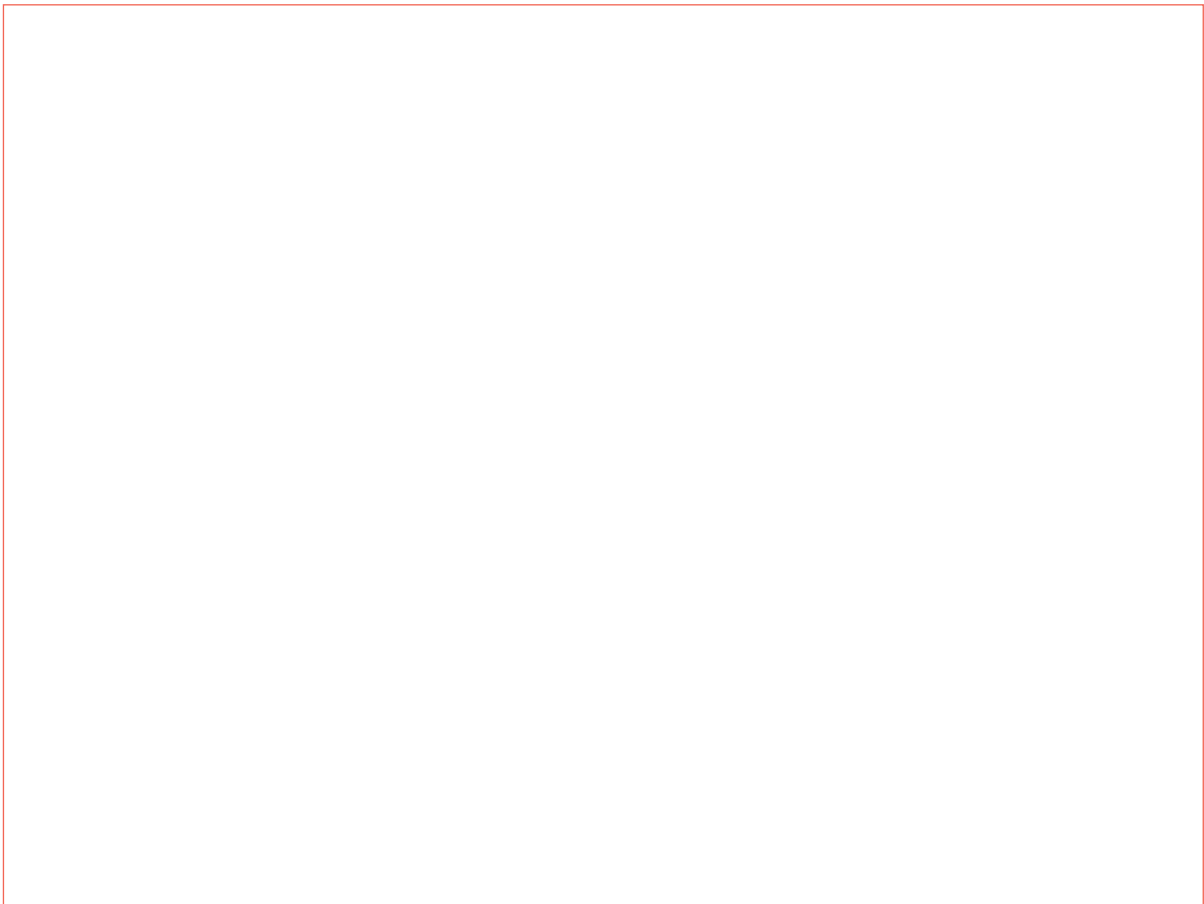
Otro problema podría ser ¿Cómo varía la matrícula si  $r < 1$ ? ¿aumenta o disminuye? ¿Bajo qué condiciones  $r < 1$ ?

### Proceso seleccionado:

**Función que modela el proceso:**



**Problemas y sus soluciones:**



## ACTIVIDAD 4

1. ¿Cuál de las siguientes tablas contiene valores correspondientes a una exponencial? Escriba la función correspondiente.

a)

<b>x</b>	<b>3</b>
3	27
2	9
1	3
0	1
-1	$\frac{1}{3}$
-2	$\frac{1}{9}$
-3	$\frac{1}{27}$

b)

<b>x</b>	<b>5</b>
3	15
2	10
1	5
0	0
-1	-5
-2	-10
-3	-15

2. Calcular:

i.  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} =$

ii.  $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} =$

iii.  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{8}{20}\right)^4 =$

3. Problema:

Mirta envió el siguiente mensaje a 5 de sus mejores amigas:

*“envía este mensaje a 5 de tus mejores amigas, cada una de las que lo reciban tendrán un golpe de suerte. Si cortas esta cadena alguna de tus amigas terminará con su pololo.”*

La cadena continuó sin cortarse en 5 etapas. Esto es, las 5 amigas de Mirta enviaron el mensaje a 5 de sus mejores amigas, cada una de las amigas de las amigas de Mirta enviaron a su vez el correo a sus 5 mejores amigas ...

Supongamos que ninguna de las que recibió el mensaje, lo recibió más de una vez.

**¿Cuántas personas recibieron el mensaje? ¿cómo se podría modelar este fenómeno?**

Si este problema lo resolviera un(a) compañero(a), y considerando tus conocimientos sobre potencias y crecimientos y decrecimientos exponenciales ¿qué aspectos considerarías para decir que está bien su respuesta?

**Responde** nuevamente el cuadro inicial, marcando con una X, el recuadro que refleje tu nivel de conocimiento en relación a las potencias.

<b>¿Cuánto sabes sobre POTENCIAS?</b>	<i>No lo conozco</i>	<i>Lo he escuchado, pero no lo entiendo</i>	<i>Lo entiendo más o menos, no lo podría explicar a otra persona</i>	<i>Lo puedo explicar a un compañero/a</i>
Potencia de base racional.				
Potencia de exponente negativo.				
Modelos matemáticos.				
VARIABLES de un modelo.				
Crecimiento o decrecimiento exponencial de cantidades.				

**Compara estas respuestas, con las que diste en la primera página de esta guía ¿cómo ha cambiado tu aprendizaje?**



